RB26853

Library
of the
University of Toronto

STILLMAN DRAKE

46/568

COLLECTION,

OV

RECVEIL DE DIVERS TRAICTEZ MATHEMATIQVES.

A ſçauoir ;

D'ARITHMETIQVE, D'ALGEBRE, DE LA ſolution de diuers Problemes & queſtions, tant Geometriques, qu'Aſtronomiques.

Comme auſſi de pluſieurs moyens pour meſurer toutes ſortes de quantitez, ſoient lignes, ſuperficies & corps.

Item, de la Sphere du monde, auec l'vſage & pratique, tant de l'Aſtrolabe, du Quarré Geometrique, & des Globes, que du Compas de proportion : Et encore de la conſtruction des fortifications pratiquées aux pays bas.

Par D. HENRION, *Profeſſeur és Mathematiques.*

A PARIS,
Chez Abraham Pacard, ruë S. Iacques, au Sacrifice d'Abraham.

M. DC. XXI.

AVEC PRIVILEGE DV ROY.

22/19 42/21

Digitized by the Internet Archive
in 2009 with funding from
University of Ottawa

http://www.archive.org/details/collectionovrecv00henr

A

MONSIEVR FRERE DV ROY.

MONSEIGNEVR,

Sçachant qu'entre pluſieurs loüables exercices dont vous cultiuez voſtre bel eſprit en ce Printemps de voſtre âge, vous ne mettez au dernier rang les ſciences Mathematiques; I'ay pris la hardieſſe de ſoubs mettre aux pieds de voſtre grandeur ces miens exercices en icelles diſciplines: Ils contiennent non ſeulement ce qu'il y a de plus beau & vtile en l'Arithmetique, Geometrie, & Aſtronomie, mais auſsi tout ce qui en eſt neceſſaire pour bien dreſſer des bataillons, diſpoſer les camps d'armées; meſurer toutes diſtances, hauteurs, & profondeurs; ſçauoir la capacité de quelque place que ce ſoit, & en prendre le plan; faire cartes & deſcriptions de Prouinces; conſtruire & deſſeigner les fortereſſes, & vne infinité d'autres belles operations, dont la cognoiſſance n'eſt moins vtile durant la guerre, que profitable en temps de paix. Ie vous offre donc, Monſeigneur, ces fruicts primerains de mon labeur, que ie n'entend ſeruir, ſinon d'auant-coureurs aux autres plus meurs & agreables, leſquels vous pourront eſtre preſentez par ceux qui en ont mieux le pouuoir que celuy qui ne manque de vouloir, ains

tandis qu'il reſpire ne viſe à autre but qu'à rendre ſeruice à la Nobleſſe, laquelle vous a voüé le ſien, deſireuſe de vous imiter auec autant de courage & d'affection, comme ie ſouhaitte vous pouuoir teſmoigner le tres-humble ſeruice deub à vos merites, & à la grandeur du ſang Royal, auquel comme en perpetuelle holocauſte ſe conſacre,

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur,

D. HENRION.

SOMMAIRE DE LA PRATIQVE DES NOMBRES, OV ARITHMETIQVE VVLGAIRE.

Definition d'Arithmetique, & quantité des figures d'icelle.

CHAPITRE I.

ARITHMETIQVE, eſt la ſcience des nombres; & nombre, ſelon Euclide eſt vne multitude compoſée de pluſieurs vnitez: ou bien nous diſons que c'eſt cela par lequel la quantité de chacune choſe eſt exprimée & nombrée: & tout nombre ſe peut repreſenter par les dix figures & nottes ſuiuantes, 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. dont la premiere vers feneſtre, vaut vn; la deuxieſme, deux; la troiſieſme, trois; & ainſi continuant iuſques au penultieſme caractere, qui vaut neuf, ſeront les autres figures reciproquement entenduës: Et combien que la dixieſme & derniere figure ſoit appellée nulle, ou zero, pource qu'eſtant ſeule, elle ne ſignifie aucune choſe: ſi eſt-ce toutes-fois qu'icelle eſtant poſée parmy les autres figures, ou bien adiointe au coſté dextre de quelconque d'icelle, elle augmente la ſignification de ce caractere auec lequel elle ſera ioincte de dix fois la valeur, comme il apparoiſtra cy apres.

De la numeration des nombres entiers.

CHAPITRE. II.

NOmbrer, eſt exprimer la valeur & quantité de quelconque nombre propoſé; & pour ce faire eſt à noter que la valeur des

figures commence au coſté dextre, tirant à ſeneſtre: & que la mutation & changement des lieux, ſoit en aſcendant, ou en retrogradãt, fait augmenter, ou diminuer la valeur des caracteres differemment erigez. Car au premier lieu vers dextre, chaſque figure ſignifie ſon nombre ſimplement; c'eſt à dire que 1, y vaut ſeulement vn; 2, deux; 3, trois, & ainſi des autres caracteres: Mais au deuxieſme lieu ce ſont dixaines, c'eſt à dire que chaſque caractere y vaut dix fois autant qu'il vaut d'vnitez; ainſi 1, y vaudra dix; 2, vingt; 3, trente; & ainſi des autres figures: dont s'enſuit que ſi on poſe o auec le premier caractere 1, en ceſte ſorte 10, ſera faict dix; ſi auec 2, ainſi 20, ſera faict vingt; & auec 3, ainſi 30, ſera repreſenté trente, & c. Mais ſi on adjoinct 1 au coſté dextre du premier caractere 1, en ceſte ſorte 11, ſera fait vnze; ſi 2, comme icy 12, ſera figuré 12, & procedant ainſi iuſques à 9, ſera fait dixneuf: que ſi à 2, on adjoint 1 vers dextre, en ceſte ſorte 21, ſera fait vingt-vn; ſi 2, ainſi 22, ſera figuré vingt-deux; ſi 3, ainſi 23, ſera fait vingt-trois; & procedant ainſi de figure en figure, on pourra deſcrire, & exprimer quelque nombre que ce ſoit moindre que cent, ainſi qu'il appert en la tablette ſuiuante.

		—dix	—vingt	—trente	—quarante	—cinquante	—ſoixante	—ſeptante	—huictante	—nonante
zero	0.	10.	20.	30.	40.	50.	60.	70.	80.	90.
vn	1.	11.	21.	31.	41.	51.	61.	71.	81.	91.
deux	2.	12.	22.	32.	42.	52.	62.	72.	82.	92.
trois	3.	13.	23.	33.	43.	53.	63.	73.	83.	93.
quatre	4.	14.	24.	34.	44.	54.	64.	74.	84.	94.
cinq	5.	15.	25.	35.	45.	55.	65.	75.	85.	95.
ſix	6.	16.	26.	36.	46.	56.	66.	76.	86.	96.
ſept.	7.	17.	27.	37.	47.	57.	67.	77.	87.	97.
huict	8.	18.	28.	38.	48.	58.	68.	78.	88.	98.
neuf	9.	19.	29.	39.	49.	59.	69.	79.	89.	99.

Que ſi vn nombre eſt compoſé de plus de deux figures, celle du troiſieſme lieu ſont centaines, c'eſt à dire que chacune figure y vaut cent fois ſoy-meſme, c'eſt à dire cent fois autant comme elle vaut d'vnitez au premier lieu, ou bien dix fois autãt qu'elle vaut de dixai-

nes au secõd lieu: & ces trois caracteres sont appellez premier membre, ou ternaire : pareillement aussi les autres figures differemment erigées seront nommées en leur ordre & valeur; c'est assauoir qu'apres le lieu des cents, s'entresuiuent les nombres, dixaines, & centaines de mille: & ces trois figures sont appellées ternaire second, & les trois suiuantes ternaire troisiesme, qui seront nombres, dixaines, & centaines de millions: & continuant ainsi de trois en trois figures, nous pourrons facilement exprimer la valeur de tout nombre proposé, considerant bien l'ordre des mots & vocables propres à exprimer chasque figure, selõ le lieu de sa position, ainsi qu'il appert en la table suiuante, laquelle on peut appeller *Eschelle de numeration.*

Cent	Vingt	trois milles million de million,	quatre cens	cinquante	six millions de million,	sept cens	huictante	neuf milles million,	cent	vingt	trois millions,	quatre cens	cinquante	six milles,	sept cens	huictante	neuf
																	9
																8	9
															7	8	9
														6	7	8	9
													5	6	7	8	9
												4	5	6	7	8	9
											3	4	5	6	7	8	9
										2	3	4	5	6	7	8	9
									1	2	3	4	5	6	7	8	9
								9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
							8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
						7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
					6	7	8	9	1	2	3	4	5	9	7	8	9
				5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
			4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
cẽtaine de mille milliõ de milliõ	dixaine de mille milliõ de milliõ	mille million de million	centaine de million de million	dixaine de million de million	million de million	centaine de mille million	dixaine de mille million	mille million	centaine de million	dixaine de million	million	centaine de mille	dixaine de mille	mille	centaine	dixaine	Nombre

Il appert donc par ceſte table, ou eſchelle de numeration, que pour facilement nombrer & exprimer quelque grand nombre propoſé, il le faut reduire en membres, ou ternaires, le diſtinguant de trois en trois figures par poincts, ou petites lignes, allant de dextre vers ſeneſtre, puis en nombrant chaſque membre ſeparément en commençant au dernier, ſoit pronõcé de ſuitte, & ſans intermiſſion la valeur d'vn chacun, obſeruant d'adjoindre touſiours à la fin de la prononciation de la quantité d'vn chacun d'iceux membres la denomination correſpondante; & ainſi on exprimera la valeur & quantité de tout le nombre propoſé. Pour exemple, eſtant propoſé à exprimer la valeur & quantité de ce nombre 345678925, nous le diſtinguerons de trois en trois figures par poincts, commençant à dextre, & par ce moyẽ iceluy nombre 345.678.925 ſera diuiſé en trois ternaires, deſquels le premier vaut ſoy meſme, le ſecond mille, & le troiſieſme millions, ſuiuant la ſuſdite eſchelle de numeration; & expliquant iceux membres, nous dirons que le dernier, ſçauoir 345, vaut *trois cens quarante-cinq millions*, (car nous auons dit que la denomination du troiſieſme membre eſt million.) Mais le ſecond membre 678, vaudra *ſix cens ſeptante huict milles*, (car la denomination d'iceluy ſecond membre eſt mille:) & le premier membre 925, ne vaut que ſoy-meſme, ſçauoir *neuf cens vingt-cinq*: & prononçant toutes ces enonciatiõs de ſuitte, nous dirons que tout ledit nombre propoſé vaut trois cens quarante-cinq millions, ſix cens ſeptante-huict milles, neuf cens vingt-cinq. Soit encore propoſé à nombrer & exprimer la valeur & quantité de ce nombre 10789230456375492. Nous le diſtinguerons donc de trois figures en trois figures par poincts, en commençant à dextre: & ſe voit qu'en iceluy nombre 10.789.230.456.375.492 ſont ſix membres, chacun de trois caracteres, excepté le ſixieſme où il y en a ſeulement deux. Et puiſque par la ſuſdite table le premier membre vaut ſoy-meſme, le deuxieſme mille, le troiſieſme millions, le quatrieſme mille millions, le cinquieſme millions de millions, & le ſixieſme mille millions de millions; exprimant iceluy nombre propoſé, nous diſons que ſa valeur eſt dix milles millions de millions, ſept cens octante neuf millions de millions, deux cens trente mille millions, quatre cens cinquante ſix millions, trois cens ſeptante cinq milles, quatre cens nonante deux. En la meſme maniere, & auec la meſme facilité, ſeront expli-

quez tous autres nombres, quelques grands qu'ils soient, obseruant que de deux en deux membres la denomination s'augmente de million, c'est à dire qu'il faut tousiours mettre à la denomination vne fois *de millions* dauantage qu'il n'y auoit.

De l'Addition des nombres entiers.

CHAPITRE III.

L'ADDITION, est vne collection & amas de deux ou plusieurs nombres ensemble; ainsi 9 est l'addition de ces deux nombres 5 & 4, pource qu'iceux estans ioints & amassez ensemble, font ledit nombre 9: tellement que faire addition de deux, ou de plusieurs nombres, n'est autre chose que trouuer vn autre nombre qui leur soit égal: & iceluy s'appelle somme des nombres proposez à adjouster. Or pour pratiquer ceste reigle, il faut disposer & escrire les nombres ou sommes proposées les vnes soubs les autres: tellement que la premiere figure de l'vne soit souz la premiere figure de l'autre, la seconde souz la seconde, la troisiesme sous la troisiesme, & ainsi consequemment des autres chacune en son rang: puis ayant tiré vne ligne droicte au dessouz, soient adjoustées ensemble toutes les figures d'vn chacun rang, en commençant au premier à main dextre; & ce qui viendra de l'addition de chasque rang soit posé vis à vis au dessouz de la ligne, si ce prouenu est d'vne simple figure. Pour exemple, soit proposé à faire addition de ces deux nombres 425 & 342: Ie dispose donc iceux l'vn au dessouz de l'autre, comme il appert icy: & ayant tiré vne ligne au dessouz, i'assemble les figures du premier rang vers dextre, sçauoir 2 & 5, font 7, que i'escris au dessouz de la ligne, & vis à vis des deux nombres que i'ay adjoustez: apres i'adjouste 4 & 2 du second rang & font 6, que ie pose dessouz la ligne, directement dessouz les deux nombres que i'ay adjoustez: tiercemẽt i'assemble 3 & 4 du troisiesme rang, & font 7, que i'escris dessouz ma ligne, vis à vis des mesmes nombres que i'ay adjoustez; & s'il y auoit dauantage de figures, l'operation ne seroit dissemblable.

425
342
767

Que ſi l'addition d'vn rang eſt dixaine, comme 10, 20, 30, 50, &c. il faut poſer vn zero ſoubs la ligne, & retenir en memoire autant d'vnitez qu'il y aura de dixaines, pour les adiouſter au rang ſuyuant. Comme pour exemple, vn maiſtre de Camp ayant vn bataillon de trois regimens, dont le premier contient 3157 hommes, le deuxieſme 2325, & l'autre 1518 : & voulant ſçauoir combien il y a d'hommes en tout le bataillon, ie diſpoſe les nombres des trois regimens, comme il appert icy : & apres auoir tiré la ligne au deſſouz, & fait comme deſſus, ie trouue 20 pour l'addition du premier rang : parquoy ie mets 0 ſoubs la ligne à l'endroict dudit premier rang, & retiens deux dixaines, que i'adiouſte au deuxieſme rang; & l'addition d'iceluy eſt 10; & partant ie poſe au deſſoubs de la ligne vn 0, & retient vne vnité que i'adiouſte au troiſieſme rang : & l'addition d'iceluy eſt encores 10. Ie poſe donc encores vn 0 au deſſoubs de la ligne, & retient 1, que i'adiouſte au quatrieſme rang, & l'addition d'iceluy eſt 7, que ie poſe au deſſoubs de la ligne; & partant toute l'addition eſt 7000 : & autant y a d'hommes au Camp propoſé.

3157
2325
1518
7000

Mais quand l'addition de quelque rang ſurpaſſe dixaine, il faut eſcrire ce qui eſt outre les dixaines ſoubs la ligne à l'endroict dudit rang, & retenir les dixaines en memoire, ainſi qu'il a eſté dict cy deſſus, afin de les adiouſter au rang ſuiuant, le tout comme il appert à l'exemple ſuyuant.

Le Roy ayant vn camp de quatre ſortes de nations, ſçauoir

9450	François,
7845	Suiſſes,
5326	Allemans,
3574	Anglois,
26195	hommes.

L'on demande combien il y a d'hommes en tout le Camp. Reſp.

Ayant diſposé les nombres les vns au deſſoubs des autres, comme dict eſt cy deuant, i'adiouſte les figures du premier rang, & trouue que le nombre d'icelles eſt 15, ie poſe 5, qui eſt par deſſus la dixaine, au deſſoubs de la ligne, & retient 1, que i'adiouſte au ſecond rang, & l'addition d'iceluy donne 19, & partant ie poſe 9 au deſſoubs de la ligne, & retient 1, que i'adiouſte auec les figures du troiſieſme

rang,& viennent 21,qui ſont 2 dixaines & 1 vnité: Ie poſe donc 1 au deſſoubs de la ligne,& retient 2 pour adiouſter au quatrieſme rang, & l'addition d'iceluy donne 26: ie poſe donc 6 au deſſoubs de la ligne: & d'autant qu'il n'y a plus de rang,ie poſe auſſi ſoubs ladite ligne les 2 dixaines, en aduançant vers ſeneſtre, & partant toute l'addition ſera 26195: & autant y aura d'hommes en tout le Camp.

Soit encore proposé à adiouſter enſemble les douze ſommes cy deſſouz poſées. Ayãs dõc tiré vne ligne droicte au deſſoubs d'iceux nombres, i'adiouſte enſemble les figures du premier rang de la main dextre, & trouue que la ſomme d'icelles eſt 65; c'eſt pourquoy ie poſe les 5, qui ſont outre les dixaines,au deſſoubs de la ligne,& retient les 6 dixaines, que i'adiouſte auec les figures du ſecond rang, l'aggregé deſquelles ie trouue eſtre 85; & partant ie poſe 5 au deſſoubs de la ligne,& adiouſte les 8 dixaines auec les figures du troiſieſme rang,& viennent 61;c'eſt pourquoy ie poſe 1 au deſſoubs de la ligne, & adiouſte les 6 dixaines auec les figures du rang ſuyuant, qui font enſemble 64: Parquoy i'eſcris 4 deſſoubs la ligne,& adiouſte les 6 dixaines auec les nombres ou figures de l'ordre ſuiuant,qui font enſemble 49: ie poſe donc 9 ſoubs la ligne,& adiouſte les 4 dixaines auec les figures du rang ſuiuant, & trouue qu'elles font enſemble 24,leſquels ie poſe ſouz la ligne,puis qu'il n'y a plus rien à adiouſter: Ie dis donc maintenant que la ſomme & addition de tous les nombres propoſez ſera 2494155.

237897
782389
345072
53497
97205
794
9457
896
5421
7892
94578
859057
2494155

S'il aduenoit que la multitude des ſommes à adiouſter fuſt fort grande,il ſeroit incommode de les adiouſter toutes à vne ſeule fois; c'eſt pourquoy ie voudrois deſpartir icelles ſommes proposées en deux, ou d'aduantage d'operations, & puis adiouſter enſemble ce qui viendroit de chaque addition particuliere; car ceſte derniere ſomme ſeroit la meſme que ſi on ne faiſoit qu'vne ſeule addition, comme il appert en l'exemple ſuiuãt,où eſtant proposé à adiouſter

enſemble vingt-quatre ſommes, pour faire l'operation plus commodément, ie diſtribue icelles ſommes en trois membres par les lignes A, B, C: puis i'adiouſte les ſommes de chacun d'iceux nombres, & poſe la ſomme prouenante de chaſque addition à coſté deſdites lignes A, B, C: Ce fait i'adiouſte enſemble icelles trois ſommes ou produicts particuliers A, B, C, & viennent 563485 pour la ſomme & addition deſdits trois produicts; & partant la ſomme totale des vingt-quatre nombres propoſez à adiouſter enſemble, ſera auſſi 563485.

7892		
4578		
234		
97025		
9546		
75797		
8954		
10235		
	A	214261
4923		
5789		
70923		
25789		
47925		
9201		
2345		
8023		
	B	174918
45678		
92345		
10900		
2456		
7892		
6789		
2457		
5789		
	C	174306
Somme totale		563485.

La preuue de l'Addition.

OR apres auoir ainſi que deſſus adjouſté pluſieurs nombres enſemble, il eſt bien neceſſaire de cognoiſtre ſi on aura bien faict: ce que nous ferons ainſi. Nous adjouſterõs toutes les figures des nombres propoſez, laiſſant touſiours 9, quand le nombre de l'addition

l'addition le surmonte,& ce qui sera trouué moindre que 9 à la fin de l'addition,nous le poserons à part, puis nous adiousterons pareillement toutes les figures de la somme de l'addition,laissant aussi 9 toutes-fois & quantes que le nombre de l'addition sera ou surpassera 9. Et si ayant acheué il reste vne telle figure que celle mise à part, nous aurons bien faict, autrement non: Comme pour exemple,ayant adiousté ensemble ces quatre sommes, & trouué que leur addition donne 7250; pour examiner si l'operation est bien faicte,i'oste des quatre nombres proposez autant de fois 9 que se peut,& trouue qu'il reste encore 5,que ie pose au bout d'vne petite ligne comme P: ce faict i'oste aussi tous les 9 de la somme prouenue de l'addition,& reste encore 5,que ie pose pareillement au bout de la ligne P: & puis que ces deux nombres restans sont égaux,l'addition a esté bien faicte: & ceste preuue doit suffire à ceux qui apprennēt, & lesquels ne sçauent encores faire la soustraction. Car alors il faudroit (plustost que de s'ayder de ceste preuue de 9.) oster toutes les sommes proposées les vnes apres les autres de la somme qui les contient: & apres les soustractions faictes,il ne restera rien en la somme de l'addition,si elle est bien faicte. Nous ferons encores ladite preuue plus briefvement,comme il s'ensuit: Ayant adiousté les trois sommes cy dessoubs, & trouué que l'addition est 1979; voulant cognoistre si l'addition est bien faicte,i'assemble les trois figures du premier rang vers seneſtre,& font 18, que ie soustrais de 19, posé au dessoubs de la ligne,vis à vis dudit premier rang,& reste 1, que ie pose au dessoubs de 9, couppant d'vn petit traict chasque figure de 19. Puis apres, i'adiouste le second rang, & viennent 16, que i'oste de 17,& reste 1,que ie pose au dessoubs de 7,apres auoir couppé 17: & finablement i'adiouste les figures du dernier rang, & font 19, que i'oste de 19;& d'autant qu'il ne reste rien, l'addition a esté bien faicte.

```
4923
 578
1257
 492
7250.
```

5——5
P.

```
 457
 973
 549
1979
  11
```

De la ſouſtraction des nombres entiers.

CHAP. IIII.

SOVSTRACTION n'eſt autre choſe, qu'oſter vn petit nombre d'vn plus grand, afin d'auoir leur difference, ou reſte: Ainſi quelqu'vn ayant payé 7 liures ſur & tant moins de 12 liures qu'il doit, il ſçaura par la ſouſtraction, que pour eſtre quitte, il luy reſte encore 5 liures à payer: car le moindre nombre 7 eſtant oſté de 12, reſte ledit nombre 5, qui eſt la difference d'entre leſdits deux nombres 12 & 7. Or pour pratiquer ceſte reigle de ſouſtraction, il faut eſcrire la moindre ſomme (c'eſt à dire le nombre à ſouſtraire) ſoubs la plus grãde, (qui eſt le nombre duquel on doit faire la ſouſtraction) en la ſorte qu'il a eſté dit de l'addition, puis oſter le premier caractere inferieur du coſté dextre du ſuperieur, & eſcrire le reſte ſoubs la ligne à l'endroict de ce premier rang: puis venir au ſecond rang, & oſter la figure inferieure de la ſuperieure, & poſer le reſte ſoubs la ligne vis à vis dudit rang, & le ſemblable faudra-il faire de tous les autres rangs. Comme pour exemple, eſtant proposé à ſouſtraire 354 de 875, nous diſpoſerons ces deux nombres comme il appert icy; & ayant tiré vne ligne au deſſoubs, i'oſte 4 de 5, & reſte 1, que ie poſe au deſſoubs de la ligne, vis à vis du premier rang: puis venant au ſecond rang, i'oſte 5 de 7, & reſte 2, que ie mets auſſi au deſſoubs de la ligne: en apres ie viens au troiſieſme rang, & oſte 3 de 8, & reſte 5, que ie poſe pareillement au deſſoubs de la ligne; & partant ie dis qu'ayant oſté 354 de 875, reſtent encore 521.

```
 875
 354
 ---
 521.
```

Mais lors que les deux figures d'vn meſme rang ſe rencontrent égales, il n'y a qu'à poſer o ſoubs la ligne vis à vis d'iceluy rang, au cas qu'il y ait encore quelque figure à poſer au delà: car autrement il ne faudroit rien poſer en ce lieu. Pour exemple, qu'il faille ſouſtraire 4523 de 4927: ie diſpoſe donc ces deux ſommes l'vne au deſſoubs de l'autre,

```
 4927
 4523
 ----
  404
```

comme il se voit cy deuant; & ayãt tiré vne ligne droicte au dessouz d'icelles, i'oste 3 de 7, & reste 4, que ie pose au dessoubs de la ligne vis à vis du premier rang: puis à cause qu'au second rang les deux figures sont égales, l'vne & l'autre estant 2, elles n'ont aucune difference, c'est pourquoy ie pose o soubs la ligne: puis ie viens au rang suiuant, & leue 5 de 9, & reste 4, que ie pose soubs la ligne: & à cause que les figures du rang suiuant sont égales, & qu'il n'y a plus rien à poser au delà d'iceluy rang, ie ne pose aussi rien icy. Ie dis donc qu'ayant osté 4527 de 49237, restent encores 404.

Que s'il aduient que quelque figure du nombre inferieur ne puisse estre ostée de la figure du nombre superieur, nous prendrõs 1 de la figure d'apres vers fenestre, qui vaudra dix, au regard de la figure que nous voulons soustraire, & adjousterõs ces 10 auec la figure de laquelle nous n'aurons peu faire la soustraction, & de cette addition soustrairons ladite figure à soustraire, & poserons le reste au dessouz de la ligne: Et afin que la chose soit plus manifeste, soit donnée la somme de 9493, de laquelle il faut soustraire 4567. Ayant disposé ces deux nombres comme il appert cy dessouz, ie veux soustraire 7 de 3; mais d'autant que cela ne se peut, ie prens 1 de 9, nombre superieur & prochain de 3, (lequel 9 est dixaine au regard de 3, comme il a esté dit cy deuant) & adjouste cet 1, c'est à dire 10 à 3, & sera 13, dont nous osterons 7, & resteront 6, que i'escris dessouz la ligne, vis à vis du premier rang: Puis venant au second rang, i'oste 6 de 8, (car le 9 superieur ne vaut plus que 8, d'autant que nous en auons osté vn) & reste 2, que ie pose au dessouz de la ligne: & venant au troisiesme rang, d'autant que ie ne peux oster 5 de 4, ie prens vn de la figure prochaine superieure, sçauoir est du 9, qui est à fenestre (qui est dixaine au regard de 4,) & partant iceluy 1, c'est à dire 10, estant adjousté à 4 font 14, desquels i'oste 5, & restẽt 9, que ie pose au dessouz de la ligne: & finablement ie soustrais 4 de 8, (car le 9 ne vaut plus que 8, d'autant que i'ay emprunté 1 d'iceluy) & restent 4, que ie pose au dessouz de la ligne; & partant ie trouue que le reste de la soustraction est 4926.

	9493
	4567
	4926

Que s'il se rencontre des zero en l'vne ou l'autre des sommes proposées, l'operation n'en sera pas beaucoup plus difficile, veu que

les zero de la ſomme inferieure n'oſtent rien de leur figure ſuperieure correſpondante, & auſſi que chaque zero de ladite ſomme ſuperieure vaut 9, lors que de la figure ſignificatiue qui le precede, on a emprunté ſur celle qui le ſuit: & pour oſter toute difficulté, nous baillerons encore ceſte exemple. Qu'il faille oſter 40 758 de 700502; Ayant donc diſpoſé ces deux nombres, comme appert cy deſſouz, ie veux oſter 8 de 2; mais cela ne ſe pouuant faire, i'emprũte 1 de 5, figure ſuperieure du troiſieſme rang, lequel 1, vaut dix dixaines au regard de 2: & d'autant qu'vne dixaine me ſuffit, i'en laiſſe 9 ſur le 0 du ſecond rang: c'eſt à dire, qu'il faut imaginer qu'il y alle maintenant 9 dixaines, au regard de 2: I'adjouſte donc 10, & 2 font 12, dont i'oſte 8, & reſtent 4, que ie poſe au deſſouz de la ligne, vis à vis du premier rang, puis ie viens au ſecond rang: & oſtant 5 de 9 (car 0 vaut 9, comme il a eſté dit) reſtent 4, que ie poſe au deſſouz de la ligne, & vient au troiſieſme rang pour oſter 7 de 4, (car 5 ne vaut plus que 4, d'autãt que i'ay emprunté 1 d'iceluy); mais ne pouuant, i'emprunte 1 ſur le 7 ſuperieur du dernier rang, paſſant par deſſus les deux zero, lequel 1 vaut 100 dixaines au regard de 5, duquel il faut ſouſtraire 7: & d'autant qu'vne dixaine me ſuffit, i'en laiſſe 90 ſur le zero prochain du 7 ſuperieur, & 9 ſur l'autre: tellemẽt que chaque zero doit maintenãt eſtre eſtimé valoir 9, au regard de la figure d'au-deſſouz de luy. I'adjouſte donc 10, & 4 font 14, dont i'oſte 7, & reſte 7 que ie mets au deſſouz de la ligne: puis venant au quatrieſme rang, i'oſte 0 de 9; (car nous venons de dire que chacun des deux zero ſuperieur vaut 9,) & reſtent touſiours 9, que ie poſe au deſſouz de la ligne: puis ie viens au cinquieſme rang, & oſtant 4 de 9, reſtent 5, que ie mets auſſi deſſouz la ligne: & venant finalement au dernier rang, ie voy qu'il n'y a rien à ſouſtraire, c'eſt pourquoy reſteroit touſiours la figure ſuperieure, n'eſtoit que i'ay emprunté 1 d'icelle, parquoy elle ne vaut plus que 6, leſquels ie poſe au deſſouz de la ligne: quoy faict ie trouue que le reſte de la ſouſtraction eſt 659744.

700502
40758
659744

Eſt icy à notter, que ſi d'vn nombre propoſé, il en falloit ſouſtraire pluſieurs autres, il les faudroit premierement adjouſter enſemble, & puis leuer la ſomme prouenue de l'addition dudit nombre

proposé, comme dit est cy deuant. Dauantage, s'il aduient que le nombre duquel on veut soustraire soit de plusieurs pieces, il les faudra premierement adjouster en vne seule somme, & puis proceder à la soustraction requise.

Preuue de la soustraction.

QVant à la preuue de ceste regle, elle se fait de plusieurs façons, dont la plus commune est, qu'il faut adjouster la somme à soustraire auec celle qui reste; & le nombre qui prouiendra de l'addition, estant esgal à celuy duquel on a fait la soustraction, la regle aura esté bien faicte: comme si ayant soustrait 135 de 192, restent 57, comme il appert icy.

Nombre duquel il faut soustraire.	192
Nombre à soustraire.	135
Nombre resté.	57
Somme composée du nombre à soustraire, & du resté.	192

Lesquels 57 restez estans adjoustez auec le nombre à soustraire 135, font 192; & partant la regle est bien faicte. Pour autrement examiner la soustraction, soustrayez le nombre resté du nombre dont il falloit soustraire, & ce qui restera estant égal au nombre à soustraire, on aura bien faict; comme il appert derechef en ceste exemple, où ayant soustrait le nombre resté 57, du nombre dont il falloit soustraire 192, restent 135, égal au nombre proposé à soustraire: parquoy ie dis que l'operation a esté bien faicte.

192
135
57
135

Nous dirons encore que si on oste les 9 tant que faire se pourra, de la somme à soustraire, & du resté; ce qui restera, lesdits 9 ostez, doit estre égal au reste de la somme de laquelle on a fait la soustraction, les 9 aussi ostez: comme en l'exemple cy dessus, les 9 estans ostez, tant de la somme à soustraire, que de

la reſtante, ſçauoir eſt de 135 & 57, reſtent 3: mais les 9 eſtans auſſi oſtez de 192, reſtent pareillement 3, & partant la ſouſtraction eſt bien faicte.

De la multiplication des nombres entiers.

CHAPITRE V.

MVLTIPLIER n'eſt autre choſe, que trouuer vn nombre qui contienne autant de fois vn nombre propoſé qu'il y a d'vnitez en vn autre nombre propoſé, c'eſt à dire trouuer vn troiſieſme nombre à deux nombres donnez, lequel contienne autant de fois en ſoy l'vn des deux nombres donnez, qu'il y a d'vnitez en l'autre: comme ſi ie multipliois 7 par 5, ou 5 par 7, le produit ſeroit 35, & ce nombre 35 eſt le nombre trouué, lequel contient autant de fois l'vn des deux propoſez, comme il y a d'vnitez en l'autre: & par ainſi en ceſte operation ſont requis deux nombres pour l'inuẽtion du troiſieſme; dont le premier s'appelle multiplicande, l'autre multiplicateur, & le troiſieſme qu'on cherche eſt appellé produit. Or d'autant que ceſte regle deſpend de la multiplication des nombres ſimples l'vn par l'autre, il eſt neceſſaire d'apprendre icelle auant que paſſer outre, & la retenir par cœur. Si donc vous voulez ſçauoir combien font 8, multipliez par 7, ou 9 par 5, &c. il faudra eſcrire vne figure ſouz l'autre, comme vous voyez cy deſſouz.

8 X 2	9 X 1	7 X 3
7 X 3	5 X 5	6 X 4
5 6	4 5	4 2

En apres mettez à coſté la difference de l'vne & de l'autre à 10, puis multipliez l'vne difference par l'autre, comme 2 fois 3 font 6, qu'il faut eſcrire au deſſouz d'icelles differences: finalement oſtez la difference de l'vne des figures de l'autre figure, comme 3 de 8, ou 2 de 7, & reſtent 5, qu'il faut eſcrire au deſſouz d'icelles figures, & par ainſi vous aurez 56 pour le produit de la multiplication de 8 par 7; & 45 pour celuy de 9 par 5: mais voulant multiplier 7 par 6, ie poſe

iceux comme dessus, & multiplie leur difference à 10, c'est à dire 4 par 3, & viennent 12; mais ie pose seulement 2, & retient en memoire 1 pour la dixaine: puis i'oste la difference 3 de la figure 6, & restent 3, auec lequel i'adiouste 1 que i'ay retenu, & sont 4 que ie pose souz la ligne, & par ainsi i'ay 42 pour le produit de 7 par 6. Or il est à noter que ceste maniere ne sert lors que les deux figures ensemble ne font plus de 10.

Au lieu de la maniere susdite, pour multiplier les simples figures l'vne par l'autre, on a accoustumé se seruir de la table suiuante, dont l'vsage est, qu'estans propoſées deux simples figures à multi-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

plier, il faut trouuer l'vne d'icelles au front de la table, & l'autre au costé feneſtre: & au quadrangle commun à icelles deux figures, sera monstré le produit d'icelles multipliées l'vne par l'autre: Comme pour exemple, au quadrangle commun à 8 du front, & 7 du costé, il y a 56: tel est donc le produit de 8 multiplié par 7.

Or voilà le moyen de multiplier quelque nombre d'vne seule figure par vne autre: mais pour multiplier vn nombre de tant de figures qu'on voudra, par vn autre d'vne seule figure, il la faut poser souz la premiere figure vers dextre du multiplicande, ou nombre à multiplier; & ayant tiré vne ligne droicte au dessouz, multipliez par icelle figure toutes celles du multiplicande les vnes apres les autres, commençant à la premiere vers dextre; & si le produit est d'vne seu-

le figure, (c'eſt à dire moins de dix) poſez là ſouz la ligne à l'endroit de la figure multipliée; mais ſi ledit produit eſt de deux figures, (c'eſt à dire qu'il contienne nombre & dixaine) poſez ſeulement ſouz la ligne le nombre ſimple (qui eſt la derniere figure en la prononciation, mais le premier en la numeration), & retenez en memoire autant d'vnitez que l'autre figure vaut de dixaines, pour les adiouſter enſemble au produit qui viendra en multipliant la figure ſuiuante, comme nous monſtrerons en l'exemple cy deſſouz.

Soit propoſé à multiplier 5421 *par* 7: Ie poſe donc le multiplicateur 7 ſouz la premiere figure du multiplicande; & ayant tiré vne ligne

Multiplicande	5 4 2 1
Multiplicateur	7
Produit	3 7 9 4 7

droicte au deſſouz, ie multiplie premierement ladite premiere figure 2 par 7, diſant ſept fois 1 ſont 7, que ie poſe ſouz la ligne; puis ie viens à la deuxieſme figure 2, & dis ſept fois deux ſont 14, lequel nombre eſt compoſé de deux figures; c'eſt pourquoy ie poſe le premier 4 ſouz la ligne, & retient vne dixaine en memoire: puis apres ie viens à la troiſieſme figure 4, & dis 7 fois 4, ſont 28, & vn que i'ay retenu en memoire ſont 29: ie poſe donc 9 ſouz la ligne, & retient 2 en memoire à cauſe des vingt; & venant à la derniere figure 5, ie dis 7 fois 5 ſont 35, & puis 2 que i'auois retenu ſont 37, que ie poſe ſouz la ligne, à cauſe qu'il n'y a plus aucune figure à multiplier, car autrement il faudroit ſeulement poſer 7, & retenir 3 pour les adiouſter au produit de la figure ſuiuante. Ie dis donc que le produit de la multiplication de 5421 par 7, eſt 37947.

Maintenant il ſera aiſé de multiplier quelconque nombre par vn autre quel qu'il ſoit: & pour ce faire il faut poſer les nombres propoſez l'vn au deſſouz de l'autre, comme il a eſté dit en l'addition: puis ayant tiré vne ligne au deſſouz d'iceux, nous multiplierõs tout le multiplicande par la premiere figure du coſté dextre du multiplicateur: & ce, figure apres figure, poſant à chaſque fois le produict au deſſouz de la ligne, vis à vis de la figure multipliée, obſeruant que lors qu'iceluy produit eſt plus de 9, qu'il faut poſer le nombre ſimple, & retenir en memoire autant d'vnitez qu'il y aura de dixaines, leſquelles

leſquelles vnitez il faudra adjouſter au produict de la figure ſuiuante, ainſi que nous auons ia dit & monſtré en l'exemple cy-deſſus: En apres nous multiplierons derechef ledit nombre multiplicande par la deuxieſme figure du multiplicateur, & poſerons le produict au deſſouz du precedent, commençant vis à vis de la ſeconde figure, & ainſi conſequemment des autres figures du nombre multiplicateur: Quoy faict ſoient adjouſtez enſemble tous ces produits prouenus du multiplicande multiplié par chaſque figure du multiplicateur; & viendra le produit de la multiplication requiſe; ce que nous rendrons manifeſte par l'exemple ſuiuant.

Eſtant propoſé à multiplier 342 *par* 243, ie poſe iceux nombres l'vn au deſſouz de l'autre: & ayant tiré vne ligne au deſſouz, ie multiplie 2 par 3, & font 6, que ie poſe au deſſouz de la ligne, vis à vis de 3 multipliant: puis ie dis 3 fois 4 font 12: Ie poſe le 2 au deſſouz de la ligne, & retient vne dixaine en memoire; & dis 3 fois 3 font 9, auſquels i'adjouſte 1, retenu en memoire, & ſont 10, que ie poſe au deſſouz de la ligne, à cauſe que c'eſt le produict de la derniere figure, car autrement il faudroit poſer 0, & retenir 1 en memoire pour l'adiouſter au produit de la figure ſuiuante. Ce faict ie viens à la ſeconde figure du multiplicateur, & dis 4 fois 2 ſont 8, que ie poſe au deſſouz du precedent produict, vis à vis de 4 multipliant, & pourſuit comme deſſus iuſques à la derniere figure; puis ie recommẽce à multiplier par 2, 3e figure du multiplicateur, & viennent 4, que ie poſe au deſſouz des deux precedens produits, vis à vis d'iceluy 2 multipliant, & pourſuit iuſques à la fin: ce fait i'adiouſte les trois produits, & viennent 83106 pour le produit de 342, multipliés par 243.

	342
	243
	1026
	1368
	684
	83106.

I'adiouſteray encores vne exemple: *Vn bataillon contenant* 302 *hommes de front, &* 207 *de flanc, on demande combien il y a d'hommes en tout le bataillon.* Ayant diſpoſé les deux nombres, comme il appert cy apres, & tiré vne ligne, ie multiplie 2 par 7, & ſont 14: Ie poſe 4 au deſſouz de la ligne, vis à vis de 7, & garde 1 en memoire; puis ie multiplie 0 par 7, & ſont touſiours 0: Ie poſe donc ſeulement 1 que

i'ay gardé, puis ie multiplie 3 par 7, & font 21, que ie pose au dessouz de la ligne: & d'autant que la deuxiesme figure du multiplicateur, ou nombre inferieur est 0, ie passe iceluy, & multiplie par le 2, 3e figure, & vient 4, que ie pose vis à vis dudit multiplicateur 2: & ayant acheué de multiplier toutes les autres figures, i'adiouste les deux produicts, & viennent 62514, & autãt y a d'hommes au bataillon proposé.

```
  302   5 + 0
  207     0
 ------
 2114
604
------
62514
```

Est icy à notter que si nous voulons multiplier par 10, il faut seulement adiouster vn 0 à la fin du nombre à multiplier; comme estãt proposé à multiplier 25 par 10, le produit sera 250. Si nous voulons multiplier par 100, il faut adiouster deux 0; si par 1000, trois 0, & ainsi consequemment.

Mais pour multiplier par 20, nous multiplierons seulement par 2, & adiousterons vn 0 au produit; & par 400, nous multiplierons par 4, & adiousterons deux 0 au produict: Bref estant proposé vn nombre à multiplier par vn autre nombre, à la fin duquel soiẽt plusieurs 0, nous multiplierons par les nombres qui precedent les 0, & adiousterons au produit tous ces 0.

Preuue de la multiplication.

Quant à la preuue de ceste operation, elle est faicte par la diuision, operation suiuante: & neantmoins l'apprentif n'ayant encores l'intelligence d'icelle, pourra faire ainsi: Premierement qu'il reiette tous les 9 du nombre multiplié, ainsi qu'il a esté dit en l'addition; & ayant faict vne croix, qu'il pose le reste à l'extremité de l'vne des lignes d'icelle croix: qu'il oste puis apres aussi tous les 9 du nombre multipliant, & pose le reste à l'autre extremité de la ligne; en apres qu'il multiplie ces deux restes ainsi posez l'vn par l'autre; & du produict qu'il en oste les 9, & mette le reste à l'vne des extremitez de l'autre ligne de la croix: En apres qu'il oste semblablement les 9 de tout le produit de la multiplication: & si le reste est tel que celuy dernier mis à la croix, la multiplication est bien faicte: Comme pour exemple, *Nous auons trouué cy dessus, que 302 multipliez par 207, donnent* 62514: & pour preuue de ce, i'assemble les figures du nombre

multiplié, & viennent 5, que ie pose à l'extremité de l'vne des lignes d'vne croix, puis i'adiouste les figures du nombre multipliant, & sont 9 que ie laisse, & pose o à l'autre extremité de la ligne où i'ay posé 5 : Ce faict, ie dis 5 fois o, est o, que ie pose au haut de la croix : puis ie viens au produit, duquel ayant osté tous les 9, ne me reste rien : & partant ie dis que la multiplication est bien faicte.

De la diuision des nombres entiers.

CHAPITRE VI.

DIVISER, est chercher combien de fois vn nombre est contenu en vn autre : ou bien c'est trouuer vn nombre qui contienne autant de fois l'vnité, qu'vn nombre donné en contient de fois vn autre proposé : ainsi voulant diuiser 24 par 6, ce n'est autre chose que chercher vn troisiesme nombre, qui contienne autant de fois l'vnité, que le premier 24 contient de fois le second 6, & iceluy nombre cherché sera 4 : car comme 4 contient quatre vnitez, aussi 24 contient quatre fois 6. Il appert donc qu'en ceste operation, comme aux precedentes, sont premierement requis deux nombres, pour en trouuer vn 3e ; le premier est le nombre à partir, qu'on appelle diuidande ; le second est celuy par lequel on diuise, & s'appelle diuiseur, ou partiteur ; & le 3e qu'on cherche se nomme quotient, ou combien. Or pour prattiquer ceste regle, il faut poser le nombre diuiseur au dessouz du nombre à diuiser, mettant la premiere figure du costé gauche souz la premiere, & les autres (si aucunes y a) consecutiuement chacune souz la sienne, comme il appert icy :

5209
45

Mais deuant que ce faire, faut aduiser si toutes les figures du partiteur se pourroient leuer des superieures, qui en feroit substraction, autrement faudroit poser la premiere figure du partiteur souz la seconde du nombre à partir, & les autres consecutiuement chacune souz la sienne comme dit est, & ainsi qu'il appert en cest autre exemple, puis au bout dextre du nombre à partir, nous tirerons vne petite ligne ou crochet

3292
54

pour ſeparer iceluy diuidande du quotient.

Ce faict, faut regarder combien de fois le ſuperieur contient ſon inferieur, c'eſt à dire chercher vne figure, par laquelle le diuiſeur eſtant multiplié, prouienne vn nombre, le plus grand qu'il eſt poſſible, qui ſe puiſſe leuer de ſon ſuperieur; & telle figure trouuée, la mettre au lieu du quotient, puis multiplier le diuiſeur par icelle figure, & ce qui viendra de ceſte multiplication ſoit leué des figures ſuperieures à iceluy diuiſeur, & le reſte ſoit poſé au deſſus d'icelles, les effaçant auec de petits traits, & auſſi le diuiſeur.

En apres faut r'auancer ledit diuiſeur d'vn ordre, & regarder derechef combien de fois il ſera contenu en ſon nombre ſuperieur; que s'il y peut eſtre contenu, mettre le nombre au quotient, & faire comme deſſus: s'il n'y peut eſtre contenu, poſer 0; puis ſans rien coupper du nombre ſuperieur, trancher le partiteur, & le r'auancer encores d'vne figure, s'il eſt beſoin, & ainſi proceder iuſques à la fin de l'operation; ce que nous rendrons manifeſte par les exemples ſuiuans.

Eſtant propoſé à partir 984 *liures à* 8 *Soldats*: pour ſçauoir combien il appartient à chacun, ie poſe les deux nombres en ceſte ſorte: & ayant tiré vne ligne apres le 4 du diuidande, ie regarde combien de fois 8 eſt contenu en ſon nõbre ſuperieur 9, & eſt vne fois: ie poſe donc 1 apres la ligne du quotient; puis ie dis, vne fois 8 eſt 8, qui leué de 9, reſte 1, que ie poſe au deſſus de 9, couppãt tant le 8 diuiſeur que le 9 du diuidande; puis apres i'aduance le diuiſeur 8 ſouz le 8 du diuidande, & regarde cõbien de fois iceluy diuiſeur eſt en 18; & trouuant qu'il y eſt 2 fois, ie poſe 2 au quotient, & dis 2 fois 8 font 16, qui oſtez de 18 reſtẽt 2, que ie poſe au deſſus de 8, couppant tant le diui-

1
9 8 4 [
8

1
9 8 4 [1
8

2 1
9 8 4 [1 2
8 8

seur, que les 18 superieurs: puis i'aduance derechef 8 diuiseur souz 4, derniere figure du diuidande,

& regarde combien iceluy est en 24, & sont trois fois; ie pose dõc 3 au quotient, & dis 3 fois 8 font 24, que i'oste des 24 superieurs, & ne reste rien: & partant ie dis que chasque Soldat doit auoir 123 liures.

1 2
9 8 4 [123
8 8 8

Or est icy à notter que quand le diuiseur est de plusieurs figures, pour plus facilement chercher combien de fois il est contenu au nombre qui luy est superieur, il ne faut pas chercher de tout le diuiseur, ains aduiser seulemẽt combien de fois la derniere figure d'iceluy vers senestre est contenuë en son nombre superieur correspõdant, & proceder auec le combiẽ trouué, tout ainsi que si on l'auoit cherché auec tout le diuiseur: ce que nous rendrons manifeste par l'exemple suiuant.

Il y a vn bataillon de 13520 *hommes, dont le flanc est de* 65, *assauoir combien il y en a de front*? Ie pose les deux nombres ainsi qu'il appert cy dessouz, & regarde combien de fois le 6 du diuiseur est en 13, & c'est 2 fois: ie pose donc 2 au quotient, & procede auec iceluy tout ainsi que si i'auois pris tout le diuiseur 65, disant 2 fois 6 font 12, qui ostez de 13 nombre superieur à 6, reste 1, que ie pose au dessus du 3, couppãt 6 & 13 par petits traits; puis ie dis aussi 2 fois 5 font 10, qui ostez de 15 superieur restent 5: & partãt ie tranche seulement la dixaine qui estoit restée au dessus de 3, & aussi le 5 du diuiseur. Ce faict i'aduance 65 diuiseur d'vne figure, sçauoir est au dessouz de 52 en ceste sorte: mais voyant qu'il ne peut estre en 52, ie pose 0 au quotient; & effaçant le diuiseur 65, ie l'aduance derechef d'vne figure: & regardãt combien de fois 6 est en 52, nombre à luy superieur, ie trouue qu'il y est 8 fois, que

1
1 3 5 2 0 [2
6 5

1
1 3 5 2 0 (2 0
6 5 5
6

ie poſe au quotient, & dis 8 fois 6 font 48, qui oſtez de 52, reſtent 4, que ie poſe au deſſus du deux, couppant le diuiſeur 6, & les 52 qui luy ſont ſuperieurs; & dis puis apres 8 fois 5 font 40, qui oſtez de 40, nombre ſuperieur, reſte rien : & partant ie dis qu'il y a 208 hommes de front au bataillon propoſé.

1 4
1 3 5 2 0 (208
6 5 5 5
6 5

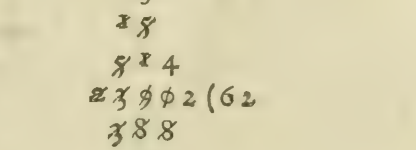
Mais il aduient ſouuent que la premiere figure du diuiſeur peut bien eſtre certain nombre de fois en ſon nombre ſuperieur, & que les autres ne peuuent pas eſtre autant de fois en leur nombre ſuperieur correſpondant, c'eſt pourquoy il faut bien prendre garde qu'iceluy premier nombre du diuiſeur en laiſſe touſiours à ſuffiſance pour ſatisfaire aux autres, car ils doiuent eſtre touſiours autant de fois au nombre qui leur reſte ſuperieur, que le premier nombre eſt en ſon ſuperieur à diuiſer: Parquoy toutes & quantes fois que ces autres figures du diuiſeur ne ſe trouuent en leurdit nombre ſuperieur, autant de fois que la premiere figure d'iceluy diuiſeur eſt contenuë en ſon nombre ſuperieur, il faut prendre moins d'vn, ou de deux, ou de trois, &c. faiſant en ſorte qu'autant de fois que ladite premiere figure du diuiſeur ſera priſe en ſon nombre ſuperieur, autant de fois les autres figures puiſſent auſſi eſtre priſes en ce qui leur reſtera ſuperieur; & toutefois que tout ce qui reſtera puis apres au deſſus de tout le diuiſeur, ſoit touſiours moindre qu'iceluy: Car ſi ce reſte eſtoit égal, ou plus grand que ledit diuiſeur, ce ſeroit ſigne qu'on n'auroit pas aſſez pris, & partant il faudroit poſer au quotient vne figure plus haute, le tout comme il appert en l'exemple ſuiuant.

Il y a 38 hommes qui ont 23902 liures à partir entr'eux, on demande combien chacun doit auoir? Il faut donc diuiſer 23902 par 38, & pour ce faire ie diſpoſe premierement ces deux nombres l'vn au deſſouz de l'autre, comme il appert icy, & ayãt tiré vne petite ligne à dextre pour diſtinguer le lieu du quotient, ie regarde combien il y a de fois 3 en 23 nombres ſuperieurs, & ie trouue qu'il y en a 7, mais auant

1
5 1
2 3 9 0 2 (6
3 8

que les poſer au lieu du quotient, ie conſidere que prenant le 3 ſept fois, il ne reſteroit que 2, qui vallent vingt au regard de la figure ſuiuante, tellement qu'il ne reſteroit que 29 pour le 8 du diuiſeur, qui multiplié par ledit 7 donne 56, qui ſont plus de 29 : Parquoy ie iuge qu'il ne faut pas mettre 7 au quotiẽt, ains ſeulement 6, que ie multiplie par le 3 du diuiſeur, & viennẽt 18, que ie leue des 23 ſuperieurs, & reſtent 5, que ie poſe au deſſus du 3, ayant tranché de petits traicts, tant le 3 du diuiſeur, que les 23 qui luy ſont ſuperieurs : en apres ie multiplie auſſi la ſeconde figure 8 du diuiſeur par ledit nombre 6 du quotient, & viennent 48, que ie leue du nombre ſuperieur 59, & reſtent 11, que ie poſe au deſſus deſdits 59, les ayant effacé auſſi bien que le diuiſeur. Et auant que paſſer plus outre, il faut icy remarquer que le produit du quotiẽt multiplié par chaſque figure du diuiſeur, ne doit touſiours eſtre leuée du nombre ſuperieur tout à la fois, ains eſt beaucoup meilleur de s'accouſtumer à oſter figure apres figure, c'eſt à dire le nombre du nombre, & les dixaines des dixaines; comme icy pour leuer les 48 prouenus de 8 multipliez par 6, du nombre ſuperieur 59, i'oſte le nombre 8 du nombre 9, & reſte 1 que ie poſe au deſſus, puis ie viens aux dixaines, & oſte les 4 dixaines de la multiplication des 5 dixaines du nombre ſuperieur, & reſte pareillemẽt 1, que ie poſe au deſſus du 5.

Ce faict i'aduance le diuiſeur 38 vers la dextre, tellement que le 3 ſoit ſouz 11 ſuperieurs, & le 8 ſouz le 0, comme il appert icy : puis ie conſidere combien de fois 3 eſt contenu en 11, & trouue qu'il y eſt bien 3 fois, mais ie voy qu'il ne reſteroit pas aſſez pour 8, c'eſt pourquoy ie ne poſe au quotient que 2, & dis 2 fois 3 ſont 6, que ie leue des 11 ſuperieurs, & reſtent 5, que ie poſe au deſſus, en rayant tant le 3, que les 11 ſuperieurs; puis ie dis 2 fois 8, font 16, que i'oſte du nombre ſuperieur 50, diſant 6 de 10, reſtent 4, que ie poſe au deſſus du 0, puis i'oſte auſſi la dixaine que i'auois du 5 ſuperieur, lequel ne vaut plus que 4, à cauſe que i'ay emprunté 1 d'iceluy, & reſtent 3 que ie poſe au deſſus d'iceluy 5.



Cela expedié, i'aduance derechef le diuiſeur 38, comme il appert en ceſte autre formule, & dis 3 en 34 combien de fois, & ie voy qu'il y peut eſtre 9 fois, (qui eſt la plus grande figure qu'on puiſſe mettre au quotient) ie poſe donc 9 au quotient, & dis 9 fois 3 font 27, qui oſtez de 34 ſuperieur, reſtent 7, que ie poſe au deſſus de 4;

```
3
2 3 7
3 2 4
2 3 9 0 2 (6 2 9
3 8 8 8
3 3
```

& venant à la deuxieſme figure 8, ie la multiplie par ledit nombre 9, & font 72, qui eſt preciſémẽt le nombre reſté au deſſus dudit 8, parquoy il ne reſte rien; & partant ie dis que des 23902 liures propoſez à partir à 38 hommes, chacun en doit auoir pour ſa part 629 liures.

Soit encore proposé à diuiſer 7412496 *par* 2794: Ayant diſpoſé les nombres l'vn au deſſouz de l'autre, comme il appert icy, & tiré le petit crochet du quotient, ie dis combien de fois 2 eſt-il en 7, & trouue qu'il y eſt bien 3 fois: mais d'autant qu'il ne reſteroit pas aſſez pour les autres figures, ie ne poſe que 2 au quotient, par lequel ie multiplie chaſque figure du diuiſeur, diſant 2 fois 2, font 4, que i'oſte du 7 ſuperieur, & reſtent 3, que ie poſe au deſſus d'iceluy 7, le rayant auſſi bien que le 2; puis 2 fois 7 (qui eſt la ſeconde figure du diuiſeur) font 14, que ie leue du nombre ſuperieur 34, & reſtent 20, (car oſtant le 4 du 4, ne reſte rien, & la dixaine des 3, reſtẽt 2) que ie poſe au deſſus deſdits 34, que ie trcãhe auec ledit nombre 7 du diuiſeur; puis ie dis 2 fois 9 (qui eſt la 3e figure du diuiſeur) font 18, qu'il faut oſter du nombre ſuperieur 201, diſant 8 de 11, reſtent 3, que ie poſe au deſſus de 1, & puis 1 de 9, (car le zero vaut 9 à cauſe qu'on a emprunté au delà d'iceluy) reſtẽt 8, que ie poſe au deſſus d'iceluy 0; en apres ie dis 2 fois 4, font 8, que ie leue du nombre ſuperieur 32, diſant 8 de 12, reſtent 4, & 1 de 3, reſtent 2, leſquels reſtez eſtans poſez au deſſus ie tranche toutes leſdites figures dont i'ay ſouſtrait & leué quelque choſe, comme auſſi toutes celles du diuiſeur; car c'eſt vne maxime qu'il faut bien obſer-

```
1
2 8 2
3 0 3 4
7 4 1 2 4 9 6 (2
2 7 9 4
```

uer

uer de trãcher touſiours la figure du diuiſeur auec laquelle on opere,& celle dont on leue quelque choſe,ce que nous diſons vne fois pour toutes,afin de ne plus vſer de repetition.

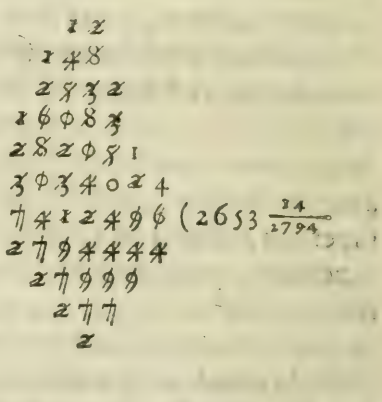
Toutes les figures du diuiſeur eſtans donc expediées,comme dit eſt cy deſſus, i'aduance iceluy d'vne figure vers dextre, comme il appert en ceſte autre formule, & dis 2 en 18 combien de fois,il y eſt bien 9 fois,mais il ne reſteroit pas pour ſatisfaire aux trois autres figures;& conſiderant bien le tout, ie trouue qu'on ne peut prendre que 6, que ie poſe au quotient, & dis 6 fois 2,font 12,que ie leue des 18 ſuperieurs,& reſtent encore 6 que ie poſe au deſſus du 8; puis ie viens à la figure ſuiuante,& dis 6 fois 7 font 42,que ie leue du nombre ſuperieur 62,diſant 2 de 2,reſte 0,que ie poſe au deſſus de 2; & 4 de 6,reſtent 2,que ie poſe au deſſus d'iceluy 6:puis venant à la 3e figure du diuiſeur 9,ie dis 6 fois 9 font 54,que ie leue de 204 nombre ſuperieur,diſant 4 de 4,reſte 0,que ie poſe au deſſus,& 5 dixaines de 10,reſtent 5,que ie poſe au deſſus du zero,& leue 1 du 2 ſuiuant;tellement qu'il n'y reſte plus que 1,que ie poſe au deſſus d'iceluy 2: puis ie viens à l'autre figure du diuiſeur 4, & dis 6 fois 4 font 24, que i'oſte du nombre ſuperieur,diſant 4 de 4,reſte 0,que ie poſe au deſſus d'iceluy 4;& 2 de 10,reſtent 8, que ie poſe au deſſus du zero ſuiuant, & leue 1 du 5 d'apres, & reſtent 4, que ie poſe au deſſus d'iceluy 5. Ce faict, i'aduance derechef le diuiſeur d'vne figure vers dextre,comme il appert en ceſte autre formule,& dis 2 en 14 combien de fois, il y eſt bien 7 fois, mais il ne reſteroit pas pour les autres figures ; & examinant le tout, ie trouue qu'il n'y peut eſtre que 5 fois; ie poſe donc 5 au quotient, & dis 5 fois 2 font 10, que ie

```
1 4
2 5
1 6 0 8
2 8 2 0
3 0 3 4 0
7 4 1 2 4 9 6 (26
2 7 9 4 4
2 7 9
```

```
1
1 4 8
2 5 3
1 6 0 8 3
2 8 2 0 5
3 0 3 4 0
7 4 1 2 4 9 6 (265
2 7 9 4 4 4
2 7 9 9
2 7
```

leue des 14 ſuperieurs, & reſtent encore 4; tellement qu'il ne faut pas toucher au 4, ains ſeulement trancher la dixaine: En apres ie viens à la deuxieſme figure du diuiſeur, & dis 5 fois 7 font 35, qui oſtez des 48 ſuperieurs, reſtent 13, que ie poſe au deſſus, ſçauoir 3 ſur 8, & 1 ſur 4: puis ie viens à la 3e figure du diuiſeur 9, & dis 5 fois 9 font 45, que ie leue du nombre ſuperieur 130, diſant 5 de 10, reſtent 5, que ie poſe au deſſus du zero; & 4 de 12 reſtent 8, que ie poſe au deſſus du 3, & tranche les 13: ie viens finablement à la derniere figure du diuiſeur 4, & dis 5 fois 4 font 20, que ie leue du nombre ſuperieur, ſçauoir les 2 dixaines des 5, & reſtent 3, que ie poſe au deſſus d'iceluy 5.

Cela expedié, i'aduance encore le diuiſeur d'vne figure vers dextre, ainſi qu'il appert en ceſte autre formule, & dis 2 en 8 combien de fois, & trouue qu'il n'y peut eſtre que 3 fois que ie poſe au quotient, & dis 3 fois 2 font 6, que ie leue de 8, & reſtent 2, que ie poſe au deſſus; puis ie viens à la deuxieſme figure du diuiſeur, & dis 3 fois 7 font 21, que ie leue du nombre ſuperieur 23, & reſte 2, que ie poſe au deſſus de 3: & viens à la 3e figure du diuiſeur, & dis 3 fois 9 font 27, que i'oſte du nombre ſuperieur 29, & reſtent 2, que ie poſe au deſſus du 9; & finablement ie dis 3 fois 4 font 12, que ie leue des 26 ſuperieurs, & reſtent encore 14, que ie poſe au deſſus d'iceux 26. Or puis qu'il n'y a plus aucune figure pour aduancer derechef le diuiſeur, la diuiſion eſt paracheuée; & quant aux 14 qui reſtent encore, il les faut mettre au bout du quotient, au deſſus d'vne petite ligne, ſouz laquelle ſoit auſſi poſé le diuiſeur, comme il appert icy. Eſtans donc partis 7412496 liures, à 2794 perſonnes, viennent à chacun 2653 $\frac{14}{2794}$.



Autre maniere pour diuiſer.

OR il y a encore quelques autres manieres pour diuiſer, mais i'eſtime que celle cy deſſus enſeignée eſt la plus prompte &

aiſée à pratiquer: toutesfois nous enſeignerons encore icy vne des autres manieres, laquelle ſe peut pratiquer ſans trancher aucune figure, voire meſme quelques-vns la trouuerõt plus facile à pratiquer que la maniere precedente,

Soit donc proposé à diuiſer 16450237 *par* 579. Il faut premierement compoſer vne tablette, comme celle qui eſt icy cottée diuiſeur, à la

Diuiſeur.		*Diuidande.*	*Quotient.*
579	1	16450237	(28411 $\frac{168}{579}$
1158	2	1158	
1737	3	4870	
2316	4	4632	
2895	5	2382	
3474	6	2316	
4053	7	663	
4632	8	579	
5211	9	847	
		579	
		268	

premiere ligne de laquelle ie poſe le diuiſeur propoſé; mais à la ſeconde ligne ie mets ſon double; à la troiſieſme ligne, le triple; à la quatrieſme, le quadruple, & ainſi en cõtinuant de ligne en ligne iuſques à la neufieſme, où ledit diuiſeur eſt contenu 9 fois.

Ce faict, ie conſidere que ſi mon diuiſeur 579 eſtoit poſé ſouz le diuidande, qu'il correſpõdroit aux quatre premieres figures vers ſeneſtre, ſçauoir eſt à 1645: & pour ſçauoir combien de fois iceluy diuiſeur 579, eſt contenu audit nombre correſpondant 1645, ie regarde ſi ce nombre eſt en la tablette, & ne l'y trouuant point, ie prends au lieu d'iceluy le plus prochain moindre, qui eſt 1158, à coſté duquel eſt 2, qui denotte que le diuiſeur eſt contenu deux fois en 1645: c'eſt pourquoy ie poſe 2 au quotient, & oſte leſdits 1158 du nombre à diuiſer 1645, & reſtent 487, au bout deſquels ie poſe la figure ſuiuante du diuidende, qui eſt 0, & font 4870, que ie cherche derechef en la table du diuiſeur, mais ne l'y trouuant point, ie prends le plus pro-

chain moindre, qui eſt 4632, à coſté duquel eſt 8, que ie porte au quotiẽt, puis i'oſte iceluy nombre 4632 du cherché 4870, & reſtent 238, au bout deſquels i'eſcris la figure ſuiuante du diuidande, qui eſt 2, & font en tout 2382, que ie cherche en la tablette du diuiſeur, & ne l'y trouuant point, ie prends le plus prochain moindre, qui eſt 2316, à coſté duquel eſt 4, que ie poſe au quotient, & puis ie leue ledit nombre pris 2316 du cherché 2382, & reſtent ſeulement 66, au bout deſquels ie poſe la figure ſuiuante du diuidande, & ſont 663, que ie cherche en la tablette du diuiſeur; & pourſuiuant le reſte, comme dit eſt cy deſſus, iuſques à la fin de toute l'operatiõ, on trouuera que le quotient de la diuiſion propoſée, ſera 28411 $\frac{268}{579}$.

Ceſte maniere de diuiſer eſt ſi facile, que ie n'eſtime pas qu'il ſoit neceſſaire de nous arreſter dauantage ſur icelle, ny en bailler d'autre exemple: c'eſt pourquoy nous viendrons à remarquer ſeulemẽt quelques briefvetez qu'on peut pratiquer en la diuiſion.

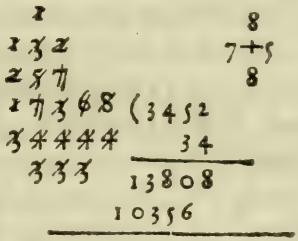
Quand donc on veut diuiſer par 10, par 100, par 1000, ou par tels autres nombres, qui n'ont en leur figuration autre figure ſignificatiue que l'vnité, laquelle ne diuiſe point; il ne faut que coupper par vne petite ligne, ou ſeparer du nombre à diuiſer, autãt de figures du coſté dextre, qu'il y aura de zero au diuiſeur: & ſi les figures coupées ou ſeparées ſont ſignificatiues, il les faudra poſer au deſſus d'vne petite ligne, & au deſſouz le diuiſeur. Comme pour exẽple, voulant diuiſer 470 par 10, ie ſepare la figure à dextre, & reſte 47 pour le quotien de la diuiſion: mais voulant diuiſer 4371 par 100, ie retranche ſeulement les deux figures à dextre, & les mets au deſſus d'vne ligne, auec le diuiſeur au deſſouz, & vient pour le quotient de la diuiſion 43 $\frac{71}{100}$.

Mais pour diuiſer par 20, par 30, par 40, par 200, par 300, & par autres nombres ſemblables, dont la derniere figure ſeulement vers ſeneſtre, eſt ſignificatiue maieure que l'vnité; il ne faut que coupper autant de figures du diuidande qu'il y aura de zero au diuiſeur, & du reſte prendre la partie denommée par la figure ſignificatiue du diuiſeur, c'eſt à dire prendre la moictié ſi ceſte figure eſt 2, le tiers ſi c'eſt 3, le quart ſi c'eſt 4, &c. Comme pour exemple, voulans diuiſer 940 par 20, ie retranche le zero dudit nombre 940, & reſtera 94, dont ie prends la moictié, qui ſera 47, pour le quotient de la diuiſiõ: mais voulans diuiſer 2451 par 300, ie retranche les deux dernieres ſi-

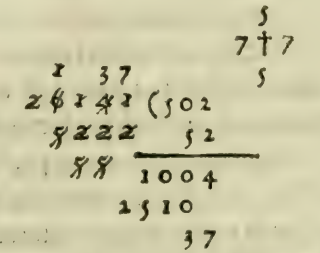
gures vers dextre, & resteront 24, dont ie prends le tiers qui est 8, au bout duquel il faut mettre au dessouz d'vne ligne le diuiseur 300, & au dessus d'icelle les deux figures retranchées, ainsi $8\frac{24}{300}$, qui sera le quotient requis.

Preuue de la Diuision.

QVANT à la preuue de ceste operation, elle se fait par plusieurs manieres, mais la plus certaine & asseurée est de multiplier le quotient de la diuision par le diuiseur: & si le produit de la multiplication se trouue égal au nombre diuisé, c'est signe que l'operation de la diuision a esté bien faicte; obseruant toutesfois que s'il reste quelque chose de la diuision, il faut adiouster iceluy reste au produit de la multiplication: Comme pour exemple, ayant diuisé 117368 par 34, ie trouue que le quotiẽt est precisémẽt 3452: mais pour cognoistre & examiner si l'operation a esté bien faicte, ie multiplie le quotient par le diuiseur, comme il appert icy; & trouuant que le produit de la multiplication est égal au nombre diuisé 117368, ie cõcluds que la diuision a esté bien & deuëment faicte:



Car il est certain que deux nombres estans multipliez entr'eux, leur produit contiẽdra autant de fois l'vn des nõbres multipliez, qu'il y aura d'vnitez en l'autre: & au contraire si le produit de deux nõbres multipliez entr'eux est diuisé par l'vn d'iceux, le quotiẽt sera égal à l'autre: d'où aduient que la multiplicatiõ & la diuisiõ peuuẽt estre reciproquemẽt verifiez l'vne par l'autre. Soit encore proposé vn exẽple: Ayãt diuisé 26141 par 52, ie trouue que le quotient est 502, & qu'il reste encore 37 à partir: Or pour cognoistre si la diuision est bien & deuement faicte, ie multiplie le quotient 502 par le diui-



ſeur 52, comme il appert icy; & adiouſtant au produit le reſte 37, ie trouue 26141, qui eſt égal au nombre diuiſé; parquoy ie dis que l'operation de la diuiſion a eſté bien faicte.

Quelques-vns veulent encore examiner ceſte operation auſſi bien que les trois precedentes par la rejectiõ des 9; mais cõme nous auons ia dit, ceſte preuue n'eſt bien certaine, ains ſujette à fallace: Neantmoins ſi quelqu'vn en veut vſer, qu'il oſte du diuiſeur autant de fois 9 qu'on pourra; & ayant faict vne petite croix, qu'il poſe le reſte au bout feneſtre de la ligne trauerſante d'icelle croix, puis qu'il reiette auſſi tous les 9 du quotiẽt, & qu'il poſe le reſte à l'autre bout de ladite ligne tranſuerſalle de la croix; puis ſoient multipliez ces deux nombres entr'eux, & du produit en ſoit pareillement oſté autant de fois neuf qu'on pourra (obſeruant de prendre auſſi le reſte de la diuiſiõ ſi aucun y a) & le reſte ſoit poſé au haut de la croix: Finablement ſoit encore reietté autant de fois neuf qu'on pourra du diuidande; & ce qui reſtera eſtant égal au nombre poſé au ſommet de la croix, la diuiſion aura eſté bien faicte. Pour exemple, ayant diuiſé cy deſſus 117368 par 34, i'ay trouué au quotient 3452: maintenant pour examiner ſi l'operation a eſté bien faicte, i'aſſemble les deux figures du diuiſeur 34, & font 7, qui eſt le meſme que d'oſter tous les 9 de 34, laquelle figure 7 ie poſe au bout de la ligne tranſuerſalle d'vne croix, puis i'adiouſte auſſi toutes les figures du quotient, en reiettant 9, quand le nombre eſt dauantage, & reſtent 5, que ie poſe à l'autre bout de la ligne tranſuerſalle de la croix: ce fait ie multiplie ces deux nombres entr'eux, & viennent 35, dont les 9 reiettez reſtent 8, que ie poſe au ſommet de ladite croix: en apres ie reiette auſſi les 9 du diuidande, & trouue qu'il reſte auſſi 8, que ie poſe au bas de la croix: & puiſque ces deux figures du haut & du bas de la croix ſont ſemblables, ie concluds que la diuiſion a eſté bien faicte: Procedãt en la meſme ſorte à l'examen de l'autre exemple, où nous auons diuiſé 26141 par 52, & trouué que le quotient eſt 502 $\frac{37}{52}$, nous trouuerons 7 à chaſque bout de la ligne tranſuerſalle de la croix, qui multipliez entr'eux font 49, & les 9 reiettez reſtent 4, que i'adiouſte auec les 37 reſtez à partir, & les 9 reiettez, reſtent 5, que ie poſe au haut de la croix; puis ie reiette auſſi les 9 du diuidande, & reſtent pareillement 5: parquoy ie dis que l'operation a eſté bien faicte.

Numeration des fractions, ou nombres rompus.

CHAPITRE VII.

FRACTION, ou nombre rompu, eſt vne ou pluſieurs parties d'vn entier diuiſé en pluſieurs parties egales: & de ces fractions ou parties d'entier, les vnes ſont denommées de la partie ou parties de leur tout, comme vne partie d'vn tout diuiſé en deux également s'appelle vne moictié, & s'eſcrit ainſi $\frac{1}{2}$: mais le tout eſtant diuiſé en trois parties égales, vne d'icelles ſe nomme vn tiers, & ſe figure ainſi $\frac{1}{3}$; & deux, s'appellent deux tiers, qui s'eſcriuent ainſi $\frac{2}{3}$: & vn tout diuiſé en quatre parties égales, chacune d'icelles eſt nommée vn quart, & ſe figure ainſi $\frac{1}{4}$, & les trois parties, trois quarts, qui ſe repreſentent ainſi $\frac{3}{4}$: & vn tout eſtant diuiſé en cinq parties égales, quatre d'icelles parties ſe nomment quatre cinquieſmes, & ſe figurent en ceſte ſorte $\frac{4}{5}$: Bref nous retiendrons que toutes telles fractions ſont touſiours nombrées & exprimées par deux nombres, qui ont meſme relation l'vn auec l'autre, que les parties qu'ils expriment ont auec leur tout; & que pour les figurer & repreſẽter, il faut touſiours mettre au deſſouz d'vne petite ligne le nombre des parties eſquelles le tout doit eſtre diuiſé, & s'appelle denominateur, mais au deſſus de ladite ligne, le nombre des parties qu'il faut prendre de l'entier, & iceluy s'appelle numerateur. Les autres fractions ne ſont pas ſeulement deſnommées de la partie de leur tout; mais elles ont encores vne autre appellation particuliere, ainſi qu'il appert aux monnoyes, poids & meſures: car pour exemple, la vingtieſme partie d'vne liure eſt appellée d'vn nom ſpecial vn ſol: & auſſi la douzieſme partie d'vn ſol eſt appellée ordinairemẽt vn denier: de meſme la ſeizieſme partie d'vne liure peſant, ou bien la huictieſme partie d'vn marc, eſt nommée vne once; & les $\frac{7}{8}$ parties, ſept onces: mais la huictieſme partie d'vne once s'appelle vn gros; & les $\frac{5}{8}$ parties, 5 gros ou 15 deniers: & la ſixieſme partie d'vne toiſe eſt nommée vn pied; les $\frac{5}{6}$ parties, cinq pieds: & vne douzieſme partie d'vn pied eſt nommée vn poulce; & les ſept douzieſmes, 7 poulces; & ainſi faut-il entendre de toutes autres meſures: tellemẽt que $\frac{5}{12}$ d'vn pied ſont autãt que 5 poulces, & 3 pieds autant qu'vne demy toiſe, combien que la de-

nomination ſoit diuerſe. Et auant que paſſer plus outre, eſt à noter que quand les deux nombres d'vne fraction ſont égaux, comme $\frac{3}{3}$ numerateur / denominateur ils ſignifient vn entier: mais quand le numerateur eſt plus que le denominateur, la fraction eſt plus d'vn entier: & quand il eſt moindre, elle eſt moins que l'entier: comme $\frac{15}{10}$ d'vne toiſe ou d'vne liure, eſt plus d'vne toiſe ou d'vne liure, & $\frac{5}{6}$ d'vn pied ou d'vn ſol, eſt moins d'vn pied ou qu'vn ſol.

De la reduction des fractions.

CHAP. VIII.

POVR-autant qu'vne meſme fraction peut eſtre deſcrite en diuerſe denomination, & qu'elle ſera plus ou moins qu'vn entier, nous enſeignerons cy apres diuerſes reductions d'icelles fractions.

Premierement donc, quand le numerateur d'vne fraction eſt plus grand que le denominateur, il faut pour reduire icelle fraction en ſon nombre d'entier, diuiſer le numerateur par le denominateur, & le quotient donnera le requis: Comme pour exemple, eſtans propoſez $\frac{24}{3}$ à reduire en entier, ie diuiſe le numerateur 24 par le denominateur 3, & viennent 8 entiers: mais pour reduire $\frac{39}{13}$, ie diuiſe 39 par 13, & viennent 3 entiers.

Que ſi apres la diuiſiõ faicte il reſte quelque choſe, il faudra mettre ce reſte ſur vne ligne au bout du quotient, & au deſſouz d'icelle ligne le denominateur, qui ſera vne fraction: Comme pour exemple, voulant reduire $\frac{14}{5}$, ie diuiſe 14 par 5, & viennent 2 au quotient; mais reſte encores 4 à diuiſer, leſquels ie poſe auec le quotient 2, & ſera ainſi $2\frac{4}{5}$: mais pour reduire $\frac{39}{7}$, ie diuiſe 39 par 7, & viennent $5\frac{4}{7}$ pour iceux $\frac{39}{7}$.

Nous reduirons donc par ce moyen toutes parties en entier: car en diuiſant les parties propoſées par le nombre de celles que contient l'entier, le quotient donnera l'entier; comme les deniers en ſols, & les ſols en liures, ou en eſcus, ou autres eſpeces d'ẽtier, ou bien les poulces en pieds, & les pieds en toiſes: Et pour exemple, voulant reduire 45 pieds en toiſes, ie diuiſe 45 par la valeur de la toiſe qui eſt 6, & viennent $7\frac{1}{2}$ toiſes, ou 7 toiſes & 3 pieds: mais voulant reduire

125 ſols

125 sols en liures, ie diuise 125 par 20, qui est la valeur de la liure, & viennent $6\frac{5}{20}$, ou 6 liures 5 sols.

Par le contraire de ce que dessus nous reduirons tout entier en fraction, sçauoir est multipliant le nombre d'entier par le denominateur de la fraction, en quoy on le veut reduire, & posant souz le produit ledit denominateur: Comme pour exemple, voulãt reduire 4 entiers en septiesme parties, ie multiplie 4 par 7, & viennent 28, dont le denominateur est 7, & partãt ie les pose ainsi $\frac{28}{7}$: Voulãt aussi reduire 10 toises en pieds, ie multiplie 10 par 6, & viennent 60 pieds ou $\frac{60}{6}$. Pareillement, voulant reduire 20 liures en deniers, ie multiplie 20 par le nõbre des deniers que vaut vne liure, sçauoir est par 240, & viennent 4800 deniers, ou $\frac{4800}{240}$.

Que s'il faut reduire des entiers ioints auec fractions, nous multiplierons l'entier par le denominateur de la fraction, & au produit adjousterons le numerateur de la fraction; & posant souz l'addition le denominateur de la fraction, nous aurõs le requis: Comme pour exemple, voulant reduire en fractions $4\frac{3}{5}$, ie multiplie 4 par le denominateur 5, & viennent 20, ausquels i'adiouste le numerateur 3, & font 23, que ie pose ainsi $\frac{23}{5}$: mais voulant reduire 2 toises 5 pieds en pieds, ie multiplie 2 par 6, & viennent 12, ausquels i'adiouste 5, & font 17 pieds.

Et par ceste maniere seront facilement reduites toutes sortes de monnoyes, pois, & mesures en leurs parties.

Or d'autant qu'vne mesme fraction peut estre descrite & exprimée en infinies sortes, & que celle qui est descrite auec plus petit nombre est cogneue plus facilement, on a accoustumé de reduire vne fraction au plus petit nombre qu'elle se peut proposer: & ce, trouuant vn nõbre qui diuise exactement, tant le numerateur que le denominateur de ladite fraction, & le quotient de l'vn & de l'autre donne le requis: Comme pour exemple, voulant reduire $\frac{9}{12}$ à petit nombre, ie trouue que 3 diuise exactement 9 & 12: car il est 3 fois en 9, & 4 fois en 12; & partant $\frac{3}{4}$ sont au lieu de $\frac{9}{12}$: & ainsi nous trouuerons que $\frac{27}{45}$ auront pour moindre denomination $\frac{3}{5}$: car 9 est 3 fois en 27, & 5 fois en 45.

Que si le diuiseur trouué n'estoit la plus grande commune mesure des nombres qui expriment la fractiõ proposée, c'est à dire qu'apres les auoir diuisé par le nombre trouué, on recognoisse que les

quotiens ſe puiſſent encore diuiſer exactement par quelque autre nombre; il faudroit derechef diuiſer leſdits quotiens, & ainſi continuer de diuiſion en diuiſiõ iuſques à ce qu'on ſoit paruenu à deux nombres qui ne ſe puiſſent plus diuiſer, ou n'ayent aucune commune meſure que l'vnité. Comme pour exemple, voulãt reduire $\frac{48}{60}$ en ſa plus petite exprimation; ie voy premierement que l'vn & l'autre nombre ſe peuuent exactement diuiſer par 4, faiſant laquelle diuiſion viennẽt 12 & 15, qui font $\frac{12}{15}$: mais iceux nombres peuuent encore eſtre diuiſez exactement par 3, & viendront 4 & 5, qui ne peuuent plus eſtre diuiſez que par l'vnité; c'eſt pourquoy ie dis qu'ils ſont les plus petits nombres, par leſquels on peut exprimer la fraction propoſée $\frac{48}{60}$, qui partant ſera reduitte à $\frac{4}{5}$.

Or ſi par faute d'experience on ne peut trouuer vn nombre qui diuiſe preciſément le numerateur & denominateur, il faut oſter le moindre nombre du plus grãd; & ſi le reſte eſt plus grand que le numerateur, il faut derechef oſter le numerateur d'iceluy reſte, ou au cõtraire, & pourſuiure la ſouſtraction iuſques à ce qu'on ayt troué deux nombres égaux, & iceluy ſera le nombre cherché, c'eſt à dire la plus grande commune meſure des nombres qui expriment la fraction propoſée: Comme pour exemple, voulant reduire $\frac{84}{132}$ à petit nombre, i'oſte 84 de 132, & reſtent 48, que ie ſouſtrais de 84, & reſtent 36, qui oſtez de 48 reſtent 12, & iceux oſtez de 36 reſtent 24, deſquels eſtant auſſi oſtez 12 reſtent 12: & partant 12 eſt le nombre par lequel il faut diuiſer chaſque nombre de la fraction propoſée; & ſeront trouuez $\frac{7}{11}$ pour la reduction de $\frac{84}{132}$.

La plus grande commune meſure des nombres qui expriment la fraction propoſée, ſe trouuera encore diuiſant le plus grand d'iceux par le moindre, & s'il ne reſte rien, iceluy moindre nombre ſera la commune meſure cherchée: Comme eſtant propoſé $\frac{16}{48}$, ie diuiſe le denominateur 48 par le numerateur 16, & ne reſte rien: parquoy ie dis qu'iceluy nombre 16 eſt la plus grãde commune meſure d'iceux nombres 16 & 48: tellement que faiſant les diuiſions $\frac{16}{48}$ reuiendront à $\frac{1}{3}$.

Mais ſi apres la diuiſion il reſtoit quelque choſe, il faudroit par ce reſte diuiſer derechef le precedent diuiſeur, & ainſi continuer iuſques à ce qu'il ne reſte rien: comme eſtant propoſé $\frac{63}{159}$, & diuiſé 159 par 63, il reſte 33, il faut derechef diuiſer 63 par ce reſte 33, & re-

ſteront encore 30, par leſquels il faut derechef diuiſer 33, & reſteront encore 3, par leſquels eſtant diuiſez les 30 reſtans au precedent, ne reſtera rien: parquoy ce dernier reſte 3 eſt la plus grande commune meſure des nombres 63 & 159; partant les diuiſions faictes viendront $\frac{21}{53}$ pour la reduction à minimes termes de la fractiõ propoſée $\frac{63}{159}$. Qu'il faille encore reduire $\frac{84}{120}$, ie diuiſe 120 par 84, & reſtent 36, par leſquels ie diuiſe 84, & reſtent 12, par leſquels ie diuiſe encore 36, & ne reſte rien: parquoy 12 eſt la plus grande commune meſure cherchée, par leſquels eſtãs diuiſez chaſque nombre de la fraction propoſée, elle ſera reduitte à $\frac{7}{10}$.

Or d'autant que deux ou dauantage de fractions ne peuuent eſtre adiouſtées enſemble, ny ſouſtraittes l'vne de l'autre, ſi elles ne ſont de meſme denomination, il eſt grandement beſoin de ſçauoir le moyen de reduire les fractions de diuerſes denominations à vne meſme, ce qu'on fera comme il s'enſuit.

Premierement donc, ſi deux fractions de diuerſes denominatiõs ſont propoſées à reduire en meſme denomination, il faut pour ce faire multiplier les deux denominateurs enſemble, & le produit ſera le denominateur commun: puis multipliant en croix le numerateur de la premiere par le denominateur de la ſeconde, ſera produit le numerateur de la premiere: puis encore le numerateur de la ſeconde, par le denominateur de la premiere, ſera produit le numerateur de la 2e. Comme pour exemple, voulãt reduire $\frac{2}{3}$, & $\frac{3}{4}$ en meſme denomination, ie poſe icelles fractions ainſi qu'il appert icy; puis ie multiplie les denominateurs entr'eux, & viennent 12, qui ſera le denominateur commun, lequel nous eſcrirons deſſouz vne ligne en la ſorte qu'il appert cy deſſus, puis ie multiplie en croix le numerateur de la premiere fraction, qui eſt 2, par le denominateur de la ſeconde, qui eſt 4, & feront 8, qui ſera le numerateur de la premiere fraction, lequel nous eſcrirons au deſſus d'icelle, ayant tiré vne ligne entre deux, comme il appert en la formule cy deſſus: nous multiplierons encore le numerateur de la ſeconde fraction, qui eſt 3, par le denominateur de la premiere qui eſt auſſi 3, & feront 9, pour le numerateur de la ſeconde fraction, lequel nous eſcrirons auſſi

$$\begin{array}{c} 8 \quad 9 \\ \hline \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\ \hline 12 \end{array}$$

dessus nostre ligne vers la main dextre; par ainsi les fractions proposées $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ seront reduites à $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$, c'est à dire que $\frac{8}{12}$ valent autant que $\frac{2}{3}$, & $\frac{9}{12}$ autant que $\frac{3}{4}$. et ensemble $\frac{17}{12}$

Que si trois ou dauantage de fractions sont proposées à reduire en mesme denomination, nous multiplierons tous les denominateurs entr'eux, & sera produit le denominateur commun: & multipliant le numerateur de chasque fraction par tous les denominateurs des autres, sera produit le numerateur d'icelle. Comme pour exemple, voulant reduire $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ en mesme denominatiõ, ie multiplie le denomitateur 2 par le denominateur 3, & font 6,

15	20	18
$\frac{1}{2}$ X	$\frac{2}{3}$ X	$\frac{3}{5}$
30		

que ie multiplie par le denominateur 5, & font 30, qui sera le denominateur commun, que ie pose au dessouz d'vne ligne tirée souz lesdites fractions: ie multiplie puis apres 1 numerateur de la premiere fraction, par 3 denominateur de la seconde, & font 3, que ie multiplie encore par 5 denominateur de la troisiesme, & font 15, qui sera le numerateur de la premiere fraction, que ie pose au dessus d'icelle, ayant premieremẽt tiré vne ligne droicte au dessus de toutes les fractions proposées, ainsi qu'il appert cy dessus: puis ie multiplie 2, numerateur de la seconde fraction par 2, denominateur de la premiere, & font 4, que ie multiplie encore par 5 denominateur de la troisiesme, & font 20, qui sera numerateur de la seconde fraction, lequel ie pose au dessus de la ligne, vis à vis de ladite seconde fraction: & finablement ie multiplie 3, numerateur de la troisiesme fraction, par 3, denominateur de la seconde, & font 9, que ie multiplie par 2, denominateur de la premiere, & font 18, qui sera le numerateur de la troisiesme fraction, lequel nous poserons au dessus de la ligne: par ainsi les fractions proposées $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ estans reduittes en vne mesme denomination, seront $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$ & $\frac{18}{30}$: tellement que $\frac{15}{30}$ valent autant que $\frac{1}{2}$, & $\frac{20}{30}$ autant que $\frac{2}{3}$, & $\frac{18}{30}$ autant que $\frac{3}{5}$. et ensemble

Soit derechef proposé à reduire en mesme denomination ces quatre fractiõs $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$, les ayãt disposé comme il appert icy, ie multiplie les 4 denominateurs entr'eux, disant 2 fois 5 font 10, &

120	96	180	200
$\frac{1}{2}$ X	$\frac{2}{5}$ X	$\frac{3}{4}$ X	$\frac{5}{6}$
240			

4 fois 10, font 40, & 6 fois 40, font 240, qui eſt le denominateur commun, que ie poſe au deſſouz de la ligne: puis ie multiplie chaſque numerateur par tous les trois denominateurs des autres fractions, comme 1 par 5, 4 & 6, & viennent 120, que ie poſe au deſſus de la ligne vis à vis de la premiere fraction; puis ie multiplie le numerateur 2 par les denominateurs 2, 4, 6, & viennẽt 96, que ie poſe auſſi au deſſus de la ligne, vis à vis de la ſeconde fraction: en apres ie multiplie le numerateur 3 par les denominateurs 2, 5, 6, & viennent 180, que ie poſe au deſſus de la troiſieſme fraction: & finablement ie multiplie le dernier numerateur 5, par les denominateurs 4, 5, 2, & viennent 200, que ie poſe au deſſus de ladite fraction; par ainſi les quatre fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$ eſtans reduittes en vne meſme denomination, font $\frac{120}{240}$, $\frac{96}{240}$, $\frac{180}{240}$, & $\frac{200}{240}$. La meſme choſe aduiendra, ſi ayant trouué le denominateur commũ, on le diuiſe par le denominateur de la fraction, & multiplie le produit par le numerateur.

Or cõbien que toutes fractiõs de diuerſes denominatiõs puiſſent eſtre reduittes à vne meſme denomination par la regle generale cy deſſus, ſi eſt-ce toutefois qu'il aduiẽt ſouuẽt qu'õ peut faire leſdites reductions plus promptement, & euiter les grands nombres: comme lors qu'il y a ſeulement deux fractions à reduire, & qu'on voit que le plus petit denominateur meſure le plus grand, il n'y a qu'à multiplier le numerateur d'iceluy plus petit denominateur, par tel nombre qu'il meſure le plus grand, & viendra le numerateur d'icelle fraction, dont le denominateur ſera le plus grand des propoſez: ainſi pour reduire à meſme denomination $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{9}$, à cauſe que le moindre denominateur 3 eſt contenu 3 fois au plus grand 9, ie multiplie par 3 le numerateur 2, & viẽnent 6: parquoy ie diſque $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{9}$ valent en meſme denomination $\frac{6}{9}$ & $\frac{5}{9}$: derechef reduiſant en ceſte maniere $\frac{2}{5}$ & $\frac{17}{30}$, viendront $\frac{12}{30}$ & $\frac{17}{30}$.

Pareillement lors qu'il y a pluſieurs fractions, & que le plus grãd denominateur eſt meſuré de tous les autres, iceluy ſera denominateur commun de toutes leſdites fractions; & quant aux numerateurs, ils ſerõt tous trouuez comme dit eſt en l'article cy deſſus: ainſi $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, & $\frac{7}{12}$, ſeront reduits à $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{10}{12}$ & $\frac{7}{12}$.

Dauantage, le plus grand denominateur ne pouuant eſtre meſuré de tous les autres, ſoit aduiſé quel nombre peut eſtre meſuré par chacun d'iceux; puis d'iceluy ſoient priſes les meſmes parties

que celles qui expriment lesdites fractions: comme pour reduire les quatre fractions cottées & ia reduittes à la fin de la page 36, sçauoir est $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, & $\frac{5}{6}$. Ie voy que 60 est mesuré par tous ces denominateurs, parquoy il sera denominateur commun; & pour les numerateurs i'en prend les parties exprimées par lesdites fractions, qui seront 30, 24, 45, & 50: tellement que nous aurons pour la reduction desdites fractions proposées $\frac{30}{60}$, $\frac{24}{60}$, $\frac{45}{60}$, & $\frac{50}{60}$, auec lesquelles il est beaucoup plus brief & aisé d'operer, que non pas auec les nombres cy deuant trouuez.

Il y a encore vne autre espece de reductiõ de fraction, qu'on appelle eualuation, qui n'est autre chose que trouuer la valeur & estimation d'icelle fraction, au regard du nombre des parties esquelles son entier est vulgairement diuisé en l'vsage commun, comme euaIuer les $\frac{3}{5}$ d'vne liure, c'est trouuer combien valent ces $\frac{3}{5}$ au regard que la liure vault 20 sols. Et pour paruenir à telle eualuation, il faut premierement sçauoir quelles sont les parties esquelles l'entier dont est question se diuise ordinairement, & c'est ce que nous appellons parties cogneuës de l'entier.

Premierement, quant aux monnoyes nous prendrons que les parties cogneuës de l'escu soient 60 sols; de la liure, 20 sols; du sol, 12 deniers; du denier, 2 obolles, ou mailles; & de l'obolle, 2 pittes.

Pour le regard des poids, le plus vulgaire est la liure, puis le marc: En medecine la liure ne vaut que 12 onces, poids de marc; l'once 8 dragmes, gros, ou trezeaux; la dragme, 3 scrupules; la scrupule, 2 oboles; l'obole, 3 siliques; & la silique, 4 grains. Mais la liure marchande vaut ordinairement 16 onces, qui font 2 marcs; car le marc qui sert principalement à peser l'or & l'argent ne vaut que 8 onces; & l'once vaut 8 gros, ou 24 deniers, & chasque gros 3 deniers; le denier, 24 grains; le grain, 24 primes; la prime, 24 secondes, &c. A Paris l'once se diuise encore autrement, car les orphevres le partissent en 20 estelins; l'estelin, en 2 mailles; la maille, en 2 felins; le felin, en demys, en quarts & demy quarts.

Quant aux mesures, la toise est la plus commune, laquelle vaut en longueur 6 pieds, en superficie 36 pieds, & en solidité 216 pieds: mais ordinairement le pied se diuise selon la longueur en 12 poulces, & chasque poulce en 12 lignes.

Nous auons ia dit en plusieurs endroits, tant de nos fractions

Aſtronomiques, qu'en noſtre Arithmetique militaire, que les Aſtronomes diuiſent la circonferẽce de tout cercle en 360 parties, qu'on appelle degrez; puis chaſque degré en 60 autres particules qu'ils appellent minuttes; & chaſque minutte derechef en 60 plus petites parties qu'on appelle ſecondes, & ainſi conſecutiuement de 60 en 60.

Ces choſes premiſes, voyons maintenant comme il faut euaIuer vne fraction propoſée: Soit multiplié le numerateur de la fraction propoſée par le nombre des parties cogneuës de l'entier, ou au contraire, puis ſoit diuiſé le produit par le denominateur de ladite fraction, & le quotient donnera la valeur d'icelle fraction propoſée. Comme pour exemple, qu'il faille trouuer la valeur de $\frac{4}{5}$ d'vn eſcu. Or puis que l'eſcu vault 60 ſols, ie multiplie 60 par le numerateur 4, & viennent 240, que ie diuiſe par le denominateur 5, & le quotient dõne 48 ſols pour la valeur & eſtimation des $\frac{4}{5}$ d'vn eſcu. Soit encore propoſé à euaIuer les $\frac{7}{10}$ d'vne toiſe: puis que la toiſe vaut 6 pieds, ie multiplie le numerateur 7 par 6, & viennent 42, que ie diuiſe par le denominateur 10, & viennent au quotient 4 pieds $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$, pour la valeur de $\frac{7}{10}$ d'vne toiſe. Qu'il faille encore trouuer la valeur des $\frac{3}{7}$ d'vn degré, ie multiplie 60′ par 3, & viennent 180, que ie diuiſe par 7, & viennẽt 25 $\frac{5}{7}$ minuttes pour la valeur & euaIuation de $\frac{3}{7}$ d'vn degré.

Or par le contraire de ce que deſſus, on peut reduire les menuës eſpeces ainſi dénommées aux parties d'vne fraction de plus grande eſpece, & ce en poſant pour denominateur d'vne fraction les parties cogneues de l'entier, & pour le numerateur le nombre de l'eſpece propoſée: Ainſi voulant reduire 48 ſols en fraction d'eſcu, ie poſe 60 pour denominateur d'iceux 48, & par ainſi viendront $\frac{48}{60}$, qui reduits à minimes termes, donnent $\frac{4}{5}$: parquoy ie dis que 48 ſols valent les $\frac{4}{5}$ d'vn eſcu. Ainſi auſſi voulant ſçauoir quelle fractiõ de toiſe feront 4 pieds $\frac{1}{5}$; le reduits iceluy nombre en ſa fraction, comme auſſi les parties cogneuës de la toiſe, qui eſt de 6 pieds, & viendront pour l'vn 21, & pour l'autre 30: tellement que 4 $\frac{1}{5}$ pieds valent $\frac{21}{30}$ ou $\frac{7}{10}$ d'vne toiſe. Pareillement pour ſçauoir quelle fraction de liure valent 12 ſols 6 deniers; ie reduis ceſte ſomme en deniers, comme auſſi les 20 ſols de la valeur de la liure, & viennent 150 d'vn coſté, & 240 de l'autre: parquoy 12 ſols 6 deniers reduits en fraction de liure, valent $\frac{150}{240}$ ou $\frac{5}{8}$.

Des fractions de fractions.

CHAP. IX.

VEV qu'il n'y a si petite partie d'ẽtier, qui ne puisse encore estre diuisée en autres plus petites parties, les fractions peuuent estre diuisées en tant de parties qu'on veut; & c'est ce qu'on appelle fraction de fraction: & si ces dernieres particules sont derechef diuisées en autres plus petites parcelles, elles serõt fraction de fraction de fraction, & ainsi consecutiuement de particules en particules. Comme si d'vn entier diuisé en quatre parties on en prend seulement les trois, ce seront $\frac{3}{4}$, qui est vne simple fraction: mais si de ces $\frac{3}{4}$ on prend les $\frac{2}{3}$, ce seront $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de l'entier, qui seront appellez fraction de fraction; & si de ces $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ on prend la moictié, on prend la moictié, on aura $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, qui s'appelleront fractions de fractions de fractions; & ainsi des autres parties de parties en descendant tant qu'on voudra.

Or quand on rencontre en quelque operation ces fractions de de fractions, elles doiuent estre reduittes en simple fraction comme il ensuit. Multipliez tous les numerateurs entr'eux, & ce qui prouiendra d'icelle multiplication sera le numerateur de la simple fraction: puis multipliez aussi tous les denominateurs, & en viendra le denominateur cherché. Pour exemple, voulant reduire en simple fraction $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$, ie multiplie les numerateurs entr'eux, & viennent 12 pour le numerateur de la simple fraction: ie multiplie pareillement les denominateurs, & viennent 20, pour le denominateur de ladite fraction cherchée, qui partant sera $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$. Soit derechef proposé à reduire en vne simple fraction $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{4}$; Ie multiplie les numerateurs entr'eux, & viennent 60 pour le numerateur de la fractiõ simple; puis ie multiplie aussi les denominateurs entr'eux, & viennent 120 pour le denominateur de ladite fraction cherchée, qui partant sera $\frac{60}{120}$, ou bien $\frac{1}{2}$.

De l'addition

De l'addition des fractions.

CHAPITRE. X.

SI les fractions ſont de ſemblable denomination, nous adjouſterons les numerateurs enſemble, & ſera faict le numerateur: & quant au denominateur, il ſera tel qu'il eſtoit: Comme pour exemple, voulant adjouſter $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$, nous adjouſterons les numerateurs 2 & 3, & ſeront 5, ſouz leſquels nous poſerons le denominateur 7, & ſera $\frac{5}{7}$: Semblablement la ſomme de $\frac{5}{12}$ & $\frac{1}{12}$, ſera $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; & faiſant le meſme de $\frac{7}{15}$ & $\frac{13}{15}$, viendront pour la ſomme d'iceux $\frac{20}{15}$, qui reduits, donnent $1\frac{1}{3}$. Mais ſi les fractions ſont de diuerſe denomination, nous les reduirons premierement à vne meſme denomination, puis nous les adjouſterons comme deſſus: voulans donc adjouſter $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{4}$ enſemble, nous les reduirons en vne meſme denomination, comme il appert icy, & ſeront $\frac{8}{12}$ $\frac{3}{12}$, & les numerateurs eſtans adiouſtez enſemble, ce ſerõt $\frac{11}{12}$. Pareillement voulant adjouſter $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{5}$, nous les reduirons en meſme denomination, comme il appert en ceſte formule, & ſerõt $\frac{60\ 90\ 40\ 48}{120}$; puis apres ſoient adjouſtez enſemble les numerateurs 60, 90, 40, & 48, & viendront 238, qui ſont plus que le denominateur 120; c'eſt pourquoy ces 4 fractions propoſées valent plus d'vn entier: nous diuiſerons donc 238 par 120, & viendront $1\frac{118}{120}$, ou pluſtoſt $1\frac{59}{60}$, pour la ſomme deſdites fractions.

$$\frac{8 \quad 3}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}}$$
$$12$$

$$\frac{60 \quad 90 \quad 40 \quad 48}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}}$$
$$120$$

Or s'il y auoit des entiers & fractions à adjouſter, il faudroit premierement adjouſter leſdites fractions, & puis apres les entiers, obſeruant que ſi de l'addition des fractions il prouient entiers & fractions, il faudra poſer les fractions ſouz les fractions, & porter les entiers auec les entiers. Comme pour exemple, voulant adjouſter enſemble $42\frac{2}{3}$, $54\frac{3}{4}$, & $71\frac{5}{6}$; ie diſpoſe leſdites ſommes ainſi

qu'il appert icy, puis i'adiouſte les trois fractions enſemble, & trouue qu'elles valent $\frac{17}{12}$, c'eſt à dire 2 entiers $\frac{1}{4}$: Ie poſe donc $\frac{1}{4}$ ſouz les fractions, & retient les 2 entiers, que i'adiouſte aux entiers, & viennent 169: tellement que le tout eſt 169 $\frac{1}{4}$.

42	$\frac{1}{3}$	
54	$\frac{1}{4}$	8 9 10 / 12
71	$\frac{5}{6}$	
169	$\frac{1}{4}$	

On pourroit encore en ſemblables additions diſpoſer les ſommes auec la valeur des fractions, comme il appert en ceſte autre exemple, où ayant recogneu que le nombre 20 eſt meſuré par tous les denominateurs des fractions propoſées; ie prẽds d'iceluy nombre les parties denottées par leſdites fractions, & les poſe à dextre d'icelles, puis ie les adiouſte enſemble, & viennent 41, dont le denominateur eſt ledit nombre 20; parquoy ce ſeroit 2 entiers & $\frac{1}{20}$: ie poſe donc $\frac{1}{20}$ au deſſouz des fractions, & adiouſte les 2 entiers auec tous les entiers, & viennent 142. $\frac{1}{20}$ pour toute la ſomme de l'addition.

42	$\frac{1}{2}$	10
45	$\frac{3}{4}$	15
72	$\frac{4}{5}$	16
142	$\frac{1}{20}$	

Que ſi pluſieurs ſortes de monnoyes eſtoient propoſées à adiouſter enſemble, comme les ſuiuantes.

Apres auoir tiré vne ligne deſſouz, i'adiouſte enſemble les nombres des plus petites eſpeces qui ſont en cet endroit, les deniers, & la ſomme d'iceux eſt 25, leſquels ie reduits en l'eſpece prochainement plus grande que celle que i'ay à adiouſter, qui eſt en cet endroit des ſols, & ie trouue que 25 deniers valent 2 ſols & 1 denier: Ie poſe donc 1 denier au deſſouz de la ligne vis à vis des deniers, & retient 2 ſols, que i'adiouſte à tous les nombres du rang des ſols, & viennent 18: Ie poſe 8 au deſſouz de la ligne, & garde la dixaine que i'adiouſte auec les dixaines des ſols, & viennent 5: & d'autant que l'eſpece prochainement plus grande eſt liure, pour chacune deſ-

132 *liures*,	15 *ſols*,	3 *den.*	
450 *l.*	12 *ſ.*	4 *d.*	7
75 *l.*	10 *ſ.*	7 *d.*	
47 *l.*	19 *ſ.*	11 *d.*	7
706 *l.*	18 *ſ.*	1 *d.*	

quelles faut deux dixaines de sols, les susdites 5 dixaines feront 2 liures & 1 dixaine: Ie pose donc 1 au dessouz de la ligne, & adiouste 2 auec les liures: & acheuant tout ainsi qu'aux nombres entiers, ie trouue que toutes les sommes susdites font ensemble 706 liures 18 sols 1 denier.

Que si diuerses mesures estoient aussi proposées à adiouster ensemble comme les suiuãtes, nous tirerions vne ligne au dessouz, puis adiousterions ensemble les plus petites especes, sçauoir est les poulces: & trouuant que la somme d'iceux est 20, qui sont 1 pied & 8 poulces, ie pose au dessouz de la ligne les 8 poulces, & adiouste le pied auec tous les pieds: & trouuant que la somme d'iceux est 12, qui sont precisémẽt 2 toises, ie pose au dessouz de la ligne vn 0, & adiouste 2 toises auec toutes les toises: & ayant acheué comme aux nombres entiers, ie trouue que toutes ces mesures & quantitez proposées font ensemble 136 toises 8 poulces.

75 *toiſ.*	5 *pieds*,	7 *poul.*	8
52 *toiſ.*	4 *p.*	9 *p.*	|
7 *toiſ.*	2 *p.*	4 *p.*	8
136 *toiſ.*	0 *pieds*	8 *poulces.*	

Nous adiousterons encore icy vne exemple touchant les poids: estans proposez à adiouster les diuers poids cy dessouz, ie tire vne ligne au dessouz, puis i'adiouste ensemble les plus petites parties, sçauoir les gros; & trouuant que la somme d'iceux est 17, qui sont 2 onces & 1 gros, ie pose 1 au dessouz de la ligne, vis à vis des gros, & adiouste les 2 onces auec les onces: & trouuant que la somme d'iceux est 49, qui valent 3 liures & 1 once, ie pose 1 au dessouz de la ligne, vis à vis des onces, & adiouste les 3 liures auec toutes les liures; & ayant adiousté icelles comme aux nombres entiers, ie trouue que la somme de l'addition de tous les poids proposés, est 656 liures 1 once 1 gros.

127 *liures*	12 *onces*	4 *gros.*	
342.	13.	5.	7
75.	8.	2.	|
109.	14.	6.	7
656 *liu.*	1 *once*	1 *gros.*	

Or ce que dessus estant bien entendu, se pourront aisément adiouster toutes autres sortes de fractions, de quelques denominations qu'elles soient.

Preuue de l'addition des fractions.

QVANT à la preuue, elle ſe doit faire par la ſouſtraction; & neantmoins ceux qui l'ignorent pourront s'ayder de la preuue de 9, aux additions des monnoyes, poids & meſures, faiſant comme il enſuit. En l'exemple des monnoyes cy deſſus, les 9 eſtans oſtez de toutes les liures propoſées, reſtent 2, que ie double (d'autant qu'vne liure eſt 20 ſ. dont la preuue eſt 2; & partant pour chaſque liure reſtante, faut retenir 2) & font 4, qui adiouſtez aux ſols, & les 9 oſtez, reſtent 6, que ie triple (pource que la preuue d'vn ſol eſt trois) & font 18, qui ſont 2 fois 9, & partant ne reſte rien: & ayant oſté les 9 des deniers, reſtẽt 7, que ie poſe au bout d'vne ligne, comme il appert à l'exemple. En apres nous oſterons ſemblablement les 9 des liures de deſſouz la ligne, & reſteront 4, que ie double, & font 8, que i'adiouſte aux ſols: & les 9 oſtez, reſtent auſſi 8, que ie triple, & font 24, dont les 9 eſtans oſtez, reſtent 6, que i'adiouſte à 1 denier, & ſont 7, que ie poſe à l'autre bout de la ligne: & puis que les deux nombres ſont ſemblables, ie dis que l'addition eſt bien faicte.

Quant à l'autre exemple des meſures, faiſant tout ainſi que deſſus (excepté qu'il faut multiplier par 6 le reſte trouué aux toiſes) ſera trouué 8, tant aux ſommes propoſées, qu'à la ſomme de l'addition; & partant ladite addition eſt auſſi bien faicte.

Pour l'exemple des poids, ie multiplie par 7 ce qui reſte aux liures; & par 8 ce qui reſte aux onces; quoy faiſant, ie trouue 7, tant aux ſommes propoſées à adiouſter, qu'à la ſomme de l'addition; parquoy ie dis que l'addition eſt auſſi bien faicte.

De la ſouſtraction des fractions.

CHAPITRE XI.

SI les fractions ne ſont de ſemblable denomination, il les y faut premierement reduire, puis oſter le plus petit numerateur du plus grand, & poſer deſſouz ce qui reſtera, le commun denominateur: Comme pour exemple, ſi nous voulons oſter $\frac{1}{7}$ de $\frac{5}{7}$, nous

osterons 2 de 5, à raison qu'elles sont de semblable denomination, & resteront 3, souz lequel nous poserõs le denominateur 7, & nous aurons $\frac{3}{7}$ pour le reste de la souſtraction: mais si nous voulons souſtraire $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5}$, nous les reduirons premierement en semblable denomination par la multiplication croisée, & seront $\frac{5}{10}-\frac{8}{10}$; puis nous osterons 5 de 8, & resteront $\frac{3}{10}$.

Mais s'il faut oster vne fraction d'vn entier, il faut souſtraire le numerateur du denominateur, & poser le reste au dessus dudit denominateur, & oster vn des entiers: Comme pour exemple, voulãt oster $\frac{5}{7}$ de 9 entiers, ie souſtrais 5 de 7, & reste 2, souz lequel ie pose 7, & oste 1 des entiers; & partant $\frac{5}{7}$ estans ostez de 9 entiers, restent 8 entiers & $\frac{2}{7}$.

Et si du mesme 9 ie voulois oster $5\frac{3}{7}$, i'emprunterois vn entier sur iceluy 9 pour en oster les $\frac{3}{7}$, & resteroiẽt $\frac{4}{7}$; & puis les 5 entiers estans aussi ostez, resteroit en tout $3\frac{4}{7}$.

Mais si d'entiers & fractions, il ne faloit souſtraire que des entiers, resteroient touſiours les fractions; comme si de $4\frac{3}{5}$ ie voulois oster 2, ie souſtrairois seulement 2 des 4 entiers, & resteroient encore 2, auec lesquels ie ioindrois la fraction; & par ainsi 2 estans ostez de $4\frac{3}{5}$, resteront $2\frac{3}{5}$.

Que s'il faut oster des fractions, d'entiers & fractions, nous souſtrairons les fractions des fractions, empruntant vn entier s'il est besoin: Comme pour oster $\frac{3}{4}$ de $5\frac{1}{4}$, nous osterons 3 de 5, c'est à dire $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{4}$, empruntant vn entier, & restent $\frac{1}{2}$ auec 4 entiers: Mais voulãt oster $\frac{5}{7}$ de $8\frac{1}{3}$, nous reduisons les fractions en mesme denomination, & sont $\frac{15}{21}-\frac{7}{21}$: & d'autant que 15 ne peuuent estre ostez de 7, i'emprunte 1 entier qui vaut icy 21, & sont 28, desquels i'oste 15, & restent $\frac{13}{21}$; & partant $\frac{5}{7}$ estans ostez de $8\frac{1}{3}$, restent $7\frac{13}{21}$.

Que s'il faut souſtraire des entiers & fractions d'entiers & fractions, nous osterons premierement les fractions des fractions, puis les entiers des entiers: Comme pour exemple, voulant souſtraire $2\frac{1}{3}$ de $5\frac{2}{3}$, i'oste premierement $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$, & reste $\frac{1}{3}$, & puis apres 2 entiers de 5 entiers, & restent 3 entiers; & partant $2\frac{1}{3}$, ostez de $5\frac{2}{3}$,

$$\begin{array}{r} 5\frac{2}{3} \\ 2\frac{1}{3} \\ \hline 3\frac{1}{3} \end{array}$$

reſtent $3\frac{1}{3}$. Voulant auſſi ſouſtraire $3\frac{1}{2}$ de $7\frac{4}{5}$, i'oſte premierement $\frac{1}{2}$ de $\frac{4}{5}$, & reſtent $\frac{3}{10}$; puis apres i'oſte 3 entiers de 7 entiers, & reſtent 4: & partant $3\frac{1}{2}$ eſtans oſtez de $7\frac{4}{5}$, reſtent $4\frac{3}{10}$. Pareillement voulãt ſouſtraire $2\frac{4}{5}$ de $7\frac{1}{3}$, i'oſte premierement $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{3}$; empruntant 1 entier, & reſtent $\frac{8}{15}$: mais oſtant 2 entiers de 6 entiers, reſtent 4 entiers: & partant $2\frac{4}{5}$, eſtans oſtez de $7\frac{1}{3}$, reſtent $4\frac{8}{15}$.

$7\frac{4}{5} \mid 8$
$3\frac{1}{2} \mid 5$
$4\frac{3}{10}$

$7\frac{1}{3} \mid 20$ *cecy eſt* $\frac{4}{3}$
$2\frac{4}{5} \mid 12$
$4\frac{8}{15}$

Que ſi pluſieurs ſortes de monnoyes, poids & meſures eſtoient propoſées à ſouſtraire, nous eſcririõs la ſomme à ſouſtraire au deſſouz de celle de laquelle il faut ſouſtraire, en ſorte que le nombre d'vne quantité ſoit ſouz le nombre d'vne quantité de meſme eſpece: Comme pour exemple, voulant ſouſtraire 152 liures 12 ſols 4 deniers, de 475 liures 17 ſols 2 deniers, nous poſerons ces deux ſommes en ceſte ſorte.

Puis ayant faict vne ligne au deſſouz, nous oſterons premierement le nombre de la plus petite eſpece, ſçauoir eſt 4 deniers de 2 deniers, empruntant vn entier de l'eſpece ſuiuante, qui eſt vn ſol, valant 12 deniers, & reſtent 10 deniers, que ie poſe au deſſouz de la ligne vis à vis des deniers: puis venant aux ſols, nous oſterons 12 de 16, (car 17 ne vaut plus que 16, attendu que nous auons emprunté 1,) & reſtent 4, que nous poſons au deſſouz de la ligne: mais eſt à noter que ſi nous n'euſſions peu oſter 12 du nombre ſuperieur, nous euſſions emprunté vne liure, c'eſt à dire 20 ſols, que nous euſſions adjouſté au nombre ſuperieur pour faire la ſouſtraction: maintenant nous ſouſtrairons les liures des liures, tout ainſi qu'il a eſté enſeigné aux nombres entiers, & ce faiſant reſteront 323 liures 4 ſols 10 deniers, la ſouſtraction propoſée eſtant faicte.

475 *l.*	17 *ſ.*	2 *d.*
152.	12.	4 *d.*
323 *l.*	4 *ſ.*	10 *d.*

Qu'il faille auſſi ſouſtraire 4 liures 7 onces 5 gros 2 deniers, de 12

liures 4 onces 2 gros 1 denier: Ayant disposé ces deux sommes, ainsi qu'il appert icy, & tiré vne ligne droicte au dessouz, i'oste premierement 2 deniers d'vn denier, emprũtant 1 gros qui vaut 3 deniers, & partant restent 2 deniers que ie pose au dessouz de la ligne, vis à vis desdits deniers: puis venant aux gros, ie leue 5 de 1 (car le 2 ne vaut plus que 1) empruntant vne once qui vaut 8 gros, & restent 4 gros que ie pose au dessouz d'iceux: Ce faict, i'oste 7 onces de 3 onces (car le 4 ne vaut plus que 3) empruntant vne liure qui vaut 16 onces, & restent 12, que ie pose au dessouz: & finablemẽt ayant osté les 4 liures des 11 liures restantes, nous aurons pour tout le reste de la soustraction 7 liures 12 onces 4 gros 2 deniers.

12 *liures*	4 *onces*	2 *gros*	1 *denier.*
4.	7.	5.	2.
7.	12.	4.	2,

Soient encores proposées 7 toises 4 pieds 9 poulces, à soustraire de 12 toises 3 pieds 5 poulces, nous disposerons donc ces deux sommes en ceste façon.

Et ayant faict vne ligne au dessouz, i'oste 9 poulces de 5 poulces, empruntant 1 pied, & restent 8 poulces, que ie pose au dessouz de la ligne: puis i'oste 4 pieds de 2 pieds, empruntant vne toise, & restent 4 pieds: & finalement i'oste 7 toises de 11 toises, & restent 4 toises: & partant toute la soustraction propolée estant faicte, restent 4 toises 4 pieds 8 poulces.

12 *toises*	3 *pieds*	5 *poulces*
7.	4.	9.
4*t.*	4*p.*	8*p.*

Soient encores proposez 25 degrez 42 minuttes 15 secondes, à soustraire de 79 degrez 23 minuttes 50 secondes, nous disposerons donc ces deux sommes ainsi.

Et ayãt tiré vne ligne au dessouz, i'oste 15 secondes de 50, & restent 35, que ie pose au dessouz de la ligne, puis i'oste 42 minuttes de 23, empruntant 1 deg. c'est à dire 60 min. & restent 41 min. & finalement i'oste 25 degrez de 78, & restẽt 53; & partant tout le reste de la soustraction est 53 degrez 41 minut. 35 secondes.

79 *degr.*	23. *min.*	50 *sec.*
25.	42.	15.
53 *degr.*	41 *min.*	35. *sec.*

Quant à la preuue de ceſte regle, elle ſe faict tout ainſi que celle de la ſouſtraction des entiers, ſçauoir eſt, adjouſtãt la ſomme à ſouſtraire & le reſte enſemble, ou bien oſtant tous les 9 d'icelles deux ſommes, obſeruant ce que nous auons dit au chap. precedent, touchant les diuerſes eſpeces.

De la multiplication des fractions.

CHAPITRE XII.

SOIT que les fractions ayent ſemblable denomination, ou diuerſe, il faut touſiours multiplier les numerateurs entr'eux, & les denominateurs auſſi entr'eux: Comme pour exemple, voulant multiplier $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}$, nous multiplierons 1 par 3, & feront 3 pour numerateur: puis 2 par 4, & feront 8 pour le denominateur, & le produit ſera $\frac{3}{8}$: derechef voulãt multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{5}$, ie multiplie 2 par 3, & font 6: mais 3 par 5, & font 15: & partant le produit ſera $\frac{6}{15}$, ou $\frac{2}{5}$.

$$\frac{3}{\frac{1}{2} \text{ par } \frac{3}{4} \text{ font } \frac{3}{8}}\ \begin{matrix}\text{Numerateur}\\ \text{Denominateur}\end{matrix}$$
$$8$$

$$\frac{6}{\frac{2}{3} \text{ par } \frac{3}{5} \text{ font } \frac{6}{15} \text{ ou } \frac{2}{5}}$$
$$15$$

Que s'il faut multiplier des entiers par des fractions, il faudra ſeulement multiplier les entiers par le numerateur des fractions, & le produit aura pour denominateur celuy des fractions: Comme pour exemple, voulant multiplier 3 entiers par $\frac{4}{5}$, ie multiplie 3 par 4, & viennent 12, dont 5 eſt denominateur: & partant ſont $\frac{12}{5}$, ou $2\frac{2}{5}$. On fera encore le meſme en appoſant 1 au deſſouz des entiers en ceſte ſorte $\frac{3}{1}$: & par ainſi nous aurons maintenant ces deux fractiõs $\frac{3}{1}, \frac{4}{5}$ à multiplier entr'elles, comme en l'article precedent, & viendront touſiours $\frac{12}{5}$: car multipliant les deux numerateurs 3 & 4, viennent 12, & puis les deux denominateurs 1 & 5, font 5, & ainſi tout le produit de la multiplication ſera $\frac{12}{5}$ ou $2\frac{2}{5}$.

Mais s'il faut multiplier des entiers & fraction par entiers, il faudra reduire les entiers en leur fraction, puis faire comme deſſus; ou bien multiplier la fraction ſeparémẽt, & les entiers auſſi ſeparémẽt, & le tout adiouſté enſemble, donnera le requis: Comme pour exemple,

exemple, voulant multiplier $4\frac{1}{2}$ par 5, ie reduits 4 en ſa fraction, & ſont $\frac{9}{2}$, que ie multiplie par 5, & viennent $\frac{45}{2}$, ou $22\frac{1}{2}$: & la meſme ſomme ſera encore produite, multipliant les entiers entr'eux, ſçauoir eſt 4 par 5, puis $\frac{1}{2}$ auſſi par 5, & les deux produits ioints enſemble. Qu'il faille encore multiplier 25 par $7\frac{2}{3}$: ie multiplie donc premierement 25 par les 7 entiers, & viennent 175, puis auſſi par les $\frac{2}{3}$; ce que ie fais prenant ſeulement les deux tiers deſdicts 25, comme il appert icy: & adjouſtãt le tout enſemble viennent $191\frac{2}{3}$, pour le produit d'icelle multiplication de 25 par $7\frac{2}{3}$.

5	
$4\frac{1}{2}$	
20	
$2\frac{1}{2}$	
$22\frac{1}{2}$	
25	
$7\frac{2}{3}$	
175	
$8\frac{1}{3}$	
$8\frac{1}{3}$	
$191\frac{2}{3}$	

Que s'il y a des entiers & fractions à multiplier par entiers & fractions, il ne faudra que reduire les entiers en leurs fractions, puis faire comme dit eſt cy deſſus: Comme pour exemple, voulant multiplier $5\frac{1}{2}$ par $3\frac{1}{4}$, ie reduits les entiers en leurs fractions, & ſont $\frac{11}{2}$, & $\frac{13}{4}$, que ie multiplie entr'eux, & font $\frac{143}{8}$, ou $17\frac{7}{8}$: & partant $5\frac{1}{2}$ multipliez par $3\frac{1}{4}$, produiſent $17\frac{7}{8}$.

Or d'autant que la multiplication des monnoyes, poids & meſures eſt fort vſitée, nous-nous eſtendrons vn peu plus ſur ceſte regle que nous n'auons faict ſur les autres, enſeignant premierement ce qui eſt du general d'icelle, & puis apres quelques regles & obſeruations particulieres, ſuiuãt leſquelles on multiplie bien plus promptement, que par les regles & maximes generales; qui eſt ce qu'on appelle ordinairement regles briefues. Or pour la regle generale de multiplication des diuerſes eſpeces, c'eſt qu'il faut reduire toute ſomme de diuerſes eſpeces en la moindre d'icelles, comme il eſt enſeigné au chap. 8. puis apres multiplier comme aux entiers, & ce qui viendra ſera le requis, qu'il faudra reduire en ſes plus grandes eſpeces. Pour exemple, ſi quelque ſomme, comme 152 liures 12 ſols 4 deniers, eſt propoſée à multiplier par 7, nous reduirons toute la

ſomme en deniers, qui eſt la moindre eſpece, & viendront 36628 deniers, que nous multiplierons par 7, & viendront 256396, qui eſtans reduits donneront 1068 li. 6 ſ. 4 d. pour le produit de la multiplication. Ou bien ayant diſpoſé la ſomme propoſée, & le multiplicateur en ceſte ſorte, ie multiplie premierement les 4 deniers, & font 28, qui font 2 ſols & 4 deniers: & partant ie poſe 4 deniers au deſſouz d'vne ligne, & retient en memoire les 2 ſols, puis ie multiplie les 12 ſols, & font 84, auſquels i'adiouſte les 2 que i'ay gardé, & font 86, qui ſont 4 liures & 6 ſols: ie poſe les 6 ſols au deſſouz de la ligne, & garde les 4 liures: & finalement ie multiplie les liures, adjouſtant au produit les 4 que i'ay gardé à part, & font 1068 liures comme deuant. Soit encore propoſé l'exemple ſuiuant.

152 *l.*	12 *ſ.*	4 *d.*		4
		7		$7^{+}7$
				4
1068 *l.*	6 *ſ.*	4 *d.*		

Quelqu'vn ayant achepté de la vaiſſelle d'argent peſant 32 *marcs* 5 *onces* 16 *deniers, à raiſon de* 21 *liures* 12 *ſols* 6 *deniers le marc, on demande combien il doit payer pour toute la vaiſſelle* ? Premierement nous reduirons l'vne & l'autre ſomme en ſa moindre eſpece, & viendrõt pour l'vne 6280, & pour l'autre 5190: leſquels deux nombres eſtans multipliez entr'eux, donnent 32593200, qui eſt le produit cherché; mais pour l'exprimer il le faut reduire és eſpeces des monnoyes propoſées; & pour ce faire il faut bien conſiderer par quels nombres on a multiplié, reduiſant chaſque ſomme propoſée en ſa moindre eſpece; car ces meſmes nombres eſtans multipliez entr'eux, & puis vn produit par l'autre, viendra le denominateur du nombre trouué: Comme cy deſſus, pour reduire la ſomme du multiplicãde en ſa moindre eſpece, nous auõs multiplié par 8, & puis par 24; multiplions donc ces deux nombres entr'eux, & viendront 192: mais pour reduire la ſomme du multiplicateur en ſa moindre eſpece, nous auons multiplié par 20, & puis par 12; ie multiplie donc ces deux nombres entr'eux, & viennẽt 240, que ie multiplie par les 192, & viẽnẽt 46080, pour le denominateur du produit trouué 32593200, ſelon la plus grande eſpece du multiplicateur, qui partant vaudra 707 liures 6 ſols 4 deniers $\frac{1}{4}$: mais qui voudroit auoir la denomination ſelon la moindre eſpece du multiplicateur, il ne faudroit que prendre le produit des nombres par leſquels on a multiplié, redui-

sant le multiplicande en sa moindre espece, qui sera icy 192 : tellement que diuisant nostre nombre trouué 32593200 par lesdits 192, viendront pour la valeur d'iceluy 169756 $\frac{1}{4}$ deniers, qui reduits en plus grandes especes, donnerõt comme deuant 707 liures 6 sols 4 $\frac{1}{4}$ deniers pour la valeur des 32 marcs 5 onces 16 deniers d'argent, à raison de 21 liures 12 sols 6 deniers le marc. La mesme question & infinies autres seront resoluës bien plus promptement par les regles briefues qui ensuiuent.

Regles briefves.

LES regles briefues sont certaines multiplications que les marchands appellent ainsi, à cause que par icelles ils multiplient fort briefuement la quantité de la marchandise par son prix, afin de sçauoir à tant vne chose combien plusieurs. Et pour bien pratiquer ces regles, il faut considerer que quand on dit à 5 sols l'aulne, combien valent 32 aulnes, ce n'est autre chose que chercher vn nombre qui soit telle partie de 32, que 5 sols est d'vne liure; & veu qu'à vne liure l'aulne, les 32 aulnes vaudroient 32 liures, il s'ensuit qu'à 5 sols, qui est le quart d'vne liure, les 32 aulnes ne vaudront que le quart de 32, c'est à dire huict liures, & ainsi de toutes autres choses. Parquoy pour expedier toutes semblables questions, il n'y a qu'à prendre du nombre des choses telle ou telles parties que le prix d'vne d'icelles sera partie d'vn sol, ou d'vne liure : Ainsi pour 6 deniers, qui est la moictié d'vn sol, il n'y a qu'à prendre la moitié du nombre des choses, & ce qui en prouiendra seront sols : pour 4 deniers, qui est le tiers dv'n sol, il faudra prẽdre le tiers : pour 3 deniers, le quart; & pour 2 deniers, la sixiesme. Mais pour les autres nombres moindres que 12, & qui ne sont parties aliquotes d'iceluy nombre, c'est à dire qui ne mesurent pas 12 precisément, il faudra considerer de quelles parties aliquottes ils sont composez, & prendre telles parties du nombre des choses; lesquelles estans adioustées ensemble, donneront le requis : Comme pour 9 deniers, il faudroit prendre la moictié pour 6, & puis le quart pour 3; & ces deux produits estans adjoustez ensemble, donneroient le requis; & pour 8, il faudroit prendre le tiers pour 4, & iceluy poser deux fois, & ainsi des autres parties, obseruãt que quand il reste quelque chose, chasque vnité vaut autant que la partie prise; ce que nous rendrons manifeste par les exemples suiuans.

43 *aulnes* à 4 *den. l'aul.*		54 *aul.* à 7 *den.*		35 *figures* à 10 *den. piece.*	
$\frac{1}{3}$	14 *f.* 4 *den.*	$\frac{1}{2}$	18 *f.*	$\frac{1}{2}$	17 *f.* 6 *den.*
		$\frac{1}{4}$	13 *f.* 6 *den.*	$\frac{1}{3}$	11. 8.
			31 *f.* 6 *d.*		29 *f.* 2 *den.*

Quant aux grands nombres, où le produit peut estre en liures, sols & deniers, il faut pour le plus brief retrancher la derniere figure vers dextre du nombre des choses proposées, puis prendre du reste telle ou telles parties que le nombre du prix sera partie de 24 deniers, & ce qui en prouiendra seront liures; mais quant au reste, il le faudra reduire en sols & deniers, ainsi qu'il est dit cy dessus, & comme il appert aux deux exemples suiuans.

752 *aulnes* à 9 *deniers*		2457 *plumes* à 11 *den. piece.*	
$\frac{1}{4}$	18 *liu.* 16 *f.*	$\frac{1}{3}$	81 *liu.* 18 *f.*
$\frac{1}{8}$ *ou* $\frac{1}{2}$	9. 8.	$\frac{1}{8}$	30. 14 *f.* 3 *den.*
	28 *liu.* 4 *f.*		112 *liu.* 12 *f.* 3 *den.*

Mais pour multiplier par sols en nombre moindre que 20, & faire venir des liures au produit, il faut prendre telle ou telles parties du nombre à multiplier qu'iceux sols sont partie d'vne liure: tellement que pour 10 sols, il faudra prendre la moictié du nombre à multiplier; pour 5 sols le quart; pour 4 sols le quint; pour 2 sols la dixiesme partie; & pour 1 sol la moictié de la dixiesme partie; c'est à dire qu'ayant retranché la derniere figure vers dextre, la moictié des autres donnera le requis, obseruant en toutes ces operations que chasque vnité restante vaudra autant de sols que le nombre multiplicateur, comme il appert aux exemples suiuans.

423 *aulnes* à 10 *ſ. l'auln.*	5247 *cartes* à 4 *ſ. piece*	4259 *figures* à 2 *ſ. piece.*
$\frac{1}{2}$ 211 *liu.* 10 *ſ.*	$\frac{1}{5}$ 1049 *liu.* 8 *ſ.*	$\frac{1}{10}$ 425 *liu.* 18 *ſ.*

De ce dernier exemple eſt manifeſte, que pour multiplier par ſols en nombre pair, il en faut prendre la moictié, afin de les conuertir en pieces de 2 ſols; puis par le nombre d'icelle moictié, multiplier la premiere figure du multiplicande, retenant les dixaines en la memoire, & le double de l'autre figure ſeront ſols: en apres ſoient multipliées toutes les autres figures par ledit nombre des pieces de 2 ſols, y adjouſtant les dixaines gardées en la memoire, & ce qui en prouiendra ſerõt liures, ainſi qu'il appert aux deux exẽples ſuiuans.

524 *aulnes* à 8 *ſ. l'aul.*	753 *figures* à 14 *ſ. piece*
209 *liu.* 12 *ſ.*	527 *liu.* 2 *ſ.*

Pour les autres nombres de ſols qui ne ſont parties aliquottes de la liure, il faudra prendre les parties ſelon leſquelles on pourra diuiſer iceluy nombre propoſé en parties aliquottes, ou autres nombres pairs, puis on adjouſtera les produits en vne ſomme, comme il appert aux exemples ſuiuans.

72 *aulnes* à 9 *ſols*	451 *fig.* à 13 *ſols*	175 *aulnes* à 19 *ſols*
$\frac{1}{4}$ 18 *liu.*	$\frac{1}{5}$ 90 *li.* 4 *ſ.*	$\frac{1}{2}$ 87 *liu.* 10 *ſ.*
$\frac{1}{5}$ 14. 8 *ſols.*	90. 4.	$\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ 43. 15.
	$\frac{1}{4}$ 112 15.	$\frac{1}{5}$ 35.
32 *liu.* 8 *ſols.*	293 *liu.* 3 *ſ.*	166 *liu.* 5 *ſ.*

Que ſi le nombre multipliant, c'eſt à dire le prix d'vne choſe, eſt

composé de liures & sols, ou bien de liures, sols, & deniers, il faudra premierement multiplier par les liures, puis proceder auec les sols & deniers, ainsi qu'il est dit cy dessus, ou plus prōptement, si le nombre desdits sols & deniers fait quelque partie, ou parties de la liure, telles que les suiuantes.

Premierement pour 6 sols 8 deniers, qui est le tiers d'vne liure, il faudra prendre le tiers du multiplicande, ou nombre des choses proposées: pour 3 s. 4 deniers, qui est $\frac{1}{6}$ de la liure, on prendra la sixiesme partie du multiplicande: pour 2 s. 6 deniers, $\frac{1}{8}$: pour 13 s. 4 d. $\frac{1}{3}$, & le poser deux fois: pour 12 s. 6 d. $\frac{1}{2}$, & puis $\frac{1}{4}$ de ce demy; & ainsi des autres parties aliquottes & aliquantes de la liure de 20 s. contenuës en la table suiuante, que les marchands appellent bordereau d'aulnage.

Bordereau d'aulnage composé sur les parties de 20 sols.

$\frac{1}{2}$	10 *s.*		$\frac{7}{8}$	17.	6.	$\frac{13}{16}$	16 *s.* 3 *d.*
$\frac{1}{2}\frac{1}{4}$	6.	8 *d.*	$\frac{1}{12}$	1.	8.	$\frac{15}{16}$	18. 9.
$\frac{1}{3}$	13.	4.	$\frac{5}{12}$	8.	4.	$\frac{1}{24}$	10.
$\frac{1}{4}$	5.		$\frac{7}{12}$	11.	8.	$\frac{5}{24}$	4 2.
$\frac{1}{5}$	15.		$\frac{11}{12}$	18.	4.	$\frac{7}{24}$	5. 10.
$\frac{1}{6}$	3.	4.	$\frac{1}{16}$	1.	3.	$\frac{11}{24}$	9. 2.
$\frac{1}{8}$	16.	8.	$\frac{3}{16}$	3.	9.	$\frac{13}{24}$	10. 10.
$\frac{1}{10}$	2.	6.	$\frac{5}{16}$	6.	3.	$\frac{17}{24}$	14. 2.
$\frac{1}{12}$	7.	6.	$\frac{7}{16}$	8.	9.	$\frac{19}{24}$	15. 10.
$\frac{1}{16}$	12.	6.	$\frac{9}{16}$	11.	3.	$\frac{23}{24}$	19. 2.
			$\frac{11}{16}$	13.	9.		

Ceste table a esté composée pour le soulagement des marchāds, & autres personnes, qui en leurs affaires & negoces ont besoin à toute heure d'adjouster, soustraire, multiplier, & diuiser en fractiōs, ou par diuerses especes de mōnoyes, poids & mesures: ce qu'on peut promptement faire à l'ayde de ceste table, ainsi qu'il appert par ce que nous auons ia dit, & dirons encore cy apres. La liure a bien encore d'autres parties aliquottes & aliquantes que celles contenuës en ceste dite table, mais on n'y a mis que les parties esquelles on diuise ordinairement l'aulne, & pourra estre estēduë en toutes les au-

tres parties, par ceux qui sçauront en pouuoir auoir besoin en leurs affaires; qui mesme en pourront dresser d'autres sur les parties de la liure de 15 ou 16 onces, ou sur le marc de 8 onces, selon qu'on iuge en auoir besoin au negoce dont on se mesle. Or i'estime que deux ou trois exemples de ces multiplications par liures, sols & deniers, suffiront pour l'intelligence de ce que dessus.

92 *qu. de* 16 *s.* à 3 *liu.* 4 *s.*	723 *escus* à 3 *liu.* 15 *s.*	87 *pistoles* à 7 *liu.* 4 *s.*
276 *liu.*	2169 *liu.*	609 *liu.*
$\frac{1}{5}$ 18. 8 *s.*	$\frac{1}{2}$ 361. 10 *s.*	$\frac{1}{5}$ 17. 8 *s.*
294 *liu.* 8 *s.*	$\frac{1}{4}$ *ou* $\frac{1}{2}$ 180. 15.	626 *liu.* 8 *s.*
	2711 *liu.* 5 *s.*	

45 *aulnes* à 3 *liu.* 7 *s.* 6 *d.*	692 *aulnes* à 8 *liu.* 16 *s.* 8 *d.*
125 *liu.*	5536 *liu.*
$\frac{1}{4}$ 11 5 *s.*	$\frac{1}{2}$ 346.
$\frac{1}{8}$ *ou* $\frac{1}{2}$ 5. 12. 6 *d.*	$\frac{1}{3}$ 230. 13 *s.* 4 *d.*
141 *liu.* 17 *s.* 6 *d.*	6112 *liu.* 13 *s.* 4. *d.*

Que si à l'vn ou l'autre des nombres qui se multiplient y a fraction, il faut, selon le numerateur d'icelle, prendre vne ou plusieurs parties de l'autre nombre: Comme pour $\frac{1}{2}$, prendre la moictié; pour $\frac{1}{3}$, prendre le tiers; pour $\frac{2}{3}$, en prendre les deux tiers à deux fois; pour $\frac{1}{4}$, prendre le quart; pour $\frac{3}{4}$, prẽdre la moictié, & puis encore la moictié d'icelle, ou le quart du tout; pour $\frac{5}{6}$, prendre la moictié, & le tiers; & pour $\frac{5}{8}$, la moictié & le quart d'icelle, & ainsi des autres fractions: ce que nous rendrons assez manifeste par les exemples suiuans.

45 *aul'nes* $\frac{1}{2}$ *à* 3 *liu.* 14 *ſ.* 6.

135 *l.*
22. 10 *ſ.*
9.
1. 2 *ſ.* 6 *d.*
1. 17 *ſ.* 3.

169 *l.* 9 *ſ.* 9 *d.*

52 *toiſes* $\frac{1}{3}$ *à* 2 *l.* 17 *ſ.* 4 *d.*

104 *l.*
26.
10. 8 *ſ.*
8. 13 *ſ.* 4 *d.*
19 *ſ.* 1. $\frac{1}{3}$
19. 1 $\frac{1}{3}$

150 *l.* 19 *ſ.* 6 $\frac{2}{3}$ *d.*

26 *ll.* 3 *quarterons.* *à* 5 *l.* 8 *ſ.* 4 *d.*

130 *l.*
6. 10 *ſ.*
4. 6. 8 *d.*
2. 14 2.
1. 7. 1.

144 *l.* 17 *ſ.* 11 *d.*

Et ſi à l'vn & l'autre nombre qui ſe multiplient, il y auoit diuerſes eſpeces, il n'y auroit qu'à multiplier les entiers entr'eux, & puis prendre d'vn chacun d'iceux nombres la partie, ou parties correſpondantes aux parties de l'autre, ſuiuant ce que nous auons dit cy-deuant, & comme il apparoiſtra aux exemples ſuiuans.

39 *toiſes* 4 *pieds* 6 *poulces* *à* 8 *liu.* 15 *ſ.* 6 *d.*

312 *l.*
19. 10 *ſ.*
9. 15.
19. 6 *d.*
4. 7. 9.
2. 3 10 $\frac{1}{2}$

348 *liu.* 16 *ſ.* 1 $\frac{1}{2}$ *d.*

32 *marcs* 5 *on.* 16 *den.* *à* 21 *liu.* 12 *ſ.* 6 *den.*

32 *liu.*
64
16.
4.
10. 16 *ſ.* 3 *den.*
2. 14. 0 $\frac{3}{4}$
18. 0 $\frac{1}{4}$
18. 0 $\frac{1}{4}$

707 *liu.* 6 *ſ.* 4 $\frac{1}{4}$ *den.*

Or i'eſtime que ce que nous auons dit cy deſſus, touchant les regles briefues, & les exemples y adjointes eſtans bien entenduës, peuuent donner aſſez d'intelligence pour toutes autres; c'eſt pourquoy

quoy nous ne nous estẽdrons dauantage sur ce sujet, mais finirons ce chapitre, disant que pour la preuue de toutes multiplications, elle se doit faire par la diuision operation contraire.

De la diuision des fractions.

CHAPITRE XIII.

SOIT que les fractions ayent semblable denomination, ou diuerse, il faut tousiours multiplier en croix, c'est à dire le numerateur d'vne fraction par le denominateur de l'autre: & diuisant le produit du numerateur de la fraction à diuiser par l'autre produit, sera dõné le quotient de la diuision des fractions proposées: Comme pour exemple, voulant diuiser $\frac{7}{8}$ par $\frac{1}{7}$, ie multiplie le numerateur 7 par le denominateur 7, & font 49: puis aussi le numerateur 2 par le denominateur 8, & font 16, par lesquels ie diuise 49, & viẽnent $3\frac{1}{16}$ pour le quotient de $\frac{7}{8}$, diuisez par $\frac{1}{7}$: aussi $\frac{1}{2}$ diuisé par $\frac{2}{3}$, donnera $\frac{3}{4}$.

$\frac{7}{8}$ par $\frac{1}{7}$ 49 (3 $\frac{1}{16}$
16

Mais s'il faut diuiser des entiers par des fractions, ou au contraire, il faudra apposer 1 au dessouz des entiers, auec vne petite ligne entre deux, puis proceder comme dessus. Ainsi voulant diuiser 7 par $\frac{2}{3}$, ie les pose ainsi qu'il appert icy: & procedant comme dit est cy dessus, viennent $10\frac{1}{2}$ pour le quotient requis. D'autres veulẽt seulement (& tout reuient à vn) multiplier les entiers par le denominateur de la fraction; c'est à dire, reduire les entiers en fraction, puis diuiser comme dessus: Ainsi voulant diuiser 4 par $\frac{1}{2}$, ie multiplie 4 par le denominateur 2, & font 8, que ie diuise par le numerateur 1, & font tousiours 8: & partant 4 diuisez par $\frac{1}{2}$, donnent 8: mais au contraire $\frac{1}{2}$ diuisé par 4, donne $\frac{1}{8}$: ainsi 5 diuisez par $\frac{1}{3}$, donnent $7\frac{1}{2}$: mais au contraire $\frac{1}{3}$ diuisez par 5, donnent $\frac{2}{15}$. Ainsi aussi 7 diuisez par $\frac{3}{4}$, produisent $9\frac{1}{3}$; mais au contraire $\frac{3}{4}$ diuisez par 7, donnent seulement $\frac{3}{28}$.

$\frac{7}{1}$ par $\frac{2}{3}$ 21 (10 $\frac{1}{2}$
22

Que s'il y auoit des entiers auec des fractions, il faudroit redui-

re iceux entiers en leur fractiõ, puis faire comme dessus. Ainsi voulant diuiser 5 par $2\frac{1}{2}$, ie reduits les 2 entiers en la fraction, & sont $\frac{5}{2}$, par lesquels ie diuise 5, & viennent 2, pour le quotient de 5, diuisez par $2\frac{1}{2}$: mais au contraire, diuisant $2\frac{1}{2}$ par 5, viendra $\frac{1}{2}$. Ainsi voulant diuiser $4\frac{1}{2}$ par $2\frac{1}{3}$, ie reduits tous les entiers en leurs fractiõs, & sont $\frac{9}{2}$ & $\frac{7}{3}$, puis ie diuise $\frac{9}{2}$ par $\frac{7}{3}$, & vient $1\frac{13}{14}$. Ainsi aussi voulant diuiser $7\frac{1}{3}$ par $2\frac{1}{4}$, ie fais la reduction, & viennent $\frac{22}{3}$ & $\frac{9}{4}$, que ie diuise, & viennent $3\frac{7}{27}$: & partant $7\frac{1}{3}$ diuisez par $2\frac{1}{4}$, donnent $3\frac{7}{27}$.

Quant à la diuision des monnoyes, poids & mesures, elle ne viẽt pas tant en vsage que la multiplication; & pour la pratiquer, il faut reduire le diuidande en vne seule espece, c'est assauoir en la moindre, comme aussi le diuiseur, puis proceder à la diuision selon qu'il est dit aux entiers. Pour exemple, si quelque somme, comme 1068 liures 6 sols 4 deniers, est proposée à diuiser à 7 personnes, nous reduirons toute la somme en deniers, & feront 256396 deniers, que nous diuiserons par 7, & viendront 36628 deniers, qui reduits, donneront 152 liures 12 sols 4 deniers, & tel sera le quotient de la diuision proposée. Ce que nous ferons encor autrement, ſçauoir est, diuisant les 1068 liures separément, & viendront 152 liures, & resterõt 4 à diuiser, que ie reduits en sols, & font 80, auec lesquels i'adiouste les 6 sols, & font 86, que ie diuise pareillement par 7, & viennent 12: mais restent encores 2 sols, que ie reduits, & adiouste aux 4 deniers, & sont 28 deniers, que ie diuise finalement par 7, & viennent precisément 4 deniers: & partant tout le produit de la diuision est 152 liures 12 sols 4 deniers, comme deuant.

Autre exemple: *Le contenu & superficie d'vne figure Rectangulaire estant 256 toises 5 pieds 8 poulces, & l'vn des costez, 10 toises 2 pieds 6 poulces; on demande combien contient l'autre costé?* Or d'autant qu'icelle superficie est produite par la multiplication des deux costez, il est éuident, que diuisant ladite superficie par le costé cogneu, doit venir au quotient l'autre costé; c'est pourquoy il nous faut diuiser 256 toises 5 pieds 8 poulces, par 10 toises 2 pieds 6 poulces; & pour ce faire, nous reduirons l'vn & l'autre nombre en sa moindre espece, & viendront 18500 poulces pour le diuidande, & 750 pour le diuiseur: & la diuision faicte, viennent 24 toises $\frac{2}{3}$ ou 4 pieds pour le costé cherché.

De la regle de proportion, vulgairement ditte regle de trois.

CHAP. XIV.

LA regle de proportion eſt ainſi appellée, parce qu'il s'agit en icelle de quatre nombres proportionnaux, deſquels les trois premiers ſont cogneuz, & le quatrieſme incogneu eſt cherché: Le vulgaire l'appelle auſſi regle de trois, à cauſe qu'en icelle ſont poſez trois nombres ou termes cogneuz, au moyen deſquels on en cherche vn quatrieſme proportionnel: Les deux premiers termes ſont comme la baſe & le fondement d'icelle regle: car ils ſont vne raiſon, moyēnant laquelle s'en trouue vne autre ſemblable, dont l'antecedant eſt le troiſieſme terme, ou nōbre cogneu, & le conſequent eſt l'incogneu cherché; c'eſt à dire que comme le premier terme eſt au ſecond, ainſi faut-il que le troiſieſme, qui s'appelle le terme de la queſtiō, ſoit au quatrieſme qu'on cherche. Et pour bien pratiquer ceſte regle, il faut premierement diſpoſer les trois nombres cogneuz, en ſorte que celuy pour lequel ſe fait la queſtion, ſoit touſiours poſé au troiſieſme lieu; mais au premier, celuy des deux autres nombres qui ſignifie meſme choſe, c'eſt à dire qui eſt ſemblable au troiſieſme; & celuy qui reſte au ſecond lieu, auquel doit eſtre ſemblable le quatrieſme qu'on cherche: puis ces nombres eſtans ainſi diſpoſez, le ſecond & troiſieſme ſoient multipliez entr'eux, & leur produit diuiſé par le premier, & le quotient ſera le quatrieſme nombre qu'on cherchoit, & qui ſatisfera à la queſtion propoſée, c'eſt à dire qu'a iceluy le troiſieſme nombre aura meſme raiſon que le premier au ſecond; le tout comme il appert aux exemples ſuiuans.

Vn homme ayant achepté 12 aulnes de ſerge qui luy couſtent 60 liures, il en veut encore auoir 17 aulnes au meſme prix; on demande combien il en doit payer? Il eſt manifeſte qu'en ceſte exemple la queſtion eſt annexée au nombre 17 aulnes; car on demande le prix d'icelles au reſpect de celuy de 12 aulnes, qui eſt de ſemblable denomination, l'vn & l'autre eſtant denommé par aulnes: Parquoy les nombres de cet exemple demeureront poſez ainſi qu'on voit cy deſſouz.

Si 12 *aulnes couſtent* 60 *liures, combien couſteront* 17 *aulnes?* Re 85 *liu.*

Et multipliant les deux & troiſieſmes termes entr'eux, ſçauoir 60 & 17, viennent 1020, qui eſtans diuiſez par le premier nombre 12, le quotient ſera 85, qui eſt quatrieſme nõbre proportionnel cherché, lequel eſt ſemblable au ſecond, c'eſt à dire que comme le ſujet ou denomination du ſecond terme 60 eſt liure, ainſi auſſi la denomination de ce quatrieſme nombre 85 ſera liure. Nous diſons donc que comme des 12 aulnes nous auons payé 60 liures, ainſi auſſi des 17 aulnes deuõs-nous payer 85 liures, y ayant meſme raiſon de 12 à 60, que de 17 à 85: car comme le premier nombre 12 eſt la cinquieſme partie du ſecond 60, ainſi auſſi le troiſieſme nombre 17 eſt la cinquieſme partie du quatrieſme nombre trouué 85.

Soit encore propoſé ceſt exemple: *Quand le ſeptier de fromẽt vaut* 8 *liures, le pain d'vn certain poids vaut* 10 *deniers; combien couſtera donc le pain de meſme poids, lors que le froment vaudra* 12 *liures le ſeptier?* Le nombre auquel eſt annexée la queſtion eſt 12 liures, qui doit eſtre poſé au troiſieſme lieu de la regle; & le nombre ſemblable à iceluy eſt 8 liures, qui ſera au premier lieu de la regle; & partant l'exemple ſera poſée ainſi:

Si 8 *liu. donnent* 10 *den. combien donneront* 12 *liures?* Re 15 *den.*

Ce faict, ie multiplie les deux & troiſieſme nombres entr'eux, ſçauoir 10 & 12, & viennent 120, que ie diuiſe par le premier nombre 8, & viennent au quotient 15, pour le quatrieſme nombre cherché, qui eſt ſemblable au ſecond, c'eſt à dire qu'il doit eſtre denommé de meſme que le ſecond; & partant comme le ſecõd terme eſt 8 deniers, ainſi auſſi ce quatrieſme ſera 15 deniers: Car nous deuons tenir pour maxime, que les trois termes cogneuz eſtans diſpoſez en ſorte, que le premier & le troiſieſme ſoient de ſemblable ſujet, le quatrieſme terme qu'on trouuera ſera auſſi ſemblable au ſecond.

Mais veu que les deux & troiſieſmes nombres de la regle de trois peuuent eſtre multipliez indifferemment l'vn par l'autre, auſſi peuuent-ils eſtre poſez indifferemmẽt l'vn au lieu de l'autre; c'eſt pourquoy quelques-vns poſent les deux termes de meſme ſujet au premier & ſecõd lieu de la regle de trois, & en ce faiſant, le quatrieſme qu'on trouue eſt de ſemblable denomination que le troiſieſme; ce que nous rendrõs manifeſte par ceſte autre exemple, que nous rangerons ſelon l'vne & l'autre poſition.

Quelqu'vn ayant eu 250 piques pour 125 liures, combien en aura-il encore pour 74 liures? Il eſt manifeſte que ſuiuant la poſition ordinaire, ceſte exemple doit eſtre poſée ainſi.

Si 125 liu. dõnent 250 piques, combien en donneront 74 liures? Ꝛ 148 *piques.*

Et multiplians les ſecond & troiſieſme nombres entr'eux, viendront 18500, qui diuiſez par le premier terme 125, dõnent 148 pour le quatrieſme terme cherché, qui ſera de meſme ſujet que le ſecõd; & partant pour 74 liures on doit auoir 148 piques, au meſme prix & prorata que 250 ont couſté 125 liures. Maïs ſi on change les ſecond & troiſieſme termes, les deux premiers ſeront d'vn meſme ſujet, & la regle ſera poſée ainſi:

Si 125 liu. donnent 74 liu. combien donneront 250 piques? Ꝛ 148 *piques.*

Et procedant comme deſſus, viendra touſiours au quatrieſme nombre cherché 148, qui ſera de meſme denomination que le troiſieſme, c'eſt à dire 148 piques.

Il aduient quelquesfois que tous les termes ont meſme denomination, & ſignifient vn ſemblable ſuiet; mais cela ne peut apporter aucune difficulté, obſeruant ſeulement que le nombre auquel eſt annexée la queſtion, ſoit poſé au ſecond ou au troiſieſme terme: *Comme ſi quelqu'vn dit, I'ay gaigné 12 liures auec 72 liures; combien gaigneray-ie au prorata auec 30 liures?* Procedant comme dit eſt cy deſſus, ie trouueray que 30 liures doiuent gagner 5 liures, & les termes ſeront poſez comme il appert icy.

Si 72 liu. donnent 12 liu. combien en donneront 30 liures? Ꝛ 5 *liu.*

Auſſi quelquesfois tous les trois nombres cogneuz ſeront abſolus; comme ſi on demandoit vn nombre auquel 15 ait meſme raiſon que 5 à 4: & alors la regle ſeroit diſpoſée ainſi.

Si 5 donnent 4, que donneront 15? Ꝛ 12.

Or auparauant que paſſer plus outre, nous aduertirons icy l'apprentif, que pour s'exercer tant plus en ſes regles, & cognoiſtre par meſme moyen s'il aura bien fait ou non, il doit faire vne regle contraire à celle qu'il veut examiner, & ce en poſant au premier lieu le nombre qui eſtoit au troiſieſme; au ſecond le quatrieſme nombre trouué; & au troiſieſme celuy qui eſtoit au premier: & la regle faicte, il faut que le quatrieſme trouué ſoit égal au ſecond de la regle qu'on examine, autrement on a failly. Comme pour exemple, voulant examiner la derniere regle cy deſſus, où i'ay trouué 12 pour qua-

trieſme nombre proportionnel, ie diſpoſe la regle ainſi.

Si 15 donnent 12, combien donneront 5 ? Rẽ 4.

Et ayant multiplié & diuiſé cõme dit eſt, ie trouue 4, qui eſt égal au ſecond terme de ladite regle, & partant ie concluds qũe l'operation a eſté bien faicte. Autrement, & tout reuient à vn, il faut multiplier les premier & 4e nombres entreux, & puis auſſi les ſecond & troiſieſme entr'eux, & l'vn produit eſtant égal à l'autre, on iugera auoir bien faict, autrement non: Comme au meſme exemple, multipliant le quatrieſme nombre trouué 12 par le premier 5, viẽnent 60; mais multipliant auſſi le troiſieſme nombre 15 par le ſecond 4, viennent pareillement 60 : & partant ie concluds que l'operation a eſté bien faicte, c'eſt à dire qu'il y a meſme rapport & habitude de 5 à 4, que de 15 à 12.

Maintenant nous expliquerons les regles où arriuent des fractions, ou diuerſes eſpeces à vn meſme terme. Premierement donc, ſi à l'vn ou l'autre des premier & troiſieſme nombres de la regle de trois, ou bien à tous les deux, il y a diuerſes eſpeces, il les faudra reduire en vne meſme eſpece, c'eſt aſſauoir en la moindre, & puis proceder auec les nombres prouenus deſdites reductiõs tout ainſi que deuant, car cela n'apportera aucune alteration au ſecõd terme, que nous ſuppoſons touſiours eſtre de ſemblable denomination, que celuy que nous cherchons en tous les exemples ſuiuans.

Quelqu'vn ayant eu 8 aulnes de ſerge pour 35 liu. 15 ſ. combien en aura-il encore pour 12 liures? Diſpoſant les termes de la queſtion ſelõ les preceptes cy-deuant enſeignez, ils ſeront poſez ainſi.

Si 35 l. 15 ſ. donnent 8 aul. combien en donneront 12 l. ?

Et à cauſe qu'au premier terme il ſe trouue deux eſpeces, ſçauoir liures & ſols, il faut reduire en ſols tant ce premier terme que le troiſieſme, & puis la poſition de la regle ſera comme il enſuit.

Si 715 donnent 8 aulnes, combien en donneront 240? Rẽ $2\frac{118}{143}$ *aul.*

Et faiſant la regle, on trouuera qu'on doit auoir 2 aulnes $\frac{118}{143}$.

Vn homme ayant achepté 6 aulnes de drap qui luy couſtent 27 l. il en veut encore auoir pour 7 l. 17 ſ. 6 den. on demande combien le marchand luy en doit donner? Diſpoſant les termes ſelon la queſtion, ils ſeront ainſi.

Si 27 liu. donnent 6 auln. combien 7 l. 17 ſ. 6 d?

Et pource qu'au dernier terme il y a diuerſes eſpeces, il le faut reduire en vne ſeule, c'eſt aſſauoir en denier, comme auſſi le premier

terme, & puis nous aurons les trois nombres de la regle tels qu'ils enſuiuent.

Si 6480 *donnent* 6 *aul. combien* 1890 ? Rt 1 $\frac{3}{4}$ *aul.*

Vn Seigneur ayant achepté de la vaiſſelle d'argent qui peſe 52 *marcs* 3 *onces* 6 *deniers, dont il a payé* 1000 *liures, il enuoye encore querir ſix plats qui peſent* 12 *marcs* 5 *onces; on demande combien il doit payer au prorata de la premiere?* Ie diſpoſe les termes de la queſtion ainſi qu'il appert icy.

Si 52 *m.* 3 *onc.* 6 *d. couſtent* 1000 *l. combien* 12 *m.* 5 *onc.?*

Et pource qu'il y a diuerſes eſpeces és premier & troiſieſme nombres, il les faut reduire en la moindre d'icelles, qui ſont deniers de marc, & puis nous aurons les termes comme ils ſont cy deſſouz poſez, auec leſquels acheuãt la regle, on trouuera que les ſix plats couſteront 240 liu. 18 ſ. 1 d. $\frac{297}{559}$.

Si 10062 *couſtent* 1000 *l. combien* 2424 ? Rt. 240 *l.* 18 *ſ.* 1 *d.* $\frac{297}{559}$.

Mais lors qu'il ſe rencontrera auſſi diuerſes eſpeces au ſecond nombre, il le faudra reduire en la moindre, puis faire la regle, & ce qui viẽdra au 4e nombre ſera en meſme eſpece que celle en laquelle on aura reduit le ſecond, c'eſt pourquoy il le faudra reduire en la plus grande eſpece.

Vn homme pour 42 *liu.* 10 *ſ.* 6 *d. a eu* 7 *aulnes de drap, duquel il en veut encore auoir* 5 *aulnes; on demande combien elles luy couſteront au meſme prix?* Diſpoſant les termes de la queſtion ſelon leur vray ordre, ils ſeront comme enſuit.

Si 7 *aul. couſtent* 42 *liu.* 10 *ſ.* 6 *d. combien couſteront* 5 *aul.* ?

Et d'autant qu'il y a diuerſes eſpeces au ſecond terme, ie les reduits en la moindre, ſçauoir eſt en deniers; puis ayant poſé les nombres comme il appert cy deſſous, & acheué la regle ſelon les preceptes d'icelle, ie trouue pour le quatrieſme terme cherché 7290, qui ſont des deniers, puiſque le ſecõd terme a eſté reduit en ceſte eſpece; & partant ie reduits iceluy nombre, & viennent 30 liures 7 ſ. 6 d. autant couſteront donc les 5 aulnes propoſées.

Si 7 *aul. couſtent* 10206 *d. combien* 5 *aul?* Rt 30 *l.* 7 *ſ.* 6 *d.*

Derechef, *Quelqu'vn ayant eu* 2 *marcs* 5 *onces* 3 *gros d'argent pour* 54 *l.* 14 *ſ.* 6 *d. combien en aura-il encore pour* 36 *l.* 9 *ſ.* 8 *deniers?* Diſpoſant les termes de ceſte queſtion ſelon leur ordre, ils ſeront comme enſuit.

Si 54 *l.* 14 *ſ.* 6 *d. donnent* 2 *m.* 5 *on.* 3 *gros; combien* 36 *l.* 9 *ſ.* 8 *d.?*

Et d'autant qu'en tous les trois termes il y a diuerſes eſpeces, il les faut reduire, ſçauoir le premier & le troiſieſme en deniers, & le ſecond en gros; quoy faiſant ils ſerõt comme il appert cy deſſouz; & la regle faicte, viendront 114, qui ſeront des gros, puiſque le ſecond terme a eſté reduit en gros: Il faut donc reduire ces gros en plus grandes eſpeces, & ſeront trouuées 14 onces 2 gros, c'eſt à dire 1 marc 6 onces 2 gros, qu'on aura encore pour 36 liures 9 ſols 8 deniers.

Si 13134 *donnent* 171 *g. combien* 8756? Ré 1 *m.* 6 *on.* 2 *g.*

Voilà quant à ce qui concerne les diuerſes eſpeces: Et pour le regard des fractions, ceux qui entendront bien la multiplication & diuiſion d'icelles, n'y trouueront point de difficultez; neantmoins pour ſoulager les moins exercez éſdites fractions, & oſter toutes difficultez; nous dirons pour maximes generales, que quelconque terme de la regle de trois qui a des entiers & fraction, doit eſtre premierement reduit en ſa fraction; & puis ſi c'eſt le premier terme qu'on doit multiplier l'vn ou l'autre des deux autres, par le denominateur d'icelle fraction; & ceux-cy en ayant auſſi, le premier terme ſera multiplié par les denominateurs: quoy fait on procedera auec les produits, delaiſſant leſdits denominateurs comme inutils: le tout comme il appert aux exemples ſuiuans.

Quelqu'vn ayant achepté 7 aulnes $\frac{3}{4}$ de ſerge, qui luy couſtent 32 liu. 15 ſ. combien luy en couſteront encore 12 aulnes au meſme prix? Or d'autant qu'au premier terme il y a fraction, ie le reduits en icelle, comme auſſi le 3e. 12; & delaiſſant le denominateur 4, ie procede comme deuant, obſeruant que pour briefveté il n'eſt beſoin de reduire le ſecond terme en ſa moindre eſpece, ſi on ne veut, ains proceder par les preceptes des regles briefves enſeignées au chap. 12, le tout comme il appert cy deſſouz.

Si 7 $\frac{3}{4}$ *aul. couſtent* 32 *liu.* 15 *ſ. combien* 12 *aulnes?* Ré 50 *l.* 14 *ſ.* 2 *d* $\frac{10}{31}$.

31	48	4
	256	48
	128	
	24	
	12	

1572, *qui diuiſez par* 31 *donnent* 50 *l.* $\frac{22}{31}$.

Vn

Vn homme ayant eu $8\frac{5}{12}$ *d'aulnes de drap pour* 92 *l. on demande combien il en aura au meſme prix pour* 18 *l.*8 *ſ.*? Il faut donc diſpoſer les termes en leur propre lieu,& ce faiſant il y aura fraction au ſecond terme, c'eſt pourquoy il ſera reduit en icelle,& auſſi le premier, delaiſſant toutefois le denominateur 12, comme il appert cy deſſouz.

Si 92 *l. donnent* $8\frac{5}{12}$ *; combien* 18 *l.*8 *ſ.* ?

12	—	20
184	101	368
92		
1104		

22080—101—368. Et 1 *aul.* $\frac{41}{60}$.

Quelqu'vn ayant eu 12 *aulnes de toile pour* 40 *liu.*16 *ſ. on demande combien couſteront* $4\frac{5}{8}$ *auln. au meſme prix*? Les termes de ceſte queſtion ſeront poſez comme il appert cy deſſouz; & ayant reduit le dernier en ſa fraction,& auſſi le premier,ſera procedé comme deuant.

Si 12 *aul. couſtent* 40 *l.*16 *ſ. combien* 4 *aul.* $\frac{5}{8}$?

8	20	8
96 —	816 ——	37. Et 15 *l.*14 *ſ.*6 *d.*

Trouuer vn nombre auquel 12 *ait meſme raiſon que* $8\frac{1}{2}$ *à* $2\frac{5}{6}$. Il faut diſpoſer les termes de la queſtion ainſi qu'il appert cy deſſouz,puis reduire les deux premieres en leurs fractions, & reciproquemẽt multiplier l'vn des produits ou numerateurs par le denominateur de l'autre terme: quoy faict les fractions ſeront comme entiers, auec leſquels ſera paracheuée la regle comme il appert icy.

Si $8\frac{1}{2}$ *donnent* $2\frac{5}{6}$, *que donneront* 12 ?

17	17	
6	2	
102 —	34 ——	12? Et 4.

Trouuer vn nombre auquel $12\frac{3}{4}$ *ait meſme raiſon que* 7 *à* $10\frac{1}{2}$. Ayant diſpoſé les termes de la queſtion ſelon leur lieu conuenable, & reduit les deux derniers en leurs fractions, il faut multiplier le premier par les denominateurs deſdites fractions, comme il appert cy deſſouz, & puis acheuer la regle.

Si 7 *donnent* $10\frac{1}{2}$, *que donneront* $12\frac{3}{4}$?

2		
14	21	51
4		
56 —	21 —	51? & $19\frac{1}{8}$.

Trouuer vn nombre auquel $19\frac{1}{8}$ *ait meſme raiſon que* $10\frac{1}{2}$ *à* 7. Il faut diſpoſer les termes ſelon que la queſtion le requiert, & il ſe trouuera des fractions au premier & dernier terme, c'eſt pourquoy il les faut reduire en leurſdites fractions, puis multiplier reciproquemẽt chaſque produit ou numerateur par le denominateur de l'autre terme, & auec ce qui en viendra, comme entiers, ſoit paracheuée la regle; le tout comme il appert icy.

Si $10\frac{1}{2}$ *donnent* 7, *que donneront* $19\frac{1}{8}$?

21		153
8		2
168 —	7 —	306? & $12\frac{3}{4}$.

Trouuer vn nombre auquel $10\frac{1}{2}$ *ait meſme rapport & habitude que* 19 *à* $12\frac{3}{4}$. Soient premierement diſpoſez les termes de la queſtion en leur vray lieu: & d'autant qu'il y a des fractions à tous les trois termes, iceux eſtans reduits en leurſdites fractions, ſoit multiplié le premier par les denominateurs des deux autres, & l'vn de ceux-cy par le denominateur du premier, puis acheuer la regle ſelon la voye des entiers.

Si $19\frac{1}{8}$ *donnent* $12\frac{3}{4}$, *que donneront* $10\frac{1}{2}$?

153	51	21
4	8	
612	408	
2		
1224 —	408 —	21? & 7.

Or d'autant que les exemples rendent les preceptes clairs & faciles à pratiquer, & que de ceſte regle de trois, ou de proportion, en deſpendent infinis autres, nous-nous ſommes vn peu eſtendu ſur ce ſujet, donnant des exemples en toutes les façons & poſitions que nous auons eſtimé qu'elles peuuent arriuer: tellement que l'apprẽtif n'aura maintenãt plus de ſujet de doubter, veu qu'outre les preceptes, il trouuera icy vne exemple ſemblable à quelconque qui luy ſera propoſée.

Quant aux briefvetez qu'on peut apporter à quelque regle de trois (comme quand il ſe rencontre que le premier terme eſt meſuré, on meſure le ſecond ou le troiſieſme) nous n'en dirons rien, veu que les choſes iuſques icy expliquées, eſtans bien entenduës, il ſera facile à vn chacun de cognoiſtre, & operer par les regles briefves qu'il verra eſtre plus promptes & faciles pour trouuer la choſe requiſe.

De la regle de trois rebourſe.

CHAPITRE XV.

CESTE regle de trois eſt appellée rebourſe ou renuerſée, parce que la raiſon des termes d'icelle eſt toute contraire à celle des termes de la regle de trois directe enſeignée au chap. precedẽt: Car il appert aſſez par tous les exemples y rapportez, qu'il y a touſiours meſme raiſon du premier nombre au ſecõd, que du troiſieſme au quatrieſme; & partant que ſi le premier eſt plus grand que le troiſieſme, auſſi le ſecond ſera plus grand que le quatrieſme; & ſi moindre, moindre: Mais on peut propoſer quelques queſtions, où la raiſon ſera toute contraire; c'eſt à dire que le premier terme eſtãt plus grand que le troiſieſme, le ſecond doit eſtre moindre que le quatrieſme; & le premier eſtant moindre que le troiſieſme, le ſecond deura eſtre plus grand que le quatrieſme. Pour exemple: *Le ſeptier de froment valant 6 liures, le pain d'vn certain prix peſe 12 onces; on demãde combien peſera le pain de meſme prix, lors que le froment ne vaudra plus que 4 liures?* Or tu vois clairement, que d'autant que le bled couſte moins, d'autant le pain d'vn meſme prix doit eſtre plus peſant; & toutefois ſi on ſuiuoit la regle directe, il peſeroit moins.

2. *Semblablement vn homme ayant fait faire vn habit auec huict aulnes de ſerge, qui n'auoit que $\frac{1}{3}$ de large; on demande combien il luy faudra d'vne autre ſerge qui ait vne aulne de large pour faire vn autre habit?* Or les plus groſſiers ſçauent fort bien, que d'autant qu'vne eſtoffe eſt plus large, d'autant en faut-il moins pour faire leurs habits, & neantmoins on trouueroit ſuiuant la regle directe qu'il en faudroit plus.

Or puiſque en ces exemples, & autres ſemblables, la raiſon des termes eſt contraire & renuerſée à celle de la regle de trois directe, il s'enſuit que la maniere d'operer en ces exemples, eſt auſſi contraire à celle des exemples de ladite regle directe: Parquoy il faut icy multiplier les premier & ſecond termes entr'eux, & diuiſer le produit par le troiſieſme, & viendra au quotient le quatrieſme nombre requis. Comme au premier exemple cy deſſus, ayãt diſpoſé les termes comme il appert icy,

Si 6 *l. donnent* 12 *onc. combien* 4 *l.?* Rẽ 18 *onces.*

Ie multiplie les premier & ſecond termes entr'eux, ſçauoir 6 & 12, & viennent 72, que ie diuiſe par le dernier terme 4, & viennent 18: parquoy ie dis que lors que le bled vaudra 4 liu. le pain peſera 18 onces. En l'autre exemple les termes eſtans poſez comme ils ſont icy,

Si $\frac{2}{3}$ *donnent* 8, *que donneront* 1? Rẽ 5 $\frac{1}{3}$ *aulnes.*

Ie multiplie les premier & ſecond termes entr'eux, ſçauoir $\frac{2}{3}$ & 8, & viennent $\frac{16}{3}$, ou ſimplement 16, delaiſſant le denominateur, ayant multiplié par iceluy le troiſieſme terme 1, qui font 3, par leſquels ie diuiſe 16, & viennent 5 $\frac{1}{3}$, pour la quantité de la ſerge qu'il faut à faire l'habit propoſé.

Or afin de tant plus eſclaircir ce qui eſt de ceſte regle, & oſter toutes difficultez à l'apprentif, nous ioindrons encore icy pluſieurs exemples & queſtions, qui feront recognoiſtre la difference de celles eſquelles on doit operer ſelon la regle de trois rebourſe, à celles-là auſquelles ſert la directe.

3. *Vne ville eſt aſſiegée, en laquelle y a certain nombre de ſoldats, à chacun deſquels on diſtribue* 18 *onces de pain par iour, quoy faiſant n'y a des viures que pour* 40 *iours, & neantmoins il n'y a point d'eſperance que le ſiege puiſſe eſtre leué deuant deux mois; c'eſt pourquoy il faut retrancher vne partie de la nourriture de chacun ſoldat: on demande donc combien d'onces de pain on leur pourra diſtribuer par iour, afin que les viures durẽt iuſques à deux mois.*

Pour ſouldre ceſte queſtion, ie la poſe ainſi qu'il appert cy deſſouz, poſant 60 iours pour les deux mois: & puis ie conſidere que ſelon la regle directe, le 4e nombre incogneu viendroit plus grand que le ſecond; mais le ſens commun me fait cognoiſtre qu'il doit eſtre plus petit, puis que vne meſme quantité de perſonnes doiuent eſtre nourris durant 60 iours des viures qui ne leur eſtoiēt que pour 40. Parquoy i'opere ſelon les preceptes de la regle rebourſe; c'eſt à dire que ie multiplie les premier & ſecond nombres entr'eux, & viennent 720, que ie diuiſe par le dernier nombre 60, & viennent au quotient 12, qui monſtrent qu'en donnant 12 onces de pain par iour à chacun ſoldat, ils pourront eſtre nourris en ladite ville l'eſpace de 60 iours.

Si 40 *donnent* 18 *onc. combien donneront* 60 ? Rē 12 *onces.*

4. *Il y a* 6000 *ſoldats en garniſon dans vne ville, qui n'a des viures que pour* 40 *iours, & neantmoins il n'y en peut venir d'autres deuant* 60 *iours, ny ne peut-on auſsi diminuër la nourriture de chacun ſoldat; parquoy on eſt contraint d'en licentier vne partie, afin que le reſte puiſſe eſtre nourry en ladite ville durant ledit temps de* 60 *iours: on demande donc combien le Gouuerneur en doit licentier.*

Ayant diſpoſé les nombres de la queſtion chacun en ſon propre lieu, ie recognois que ſuiuant l'operation de la regle de trois directe, comme le troiſieſme terme de la queſtion eſt plus grand que le premier; auſſi le quatrieſme cherché viendroit plus grand que le ſecond; & toutesfois ie ſçay qu'il doit eſtre moindre: Parquoy operant par le contraire, ie multiplie les premier & ſecond termes entr'eux, & viennent 240000, que ie diuiſe par le dernier nombre, & viennent 4000 au quotient, qui monſtrēt que 4000 hommes peuuent eſtre nourris dans ladite ville pendant les 60 iours, & par conſequent qu'il en faut licencier 2000.

Si 40 *iours nourriſſēt* 6000 *hom. combien en nourrirōt* 60 *iours?* Rē 4000.

5. *D'vne tapiſſerie qui a* 2 *aul.* $\frac{1}{2}$ *de large, il en faut* 25 *aul. pour tapiſſer vne chambre: aſſauoir combien il faudroit d'autre tapiſſerie de* 3 *aul.* $\frac{1}{4}$ *de large pour tapiſſer la meſme chambre?*

Il eſt manifeſte que d'autant plus la tapiſſerie eſt large, d'autant moins nous en faudra-il; c'eſt pourquoy ayant poſé les termes de la queſtion, ainſi qu'ils ſont cy apres, nous procederons par la regle de trois rebourſe, & trouuerons qu'il faudra 19 aulnes $\frac{3}{13}$ de ladite

tapiſſerie, qui a $3\frac{1}{4}$ de large pour tapiſſer la chambre propoſée.

Si $2\frac{1}{2}$ *donnent* 25, *combien donneront* $3\frac{1}{4}$?

5 — 13
4 — 2
20 — 25 — 26. & 19 *aul.* $\frac{3}{13}$.

6. *Vn homme ayant emprunté d'vn autre* 200 *liures, luy rend au bout de* 6 *mois, & en outre luy preſte* 140 *liures ; on demande combien de temps ceſtuy-cy ſe doit ſeruir deſdites* 140 *liures pour égaler l'intereſt.*

Il appert qu'on doit operer en ceſte queſtion ſelon la regle de trois rebourſe, car ſuiuant la droicte on trouueroit moins de ſix mois, & il eſt certain qu'on doit trouuer dauantage: parquoy ayant poſé les nombres de la queſtion en leur ordre, ie multiplie les premier & ſecond termes entr'eux, & diuiſe le produit par le dernier, & viennent 8 mois 17 iours $\frac{1}{7}$, pour le temps que l'intereſt de 140 liures équipolera l'intereſt de 200 liures pendant 6 mois.

Si 200 *donnent* 6 *mois ; combien donneront* 140 ? & 8 *mois* 17 *iours* $\frac{1}{7}$.

7. *Quelqu'vn ayant preſté à vn autre* 300 *liures pendant* 6 *mois : aſſauoir combien ceſtuy-cy doit preſter à l'autre par l'eſpace de quatre mois pour égaler l'intereſt.* Poſons les nombres de la queſtion en leur ordre, & puis conſideré que la regle de trois droicte n'eſt conuenable en cet endroit ; nous procederons ſelon la rebourſe, & trouuerons que le premier doit preſter 450 liures pendant 4 mois, pour égaler l'intereſt des 300 liures qu'il a eu pendant 6 mois.

Si 6 *donnent* 300 *liu. combien donneront* 4 ? & 450 *liures.*

Or nous auõs dit en la regle de trois directe, que le produit du premier terme par le dernier, doit eſtre égal au produit du ſecond par le troiſieſme, autrement l'operation auroit eſté mal faicte ; mais en ceſte-cy, le produit des deux premiers nõbres multipliez entr'eux, doit eſtre égal au produit des deux derniers auſſi multipliez entr'eux, ſinon l'operation ſera mal faicte : comme au dernier exemple cy deſſus, les deux premiers termes 6 & 300 eſtans multipliez entr'eux, produiſent 1800 ; mais les deux derniers 4 & 450 eſtans auſſi multipliez entr'eux, produiſent nombre égal 1800: parquoy ie dis que l'operation a eſté bien faicte.

De la regle de trois composée.

CHAPITRE XVI.

IL y a quelques regles de proportion qui ont plus de trois termes cogneuz; mais neantmoins entre iceux y en a touſiours trois principaux, deſquels deſpendent les autres qui leur ſont adioints, pour denotter, ou quelque temps, ou gain ou perte: & ces regles où cela arriue, ſont appellées regles de trois compoſées, pource qu'alors il faut operer par deux ou trois regles de trois, ou biẽ multiplier chaque nombre principal par ſon adjoint, afin de les reduire tous à trois nombres cogneuz, par leſquels on paruiendra à la cognoiſſance du quatrieſme ignoré.

Pluſieurs Arithmeticiens diſtinguent ceſte regle de trois compoſée en trois eſpeces; la premiere deſquelles ils appellent regle double, à cauſe (diſent-ils) qu'elle contient deux regles de trois directe: La ſeconde eſt celle qu'ils appellent compoſée, pource qu'elle eſt compoſée, tant de la regle de trois directe, que de la rebourſe: & ces deux eſpeces ont touſiours cinq termes cogneuz, deſquels reſulte vn ſixieſme terme incogneu: mais la troiſieſme eſpece eſt appellée regle conjoincte, pource qu'elle conjoinct tant de regles de trois qu'on veut en vne: elle a bien quelquesfois cinq termes cogneuz, comme les deux precedentes, mais le plus ſouuent elle en a ſept, & aucunesfois 9, & plus.

Or ſans nous arreſter à ces diſtinctions, nous expliquerons icy diuerſes queſtions, au moyen deſquelles i'eſtime qu'on pourra ſoudre toutes autres ſemblables queſtions deppendantes de la regle de trois, compoſée ſouz quelques eſpeces qu'on les vueille prendre.

1. *Si* 300 *liures en* 4 *mois gagnent* 12 *liures, combien gagneront* 200 *liures en* 16 *mois?* Or il appert qu'il y a cinq termes en ceſte queſtion, deſquels les ſecond & cinquieſme ſont ioints auec ceux qui les precedent, & pour les reduire tous 4 à deux ſeulement, nous multiplierons chacun deſdits antecedents par ſon adjoint, & viendront à l'vn 1200, & à l'autre 3200, & ces deux nombres auec le troiſieſme 12, ſeront maintenant les trois termes cogneuz d'vne regle de trois directe, auec leſquels on trouuera le quatrieſme proportionnel qui

ſera le requis: tellement qu'en toutes telles queſtions il n'y a qu'à multiplier les deux premiers termes entr'eux, & auſſi les trois derniers entr'eux, & ce produit eſtant diuiſé par celuy-là donnera la choſe requiſe, comme il appert icy.

Si 300 *l. en* 4 *m. gag.* 12 *l. combien gagneront* 200 *en* 16 *m?* Rẽ 32 *l.*

4	200
1200	2400
	16
	14400
	2400

diuiſez 38400 *par* 1200, *viennent* 32 *l. pour le gain de* 200 *liures pendant* 16 *mois.*

Nous auons dit que telles queſtions ſe peuuent ſouldre, non ſeulement par la maniere cy deſſus, mais auſſi par deux regles de trois, la premiere deſquelles on doit diſpoſer ainſi.

Si 300 *liu. gagnent* 12 *liu. combien gagneront* 200 *l?* Rẽ 8 *l.*

Et ayant trouué que puiſque 300 liures gagnent 12 liures, 200 liures gagneront 8 liures, on fera ceſte ſeconde regle.

Si en 4 *mois ie gagne* 8 *l. combien gagneray-ie en* 16 *mois?* Rẽ 32 *l.*

Voilà donc comme par ces deux regles de trois il vient la meſme ſomme 32 liures, que par la premiere maniere cy deſſus. Et puis que ceſte queſtion ſe reſoult par deux regles de trois directes, elle eſt de celles qui tombent ſouz la regle double, mais en voicy vne de la compoſée, qui ſeruira comme de preuue à la precedente.

2. *Si* 300 *liures en* 4 *mois gagnent* 12 *liures, quelle ſomme baillera* 32 *liures de gain en* 16 *mois?*

Pour ſouldre telles queſtions par vne ſeule regle, il faut premierement diſpoſer les 5 termes ſelon l'ordre cy deſſouz, puis multiplier les premier & dernier termes entr'eux, & viendront 192, puis auſſi les trois termes du milieu, & viendront 38400, qui diuiſez par l'autre produit 192, donnent 200 pour le nombre cherché, c'eſt à dire que tout ainſi que 12 liures ſont l'intereſt de 300 l. durant 4 mois, auſſi 32 l. ſeront l'intereſt de 200 l. pendant 16 mois, comme il appert en l'operation ſuiuante.

Si 12 *liures*

Si 12 l. viennent de 300 l. en 4 m. d'où viendront 32 l. en 16 m? & de 200 l.

16	32
72	600
12	900
192	9600
	4
	38400

diuisez 38400 par 192, donnent 200 liures.

Qui voudra souldre ceste question par deux operations, on dira premierement,

Si 12 l. de gain viennent de 300 l. d'où viendrõt 32 l. de gain? & de 800 l.

Et la regle faicte viendront 800 liures pour le principal de 32 liures d'interest, pendant les 4 mois que 300 liures ont gagné 12 liures; mais nous demandions vne somme qui ne bailla lesdits 32 liures de gain qu'en 16 mois: d'où appert que ceste somme sera beaucoup moins que 800 liures, & pour la trouuer, nous fermerons ceste autre regle de trois.

Si de 800 l. se gag. certaine som. en 4 m. de cõbien se gag. pareille som. en 16 m?

Il est certain qu'on doit icy operer selõ la regle de trois rebourse, & suiuant icelle on trouuera 200: parquoy nous disons que de 200 liures viendront 32 liures de gain pendant 16 mois, au respect de ce que 300 liures donnent 12 liures durant 4 mois. Sur ce sujet on pourroit encore former la question en ceste sorte.

3. *Si 300 liures gagnent 12 liures en 4 mois, en combien de temps 200 liures gagneront-elle 32 liures?* Ceste question, & toutes autres semblables, ne se peuuent reduire à vne simple regle de trois, parce que le temps pendant lequel 200 liures doiuent gagner 32 liures, est incogneu; & partant 200 liures ne peuuent estre multipliez par iceluy, ainsi qu'il est neceſſaire: Parquoy il faut proceder par deux regles de trois, la premiere desquelles on disposera ainsi.

Si 300 l. gagnent 12 l. combien gagneront 200 l.? & 8 l.

Et la regle faicte, on trouuera que 200 liures gagneront 8 liures en mesme temps que 300 liures en gagnent 12, c'est à dire durant 4 mois: & pour sçauoir maintenant en combien de temps lesdites 200 liures en gagnerõt 32, nous formerõs ceste autre regle de trois.

Si 8 l. de gain viennent de 4 mois, d'où viendront 32 l. de gain? Et de 16 mois.

Et l'operation faicte, nous trouuerons 16 mois: parquoy nous disons que 200 liures en 16 mois gagneront 32 liures, eu égard à ce que 300 liures en 4 mois gagnent 12 liures. On pouuoit aussi souldre ceste question par deux autres regles de trois, dont la premiere seroit inuerse, & l'autre directe, qui seroient disposées en ceste sorte.

Si 300 l. donnent 4 mois, combien donneront 200 l? Et 6 mois.

Si 12 l. de gain viennent en 6 mois, en combien de temps viendrõt 32 l? Et en 16 m.

Et ces deux regles estans faictes, nous trouuerons comme deuãt 16 mois pour le sixiesme terme incogneu cherché.

4. *Vn marchand ayant payé 300 liures pour le port & voicture de 450 liures pesant de marchandise, amenée de 260 lieuës; on demande combien cousteront au mesme prix 600 liures pesant amenées de 350 lieuës?* Il faut premierement disposer les termes de la question en leur ordre, comme il appert cy dessouz.

Si 450 lb. 260 lieuës cousteront 300 l. comb. 600 lb. 350 lieuës? Et 538 l. $\frac{6}{13}$.

Puis nous multiplierons les deux premiers termes entr'eux, & viendront 117000; & aussi les trois derniers termes entr'eux, & viẽdront 63000000 que ie diuise par le produit des deux premiers 117000, & viendront au quotient $538\frac{6}{13}$: parquoy ie dis que 600 liures pesant amenées de 350 lieuës cousteront de port 538 l. $\frac{6}{13}$, eu esgard à ce que 450 lb. amenées de 260 lieuës, ont cousté 300 liures. Si on vouloit souldre ladite question par deux regles de trois, elles seroient disposées ainsi qu'il ensuit, disant premierement,

Si 450 lb. cousteront de port 300 l. combien en cousteront 600 lb? Et 400 l.

Et ceste regle faicte, on trouuera que les 600 lb. de marchandises estans amenées de 260 lieuës cousteroient 400 l. mais d'autant qu'elles ont esté amenées de 350 lieuës, nous dirons par vne seconde regle de trois,

Si le port de 260 lieuës couste 400 l. comb. coustera-il de 350 lieuës? Et 538 l. $\frac{6}{13}$.

Et la regle faicte on trouuera 538 liures $\frac{6}{13}$ comme deuant. Or on pourroit diuersifier tant ceste question que les autres suiuantes, en changeant les 5 termes cogneuz, ainsi que nous auons fait cy deuant; mais la briefveté que nous recherchons tant qu'il nous est possible, sera cause que nous delaissons cela à ceux qui le voudront

faire, pour s'exercer tant plus en telles queſtions.

5. *Si* 12 *hommes en* 4 *iours deſpencent* 24 *liures, combien deſpenceront* 18 *hommes en* 6 *iours?* Les termes ſont icy poſez en leur vray lieu, c'eſt pourquoy il n'y a qu'à multiplier les deux premiers entr'eux, & viẽdront 48; puis auſſi les trois derniers, & viendront 2592, qui diuiſez par les 48, donneront 54. Parquoy 18 hommes deſpenceront 54 liures en 6 iours, à raiſon que 12 hommes deſpencent 24 liures en 4 iours.

6. *Si* 12 *moiſſonneurs moiſſonnent* 16 *arpens de bled en* 8 *iours, en combien de temps* 15 *moiſſonneurs en moiſſonneront-ils* 20 *arpens?* Il eſt icy beſoin de deux regles de trois, dont l'vne ſera rebourſe, parce que d'autant plus qu'il y a de moiſſonneurs, d'autãt faut-il moins de temps: Nous dirons donc premierement,

Si à 12 *moiſſõneurs il faut* 8 *iours, combiẽ en faudra-il à* 15? Ry $6\frac{2}{5}$.

Operant icy ſelon la regle inuerſe, on trouuera que 15 moiſſonneurs feront en 6 iours $\frac{2}{5}$, ce que 12 font en 8 iours, c'eſt aſſauoir 16 arpens. Ce faict nous ferons ceſte autre regle de trois.

Si 16 *arpẽs ſont moiſſõnés en* 6 *iours* $\frac{2}{5}$, *en combiẽ le ſerõt* 20 *arpẽs?* Ry 8 *iours.*

Faiſant ceſte regle, on trouuera 8 iours: tellement que nous dirõs que 15 moiſſonneurs ſeront autant de temps à moiſſonner 20 arpens de bled, que 12 moiſſonneurs ſeront à en moiſſonner 16 arpens.

Or tous les exemples cy-deſſus ſont rangez ſouz les deux premieres eſpeces de la regle de trois compoſée, mais nous finirõs ce chap. par vne exemple de celles qu'on attribue à la regle conioincte troiſieſme eſpece d'icelle regle compoſée, les termes de laquelle doiuẽt eſtre tellement diſpoſez que le dernier (qui eſt le terme de la queſtion) ſoit denommé comme le premier, & le terme que l'on cherche, comme le penultieſme; mais de ceux qui ſont entre le premier & le penultieſme, le ſecond ſera dénommé comme le troiſieſme, & le quatrieſme comme le cinquieſme, & ainſi des autres conſecutiuement tant qu'il y en aura, comme il appert icy.

7. *Si* 100 *lb. poids de Paris font* 116 *lb. poids de Lyon, &* 110 *lb. poids de Lyon font* 100 *lb. au poids de Flandre, ſçauoir combien* 356 *lb de Paris*

vaudront au poids de Flandre? Pour resouldre telles questions, tous les termes doiuent estre disposez en trois, mettant au premier lieu tous les antecedents les vns dessouz les autres; au second lieu tous les consequens aussi l'vn souz l'autre; & au troisiesme lieu le nombre de la question: Ce faict, il faut multiplier le nombre de la question, & les consequens ensemblément, puis diuiser le produit par celuy des antecedents multipliez entr'eux; & ce qui viendra au quotient sera le terme requis: disposons donc les termes de la question en ceste sorte:

Si { 100 *lb. de Paris font* 116 *lb. Lyon* } *de comb. en feront* 356 *lb. Paris.*
{ 110 *lb. Lyon valẽt* 100 *lb. Flãd.* }

11000 — 11600 — 356. Rx 375 *lb.* $\frac{23}{55}$ *Flandre.*

Et ayant multiplié les deux antecedents entr'eux viendront 11000, & aussi les deux consequens entr'eux, le produit est 11600, qui multipliez par le terme de la question 356, donnent 4129600, qui diuisez par le produit des antecedents, viennent au quotient 375 lb. $\frac{23}{55}$ pour la valeur & reductiõ de 356 lb. poids de Paris au poids de Flandre.

De la regle de societé.

CHAP. XVII.

CESTE regle de societé, ou de compagnie, qu'aucuns appellẽt aussi regle de marchands, pource peut-estre que de toutes les personnes qui se serue d'icelle regle, il n'y en a point à qui elle soit plus vtile qu'aux marchands: car iceux ayant mis argent ensemble pour traffiquer, ils departent par le moyen de ceste regle tout leur gain ou perte proportionnellement, selon les sommes qu'ils ont mis en compagnie. Or ceste distribution & despartement se faict moyennant la regle de trois, au premier terme de laquelle on met la somme à quoy se montent toutes les sommes qu'vn chacun a apportée en la compagnie; au second lieu, le gain ou perte qui est prouenuë de toute ladite somme, & au troisiesme terme l'argent d'vn chacun: tellement qu'il y aura autant de regle de trois qu'il y aura

de personnes entrees en la societé, comme il sera manifeste par les exemples suiuans.

1. *Trois marchands s'associans ensemble, l'vn d'iceux met en commun* 450 *liures, l'autre* 560 *liures, & le troisiesme* 740: *& au bout de quelque temps ils trouuent que de la somme totale ils ont gagné* 350 *liures: on demande combien chacun doit auoir d'iceluy gain à raison de sa mise?*

Pour donc soulder ceste question, & toutes autres semblables, nous adjousterons ensemble les mises d'vn chacun, & viendront 1750, que nous poserons au premier terme de la regle de trois, & au second le gain qui en est prouenu, c'est assauoir 350; mais au troisiesme lieu nous mettrons les mises particulieres de chaque marchād, qui sont 450, 560, & 740, le tout comme il appert icy.

Si 1750 *gagnent* 350 *l. combien gag.*

450.	90 *l.*
560.	112 *l.*
740.	148 *l.*
1750.	350.

Et faisant les trois regles de proportion comme il appartient, nous trouuerons que le premier doit auoir de gain 90 liures, le second 112, & l'autre 148. Pour preuue de ce, il faut adjouster ensemble ce qu'il vient de gain à chacun; & la somme estant égale à tout le gain prouenu de la somme totale, c'est signe que l'operation a esté bien & deuëment faicte, autrement non. On pourroit encore faire ladite preuue par operation reciproque, suiuant la façon d'operer en l'exemple cy dessouz.

2. *Trois marchands auoient mis en compagnie* 1750 *liures, de laquelle somme ayant gaigné* 350 *liures, le premier en a eu pour sa part* 90 *liures, le secōd* 112 *liures, & le troisiesme* 148 *liures: on demande combien chasque marchand auoit mis en la societé.*

Pour soulder ceste question, il faut poser au premier terme de la regle de trois le gain prouenu de la somme totale de la mise, qui est 350; au second ladite somme totale, sçauoir 1750; & au troisiesme lieu ce que chacun a eu dudit gain, le tout comme il appert cy apres.

Si 350 *viennent de* 1750 *l. de combien viendront* { 90. & *de* 450 *l.* / 112. & *de* 560 *l.* / 148. & *de* 740 *l.*

350. 1750.

Et faisant les regles de trois, on trouuera que le premier auoit mis en la compagnie 450 liures, le second 560, & l'autre 740.

3. *Quatre marchands ayant mis dans vn nauire pour* 12800 *liures de marchandise pour estre transportée de Marseille à Lisbone en Portugal, dont le premier y en auoit pour* 3200 *liures, le second pour* 2560 *liures, le troisiesme pour* 4800 *l. & le quatriesme pour* 2240 *liures, est aduenu vn grand orage sur la mer, pour lequel on auroit esté contraint de ietter vne partie de la marchandise en l'eau, afin de pouuoir sauuer l'autre partie: Or en ayant esté ietté pour* 5790 *liures, & faict perte commune, on demande combien chacun doit porter d'icelle perte, à raison de la marchandise qu'il auoit mis dans le vaisseau?*

Il y a mesme raison à la perte qu'au gain, c'est pourquoy on procedera comme au premier exemple; c'est à dire qu'on adjoustera ensemble tous les prix de la marchandise mise au nauire, pour auoir le premier terme de la regle de trois; & au second on mettra la perte; mais au troisiesme le prix de la marchandise d'vn chacun en particulier, ainsi qu'il appert cy dessouz.

Si 12800 *donnent de perte* 5790 *liures, comb. en donneront* { 3200. & 1447 $\frac{1}{2}$ *liu.* / 2560. & 1158 *liu.* / 4800. & 2171 $\frac{1}{4}$ *l.* / 2240. & 1013 $\frac{1}{4}$ *l.*

12800. 5790.

Et les regles faictes, on aura ce que chacun doit porter de la perte aduenue selon la valeur de la marchandise qu'il auoit mise au nauire.

4. *Vn Esleu a vne creuë de* 540 *liures à mettre sur* 4 *parroisses, dont la premiere a* 340 *liures de cottisation ordinaire, la seconde* 400 *liures, la tierce*

504 liures, & la derniere 700 liu. on demande combien chaſque parroiſſe doit porter de ladite creuë?

Il faut icy aſſembler les ſommes des cottiſations ordinaires, & viendront 1944 liures, qui ſeront pour le premier terme de ladite regle de trois; & au ſecond ſoit miſe la creuë propoſée, ſçauoir 540 liures; mais au troiſieſme, la ſomme particuliere de la cottiſation de chaſque parroiſſe; & les regles faictes, on aura pour le quatrieſme terme incogneu ce que chacune deſdites parroiſſes doit porter de ladite creuë propoſée à l'equipolent de ſa cottiſation ordinaire, ainſi qu'il appert cy deſſouz.

Si 1944 donnent 540 l. combien en donneront

340.	& 94 l. $\frac{4}{9}$.
400.	111 $\frac{1}{9}$
504	140 l.
700	194 $\frac{4}{9}$.
1944.	540.

On trouuera donc que pour la leuée de la creue propoſée, la premiere parroiſſe doit eſtre cottiſée à 94 l. 8 ſ. 10 d. $\frac{2}{3}$; la ſecõde à 111 l. 21. 2 d. $\frac{2}{3}$; la troiſieſme, à 140 l. & la quatrieſme à 194 l. 8 ſ. 10 d. $\frac{2}{3}$.

5. *Deux marchands ont fait compagnie, l'vn deſquels a mis 320 liures; & l'autre a tant mis, que de 560 liures qu'ils ont gagné enſemble il en prend les $\frac{5}{8}$; on demande quelle eſt ſa miſe, & auſſi le gain de l'vn & de l'autre?*

Puiſque le ſecond prend les $\frac{5}{8}$ du gain, il eſt certain qu'il a mis les $\frac{5}{8}$ du principal, & que le premier qui a fourny 320 liures a mis le reſte, c'eſt à dire $\frac{3}{8}$: tellement que pour 3 qu'a mis le premier, le ſecond en a mis 5: parquoy pour cognoiſtre la miſe du ſecond, nous formerons vne telle regle de trois.

Si 3 donnent 5, que donneront les 320 liu. de la miſe du premier? & 533 l. $\frac{1}{3}$.

Et la regle faicte, nous trouuerons 533 liu. $\frac{1}{3}$ pour la miſe du ſecond. Quant au gain d'vn chacun, il ſera maintenãt aiſé de le trouuer ſelon les exemples precedents, ou pluſtoſt en prenant la 8e partie de tout le gain 560, & la multipliant par 3, & auſſi par 5, afin d'en auoir les $\frac{3}{8}$, & puis les $\frac{5}{8}$; quoy faiſant, on trouuera que le premier qui a mis 320 l. en la compagnie, aura 210 liures de gain, & l'autre 350 liures.

6. Trois marchands s'eſtans aſſociez enſemble, & mis en compagnie 1520 *liures, ils ont gagné* 190 *liures, & venant à partir ce gain, le premier tire* 1080 *l. tant pour ſa miſe que profit; le ſecond,* 360 *liures; & l'autre* 270: *on demande la miſe & gain d'vn chacun?*

Pour ſouldre telles & ſemblables queſtions, il faut adjouſter tout le gain auec toute la miſe, & viendront 1710 qui ſera pour le premier terme de la regle de trois; & au ſecond ſoit poſé toute la ſomme principale qui eſt 1520; mais au troiſieſme terme ſoit poſé ce que chacun a tiré, tant pour ſon principal que profit, ainſi qu'il appert icy.

Si 1710 *donnent* 1520 *l. que donneront* { 1080. 960 *l.* / 360. 320 *l.* / 270. 240 *l.*

1710. 1520

Et les regles de trois faictes comme il appartient, on trouuera que le premier auoit mis en la compagnie 960 liures, le ſecond 320 liures, & le troiſieſme 270: & oſtant ces ſommes de ce que chacun a retiré, on trouuera que le premier a eu pour ſon gain 120 liures; le ſecond 40; & le troiſieſme 30.

7. Deux hommes ayant mis certaine ſomme d'argent pour profiter en commun ont gagné 26 *liu. deſquelles le premier en prend* 8, *à raiſon de ſa miſe, dont celle du ſecond eſtoit double, & encore* 10 *liu. dauãtage: on demande la miſe d'vn chacun?*

Pour ſouldre ceſte queſtion, eſt à conſiderer que puiſque le gain du premier eſt 8 liu. il s'enſuit que le ſecond qui a mis plus que le double du premier aura 16 pour iceluy double, & partant que les 2 qui reſtent encore de tout le gain 26, correſpondent au gain qu'ont fait les 10 liu. que le ſecond a apporté plus que le double du premier: parquoy nous trouuerons aiſément le principal d'vn chacun, diſant ainſi.

Si 2 *viennent de* 10, *d'où viendront* { 8. 40 *l.* / 16. 80 *l.*

Et ſelon ce, nous trouuerons que les 8 du gain que le premier a eu

eu prouiennent de 40 liures qu'il auoit apporté en la compagnie; & partant le double 80, auec dix dauantage, sera la mise du second.

8. *Trois s'estans associez ont gagné* 1520 *liures: le premier a apporté en la compagnie* 1080 *l. & le second* 360, *mais le second y a tant mis, que de tout le gain il luy en appartient* 240 *liures: on demande la mise de cestuy-cy, & le gain des deux autres?*

Il faut icy leuer le gain du troisiesme qui est 240 l. de tout le gain 1520 l. & resteront 1280 pour le gain des deux premiers, ausquels il le faut partir selon leur mise, disant ainsi.

Si 1440 *l. gagnent* 1280 *l. combien gagneront* { 1080 *l.* ℟ 960 *l.* ; 360 *l.* ℟ 320 *l.*

Et ayant trouué que le premier prend 960 l. du gain, & le second 320, nous chercherons la mise du troisiesme, disant ainsi.

Si 320 *l. viennent de* 360, *d'où viendront* 240? ℟ *de* 270 *l.*

Et la regle faicte, on trouuera qu'iceluy auoit porté en la compagnie 270 liures.

9. *Il y a trois moulins dans vne ville assiegée, l'vn desquels mould* 2 *septiers de bled par iour, le second* 3 *septiers & demy, & le troisiesme* 5 *septiers: le Commissaire des viures veut faire mouldre* 72 *septiers de bled; on demande combien il doit donner de septiers de bled à chacun moulin, afin qu'ils ayent aussi tost faict l'vn que l'autre?*

Pour souldre ceste question, il faut, comme aux precedens, poser le nombre des septiers de bled que mould chacun moulin par iour au troisiesme lieu de la regle de trois les vns sur les autres, & la somme de l'addition d'iceux au premier terme, & au second le nombre des septiers de bled qu'il faut mouldre, ainsi qu'il appert icy.

Si $10\frac{1}{2}$ *donnent* 72, *combien donneront* { 2. ℟ $13\frac{5}{7}$. ; $3\frac{1}{2}$. ℟ 24. ; 5. ℟ $34\frac{2}{7}$. }

$10\frac{1}{2}$. 72

Et les regles faictes, le produit de chasque operation monstrera

combien de ſeptiers de bled il faut donner à chaſque moulin, ſçauoir au premier $13\frac{5}{7}$ ſeptiers, au ſecond 24, & à l'autre $34\frac{2}{7}$.

10. *Il y a vne grande cuue, au bas de laquelle ſont trois fontaines ou bondõs inegaux, le plus grand deſquels eſtant ouuert, la cuue remplie d'eau eſt toute vuidee en 2 heures; mais lors qu'on ouure le plus petit bondon, ladite cuue eſt vuidée en 8 heures; & lors qu'on ouure le moyen, elle l'eſt en 5 heures: on demãde ſi on ouure tous les trois bõdons en meſme temps, en combien toute l'eau de la cuue ſera vuidée, & combien s'en eſcoulera par chaque bondon?*

Pour ſouldre ceſte queſtion, & toutes autres ſemblables, ſoit premierement trouué le moindre nombre meſuré par les temps mentionnez en la queſtion, c'eſt aſſauoir par 2, 5, & 8, qui ſera 40, & d'iceluy ſoient prinſes les parties denommées par chacun deſdits temps; c'eſt aſſauoir la moitié, la cinquieſme partie, & la huictieſme, & qui ſeront 20, 8, & 5: En apres adjouſter ces nombres enſemble, & ſeront 33, qui ſignifie qu'en 40 heures la cuue ſeroit vuidée 33 fois: parquoy diuiſant 40 par 33, viendront $1\frac{7}{33}$, qui denotte qu'en vne heure & $\frac{7}{33}$ d'heure, toute l'eau de la cuue, propoſée ſera vuidée par les trois bondons: & pour ſçauoir quelle partie s'en vuidera par chacun deſdits bondons, il n'y a qu'à diuiſer iceluy temps $1\frac{7}{33}$ par celuy pendant lequel chaſque bondon peut laiſſer eſcouler toute l'eau, & on trouuera que par le plus grand il s'en eſcoulera $\frac{20}{33}$, par le moyen $\frac{8}{33}$, & par le plus petit $\frac{5}{33}$.

11. *Vn homme terminãt ſes iours laiſſe ſa femme enceinte, & ordõne par teſtament que ſi elle accouche d'vn fils, iceluy aura les $\frac{2}{3}$ de ſon bien eſtimé à 1500 liures, & ſadite femme le reſte; mais ſi elle fait vne fille, il veut qu'elle n'ait qu'vn tiers de ſon bien, & ſadite femme les $\frac{2}{3}$: Aduient qu'elle faict fils & fille; on demãde comme il faut departir ladite ſomme de 1500 liures pour executer la volonté du teſtateur?*

Il eſt certain que ceſte queſtion ne peut eſtre entenduë comme ſonnent les paroles: car ſi le fils prend $\frac{2}{3}$, la femme ne pourroit auoir $\frac{2}{3}$, & la fille $\frac{1}{2}$; c'eſt pourquoy les Arithmeticiens interpretant la volonté du teſtateur, diſent qu'il a entendu que ſon fils ait deux fois autant que la femme, & icelle le double de la fille: c'eſt à dire que ſi la fille prend 1, la mere doit prendre 2, & le fils 4: Parquoy il faut diuiſer le bien du teſtateur, ſçauoir 1500 proportionnellement à ces

trois nombres 1, 2, 4, disant ainsi,

Si 7 donnent 1500 l. combien donneront

1. Bz 214 $\frac{2}{7}$
2. Bz 428 $\frac{4}{7}$
4. Bz 857 $\frac{1}{7}$

7. 1500

Et les regles faictes, on trouuera que la fille doit auoir 214 liu. $\frac{2}{7}$, la mere 428 l. $\frac{4}{7}$, & le fils 857 l. $\frac{1}{7}$.

12. *Trois hommes ont 1521 liures à partir entr'eux, sous telle condition que le premier & plus ancien en ait la moictié, le second $\frac{1}{3}$, & l'autre $\frac{1}{4}$, sçauoir combien ils doiuent prendre chacun?*

Il est manifeste que ceste question ne se doit entendre comme elle sonne, car si le premier en auoit la moictié, & le second $\frac{1}{3}$, le troisiesme n'en pourroit pas auoir $\frac{1}{4}$, veu que ces trois parties font plus que l'entier, c'est assauoir $\frac{13}{12}$. Parquoy le sens de la question est qu'il faut despartir le nombre 1521 en trois parties, qui ayēt mesme proportion entr'elles que ces fractions $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. Or pour cē faire, trouuons premierement vn nombre qui contiennent parfaictemēt toutes ces parties proposées, comme 12, duquel la moictié est 6; le tiers 4; & le quart 3: puis nous despartirons les 1521 liures proportionnellement à ces nombres 6, 4, & 3, disant,

Si 13 donnent 1521 l. combien dōneront

6. Bz 702 l.
4 Bz 468 l.
3. Bz 351 l.

13. 1521

Et faisant les regles de trois, on trouuera que le premier doit auoir 702 liures, le second 468, & le troisiesme 351.

13. *Quatre hommes veulēt partir entr'eux 396 liures, de sorte que le premier en ait la moictié, & 10 liu. dauantage, le second $\frac{3}{5}$ moins 20, le troisiesme $\frac{1}{3}$ & 8 dauantage, & le quatriesme $\frac{1}{4}$ moins 6: on demande ce que chacun doit auoir à sa part?*

En telles questions, il faut oster de toute la somme proposée ce qu'on doit prendre outre les parties specifiées, mais y adjouster ce

qu'on doit prendre de moins: comme icy ſoit oſté de la ſomme totale 366, les deux nombres 10 & 8, c'eſt à dire 18, & reſteront 378, auſquels ſoient adjouſtez 20 & 6, & viendront 404, qu'il faut deſpartir proportionnellement, ſelon les parties propoſées ainſi qu'en la precedente queſtion, diſant,

Si 101 *donnent* 404 *l. combien donneront*

30. & 120 *l.*
36. & 144 *l.*
20. & 80 *l.*
15. & 60 *l.*

101. 404.

Ces quatre nombres trouuez ont bien les meſmes proportions que les fractions propoſées, mais adjouſtées enſemble ils font 404, & non pas 396, comme veut la queſtion: c'eſt pourquoy il faut adjouſter ou ſouſtraire deſdits nombres ceux ſpecifiez en la queſtion auec leſdites fractions, quoy faiſant nous adjouſterons 10 au premier nombre trouué 120, & viendront 130 liures pour la part du premier; & oſterons 20 du ſecond nombre 144, & reſteront 124 pour le ſecond: mais adjouſtant 8 au troiſieſme nombre 80, viendront 88 liures pour la part du troiſieſme; & ſouſtrayant 6 du dernier nombre 60, reſteront 54 pour la part du quatrieſme: toutes leſquelles ſommes, adjouſtées enſemble font la ſomme propoſée 396.

14. *Quelqu'vn legue à vne Egliſe, en laquelle il y a* 12 *Chanoines &* 8 *Chappellains,* 558 *liures, à condition que l'œuure en ayãt pris le tiers, les deux tiers reſtãs ſerõt partis entre les Chanoines & Chappellains, en ſorte que pour* 7 *liu. que prendra chaſque Chanoine, vn Chappellain n'en prẽne que* 5: *on demande combien ils doiuent auoir chacun?*

Il faut premierement prendre le tiers de la ſomme propoſée, qui ſera 186 liures pour l'œuure de l'Egliſe: en apres il faut multiplier le nombre des Chanoines par 7 que chacun doit prendre, & auſſi le nombre des Chappellains par 5, & viendront 84 & 40 qu'il faut adjouſter enſemble, afin de partir les 372 l. reſtans proportionnellement auſdits deux nombres 84 & 40, diſant,

Si 124 *donnent* 372 *l. que donneront* $\begin{cases} 84. \text{ & } 252\,l. \\ 40. \text{ & } 120\,l. \end{cases}$

124 372

Et les regles faictes, viendront 252 liures pour les 12 Chanoines, qui partant aurõt chacun 21 liures; & pour les 8 Chappellains viendront 120 liures, qui eſt à chacun 15 liures.

15. *A la priſe d'vne ville, ſix gendarmes, 8 carabins, & 16 ſoldats ſont entrez en vne maiſon, & l'ont garantie du pillage, moyennãt la ſomme de 50000 liures, laquelle ils doiuent deſpartir entr'eux, en ſorte que chaſque gendarme prendra autant que deux carabins & vn ſoldat, & chaſque carabin autant qu'vn ſoldat & demy: on demande donc combien chacun doit auoir?*

Il eſt manifeſte que ſi on poſe que chaſque ſoldat prẽne 2 liures, chaſque carabin prendra 3, & chaſque gendarme 8: Parquoy il n'y a qu'à partir la ſomme propoſée 50000 liures proportionnellement aux nombres prouenans de la multiplication de chacun d'iceux nombres 2, 3, 8, par ceux des hommes correſpondans, c'eſt aſſauoir 16, 8, & 6, dont les produits ſeront 32, 24 & 48, qui font enſemble 104: Nous dirons donc

Si 104 *donnent* 50000 *l. que donneront* $\begin{cases} 32. \text{ & } 15384\,l.\frac{8}{13} \\ 24. \quad 11534\,l.\frac{6}{13} \\ 48. \quad 23076\,l.\frac{12}{13} \end{cases}$

104. 50000.

Et faiſant les regles comme il appartient, nous trouuerõs 15384 liures $\frac{8}{13}$ pour les 16 ſoldats, qui eſt à chacun 961 liures $\frac{7}{13}$: & 11538 liures $\frac{6}{13}$ pour les 8 carabins, qui eſt à chacun 1442 l. $\frac{4}{13}$: & pour les 6 gendarmes 23076 l. $\frac{12}{13}$, qui eſt à chacun 3846 l. $\frac{2}{13}$.

16. *Trois marchands s'aſſocians enſemble, le premier met en la compagnie 900 liures qu'il reprẽd au bout de 6 mois: le ſecond 500 liures qu'il reprend au bout de 9 mois; & le troiſieſme 700 liures qu'il retire au bout de 10 mois; & alors demeurẽt 338 liures de gain, aſſauoir combiẽ chacũ en doit auoir ſe-*

lon ſa miſe, & le temps qu'elle a demeuré en compagnie?

Pour ſouldre toutes ſemblables queſtions, il faut premierement multiplier la miſe d'vn chacũ par ſon temps, puis partir le gain proportionnellement aux produits qui en viendront; comme icy nous multiplierons les miſes d'vn chacun, 900, 500 & 700, par le temps de leur demeure 6, 9, & 10, & viendront 5400, 4500, & 7000; puis à ces trois produits nous deſpartirons proportionnellement les 338 liures du gain, le tout comme il appert icy.

miſes	*temps*	*produits*	
900	6	5400	
500	9	4500	5400. ℞ 108.
700	10	7000	4500. ℞ 90.
	Sõ 16900 *dõnent* 338, *que dõneröt*		7000. ℞ 140.

Et les regles faictes, nous trouuerons que le premier doit auoir à ſa part 108 liures, le ſecond 90, & le troiſieſme 140.

17. *Trois marchands ayans mis en compagnie* 364 *liures, & gagné* 440 *liures, dont le premier en prẽd pour ſa part* 150 *liures, à raiſon de ſa miſe qu'il a tenuë* 4 *mois en compagnie; le ſecond* 155 *liures, à raiſon de ſa miſe qu'il a tenuë* 5 *mois en compagnie; & le troiſieſme* 135 *liures, à raiſon de ſa miſe qui a demeuré* 6 *mois: on demãde combien ils auoient mis chacun?*

Pour ſouldre ceſte queſtion, il faut premierement trouuer le moindre nombre qui ſe puiſſe diuiſer preciſément par le temps d'vn chacun, c'eſt à dire par 4, 5, & 6, lequel nombre ſera 60; & iceluy diuiſé par 4, donne 15 au quotient; par 5, donne 12; & par 6, donne 10: en apres par ces nombres trouuez 15, 12, & 10 ſeront multipliez les gains de chacun; c'eſt aſſauoir celuy du premier, qui eſt 150 liures par 15; celuy du ſecond, qui eſt 155 liures par 12; & celuy du troiſieſme 135 par 10; & ayant adjouſté enſemble les trois produicts, qui ſont 2250, 1860, & 1350, ſoit mis la ſomme d'iceux, qui eſt 5460 au premier lieu de la regle de trois, & toute la miſe 364 au ſecond, mais au troiſieſme chacun deſdits produicts, ainſi qu'il appert cy apres.

60

4 — 15 — 150 — 2250
5 — 12 — 155 — 1860
6 — 10 — 135 — 1350

5460 — 364 — { 2250. & 150. / 1860. & 124. / 1350. & 90.

Et les regles faictes, on trouuera que le premier auoit mis en la compagnie 150 liures, le second 124, & le troiſieſme 90 liures.

18. *Trois s'eſtans aſſociez, le premier apporte en la compagnie* 150 *liures pour* 4 *mois; le ſecond y met* 124 *liures, & le troiſieſme* 90 *liures, chacun pour certain temps: la compagnie finiſſant, ils trouuent* 440 *liures de gain, dont le premier en a pour ſa part* 150 *liures, le ſecond* 155, *& l'autre* 135: *on demande combien la miſe de ces deux derniers a demeuré en la compagnie?*

Il faut multiplier la miſe du premier, ſçauoir 150 liures, par le temps qu'elle a demeuré en la compagnie, ſçauoir par 4 mois, & viendront 600, duquel nombre eſt prouenu le gain qu'il a eu, c'eſt pourquoy nous dirons,

Si 150 *viennent de* 600, *d'où viendront* { 155. & 620. / 135. & 540.

Et les regles faictes, nous trouuerons que le gain du ſecond vient de 620, & celuy du troiſieſme de 540, chacun deſquels nombres ſoit diuiſé par ſa miſe, c'eſt à dire 620 par 124, & 540 par 90, & viendra au quotient le temps que la miſe a demeuré en la compagnie: ainſi nous trouuerons que la miſe du ſecond a demeuré en la compagnie 5 mois, & celle du troiſieſme 6 mois.

19. *Deux marchands font compagnie, le premier met au commencement* 540 *liures, & en reprend* 200 *au bout de* 15 *mois; mais le ſecond ayant mis ſeulement* 320 *liures au commencement de la compagnie, y en met encore* 150 *au bout de* 10 *mois: Aduient qu'au bout de* 24 *mois ils veulent finir la compagnie, & trouuent* 500 *liures de gain: on demande combien chacun en doit auoir?*

Pour ſouldre telles queſtions, il faut multiplier la miſe d'vn chacun par le temps qu'elle a demeuré en compagnie. Or puiſque le premier qui auoit mis 540 liures en a repris 200 au bout de 15 mois, il s'enſuit qu'icelles 200 liures n'ont eſté que 15 mois en compagnie, & que le reſte montant à 340 liures y a demeuré 24 mois: nous multiplierons donc les 200 liures par 15, & les 340 liures par 24; & les produits d'icelles multiplicatiõs qui ſont 3000 & 8160, nous les adjouſterons enſemble, & viendront 11160, lequel nombre tiendra lieu de miſe pour le premier marchand. Mais le ſecond qui auoit mis 320 liures au commencement de la compagnie, y a encore remis 150 liures au bout de 10 mois: tellemẽt qu'icelles 150 liures n'ont eſté en compagnie que 14 mois, & les 320 liures y ont demeuré 24 mois: c'eſt pourquoy il faut multiplier 150 par 14, & 320 par 24; puis adjouſter enſemble les produits qui ſont 2100 & 7680, & viendront 9780, qui tient lieu de miſe pour le ſecond marchand. Cela faict, il faut deſpartir les 500 liures de gain proportionnellement aux ſuſdits nombres de 11160 & 9780, & on trouuera que le premier marchand doit auoir pour ſa part du gain 266 liures 9 ſ. 6 d. $\frac{54}{349}$, & le ſecond 231 l. 10 ſ. 5 d. $\frac{295}{349}$.

20. *Trois s'aſſocians enſemble pour vn an, le premier met au commẽcement 150 liures en la compagnie; mais le ſecond n'y apporte que trois mois apres certaine ſomme qui m'eſt incogneuë, & le troiſieſme trois mois apres le ſecond met auſſi certaine ſomme en la compagnie qui m'eſt pareillement incogneuë: aduient qu'au bout de l'an que leur compagnie finit, ils trouuent que leur gain eſt égal: aſſauoir combien les ſecond & troiſieſme ont apporté en la compagnie?*

Il faut multiplier la miſe du premier par ſon temps, c'eſt à dire 150 liures par 12 mois, & viendront 1800, & autant doit faire la miſe du ſecond multiplié par ſon temps, & auſſi celle du troiſieſme par le ſien, puis que leur gain eſt égal à celuy du premier: parquoy diuiſant ce nombre 1800 par 9, qui eſt le temps du ſecond, & auſſi par 6, qui eſt le temps du troiſieſme, viendront 200 l. pour la miſe du ſecond, & 300 liures pour la miſe du troiſieſme.

Or i'eſtime que ces diuers exemples & queſtions eſtans bien entenduës, il ne ſera difficile de reſouldre toutes autres queſtions faiſant à ce propos, c'eſt pourquoy nous ne nous y arreſterons dauantage,

tage, non plus que sur les diuerses manieres par lesquelles on peut soulure aucunes desdites questions cy dessus expliquées.

De la regle d'alligation.

CHAPITRE XVIII.

CESTE regle d'alligation, ou d'alliage, enseigne à allier & mêler plusieurs choses d'inégales valeurs ensemble, & icelles mélées, sçauoir le moyen prix ou valeur de telle alliage & mistion; comme aussi à prẽdre ce qu'il faut de chacune des choses que nous voulons mesler pour reduire la mixtion à quelque prix moyen, participant de tous les autres, ainsi que nous verrons aux exemples suiuans.

1. *Vn homme veut mesler 8 septiers de froment, qui vaut 6 liures le septier, auec 12 septiers de segle, qui vaut 3 liures le septier: on demãde combien vaudra le septier de ladite mixtion?*

Pour soulure toutes semblables questions, il faut multiplier les choses qu'on veut méler chacune par son prix, & diuiser la somme des produits par le nombre des choses meslées, & en viendra le moyen prix d'icelles. Parquoy nous multiplierons icy 8 par 6, & 12 par 3, & viendront 48 & 36, qui adjoustez ensemble font 84, que nous diuiserons par 20, nombre des choses meslées, & le quotient nous monstrera que le septier de ce mesteil vaut 4 liures 4 sols, ainsi qu'il appert cy dessouz.

8 *septiers à* 6 *l.*	48		
12 *septiers à* 3 *l.*	36	84 (4 *l.* $\frac{1}{5}$ *pour le septier de la mixtion.*	
20	84	20	

Or pour preuue de ce, on peut faire ceste autre question.

2. *Vn homme ayant du bled froment à 6 liures le septier, & du seigle à 3 liures, Il veut faire 20 septiers de mesteil à 4 liures 4 sols le septier; on demande combien il doit prendre de chacune sorte du bled qu'il a?*

En toutes ſemblables queſtions, il faut poſer les nombres, exprimant les valeurs particulieres des choſes qu'on veut allier l'vn ſur l'autre, comme ſi on les vouloit adjouſter, & à coſté ſeneſtre d'iceux mettre le nombre de la valeur moyenne à laquelle l'alligation ſe doit faire: puis conſiderer combien icelle valeur moyenne excede, ou eſt excedée des particulieres, & la differẽce des inferieures valeurs denottent les parties qu'il faut prendre des plus grandes; & au contraire, les differences des plus grãdes nous monſtrent quelles parties il faut prendre des petites; c'eſt pourquoy on poſe ordinairement la difference de la plus grande à coſté de la plus petite, & celle de la plus petite vis à vis de la plus grande, & ainſi des autres. Comme en ceſte queſtion nous eſcrirons les deux prix propoſez l'vn au deſſouz de l'autre, ainſi qu'il appert cy deſſouz; & au coſté ſeneſtre le nombre $4\frac{1}{5}$, qui eſt la valeur moyenne requiſe; puis conſiderãt la difference d'iceluy nombre à la plus petite valeur 3, c'eſt $1\frac{1}{5}$, que ie poſe au coſté dextre de la plus grande 6; & la difference à icelle plus grande eſt $1\frac{4}{5}$, que ie poſe auſſi vis à vis de la plus petite: Ce fait, il faut deſpartir les 20 ſeptiers propoſez à icelles differences proportionnellement, ainſi qu'il a eſté enſeigné aux regles de compagnie, & comme il appert cy deſſouz.

$$4\frac{1}{5}\begin{cases}6 \text{ — } 1\frac{1}{5}\\ 3 \text{ — } 1\frac{4}{5}\end{cases}$$

Si 3 *donnent* 20, *que donneront* $\begin{cases}1\frac{1}{5}. \text{ ℔ } 8.\\ 1\frac{4}{5}. \text{ ℔ } 12.\end{cases}$

Et les regles faictes comme il appartient, on trouuera qu'il faut meſler 8 ſeptiers du bled à 6 l. auec 12 ſeptiers de celuy à 3 l. pour en faire 20 ſeptiers à 4 liu. $\frac{1}{5}$.

3. *Vn taucrnier ayant de trois ſortes de vins qu'il veut meſler enſemble par égale portion; le meilleur valant 5 ſols la pinte, le moyẽnement bon 4 ſols, & le moindre, qu'il ne peut vendre ſans le mélanger, luy reuient à 3 ſols: Sçauoir combien il doit vendre la pinte de ce meſlange pour en retirer autant que s'il vendoit chacun à part?*

Pour ſouldre ceſte queſtion,& toutes autres ſemblables, il faut remarquer que de deux choſes meſlées par égales portions, il n'y a qu'à adjouſter leurs valeurs, & prendre la moictié de la ſomme; de trois,en prendre le tiers; de quatre,le quart; & ainſi en continuant. Veu donc qu'en ceſte queſtion il y a trois choſes meſlées par égales portions, nous adjouſterons leurs valeurs, 5, 4,3, & viendront 12 ſ. dont nous prendrons le tiers,qui eſt 4 ſ.& autant vaut la pinte de ce vin meſlangé.

4. *Vn homme veut employer* 490 *liures en* 70 *aulnes de trois ſortes de drap; ſçauoir de rouge,qui vaut* 10 *liu. l'aulne; vert, qui vaut* 6 *liures, & noir, qui vaut* 4 *liures; on demande combien il en doit auoir de chacun?*

En toutes ſemblables queſtions, il faut premierement trouuer le prix d'vne aulne du meſlange de tous ces draps, ce qui ſe fera en diuiſant l'argent qu'on veut employer par la quantité qu'on veut auoir,qui ſera icy 490 par 70, & viendront 7 l. pour le prix moyen entre le plus grand & le moindre. Que s'il aduenoit que le prix trouué ne fuſt moyen entre le moindre & le plus grand propoſé, la queſtion ſeroit impoſſible. Or ayant trouué le moyen prix d'vne aulne,ſoit procedé à l'alligation,ainſi qu'il a eſté dit au ſecõd exemple,& comme il appert icy.

		Prix	*diff.*	
Moyen prix 7	*rouge*	10 —	3.	1.
	verd	6 —	3.	
	noir	4 —	3.	

Si 10 *dõnent* 70,*comb.* { 4. & 28. *rouge*; 3. & 21. *verd*; 3. & 21. *noir* }

Et l'operation faicte, nous trouuerons qu'on doit prendre 28 aulnes du drap rouge,21 du verd,& 21 du noir, qui font en tout 70 aulnes,& couſteront 490 liures ainſi qu'il eſtoit propoſé.Car les 28 aulnes de rouge vaudront 280 l.les 21 de verd 126 l. & les 21 de noir 84,qui font en tout ledit nombre de 490 liures.

5. *Vn cabaretier ayant de quatre ſortes de vin, c'eſt aſſauoir à* 6 *ſols la pin-*

te, à 4, 2 & 1; quelqu'vn veut auoir 150 pintes de ces quatre sortes de vin, & que chasque pinte ne luy reuienne qu'à 3 sols: on demande combien il doit auoir de chacune sorte?

Il n'y a qu'à prendre la difference du prix moyen aux quatre proposez, puis despartir proportionnellement les 150 pintes qu'on veut auoir aux differences trouuees, & viendra ce qu'on doit prendre de chasque sorte, ainsi qu'il appert icy.

$$3 \left\{ \begin{matrix} 1 - 3 \\ 2 - 1 \\ 4 - 1 \\ 6 - 2 \end{matrix} \right.$$

Si 7 *donnent* 150, *combien donneront*

$$\left\{ \begin{matrix} 3. \text{ \& } 64\tfrac{2}{7} \text{ à } 1 \text{ s.} \\ 1. \text{ \& } 21\tfrac{3}{7} \text{ à } 2 \text{ s.} \\ 1. \text{ \& } 21\tfrac{3}{7} \text{ à } 4 \text{ s.} \\ 2. \text{ \& } 42\tfrac{6}{7} \text{ à } 6 \text{ s.} \end{matrix} \right.$$

Toutes lesquelles quantitez trouuées estans multipliées par leurs prix, font 64 s. $\frac{2}{7}$, 42 s. $\frac{6}{7}$, 85 s. $\frac{5}{7}$, & 257 s. $\frac{1}{7}$: & toutes ces sommes adjoustées ensemble font 450 s. qui est le triple du nombre des pintes qu'on veut auoir; tellement que chasque pinte de ce vin meslãgé vaudra trois sols, ou bien prenant chasque sorte à part, tousiours la pinte ne reuiendra l'vne portant l'autre qu'audit prix de 3 sols la pinte, comme veut la question.

6. *Si vne communauté vouloit faire faire vne cloche de quatre sortes de mestaux, desquels le cent du premier vaut 12 liures, du second 15 liures, du troisiesme 17 liu. & le cent du quatriesme 20 liures, & veulent que ladite cloche pese precisément 3500 liu. & s'ils n'y veulent employer que 500 liu. assauoir combien il faut prendre de chasque mestal?*

Ceste question est semblable à la quatriesme, c'est pourquoy il faut premierement trouuer le prix moyen du cent, disant ainsi.

Si 3500 lb. valent 500 l. combien vaudront 100. ℞ 14 *l.* $\frac{2}{7}$.

Et la regle faicte, nous trouuerons que le prix moyen du cent sera 14 liures $\frac{2}{7}$, que nous confererons auec les prix proposez pour en auoir les differences, ausquelles nous despartirons proportion-

nellement les 3500 lb. ainſi qu'il appert icy.

	Prix	*differ.*	
Prix moyen $14\frac{2}{7}$	12	—	$5\frac{5}{7}, 2\frac{5}{7}, \frac{5}{7}$, *qui valent enſemble* $9\frac{3}{7}$
	15	—	$2\frac{2}{7}$
	17	—	$2\frac{2}{7}$
	20	—	$2\frac{2}{7}$
Somme des differ.			16

Si 16 donnent 3500, combien donneront

$9\frac{1}{7}$. & 2000 lb.
$2\frac{2}{7}$. & 500 lb.
$2\frac{2}{7}$. & 500 lb.
$2\frac{2}{7}$. & 500 lb.

Toutes les operations faictes, nous trouuerons qu'il faut prendre 2000 lb du meſtal qui vaut 12 l. le cent, & 500 lb de chacun des autres meſtaux. Or l'alliage de ceſte queſtion, auſſi bien que de quelque autre, peut bien eſtre diuerſifiée, mais nous ne nous arreſterons dauantage ſur ce ſujet.

De la regle de faux d'vne ſimple poſition.

CHAP. XIX.

ENTRE les autres regles d'Arithmetique, on donne le premier lieu à la regle de faux, qui eſt ainſi ditte, non qu'elle enſeigne choſe faulſe; mais à cauſe que par le moyen de choſe faulſe & priſe à plaiſir nous venons à la cognoiſſance d'vne vraye que nous ignorons & voulons cognoiſtre. Or ceſte regle de faux contient deux parties; la premiere eſt appellée d'vne ſimple poſition, parce que moyennant vn ſeul nombre pris à plaiſir, on trouue le vray qu'on demande: & l'autre eſt nommée de deux poſitions, à raiſon qu'il nous faut poſer deux nombres, pour venir à la cognoiſſance de celuy demandé: de ceſte premiere regle là nous traicterõs en ce chapitre, & de ceſte ſeconde au chapitre ſuiuant. Or il y a grande difference entre ces deux regles; car toutes les queſtions qu'on peut reſoudre par celle d'vne ſimple poſition, le peuuent bien eſtre par

celle de deux, mais non pas au contraire; c'eſt pourquoy beaucoup d'Arithmeticiens ſe contentent d'expliquer celle-cy de deux poſitions; mais les autres propoſent & enſeignent toutes les deux regles, parce que pluſieurs queſtions ſe peuuent reſoudre beaucoup plus facilement & promptement par la regle de faux d'vne ſimple poſition, que par celle de deux: comme toutes les queſtiõs eſquelles ſont exprimées telles parties ou nombres, qui ont meſme raiſon ou proportion en petits nombres qu'en grands, telles que ſont $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$, &c. Item, les nombres double, triple, quadruple, &c. ainſi qu'il ſera manifeſte par les choſes que nous deſduirõs cy apres

Eſtant donc propoſée quelconque queſtion ſoluble par la regle de faux d'vne ſimple poſition, nous prendrons au lieu du vray nombre conceu en la queſtion quelqu'autre nombre à plaiſir, & puis nous procederons auec iceluy ſelon le diſcours de la queſtion, tout ainſi que ſi c'eſtoit le vray nombre: & ſi à la fin du diſcours nous trouuons vn nombre égal à celuy dont eſt queſtion, le nombre que nous aurons pris à plaiſir ſera celuy cherché: mais s'il n'eſt égal, le nombre pris ſera faux; au moyen duquel toutesfois nous cognoiſtrons le vray, poſant au premier terme d'vne regle de trois ledit nombre trouué, au ſecond celuy de la poſition, & au troiſieſme celuy de la queſtion; & la regle faicte, viendra au quatrieſme terme ledit nombre cherché, ainſi qu'il apparoiſtra aux exemples & queſtiõs ſuiuantes.

1. *Vn homme dit, ſi auec l'argent que i'ay i'en auois encore la moictié & le tiers d'autant, i'aurois 22 liures: ſçauoir combien il a d'argent?*

Suppoſons que cet homme ait 12 liures, & ſelon le diſcours de la queſtion, adjouſtons à ce nombre ſa moictié qui eſt 6, & ſon tiers qui eſt 4, & nous trouuerons que le tout monte 22 liures, qui eſt le nombre propoſé en la queſtion: parquoy nous diſons que le nombre poſé eſt le vray nombre cherché, & par ainſi que cet homme auoit 12 liures. Mais ſi à la fin du diſcours de la queſtiõ nous n'euſſiõs rencõtré le nombre 12 conceu en icelle, nous euſſions procedé comme en la ſuiuante.

2. *Quelqu'vn eſtant interrogé combien il a d'argent en ſa bourſe, reſpond qu'il n'en ſçait rien: & toutefois il eſt certain que s'il en auoit oſté le tiers, & puis le quart du reſte, & encore la cinquieſme partie de ce qui reſteroit, il*

demeureroit encore 3 liures en ſa bourſe : aſſauoir combien il a ?

Pour ſouldre ceſte queſtion, ſuppoſons qu'il ait 60 liures, & ſuiuant le diſcours de la queſtion oſtons en le tiers, qui eſt 20, & reſteront 40, deſquels oſtons auſſi le quart, qui eſt 10, & reſteront 30, dõt il faut encore oſter la cinquieſme partie, qui eſt 6, & reſteront 24: mais la queſtion veut qu'il reſte ſeulement 3 liures: parquoy le nombre que nous auons ſuppoſé n'eſt pas le vray, c'eſt pourquoy nous dirons par regle de trois,

Si 24 viẽnent de 60, de combien viendront 3 ? & de 7 liu. $\frac{1}{2}$.

Et l'operation faicte, nous trouuerons pour le quatrieſme terme proportionnel $7\frac{1}{2}$: parquoy nous concluons que celuy-là auoit ſept francs & demy en ſa bourſe. Ce qui eſt manifeſte, car ayãt oſté le tiers $2\frac{1}{2}$, & le quart du reſte 5, & encore la cinquieſme partie de ce qui reſtera $3\frac{3}{4}$, reſteront 3 liures, comme veut la queſtion.

3. *Quelqu'vn achepte de la thoile, du drap, & du taffetas pour la ſomme de 400 liures, dont il a pour deux fois autant de drap que de thoile, mais il a employé en taffetas autant qu'en drap & en thoile : aſſauoir combien il a employé en chacune de ces trois eſtoffes ?*

Suppoſons qu'il ait achepté pour 50 liures de thoile ; & puiſque il a eu pour deux fois autant de drap, il en a eu pour 100 liures ; & partant il auroit eu du taffetas pour 150 liures. Parquoy il n'auroit employé que 300 liures ; & par la queſtion il a employé 400 liures : Le nombre que nous auons ſuppoſé n'eſt donc pas le vray ; & pour le trouuer, nous dirons ainſi.

Si 300 l. viennent de 50, de combien viendront 400 l ? & *de 66* $\frac{2}{3}$.

Et l'operation faicte, nous trouuerons qu'il a eu pour 66 liures $\frac{2}{3}$ de thoille, pour 133 liures $\frac{1}{3}$ de drap, & pour 200 liures de taffetas.

4. *Vn vieillard eſtant interrogé de ſon aage, reſpond qu'il a tant d'années, que ſi au nombre d'icelles on y adiouſtoit leur moictié, & puis que de tout on en oſta* $\frac{1}{4}$, *il reſteroit encore 90 années : on demande combien il a d'années ?*

Poſons qu'il ait 48 ans ; ſi donc on y adjouſte la moictié, qui eſt 24, viendront 72, deſquels ſi on oſte $\frac{1}{4}$, ſçauoir eſt 18, reſteront 54 ; mais la queſtion veut qu'il reſte 90 : parquoy le nombre poſé eſt faux, c'eſt pourquoy nous dirons,

Si 5 viennent de 48, de combien viendront 90. & *de 80.*

Et l'operation faicte on trouuera 80: tellement que nous dirons que ce vieillard auoit 80 ans. Ce qui eſt manifeſte; car ſi à ce nombre on adjouſte ſa moictié, viendront 120, deſquels oſtant le quart, reſtent 90, comme veut la queſtion.

5. *Il y a vne eſpée dont la lame peſe $\frac{1}{2}$ de toute l'eſpée, le pommeau $\frac{1}{5}$, & la garde auec la poignée $\frac{3}{4}$ de liure: aſſauoir que poiſe icelle eſpée?*

Suppoſons que toute l'eſpée poiſe 20 liures: donc la moictié ſera le poids de la lame, c'eſt aſſauoir 10 liures, & le pommeau 4 liures, qui font enſemble 14 liures: parquoy reſteroient encore 6 lb pour le poids de la garde & de la poignée, qui ne doit peſer que trois quarterons; c'eſt pourquoy le nombre ſuppoſé eſt faux, & pour trouuer le vray, nous dirons,

Si 6 viennent de 20, d'où viendront $\frac{3}{4}$. & $2\frac{1}{2}$.

Et l'operation faicte, nous trouuerons 2 lb $\frac{1}{2}$: tellement que nous dirons que toute l'eſpée propoſée poiſe 2 lb $\frac{1}{2}$. Car la moictié ſera 1 lb. $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$ ſera $\frac{1}{2}$ lb, qui font enſemble 1 lb. $\frac{3}{4}$; tellement qu'il reſte encore $\frac{3}{4}$ de lb pour la poignée, comme veut la queſtion.

6. *Vn Meuſnier a trois moulins, dont le premier mould neuf boiſſeaux en vne heure, le ſecond 7 boiſſeaux, & l'autre 5: Il veut faire mouldre 120 boiſſeaux de bled le pluſtoſt qu'il ſera poſſible; ſçauoir en combien de temps tout ſera moulu, & combien il en doit bailler à chaſque moulin?*

Suppoſons que tout ſoit moulu en trois heures: donc le premier en mouldra 27 boiſſeaux, le ſecond 21, & l'autre 15: & tout enſemble en mouldront 63 boiſſeaux: mais on en vouloit mouldre 120 boiſſeaux; nous dirons donc,

Si 63 ſont moulus en 3 heures, en combien ſeront moulus 120. & *en 5 heur.* $\frac{5}{7}$.

Et la regle faicte, nous trouuerons qu'en 5 heures $\frac{5}{7}$ les 120 boiſſeaux propoſez ſeront moulus: & partant que le premier en mouldra 51 boiſſeaux $\frac{3}{7}$, le ſecond 40, & l'autre 28 $\frac{4}{7}$.

7. *Trouuer vn nombre duquel $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, & $\frac{1}{6}$, & encore 3 dauantage, facent 300.*

Premierement du nombre propoſé 300, il faut oſter les trois qui ſont outre les fractions, pource qu'iceluy nombre 3 ne peut auoir

vne

vne meſme proportion auec icelles parties ou fractions d'vn petit nombre, qu'auec les meſmes parties d'vn grand nombre; iceluy oſté reſteront donc 297. Maintenant ſuppoſons que le nombre requis ſoit 60, qui a toutes les parties propoſées, & d'iceluy prenons $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, & $\frac{1}{6}$, qui ſerõt 30,20,15,24,& 10:adiouſtez-les enſemble,& viendront 99: mais il falloit 297; & partant le nombre ſuppoſé eſt faux; parquoy pour trouuer le vray nous dirons ainſi,

Si 99 *viennent de* 60, *de combien viendront* 297 ? *Et de* 180.

Et l'operation faicte, viendront 180 pour le nombre cherché. Et eſt icy à notter que quelques autheurs s'abbuſent lourdement, ne diſtrayant pas le nombre qui eſt outre les parties; ce que nous diſons,afin qu'on ſe donne de garde de tomber en telles erreurs.

8. *Trouuer vn nombre, qui eſtant multiplié par* 5, *& puis le double du produit par* 7, *& à ce dernier produit adiouſté* 10, *ſoit faict* 850.

Premierement du nombre propoſé 850, ſoit diſtrait le nombre 10, qui eſt adiouſté au dernier produit, & reſteront 840: en apres ſuppoſons que nombre demandé ſoit 10: donc eſtant multiplié par 5, viendrõt 50,qui doublez font 100,leſquels nous multiplierõs par 7, & viendront 700: mais il falloit 840; & partant le nombre ſuppoſé eſt faux; & pour trouuer le vray nous dirons ainſi,

Si 700 *viennent de* 10, *de combien viendront* 840 ? *Et de* 12.

Et l'operation faicte, nous trouuerons 12 pour le nombre cherché: car iceluy multiplié par 5, fait 60, dont le double eſt 120, qui multipliez par 7, donnent 840, auſquels eſtans adiouſté 10, viennent 850, comme vouloit la queſtion.

De la regle de faux de deux poſitions.

CHAPITRE XX.

VOVLANT reſouldre quelque queſtion par la regle de faux de double poſition, il faut premierement feindre quelque nombre à plaiſir pour celuy cherché, & procedant auec iceluy ſelon la teneur de la queſtion, ſi on le trouuoit correſpondre à tout ce qui eſt propoſé, iceluy nombre feint ſeroit le cherché, & partant la queſtion ſeroit reſoluë: Mais s'il ne correſpond, ains qu'il ſoit

plus grand ou moindre que celuy conceu en la queſtion, il faudra eſcrire à part, tant leur difference que le nombre feint, auec la lettre P, ou M, entre deux, ſelon qu'iceluy nombre feint nous donnera vn nombre plus grand ou moindre que celuy exprimé en la queſtion; c'eſt à dire que quand iceluy nombre trouué ſera plus grand, la difference ou erreur ſera cottée par vn P, qui ſignifiera plus, & ſi plus petit, par vne M qui ſignifiera moins. Enapres il faudra feindre vn autre nombre, auec lequel on procedera tout ainſi que deſſus; & ayant trouué auec iceluy vne ſeconde difference, on l'eſcrira au deſſouz de la premiere, auſſi bien que le ſecond nombre feint ſouz le premier, auec la notte de plus ou de moins entre ladite difference, & iceluy nombre feint dont elle procede. Ce faict, ſoit multiplié en croix le nombre de la premiere poſition par la ſeconde difference; & le nombre feint à la ſeconde poſition par la premiere difference, poſant les produits ſouz vne ligne: Cela faict, il faut conſiderer ſi les deux differences ſont ſemblables ou diſſemblables, ſi elles ſont ſemblables, c'eſt aſſauoir toutes deux cottées par P, ou toutes deux par M, ſoit oſté le moindre produit du plus grand, & auſſi la moindre difference de la plus grande, & puis ce qui reſtera du produit ſoit diuiſé par ce qui reſtera des differences, & le quotient ſera le nombre cherché. Mais ſi les deux differences ſont diſſemblables, c'eſt à dire que l'vne ſoit notrée de P, & l'autre par M, les deux produits ſoient adjouſtez enſemble, & auſſi les deux differẽces; puis la ſomme des produits ſoit diuiſée par celle des differences, & le quotient donnera le nombre cherché, ainſi qu'il ſera manifeſte par les exemples ſuiuans.

1. *Trouuer vn nombre de la moictié duquel ayant oſté* $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, *reſtent* 25.

Prenons pour le nombre cherché 24, car iceluy a moictié ſelon la queſtion, & icelle moictié, les autres parties exprimées, ſçauoir $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ſans fraction, qu'il faut taſcher d'euiter en toute poſition, afin que l'operation en ſoit plus facile. Or la moictié d'iceluy nombre 24 ſera 12; & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ d'icelle ſont 4 & 3, qui font enſemble 7, qu'il faut oſter de ladite moictié 12, & reſteront 5: Mais nous voulions 25, & partant le nombre 24, que nous auons feint eſtre celuy cherché, eſt faux, & donne 20 moins qu'il ne faut: c'eſt pourquoy nous eſcriros

à part ledit nombre feint auec ſon erreur 20, auec la lettre M entre deux, ainſi qu'il appert icy:

1. *poſition* 24 M 20 *erreur* 1.

X

2. *poſition* 48 M 15 *erreur* 2.

960 5

360

diuiſez 600 *par* 5, *& viendront* 120 *pour le nombre cherché.*

En apres nous feindrons vn autre nombre 48, duquel la moictié eſt 24, qui a pour ſon tiers & quart 8 & 6, qui font enſemble 14, que nous leuerons de ladite moictié 24, & reſteront 10: mais nous voulions trouuer 25; & partant le nombre 48 que nous auons ſuppoſé eſt faux, & donne 15 moins qu'il ne faut: c'eſt pourquoy nous l'eſcrirons au deſſouz des 24 de la premiere poſition, & ſa difference ou erreur 15 pareillement deſſouz le premier, auec la lettre M entre deux. Ce faict, nous multiplierons en croix le nombre de chaſque poſition par la difference de l'autre, & viendront pour l'vn des produits 960, & pour l'autre 360, & ceſtuy-cy oſté de celuy-là (à cauſe que les differences ſont ſemblables) reſteront 600, qu'il faut diuiſer par 5, difference des erreurs, & nous trouuerons 120 pour le vray nombre cherché. Ce qui eſt manifeſte, car la moictié d'iceluy eſt 60, dont le tiers & le quart ſont 20 & 15, qui font 35, leſquels oſtez de la moictié 60, reſtent 25, comme veut la queſtion.

2. *Diuiſer* 50 *en trois parties, telles que la ſeconde ſoit double de la premiere, & contienne encore* 3 *dauantage; mais la troiſieſme ſoit égale aux deux autres, auec* 5 *dauantage.*

Feignons que la premiere partie ſoit 10; donc ſuiuant la teneur de la queſtion, la ſeconde ſera 23, & la troiſieſme 38; leſquelles trois parties font enſemble 71; mais nous voulions qu'elles fuſſent ſeulement 50; & partant nous auons 21 plus que nous ne voulions, lequel nombre 21, auec celuy de la poſition 10, nous poſerons à part ſeparez par la lettre P, puis que nous auons trouué plus qu'il ne falloit, ainſi qu'il appert cy apres.

En apres faiſons vne autre poſition, & feignons que la premiere partie cherchée ſoit 8: dõc ſelõ le diſcours de la queſtion, la ſecõde ſera 19, & la troiſieſme 32; leſquelles trois parties ioinctes enſemble font 59: mais nous ne voulions que 50; Parquoy le nombre poſé eſt faux, nous donnant 9 plus qu'il ne faut: Nous le poſerons donc au deſſouz du premier, & ſon erreur 9 auſſi au deſſouz de la premiere, auec ſa notte de plus. Cela faict, multiplions en croix le nombre de chaſque poſition par la difference ou erreur de l'autre, & nous aurons à l'vn des produits 168, & à l'autre 90: & d'autant que les differences ſont ſemblables, eſtans toutes deux cottées par plus, nous oſterons la moindre d'icelles de la plus grande, & reſteront 12, par leſquels nous diuiſerons la difference des deux produits trouuez, qui eſt 78, & viendront au quotient $6\frac{1}{2}$ pour la premiere partie demandée. Ce qui eſt manifeſte, car icelle premiere partie eſtant $6\frac{1}{2}$, la ſeconde ſera 16, & la troiſieſme $27\frac{1}{2}$, leſquelles parties font enſemble 50, comme veut la queſtion.

10 P 21

X

8 P 9

168 12

90

78

3. *Deux compagnons ioüans au dez, l'vn d'iceux tenant les dez, dit à l'autre, que s'il luy veut bailler 7 ſ. chaſque fois qu'il amenera moins de 10, il luy baillera 5 ſ. chaſque fois qu'il amenera plus de 10, & ainſi s'accordent: Aduient qu'ayant ioüé trente coups, celuy qui tenoit les dez trouue auoir gagné 54 ſ. on demande combien de fois il a amené plus & moins de dix.*

Suppoſons que celuy qui tenoit les dez ait amené 18 fois moins de dix, & partant 12 fois plus 10: Or puiſque il gagne 7 ſols au moins, & pert 5 ſols au plus, il aura gagné 126 ſols, & perdu 60: tellement qu'il luy reſtera encore 66 ſols de bon, qui eſt 12 ſols plus que nous ne voulions; & partant le nombre ſuppoſé eſt faux, lequel nous eſcrirons à part auec ſon erreur plus, ainſi qu'il appert icy.

Maintenant feignons que celuy qui tenoit le dé ait gagné 12 fois, & par conſequent perdu 18 fois : les 12 fois de gain ne valent que 84 ſ. & les 18 fois de perte valent 90 ſ. Parquoy il auroit perdu 6 ſ. & nous voulions qu'il en gagnaſt 54; ce ſont donc 60 d'erreur que nous a donné moins ceſte poſition 12, que nous eſcrirõs au deſſouz de la precedente auec ſon erreur moins 60. Cela faict, multiplions en croix le nombre de chaſque poſition par l'erreur prouenuë de l'autre, & nous aurons en l'vn des produits 1080, & en l'autre 144, qu'il faut adjouſter enſemble, à cauſe que les differences ſont diſſemblables, l'vne eſtant cottée plus, & l'autre moins, & viendront 1224 : nous adjouſterons auſſi icelles differences, & viendrõt 72, par leſquels nous diuiſerons la ſuſdite ſomme des deux produits 1224, & viendront au quotient 17 : c'eſt pourquoy nous dirons que celuy qui tenoit le dé a amené 17 fois moins de dix, & 13 fois plus : ce qui eſt manifeſte; car gagnant 17 fois 7 ſols, ce ſont 119 ſ. & perdant 13 fois 5 ſols, ce ſont 65 ſ. qui oſtez des 119 qu'il a gagnez, reſtent encore 54 ſ. de bon, comme veut la queſtion.

18 P 12
X
12 M 60
1080 72
144
1224

4. *Vn homme donne* 100 *liures à trois de ſes ſeruiteurs, pour eſtre deſparty entr'eux, en telle ſorte que le plus ieune en prenne certaine partie, celuy d'apres deux fois autant que le plus ieune, moins* 6 *liu. & le plus aagé trois fois autant moins* 12 *l. on demande combien ils auront chacun?*

Poſons premierement que le plus ieune prenne 12 liures; partant le ſecond en aage prendra 18 li. & le plus vieil 24 : leſquels trois nõbres ioints enſemble ne font que 54 l. & ce doiuẽt eſtre 100 : & partant le nombre que nous auons ſuppoſé eſt trop petit, nous donnant 46 moins qu'il ne faut : Eſcriuons donc à part iceluy nombre poſé 12, auec ſa difference M 46, ainſi qu'il appert icy; puis faiſons

12 M 46
X
20 P 2
920 48
24
944

vne autre position, feignant que le plus ieune doiue prendre 20 liures: donc le second en prẽdra 34, & le plus aagé 48; lesquels trois nombres adiouſtez enſemble font 102, & ce deuoient eſtre ſeulement 100; le nombre ſuppoſé eſt donc vn peu trop grand, puis qu'il nous donne 2 plus qu'il ne faut. Parquoy nous poſerons le nombre de ceſte ſeconde poſition 10 auec ſa difference P 2 au deſſouz de la premiere: puis nous multiplierons le nombre de chacune deſdites poſitions par la difference de l'autre, & viendront 920 & 24, que nous adiouſterõs enſemble, à cauſe que les differences ſont diſſemblables, & le tout ſera 944, que nous diuiſerons par la ſomme des deux differences, c'eſt aſſauoir par 48, & viendrõt au quotient $19\frac{2}{3}$, qui ſera pour la part du plus ieune; & partãt celuy d'apres doit auoir $33\,l.\frac{1}{3}$, & le plus vieil 47 l. leſquelles trois ſommes font 100, comme veut la queſtion.

5. *Quelqu'vn demandant quelle heure il eſt, on luy reſpond qu'il adiouſte la moictié des heures paſſées moins 2 aux $\frac{2}{3}$ des futures plus 3, & la moictié de ce qui en viendra ſera l'heure: aſſauoir quelle heure il eſt?*

Poſons qu'il fuſt 8 heures; la moictié ſera 4, dont nous oſterons 2, & reſteront 2, que nous adiouſterons aux $\frac{2}{3}$ des futurs, qui ſont $2\frac{2}{3}$, plus 3, & ſeront en tout 7 heures $\frac{2}{3}$: mais nous auions ſuppoſé 8 heures, & partant il y a moins d'vn tiers d'heure: Nous eſcrirons donc à part ceſte poſition 8, auec ſa difference M $\frac{1}{3}$, ainſi qu'il appert icy: Puis faiſons vne autre poſition, & feignons qu'il ſoit 9 heures: Or la moictié moins 2 ſera $2\frac{1}{2}$, qui adiouſtez aux deux tiers des futurs, & 3 dauantage, feront $7\frac{1}{2}$: & nous auions poſé 9; partãt il y a moins de $1\frac{1}{2}$: C'eſt pourquoy nous mettrons ceſte ſeconde poſition 9 auec ſa difference M $1\frac{1}{2}$ au deſſouz de la premiere; & puis procedant comme dit eſt aux queſtions precedentes, nous trouuerons qu'il eſt 7 heures $\frac{6}{7}$. Ce qui eſt manifeſte, car la moictié de ces heures moins 2, ſera 1 heure $\frac{6}{7}$, & les deux tiers des futurs, qui ſont 4 heures $\frac{2}{7}$, ſeront $2\frac{6}{7}$, qui adiouſtez à 3, feront $5\frac{6}{7}$, auſquelles ſi on ad-

8	M	$\frac{1}{3}$
	X	
9	M	$1\frac{1}{2}$
12		$1\frac{1}{6}$
3		
9		

jouſte encore 1 heure $\frac{6}{7}$, viendront comme dit eſt 7 heures $\frac{5}{7}$.

6. *Si 5 aulnes de ſerge de Florence, & 10 aulnes de ſerge de limeſtre valent enſemble 120 liures; & les deux aulnes de celle-là, auec vne aulne de celle-cy, valent auſsi enſemblement 25 liu. ſçauoir à combien reuient l'aulne de chacune deſdites ſerges?*

Pour ſoulcre ceſte queſtion, nous feindrons premierement que l'aulne de la ſerge de Florence valle 10 l. dont les 5 aulnes vaudront 50 liures, qui oſtez des 120 l. exprimées en la queſtion, reſteront 70 l. pour la valeur des 10 aulnes de la ſerge de limeſtre, & par conſequent l'aulne vaudra 7 liures: Mais ſuiuant ces prix, les deux aulnes de Florence & celle de limeſtre vaudront 27 liures, & elles en doiuent valoir ſeulement 25: tellement que ceſte poſition nous donne 2 liures plus qu'il ne faut; c'eſt pourquoy nous mettrons à part ladite poſition 10 auec ſon erreur plus 2, ainſi qu'il appert icy. En apres nous ferons vne autre poſition, & feindrons que l'aulne de la ſerge de Florence vale 8 liures: donc les cinq aulnes vaudront 40 l. qui oſtez des 120 exprimées en la queſtion, reſteront 80 liures pour la valeur des 10 aulnes de la ſerge de limeſtre, & partant chaſque aulne vaudra 8 liures: & ſuiuant ces prix, les deux aulnes de la ſerge de Florence, & celle de limeſtre, vaudront enſemble 24 liu. qui eſt vne liure moins que leur iuſte valeur: parquoy nous mettrons ceſte ſeconde poſition 8 auec ſon erreur moins 1 ſouz la premiere. Cela faict nous multiplierons en croix, & acheuerons comme dit eſt aux precedentes queſtions, & nous trouuerons que l'aulne de la ſerge de Florence vaut 8 liures $\frac{1}{3}$, & par conſequent celle de limeſtre 7 liures $\frac{2}{3}$.

10	P	2
	X	
8	M	1
16		3
10		
26		

7. *Deux hommes ayant 100 liures à departir entr'eux également, arriue qu'ils ſe querellent, & chacun prend d'icelle ſomme ce qu'il en peut auoir: mais puis apres leur querelle eſtant appaiſée, le premier rendant $\frac{1}{3}$ de ce qu'il auoit pris au ſecond, & celuy-cy $\frac{1}{5}$ de ce qu'il auoit auſsi pris, ils trouuent*

qu'ils ont chacun 50 liures, ainſi qu'il falloit: aſſauoir combien chacun auoit premierement pris?

Feignons que le premier euſt pris 30 l. & partant le ſecond 70: le tiers du premier ſera donc 10, qui deſpoſez luy reſtent 20: & $\frac{1}{5}$ du ſecond ſera 14, qui baillez au premier, il aura 34 l. mais il en deuoit auoir 50, & partant le nombre ſuppoſé nous donne 16 moins qu'il ne faut: c'eſt pourquoy nous l'eſcrirons à part auec ſa difference.

Feignons derechef que le premier ait pris 60; & partant le ſecond 40. Donc $\frac{1}{3}$ du premier ſera 20, qui deſpoſés, luy reſteront encore 40, qui auec $\frac{1}{5}$ du ſecond ſeront 48, & il deuoit auoir 50: c'eſt donc 2 moins qu'il ne faut: & procedant ſelon les preceptes & exẽples cy-deuant, on trouuera que le premier auoit pris 64 l. $\frac{2}{7}$. & partant le ſecond 35 $\frac{5}{7}$. Car $\frac{1}{5}$ de ce nombre cy eſtant adiouſté aux deux tiers de celuy-là font 50, auſſi bien que les $\frac{4}{5}$ reſtans auec l'autre tiers.

30 M 16
X
60 M 2
960 14
60
900

1. *Trouuer deux nombres, deſquels le premier auec 150 ſoit triple du ſecond; mais le ſecond auec 150 ſoit égal au premier.*

Feignons que le premier nombre demandé ſoit 30, auſquels adiouſtons 150, & viendront 180 pour le triple du ſecond nombre cherché, qui partant ſera 60, & à iceluy nombre 60 adiouſtons 150, & viendront 210: mais ſe deuoit eſtre ſeulement 30; & partant il y a erreur de 180 à ceſte poſition, c'eſt pourquoy nous la mettrõs à part, auec ſadite difference plus 180. En apres nous feindrõs derechef que le premier nombre cherché ſoit 90, à iceluy adiouſtons 150, & viendrõt 240 pour le triple du ſecond nombre requis, qui partãt ſera 80; adiouſtons-y 150, & viendront 230: mais ce deuoit eſtre

30 P 180
X
90 P 140
16200 40
4200
12000

ſeulement

ſeulement 90: parquoy il y a 140 plus qu'il ne faut. Procedant donc ſelon la regle, on trouuera que le premier nombre du requis ſera 300, & le ſecond 150: car adiouſtans 150 à celuy-là, viendront 450, qui eſt triple de ceſtuy-cy, auquel ayans auſſi adjouſté 150, viendra 300 égal à celuy-là, comme veut la queſtion.

9. Trouuer deux nombres, deſquels le premier, auec 12 vnitez du ſecond, ſoit ſextuple au reſte du ſecond; mais le ſecond, auec 15 vnitez du premier, ſoit decuple de ce qui reſtera au premier.

Suppoſons que le ſecond nombre des requis ſoit 20, & d'iceluy oſtons-en 12 vnitez, reſteront 8, qui eſt la ſixieſme partie du premier nombre adjouſté auec 12; & partant iceluy premier nombre ſera 36, car 12 & 36 font 48, qui ſont ſextuple du reſte 8: maintenant ſi de ce nombre premier 36, on en prend 15 pour les adjouſter au ſecond nombre 20, reſteront 21 au premier, & viendront 35 au ſecond, qui ſelon la teneur de la propoſition deuroient eſtre decuple du reſte 21, c'eſt à dire 210: parquoy le nombre ſuppoſé nous donne 175 moins qu'il ne faut: Faiſons donc vne autre poſition, & feignons que le ſecond nombre ſoit 60, & d'iceluy oſtons-en 12 vnitez pour les adjouſter au premier nombre, & reſteront 48, qui ſelon la teneur de la propoſition ſont la ſixieſme partie dudit premier nombre adjouſté auec leſdites 12 vnitez, qui partant ſera 276; car 12 & 276 font 288, qui ſont ſextuple dudit reſte 48. Maintenant ſi de ce premier nombre 276 on en prend 15 pour les adjouſter au ſecond nombre 60, reſteront encore 261, & viendront 75 audit ſecond nombre, qui ſuiuant la propoſition deuroient eſtre decuple du reſte 261, c'eſt à dire 2610: parquoy le nombre ſuppoſé nous donne 2535 moins qu'il ne faut. Nous auons donc deux erreurs & differences auec leſquelles on trouuera que le ſecond nombre demandé eſt $17\frac{2}{59}$, & le premier $18\frac{21}{59}$: Ce qui eſt manifeſte; car prenant 12 vnitez du ſecõd auec le premier, reſteront $5\frac{2}{59}$ à celuy-là, & viendront $30\frac{12}{59}$ à ceſtuy-cy, qui eſt le ſextuple dudit reſte $5\frac{2}{59}$: mais prenant 15 vnitez du premier

20 M 175
X
60 M 2535
50700 2360
10500
40200

$18\frac{11}{59}$, pour les ioindre au second $17\frac{1}{59}$, resteront à celuy-là $3\frac{11}{59}$, & viendront à cestuy-cy $32\frac{1}{59}$, qui est decuple dudit reste du premier, ainsi qu'il est proposé.

10. *Trois compagnons iouant entr'eux, le premier gagne incontinant la moitié de l'argent du second; mais puis apres le second gaigne $\frac{1}{3}$ de l'argent du troisiesme; & puis aussi le troisiesme gaigne le quart de l'argent que le premier a apporté au ieu: à la fin du ieu ils trouuent auoir chacun 700 liures: assauoir combien chacun a apporté sur le ieu?*

Feignons que le premier ait apporté sur le ieu 100 liures, & en ostons $\frac{1}{4}$, c'est assauoir 25, & luy resteront 75: mais pource que suiuant la teneur de la question, ce reste auec la moictié de l'argent du secõd, doit faire 700, ceste moictié sera 625; car ce nombre, auec le reste du premier, sçauoir 75, faict 700. Le second a donc apporté sur le ieu 1250 liures; & puis en ayant perdu la moictié, luy sont restez 625. Mais puis que ce reste, auec $\frac{1}{3}$ de ce qu'auoit le troisiesme, doit faire 700, ce tiers sera 75, car ce nombre auec le reste du secõd, fait 700: parquoy le troisiesme a apporté sur le ieu 225 liures; & partant apres en auoir perdu vn tiers, il luy restoit encore 150: mais ce reste, auec vn quart du premier, c'est à dire auec 25, faict 175, & selon la question il deuroit faire 700; & partant le nombre que nous auõs supposé nous dõne 525 moins qu'il ne faut; c'est pourquoy posons à part ce nombre auec sa difference.

Feignons derechef que le premier ait apporté sur le ieu 200 liures: iceluy en ayant laissé $\frac{1}{4}$, c'est assauoir 50, luy resteront 150, qui auec la moictié du second doiuẽt faire 700. La moictié de l'argent du second sera donc 550 liures; & partant il a apporté auec soy 1100 liures: mais en ayãt perdu la moictié, luy resteront 550, qui auec le tiers de ce qu'a apporté le troisiesme, doiuent faire 700 liures: donc le tiers de ce qu'auoit le troisiesme sera 150; & partant il auoit au commencement du ieu 450 liures, dont il a perdu $\frac{1}{3}$, & luy sont restez seulement 300 liures, qui auec vn quart de ce qu'auoit apporté

100 M 525
X
200 M 350
105000 175
35000
70000

le premier, ſçauoir eſt auec 50, font 350, mais ce deuoient eſtre 700: Il y a donc moins de 350 en ceſte poſition. Maintenant nous auons deux erreurs, procedãt auec leſquelles, on trouuera que le premier auoit apporté ſur le ieu 400 liures, le ſecond 800, & l'autre 900.

11. *Diuiſer vn nombre 30 en deux telles parties, que la premiere auec 60 faſſe vn nombre triple du nombre composé de l'autre partie & de 20.*

Feignons que la premiere partie ſoit 20, & partant l'autre ſera 10: Or la premiere auec 60 faict 80, & la ſeconde auec 20 faict 30, dont le triple eſt 90, à quoy deuroit eſtre égal 80, ſelon la teneur de la propoſition. Parquoy le nombre 20, que nous auons feint eſtre la premiere partie requiſe, nous donne 10 moins qu'il ne faut. Feignõs donc vn autre nombre, ſçauoir 24; & partant l'autre partie ſera 6, qui auec 20 fait 26; mais le premier 24 auec 60 fait 84, qui ſelon la propoſition doit eſtre le triple de 26, c'eſt à dire 78; parquoy ceſte ſecõde poſition nous donne 6 plus qu'il ne faut. Nous auons donc maintenant deux differences & erreurs diſſemblables, auec leſquelles on trouuera que la premiere partie requiſe eſt $22\frac{2}{7}$, & l'autre $7\frac{1}{7}$. La premiere auec 60 fait $82\frac{1}{2}$, & la ſeconde auec 20 faict $27\frac{1}{2}$, dont eſt triple iceluy nombre $82\frac{1}{2}$, comme veut la propoſition.

20 M 10

X

24 P 6

240 16

120

360

12. *Trouuer trois nombres, deſquels le premier adjouſté à 73 faſſe le double des deux autres; mais le ſecond auec 73 faſſe le triple des deux autres; & le troiſieſme auſsi adjouſté à 73 faſſe le quadruple des deux autres.*

Poſons que le premier nombre ſoit 1, ou quelconque autre nombre impair, afin d'éuiter les fractions: Or iceluy adiouſté à 73, faict 74, qui ſelon la teneur de la queſtion eſt le double des deux autres nombres, qui partant font enſemble 37. Et d'autant que le ſecond auec 73 doit faire le triple du premier qui eſt 1, & du troiſieſme; ſoit diuiſé 37 en deux telles parties, que la premiere auec 73 faſſe le triple du nombre compoſé de l'autre partie & de 1: Ce qu'on fera ſuiuant

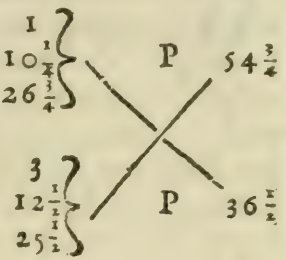
ce qui eſt enſeigné en la precedẽte queſtion, operant ſelon laquelle, & comme il appert icy, on trouuera pour la premiere partie $10\frac{1}{4}$, & pour l'autre $26\frac{3}{4}$. Parquoy le premier nombre de ceſte queſtiõ eſtant 1, le ſecond ſera $10\frac{1}{4}$, & le troiſieſme $26\frac{3}{4}$: car ainſi le premier auec 73 faict le double des deux autres, & le ſecond auec 73 faict le triple des deux autres. Si donc le troiſieſme auec 73 faiſoit le quadruple des deux autres, on auroit ſatisfait à la queſtion: mais il faict $99\frac{3}{4}$, & il ne deuroit eſtre que 45: (car le premier & le ſecõd ne font que $11\frac{1}{4}$.) Nous auons donc $54\frac{3}{4}$ plus qu'il ne falloit, c'eſt pourquoy mettons à part les nombres trouuez pour chacun des cherchez, ſçauoir 1, $10\frac{1}{4}$, & $26\frac{3}{4}$, auec leur difference plus $54\frac{3}{4}$, ainſi qu'il appert cy apres en la page ſuiuante.

2 M 33
X
5 M 21
165 12
42
123

Maintenant faiſons vne autre poſition, & feignons que le premier nombre ſoit 3, qui auec 73 fait 76, lequel nombre doit eſtre double des deux autres, & partant ils ſont 38. Et pource que le ſecõd auec 73 doit faire le triple du premier, qui eſt 3, & du troiſieſme; ſoit diuiſé le nombre 38 en deux parties telles que la premiere auec 73 faſſe le triple du nombre compoſé de l'autre partie, & de 3: ce qu'on doit faire ſelon qu'il eſt dit en la precedente queſtion, & comme il appert icy. L'operation faicte, on trouuera pour la premiere partie $12\frac{1}{2}$, & pour l'autre $25\frac{1}{2}$. Parquoy ſi le premier nombre de ceſte queſtion eſtoit 3, le ſecond ſeroit $12\frac{1}{2}$, & le troiſieſme $25\frac{1}{2}$: car ainſi le premier auec 73 fait le double des deux autres, & le ſecond auec les meſmes 73 fait le triple des deux autres. Si donc le troiſieſme auec 73 faiſoit le quadruple des deux autres qui font enſemble $15\frac{1}{2}$, la queſtion ſeroit ſolue: mais il fait $98\frac{1}{2}$, qui eſt $36\frac{1}{2}$ plus qu'il ne faudroit; car iceluy quadruple eſt ſeulement 62.

2 M 42
X
23 P 42
966 84
84
1050

Posons donc les trois nombres icy trouuez pour les cherchez au dessouz de ceux trouuez par la premiere position, auec leur erreur plus $36\frac{1}{2}$, ainsi qu'il appert icy.



$164\frac{1}{4}$	$684\frac{3}{8}$	$1396\frac{1}{8}$	$18\frac{1}{4}$
$36\frac{1}{2}$	$374\frac{1}{8}$	$976\frac{3}{8}$	
$127\frac{3}{4}$.	$310\frac{1}{4}$.	$419\frac{3}{4}$.	

Cela faict, multiplions en croix les premiers nombres par leurs erreurs, & aussi les seconds & troisiesmes, (sinon qu'on vueille, apres auoir trouué le premier, chercher les deux autres, comme nous auons faict és positions cy dessus) puis des deux produits prouenans de chacun nombre, ostons touſiours le moindre du plus grand, & resterõt d'vn costé $127\frac{3}{4}$, d'vn autre $310\frac{1}{4}$, & de l'autre $419\frac{3}{4}$: en apres ostons aussi la moindre difference ou erreur de la plus grande, & resteront $18\frac{1}{4}$, par lesquels nous diuiserons chacun des trois nombres restans cy dessus, sçauoir $127\frac{3}{4}$, $310\frac{1}{4}$, & $419\frac{3}{4}$, & les trois quotiens donneront les trois nombres cherchez, dont le premier sera 7, le second 17, & le troisiesme 23. Ce qui est manifestement veritable, car le premier 7 adiousté à 73 fait 80, qui est le double des deux autres qui font ensemble 40: & le second 17, adiousté auec 73, fait 90, qui est le nombre triple des deux autres; mais le troisiesme aussi adiousté auec le mesme 73, faict 96, qui est le nombre quadruple des deux autres, comme veut la question.

De l'extraction de la racine quarrée.

CHAPITRE XXI.

LORS qu'vn nombre est multiplié par soy-mesme, le produit qui en vient est appellé nombre quarré; & ce nombre multiplié est dit costé ou racine quarrée d'iceluy nombre produit: ainsi 2 multiplié en soy, produit 4, qui est dit nombre quarré, & 2 qui l'a produit, est appellé costé ou racine quarrée d'iceluy nombre 4: Item

5 multiplié en ſoy, faict 25, qui eſt dit nombre quarré, duquel la racine quarrée eſt 5. Item 144 eſt nombre quarré, pource qu'il eſt produit par 12 multiplié en ſoy, qui eſt ſa racine quarrée. Il eſt donc manifeſte qu'extraire ou trouuer la racine quarrée de quelque nombre propoſé, n'eſt autre choſe que chercher vn nombre, lequel multiplié en ſoy produiſe iceluy nombre propoſé, s'il eſt quarré; ou s'il n'eſt nombre quarré, le plus grand nombre quarré contenu en iceluy. Ainſi extraire la racine quarrée de 64, eſt trouuer vn nombre 8, qui multiplié en ſoy produiſe iceluy nombre propoſé 64. Item, extraire la racine quarrée de 289, eſt l'inuention du nombre 17, qui multiplié en ſoy produit ledit nombre propoſé 289. Item, l'extraction de la racine quarrée de ce nombre 540, eſt l'inuẽtion du nombre 23, qui multiplié en ſoy produit 529, qui eſt le plus grand nombre quarré de tous ceux contenus audit nombre propoſé.

Or pour pratiquer ceſte extraction, il faut premierement ſçauoir les nombres quarrez des neuf ſimples figures, qui ſont comme s'enſuit.

Racines	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Quarrez	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81.

Maintenant ces racines ſimples, & leurs quarrez eſtans cogneus, nous viendrons à cognoiſtre la racine de quelque autre nombre plus grand que 100: Comme pour exemple, voulant extraire la racine quarree de ce nombre 2704, nous procederons en ceſte maniere: Soit premierement poſé ledit nombre propoſé 2704, comme il appert cy apres, & commençant à dextre, ſoient ſeparees les figures de deux en deux par poincts ou petites lignes: puis venant à ſeneſtre, ſoit cherché la racine ou coſté du nombre de la derniere trãche: ou s'il n'en a point, ſoit pris le moindre plus prochain; comme en noſtre exemple; le nombre de la derniere tranche vers ſeneſtre eſt 27, qui n'eſt point trouué entre les quarrez cy deuant. Il n'eſt donc point quarré, mais le moindre quarré plus prochain eſt 25, & ſa racine 5. Ie mets donc icelle racine à part vers dextre au quotient, ainſi qu'en la diuiſiõ, & oſte

2
2 7 | 0 4 (5

ſon quarré, ſçauoir 25 de 27, & reſtent 2, que ie poſe au deſſus de 7, ainſi qu'en la diuiſion, couppant 27 par petits traits. Ce faict, il faut doubler ceſte racine trouuee, & poſer ce double ſouz la dixaine de la ſeconde tranche, s'il eſt d'vne ſeule figure; mais s'il y en a deux, ſoit poſée l'autre d'ordre vers ſeneſtre. Ie double donc la racine 5, & ſont 10, que ie poſe au deſſouz de 26, comme il appert en ceſte autre formule. En apres faut faire comme ſi on vouloit diuiſer par ce double: mais il faut obſeruer que le nombre qu'on trouuera diuiſant doit eſtre mis tant au quotient, que ſouz le nombre de la tranche à laquelle on eſt paruenu, & faire qu'il ſoit auſſi diuiſeur. Ie dis donc, combien de fois 1 eſt-il en 2? c'eſt 2 fois, que ie poſe tant au quotient, que ſouz le 4 de la tranche; & faiſant tout ainſi que ſi ie diuiſois par 102, ie trouue qu'il ne reſte rien. Que s'il y auoit encore quelque tranche au nombre propoſé, il faudroit encore doubler le quotient 52, & on auroit 104, par leſquels faudroit diuiſer comme dit eſt cy deſſus, & ainſi conſequemment des autres tranches. Ie dis donc que 52 eſt la racine quarree de 2704.

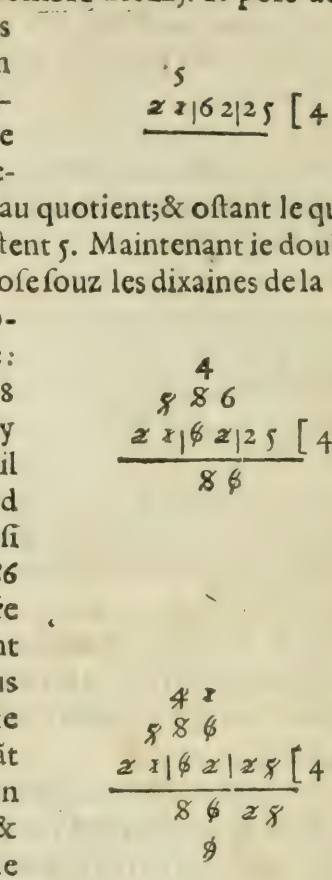
$$\begin{array}{r|l} z & \\ \hline z\,7\,\phi\,4 & [\,52 \\ \hline 1\,\phi\,z & \end{array}$$

Il appert donc que toute la doctrine de ceſte extraction conſiſte en ces 4 poincts.

1. Qu'ayant diſtingué le nombre propoſé de deux en deux figures, allant de dextre vers ſeneſtre par poincts ou petites lignes, il faut trouuer la racine du nombre de la derniere tranche vers ſeneſtre.
2. Qu'il faut doubler tout ce qui eſt au quotient, & poſer ce double ſouz la tranche ſuiuante, en ſorte qu'il n'y ait rien au deſſouz de la derniere figure d'icelle tranche.
3. Qu'il faut diuiſer par ce double, en cherchant combien de fois il eſt contenu au nombre qui luy eſt ſuperieur, obſeruant que le combien qu'on prendra doit eſtre poſé, tant au quotient que ſouz la derniere figure du nombre qu'on diuiſe, comme faiſant partie du diuiſeur.
4. Qu'il faut multiplier tout ce diuiſeur par le combien, ou ſimple nombre dernier mis au quotient, & leuer le produit du nombre ſuperieur tout ainſi qu'en la diuiſion.

Et afin de rendre cecy plus manifeſte: Soit encores propoſé à

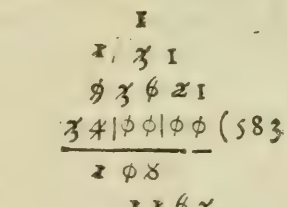
trouuer la racine quarree de ce nombre 216225. Ie pose donc iceluy comme il appert icy, & apres l'auoir separé de deux figures en deux figures, ie trouue que la racine quarree prochaine moindre de la premiere tranche vers seneſtre, qui vaut 21, est 4, que ie pose au quotient; & ostant le quarré d'icelle racine 4, qui est 16, de 21 restent 5. Maintenant ie double ceste racine trouuée, & sont 8, que ie pose souz les dixaines de la seconde tranche, qui est 6, comme il appert en ceste seconde formule: puis ie regarde combien de fois 8 est en 56, il est 7 fois: mais ie ne l'y prend que 6 fois, d'autant qu'il faut poser le nombre qu'on prēd apres 8 souz le 2, & faire comme si on diuisoit par 86; & par ainsi 86 sont 6 fois en 562, & restent 46. Ie double maintenant le quotient 46, & sont 92, que ie pose sous 462, ainsi qu'il appert en ceste troisiesme formule: puis regardāt combien de fois 9 est contenu en 46, ie trouue qu'il y est 5 fois: & ayant posé 5, tant au quotiēt que souz le nombre de la tranche, ie fais comme si i'auois diuisé 4625 par 925, & ne reste rien: & partant le nombre proposé estoit quarré, dont la racine est 465.



Que si le nombre proposé n'est quarré, c'est à dire qu'il reste quelque chose ayāt extrait la racine comme dit est cy dessus, il faudra tirer vne ligne apres la racine, & poser sur icelle ledit reste, mais au dessouz le double de ladite racine, obseruant d'adjouster encore 1 à ce double, si le reste est plus que la racine: car alors on aura la racine plus precise: Comme pour exemple, ayant extrait la racine quarree de 10, viennent 3, & reste 1. Ie pose donc 1 au dessus d'vne ligne, & le double de 3 au dessous en ceste sorte $\frac{1}{6}$, & partant ie dis que la racine quarrée de 10 est peu moins de $3\frac{1}{6}$. Mais ayant extrait la

la racine quarree de 34, viennent 5, & reſtent 9, que ie poſe au deſſus d'vne ligne, & le double de 5 plus 1 au deſſous, ainſi $\frac{9}{11}$, & partant ie dis que $5\frac{9}{11}$ eſt preſque la racine quarree de 34.

Quelques-vns pour approcher encore plus pres de la vraye racine, adjouſtent au nombre propoſé des nulles ou zero en nombre binaire, c'eſt à dire deux, ou quatre, ou ſix, ou huict, & c. ſelon qu'ils veulent approcher de la verité: car tant plus on y en ioint, tant plus pres la racine trouuee approchera de la vraye: en apres ils tirent la racine quarree de tout ce nombre; & l'extraction faicte, ils delaiſſent ce qui reſte comme inutile, & diuiſent la racine trouuee par 10, ou par 100, ou par 1000, &c. ſelon le nombre des nulles adjoints, c'eſt à dire qu'ayant adjouſté au nombre propoſé deux nulles, ils diuiſent par 10; quatre nulles, par 100; ſix nulles, par 1000, &c. & viēt au quotient de la diuiſion la racine cherchée. Ainſi voulant extraire la racine quarree du nombre 34, ie luy adjoint 0000, qui eſt autant que le multiplier par 10000, & de tout le nombre, qui eſt 340000, ie prends la racine quarree, comme il appert icy, & trouuant qu'elle eſt 583, ie ne tiēs conte du reſte 111, mais diuiſe icelle racine 583 par 100, à cauſe que i'ay appoſé deux binaires de nulles au nombre propoſé, & vient au quotient $5\frac{83}{100}$ pour la racine quarree dudit nōbre 34, qui eſt beaucoup plus preciſe que $5\frac{9}{11}$ cy deſſus trouuez: car le quarré de celle-là eſt $33\frac{11965569}{12110000}$, & le quarré de ceſte-cy n'eſt que $33\frac{10300000}{10000000}$.

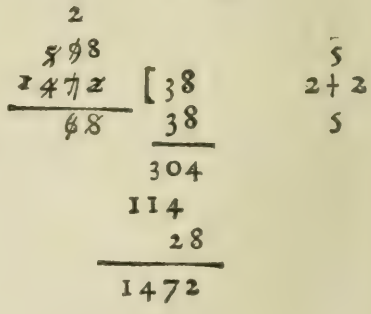


Mais s'il faut extraire la racine quarree d'vne fraction, ſi tant le numerateur que le denominateur ſont nombres quarrez, faudra prendre la racine du numerateur, puis celle du denominateur: comme $\frac{4}{9}$ eſtant propoſez, ie prend la racine de 4 & de 9, & ſont $\frac{2}{3}$ pour la racine quarree de $\frac{4}{9}$: mais eſtant propoſez $\frac{7}{48}$, ie reduits ceſte fractiō à petit nombre, & eſt $\frac{9}{16}$: puis ie prend la racine de 9 & 16, & ſont 3 & 4: & partant la racine de $\frac{7}{48}$ ou $\frac{9}{16}$, eſt $\frac{3}{4}$. Mais ſi de toute fraction propoſee à extraire la racine, on multiplie le denominateur par le numerateur, & du produit on tire la racine, icelle eſtant diuiſee par le denominateur de la fraction propoſée, ſera donnee la racine re-

quiſe : Comme $\frac{4}{9}$ eſtant propoſez, ie multiplie 9 par 4, & font 36, dont la racine eſt 6, que ie diuiſe par le denominateur 9, & viennēt $\frac{2}{3}$ pour la racine de $\frac{4}{9}$, comme cy deſſus. Ainſi eſtant propoſez $\frac{5}{8}$, ie multiplie 8 par 5, & font 40, dont la racine prochaine eſt $6\frac{1}{3}$, que ie diuiſe par 8, & viennent $\frac{19}{24}$, pour la racine prochaine de $\frac{5}{8}$.

Que ſi on veut extraire la racine quarree d'entiers & fractions, il faut premierement reduire l'entier en ſa fraction, puis prendre la racine, comme dit eſt cy deſſus. Comme eſtant propoſez $5\frac{1}{2}$, ie reduits les entiers auec la fraction, & font $\frac{11}{2}$, dont ie prend la racine, & viennent $2\frac{1}{3}$, & telle eſt la prochaine racine de $5\frac{1}{2}$.

Or pour faire la preuue, & examiner ſi l'extraction de la racine quarrée a eſté deuëment faicte, il faut multiplier ladite racine par ſoy-meſme, & ſi au produit vient vn nombre égal au propoſé, l'operation ſera bien faicte, autrement non : mais il eſt à obſeruer que ſi le nombre propoſé n'eſtoit quarré, qu'ayant multiplié les entiers de la racine comme dit eſt, il faudroit adjouſter auec le produit le nombre reſtant de l'extraction. Comme pour exemple, ayant extrait la racine quarree de ce nombre 1472, comme il appert icy, & trouué que ſa racine eſt 38, mais qu'il reſte encore 28 : pour examiner ſi l'operation a eſté bien faicte, ie multiplie ladite racine 38 par ſoy-meſme, & au produit adjouſte les 28 reſtans ; & trouuant que la ſomme totale eſt égale au nombre propoſé 1472, ie cōcluds que l'operation a eſté bien & deuëment faicte.



On peut auſſi faire iceluy examen par la reiection des 9, procedant tout ainſi qu'en la preuue de la diuiſion, n'y ayant aucune difference ſinon qu'il faut icy prendre la racine trouuée, tant pour diuiſeur que pour quotient. Ainſi voulant examiner la meſme operation cy deſſus, en laquelle nous auons trouué que la racine de 1472 eſt 38, ie reiette les 9 d'icelle racine, & reſte 2, que ie poſe aux deux bouts de la ligne tranſuerſalle d'vne croix ; puis ie les multiplie entr'eux, & viennent 4, que i'adjouſte aux 28 reſtans de l'extraction,

& ſont 32, dont ie reiette les 9, & reſtent 5, que ie poſe au ſommet de la croix : puis ie reiette auſſi les 9 du nombre propoſé 1472, & reſtēt pareillement 5, que ie poſe auſſi au bas de la croix : & d'autant que ce nombre eſt égal à celuy du ſommet, ie conclud que l'operation a eſté bien faicte.

Extraction de la racine cubique.

CHAPITRE XXII.

QVAND vn nombre multiplie ſon quarré, le produit qui en vient eſt appellé nombre cube ; & ce nombre là eſt dit coſté ou racine cubique de ceſtuy-cy : ainſi 3 multipliant ſon quarré 9, produit 27, qui eſt dit nombre cube, duquel la racine cubique eſt iceluy 3. Semblablement 343 eſt vn nombre cube, duquel la racine cubique eſt 7 ; car iceluy nombre 343 eſt procreé de la multiplication de 7 par ſon quarré 49. Item, le nombre 1728 eſt dit nombre cube de 12, pource que 12 fois 12 font 144, & derechef 12 fois 144 font iceluy nombre 1728. Parquoy extraire la racine cubique de quelque nombre propoſé, n'eſt autre choſe que trouuer vn moindre nōbre qui multiplié en ſoy meſme, & le produit encore par iceluy moindre, procrée le propoſé, s'il eſt nombre cube, ou s'il ne l'eſt, le plus grand de tous ceux contenus en iceluy. Ainſi l'extractiō de la racine cubique du nombre 343, eſt l'inuention du nombre 7 : car iceluy eſtant multiplié en ſoy, produit le quarré 49, qui eſtant encore multiplié par le meſme 7, procrée ledit nombre propoſé 343. Item, l'extraction de la racine cubique du nombre 1732, eſt l'inuention du nombre 12 ; car iceluy multiplié en ſoy, produit le nombre quarré 144, qui eſtant encore multiplié par le meſme 12, produit le nombre cube 1728, qui eſt le plus grand de tous ceux contenus audit nombre propoſé 1732.

Or pour pouuoir pratiquer ceſte extraction, il conuient premierement ſçauoir tous les nombres cubes des neuf ſimples figures, qui ſont telles que tu les vois icy au deſſouz de leurs racines, & des nombres quarrez y repetez.

Racines	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
Quarrez	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81.
Cubes	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729.

Par ceſte tablette, eſt manifeſte que tout nombre cube prouenãt d'vne ſimple figure n'en peut auoir que trois au plus en ſa figuration ; & au contraire que tout nombre de trois figures n'en peut auoir qu'vne pour ſa racine cubique : De là vient que ſi on veut extraire la racine cubique de quelque nombre propoſé plus grand que 1000, (car il n'y a point d'art pour la tirer des moindres, ſinon par fractions.) il le faut premierement diſtinguer de trois en trois figures par poincts ou petits traits commençant à dextre, & autant qu'il y aura de parties ainſi diſtinguées, autant y aura-il de figures en toute la racine cubique dudit nombre propoſé : Comme pour exẽple, voulant tirer la racine cubique de ce nõbre 94818816, ie le diſtingue de trois en trois figures par petites lignes, ainſi qu'il appert cy deſſouz, & par ainſi il eſt diuiſé en trois parties, ayant chacune trois figures, excepté la derniere vers feneſtre qui n'en a que deux : parquoy ce nombre n'aura que trois figures en ſa racine cubique.

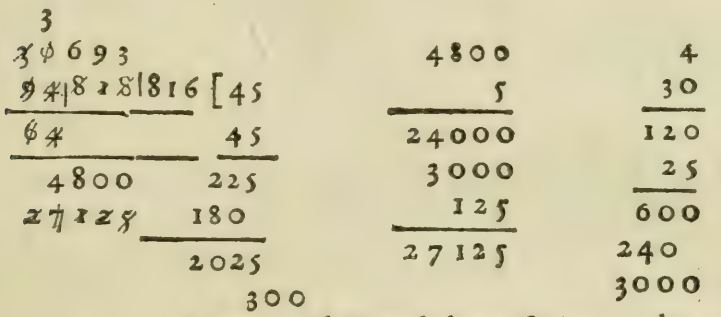
Ce nombre eſtant ainſi diſpoſé, ie conſidere que le nombre 94 de la derniere tranche vers feneſtre n'eſt point contenu entre les nombres cubes de la tablette cy deſſus ; & partant qu'il n'eſt pas nombre cube, c'eſt pourquoy ie regarde quel eſt le plus grand cube d'iceluy nombre, & voyant que c'eſt 64, dont la racine cubique eſt 4, ie poſe icelle racine 4 au quotient marqué, ainſi qu'en la diui-

30
94|818|816 [4
64
4
16
300
4800 *diuiſeur de la ſeconde tranche.*

ſion & extraction de la racine quarrée, puis ie poſe ſemblablement

son cube 64 au dessouz des 94 de ladite premiere tranche, afin de l'en soustraire, & restent 30, que ie pose au dessus tout ainsi qu'en la diuision : Cela faict, la premiere tranche sera expediee, & demeurera pour la seconde ce nombre 30818, duquel nous obtiendrons la racine en ceste maniere.

Il faut multiplier en soy la racine ja trouuée, & viendront 16, qu'il faut multiplier par 300, & viendront 4800, par lesquels il faut diuiser ladite seconde tranche, c'est pourquoy nous poserons ce nombre diuiseur 4800 souz icelle tranche 30818, ainsi qu'il appert en ceste seconde formule.



607500 *diuiseur de la troisiesme tranche.*

En apres soit consideré combien de fois ledit diuiseur 4800 est contenu en son nombre superieur 30818, & bien que selon la simple diuision il y soit contenu 6 fois, si est-ce neantmoins que nous ne l'y prendrons que 5 fois, à cause de l'adiõction qu'il faut faire à iceluy diuiseur 3 & ayant posé iceluy nombre 5 au quotient pour la seconde figure de la racine, nous multiplierons le diuiseur par iceluy, & viendront 24000 : en apres soit multipliée la premiere figure de la racine 4 par 30, & son produit 120 par le quarré de la nouuelle figure trouuée 5, & viendront 3000, qui auec le cube d'icelle derniere figure, qui est 125, soient adioustez au produit du diuiseur 24000, & viendront 27125, qu'il faut poser souz la seconde tranche pour le soustraire du nombre d'icelle 30818, quoy faict y restera encore 3693, qui auec la troisiesme tranche font 3693816, dont il faut chercher la figure radicale, tout ainsi que de ceste seconde tranche : Car ce qui est fait en l'operation d'vne tranche, doit aussi

eſtre faict en l'expedition de chacune des autres.

Nous multiplions donc en ſoy la racine ja trouuée, & viendront pour ſon quarré 2025 que nous multiplierons par 300, & viendront 607500, pour le diuiſeur de la troiſieſme tranche, que nous poſerõs ſouz icelle, comme appert en ceſte troiſieſme formule. Ce fait, ſoit

3		
3 0 6 9 3		45
9 4 | 8 2 8 | 8 1 6 [456	607500	30
6 4	6	1350
4800	3645000	36
2 7 1 2 5	48600	8100
607500	216	4050
3 6 9 3 8 1 6	3693816	48600

conſideré combien de fois iceluy diuiſeur eſt contenu en ſon nombre ſuperieur 3693816, & l'y trouuant 6 fois, nous poſerons 6 au quotient pour troiſieſme figure radicale, & par icelle multiplierons noſtredit diuiſeur, & viendront 3645000; en apres nous multiplierons les deux precedentes figures radicales 45 par 30, & leur produit 1350 par le quarré de la nouuelle figure trouuee, & viendront 48600, qui auec le cube d'icelle nouuelle figure, qui eſt 216, ſoient adiouſtées au produit du diuiſeur cy deſſus trouué 3645000, & viẽdront 3693816 qu'il faut poſer ſouz noſtre troiſieſme tranche pour le ſouſtraire du nombre d'icelle, quoy faiſant il ne reſtera rien. Parquoy nous dirons que le nombre propoſé 94.8816 eſt nombre cube, duquel la racine cubique eſt 456.

Il eſt donc euidẽt que tout l'art d'extraire les racines cubes conſiſte en ces trois principaux poincts.

1. Qu'ayant diſtingué le nombre propoſé de trois en trois figures par poincts ou petites lignes, il faut trouuer la racine cubique du nombre de la derniere tranche vers ſeneſtre.

2. Que par l'expedition de chacune des autres tranches, il faut multiplier par 300 le quarré de la racine ja trouuée, c'eſt à dire le quarré de tout ce qui ſera au quotient, & le produit qui en viendra ſera diuiſeur de la tranche qu'on veut expedier, lequel on poſera ſouz ladite tranche.

3. Il faut conſiderer combien de fois iceluy diuiſeur peut eſtre compris au nombre qui luy eſt ſuperieur; & ayant multiplié ledit diuiſeur par le nombre qu'on l'eſtime y eſtre contenu, il faut auſſi multiplier le nombre radical des tranches ja expediées par 30, & le produit par le quarré de la nouuelle figure radicale trouuee, & porter ce qui en viendra ſouz le produit du diuiſeur, comme auſſi le cube d'icelle nouuelle figure; & ayant adjouſté ces trois ſommes enſemble, on doit oſter la ſomme totale du nombre de la tranche qu'on expedie.

Mais afin de rendre ces choſes encore plus claires & intelligibles ſoit derechef propoſé à extraire la racine quarree de ce nombre 350253538649. Suiuant donc le premier poinct cy deſſus, ie diſtingue iceluy nombre de trois en trois figures par de petits traits, comme il appert cy deſſouz; & puis ie cherche la racine cubique de la premiere tranche vers ſeneſtre, laquelle vaut 350, dont le plus grand cube y contenu eſt 343, qui a 7 pour racine, c'eſt pourquoy ie poſe 7 au quotient, & oſte ſon cube 343 de ladite premiere tranche, & reſteront 7, que ie poſe au deſſus du zero d'icelle premiere trãche, tellement qu'il y aura 7253 pour la ſeconde tranche.

```
   7
 350|253|538|649 [7
 343              7
                 49
                300
               14700 diuiſeur de la ſeconde tranche.
```

Ce faict, ie multiplie la racine trouuée par ſoy meſme, afin d'en auoir ſon quarré, ſuiuant ce qui eſt dit au ſecond article cy deſſus, pour lequel vient 49, que ie multiplie par 300, & viennent 14700 pour le diuiſeur de la ſeconde tranche, ſouz laquelle il le faudroit porter, n'eſtoit qu'il eſt plus grand que le nombre d'icelle, & partãt qu'il n'y peut eſtre contenu, c'eſt pourquoy ſans autre perquiſition ie poſe vn 0 au quotient, & en adjoint deux à iceluy diuiſeur de la ſeconde tranche, & viennent 1470000 pour le diuiſeur de la troi-

sieſme tranche, ſouz laquelle l'ayant poſé, comme il appert en ceſte autre formule, ie regarde combien de fois il y peut eſtre contenu:

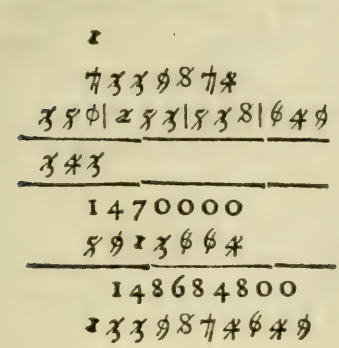
1		
7339874		5880000
3 5 9 1 2 5 3 1 5 3 8 1 6 4 9 [704		33600
343	704	64
1470000	2816	5913664
8 9 1 3 6 6 4	4828	
	495616	
	300	
	148684800 *diuiſeur de la quatrieſme tranc.*	

& trouuant qu'il y peut bien eſtre 4 fois, ie poſe 4 au quotient: puis ſuiuant ce qui eſt dit au troiſieſme precepte cy deſſus, ie multiplie le diuiſeur 1470000 par ceſte nouuelle figure 4, & viennent 5880000: ie multiplie auſſi le nombre radical des tranches precedentes, ſçauoir 70 par 30, & le produit 2100 encore par le quarré de ladite nouuelle racine 4, c'eſt aſſauoir par 16, & viennent 33600, que ie poſe au deſſouz deſdits 5880000 cy deſſus trouuez, comme auſſi le cube d'icelle nouuelle figure radicale 4, qui eſt 64: puis i'adiouſte ces trois ſommes enſemble, & viennent 5913664, que ie poſe au deſſouz de noſtre troiſieſme tranche, pour l'oſter d'icelle, & reſteront 1339874, qui ioinct à la quatrieſme tranche, faict 1339874649, pour le nombre d'icelle tranche.

Maintenant il faut encore reprendre ce qui eſt au deuxieſme precepte, & ſuiuant iceluy trouuer vn nouueau diuiſeur, en quarrant la racine ja trouuee 704, & multipliant le produit 495616 par 300, pour lequel viendront 148684800, que ie poſe au deſſouz du nombre correſpondant à la quatrieſme tranche, comme il appert en ceſte autre formule; & puis conſiderant combien de fois il y eſt contenu, ie l'y trouue 9 fois: ie poſe donc 9 au quotient, & puis ſuiuant le troiſieſme precepte, ie multiplie le diuiſeur par icelle nouuelle racine, & viennent 1338163200: ie multiplie auſſi le nombre

radical

radical precedent, ſçauoir 704 par 30, & viennẽt 21120, que ie mul-



1338163200
1710720
729
1339874649

tiplie encore par 81 quarré d'icelle nouuelle figure 9, & viennent 1710720, que ie poſe au deſſouz du produit du diuiſeur, comme auſſi 729 cube de ladite nouuelle figure radicale; puis i'adiouſte ces trois nombres enſemble, & viennent 1339874649, que ie porte au deſſouz de noſtre quatrieſme tranche, pour l'oſter du nombre d'icelle; ce qu'eſtant faict, il ne reſte rien de tout le nombre propoſé. Parquoy nous concluõs que le ſuſdit nombre 350253538649 eſt parfaictement cube, & que ſa racine cubique eſt 7049.

Que ſi le nombre propoſé n'eſtoit nombre cube, c'eſt à dire qu'ayant tiré la racine cubique comme dit eſt cy deſſus, il reſta quelque choſe. On n'en pourroit auoir la racine preciſe, ains ſeulement à peu pres; & pour ce faire, il faut tirer vne ligne droicte apres la racine trouuée, & ſur icelle poſer ledit reſte pour numerateur d'vne fraction, & pour le regard du denominateur, Tartaglia enſeigne qu'on doit adiouſter le triple de ladite racine au triple du quarré d'icelle: Comme pour exemple, voulant trouuer la racine cubique de 50, nous prendrons celle de ſon plus grand cube 27, qui eſt 3, & reſteront 23 pour numerateur de la fraction; mais pour auoir le denominateur, nous triplerons icelle racine 3, & viendront 9, qui adiouſtez au triple du quarré de la meſme racine, viendront 36 pour ledit denominateur: tellement que la racine cubique du nombre propoſé 50 ſera à peu pres $3\frac{23}{36}$. Mais la racine trouuée par ceſte maniere eſt quelquesfois bien eſloignée de la verité, c'eſt pourquoy qui voudra proceder plus certainement, il doit adiouſter au bout du nombre propoſé, tant de fois trois nulles qu'on voudra appro-

cher plus pres de la vraye racine,& ſur ce continuër l'extraction,& icelle paracheuée,ne faudra tenir compte de ce qui reſtera,& prendre la racine trouuée pour numerateur d'vne fraction qui ait pour denominateur 10,ſi on a adiouſté ſeulement trois nulles;mais 100, ſi on en a adiouſté ſix; & 1000, ſi on en a adiouſté 9. Et pour eſclaircir cecy, reprenons l'exemple precedent où eſtoit propoſé à tirer la racine cubique de 50: adiouſtons-y donc oooooo,& du tout 50000000 en tirons la racine cubique ſuiuãt les preceptes cy deſſus, & comme il appert icy: quoy faict,nous trouuerons pour icel-

```
  3163
 2733449 68
 5 0|0 0 0|0 0 0   [368 qui ſont 368/100, c'eſt à dire 3 17/25.
 27
 ---
  2700
  1956
 ----
  38800
  3 1 8 0 0 3 2
```

le 368,qui ne ſont que des 100e, à cauſe que nous auons adiouſté ſix nulles au nombre propoſé 50,& partant ceſte racine cubique de 50 ne vaut que $3\frac{68}{100}$ ou $3\frac{17}{25}$.

Or voilà pour l'extraction de la racine cubique des nombres entiers;& pour celle des fractions, eſt à notter qu'il faut premieremẽt conſiderer ſi la fraction eſt exprimée par ſa moindre denomination, & ſi elle n'y eſt l'y reduire; puis tirer la racine cubique,tant du numetateur que du denominateur: Comme pour exemple, eſtant propoſé à tirer la racine cubique de $\frac{24}{81}$, ie les reduits en leurs minime denominatiõ, & viennent $\frac{8}{27}$; & pource que tant le numerateur que denominateur ſont nombres cubes, ie tire la racine de chacun d'iceux nombres,& viennent $\frac{2}{3}$ pour la racine cubique de ladite fraction propoſée.

Mais pour extraire la racine cubique de toute fraction ſans diſtinction de nombres cubes ou non cubes,il faut multiplier le quarré du denominateur de la fraction par le numerateur d'icelle, & de ce qui en prouiendra tirer la racine cubique au plus pres qu'il ſera

possible, laquelle estant diuisée par le denominateur, donnera la racine requise. Le mesme sera trouué multipliant le quarré du numerateur par le denominateur, & diuisant le numerateur par la racine cubique du produit. Comme $\frac{8}{27}$ estans proposez, ie quarre premierement le denominateur 27, & viennent 729, que ie multiplie par le numerateur 8, & viennent 5832, dont la racine cubique est 18, & icelle diuisée par le denominateur 27, donne $\frac{18}{27}$, c'est à dire $\frac{2}{3}$ pour la racine cubique de la fraction proposée $\frac{8}{27}$. Suiuant l'autre maniere, ie quarre le numerateur 8, & viennent 64, que ie multiplie par le denominateur 27, & viennent 1728, dont ie prẽds la racine cube, qui est 12; par laquelle ie diuise le numerateur 8, & viennent $\frac{8}{12}$, c'est à dire $\frac{2}{3}$ comme deuant, pour la racine cubique de $\frac{8}{27}$. Soit encore proposé $\frac{5}{7}$; ie multiplie 49, quarré du denominateur 7, par le numerateur 5, & viennent 145, dont la prochaine racine cubique sera trouuée de $6\frac{25}{100}$, laquelle diuisée par le denominateur 7, faict $\frac{625}{700}$, c'est à dire $\frac{25}{28}$ pour la racine cubique de $\frac{5}{7}$. Qu'il faille encore trouuer la racine cubique de $\frac{2}{5}$: Ie quarre le denominateur 5, & font 25, que ie multiplie par le numerateur 2, & viennent 50, dont ie prends la racine cubique, qui est presque $3\frac{17}{25}$, que ie diuise par 5, & viennent $\frac{92}{125}$, pour la racine cubique de $\frac{2}{5}$.

Quant à la preuue & examen de l'extraction de la racine cubique, elle se doit faire tout ainsi que de la racine quarrée, n'y ayant aucune difference, sinon qu'au lieu qu'en celle-là on quarre la racine, il la faut cuber en ceste-cy.

Regle generale pour extraire toutes sortes de racines.

CHAPITRE XXIII.

IL appert assez par ce que nous auons ia dit aux deux chap. precedens, qu'extraction de racine est l'inuention d'vn nombre, qui par quelque multiplication produise vn nombre proposé: Et tout ainsi qu'on peut multiplier vn nombre en soy, & puis encore le produit par le mesme nombre; & puis derechef cet autre produit encore par le mesme nombre, & ainsi iusques à l'infiny; aussi y a-il infinies sortes de racines, lesquelles prennent leurs diuerses appellations du nombre de fois qu'icelle racine est multipliée. Comme pour exemple, ce nombre 2 estant multiplié vne seule fois par soy-

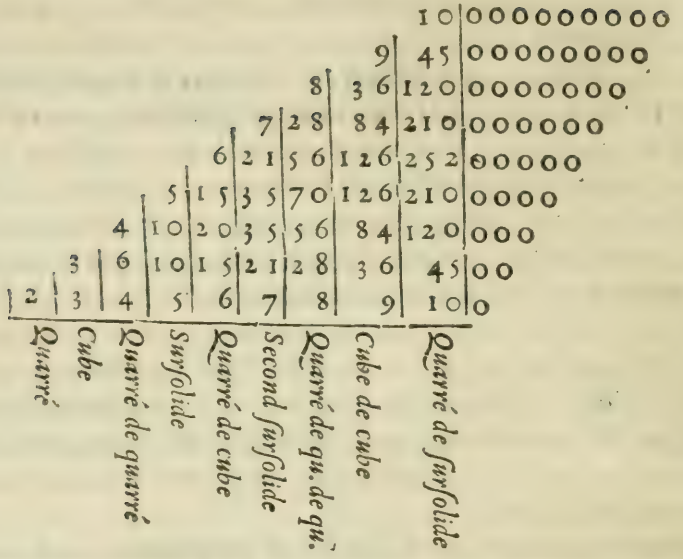
meſme, il produit ce qu'on appelle nombre quarré, comme nous auons dit au chap. 21. lequel produit & nombre quarré ſera 4, dont 2 ſera dit racine quarrée: mais iceluy produit 4 eſtãt derechef multiplié, ou multipliant ladite racine 2, icelle changera d'appellation, & ſe nomme racine cubique de ce ſecond produit 8, qui s'appellera nombre cube, comme nous auons dit au chap. precedent, & iceluy produit 8 multipliant encore ladite racine 2, ſon produit 16 ſera nommé nombre quarré de quarré, ou cenſicenſique; & icelle racine 2 ſera ditte racine quarrée de quarré d'iceluy nombre 16: mais ce produit multipliant derechef ladite racine 2, ſon produit 32 ſera dit nombre ſurſolide, & iceluy 2 racine ſurſolide dudit nombre 32; & ainſi des autres, comme il appert en la prochaine tablette, au haut de laquelle ſont les noms ou denominatiõs des nombres contenus dans chacune collomne: ainſi la premiere collomne vers feneſtre eſt cottée *Racines*, à cauſe que dans icelle ſont contenus les neuf ſimples figures auec la dixieſme, chacune deſquelles eſt racine des nombres racionaux qui luy ſont vis à vis dans les autres collomnes: pareillement la ſeconde collomne contient les nombres quarrez deſdites racines; la troiſieſme, les nombres cubes; la quatrieſme, les nombres quarrez de quarré; la cinquieſme, les nombres ſurſolides, &c.

Racines	*Quarrez*	*Cubes*	*Quarrez de qua.*	*Surſolides*	*Quarrez de Cube*	*Secõds ſurſolides*	*Qu. de qu. de qu.*
1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	128	256
3	9	27	81	243	729	2187	6561
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721
10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000

Or nous auions enſeigné aux deux chap. precedents des regles particulieres pour extraire les racines quarrées & cubiques, pource qu'elles viennent ſouuent en vſage: mais les autres n'y venant que rarement, nous-nous contenterons d'en dire quelque choſe en general. Eſt donc premierement à notter qu'eſtant propoſé à tirer la racine de quelconque nombre plus grand que tous ceux contenus en la collomne dénommée de la racine requiſe, il le faut diſtinguer en diuerſes parties & ſections par poincts ou petits traits, allant de dextre vers ſeneſtre, prenant autant de figures que la racine doit eſtre poſée de fois pour faire le produit dont elle eſt dénommée: ainſi pour tirer la racine quarrée, nous auons veu que le nombre propoſé doit eſtre premierement diſtingué de deux en deux figures; la cubique, de trois en trois figures: & pour extraire la quarrée de quarré, ledit nombre propoſé doit eſtre diſtingué de quatre en quatre figures; pour la ſurſolide, de 5 en 5; pour la quarrée de cube, de 6 en 6; & ainſi de ſuitte.

Ceſte diſtinction eſtant faicte, il faut prendre la racine du nombre en la derniere tranche vers ſeneſtre, à l'ayde des nombres ratiõnaux de meſme eſpece que le propoſé, contenus en la table cy deſſus, tout ainſi que nous auons faict aux deux chap. precedens, pour l'extraction des racines quarrées & cubes.

Mais pour continuër l'extraction le long des autres tranches & ſections, il eſt beſoin de la table ſuiuante, ſur la compoſition de laquelle il n'eſt pas neceſſaire de nous arreſter beaucoup, veu que chacun peut recognoiſtre par l'ordre, & nombre des figures contenuës en chaſque collomne, que chacun nombre du milieu d'vne collomne qui en contient pluſieurs, eſt touſiours procreé par l'addition des deux de la collomne precedente: ainſi voyons-nous qu'en la troiſieſme collomne cottée *quarrés de quarré*, outre les deux nombres extrémes 4, 4, qui ſont ſelon l'ordre & progreſſion naturelle des nombres; il y a 6, qui prouient de l'addition de 3, 3, contenus en la deuxieſme collomne: Pareillement en la quatrieſme collomne, nous voyons au milieu des nombres extremes 5, 5, ces deux nombres 10, 10, qui prouiennent de l'addition de 4 & 6, de la collomne precedente, & puis apres de 6 & 4; & ainſi des autres collomnes.



Or ceſte diſpoſition de nombres en chaſque collomne ſeruira à l'extraction de la racine y cottée: tellement que 2 ſeruira à l'extraction de la quarrée; mais 3, 3, à la cubique; 4,6,4, à la quarrée de quarrée; 5,10,10,5, à la ſurſolide, & ainſi par ordre iuſques à ſi auant qu'on voudra continuër ladite table. Mais pour ſe ſeruir de ces nombres, il y faut appoſer ou ſous-entendre des nulles, ſelon qu'on voit au coſté dextre de ladite table, c'eſt aſſauoir qu'au premier & plus bas nombre de chaſque collomne il faut appoſer 0, au ſecond 00, au troiſieſme 000, & ainſi en augmentant continuellement d'vn zero: tellement donc que ſi nous voulons extraire la racine quarrée, nous prendrons le nombre de la premiere collomne qui eſt 2, & y appoſerons 0, afin de faire 20; mais ſi nous voulons extraire la racine cubique, à ce nous ſeruirons les deux nombres 3, 3, qui ſont en la deuxieſme collomne, appoſant à l'vn 0, & à l'autre 00, ainſi 30, 300; & pour la racine quarrée de quarré, nous aurons 40, 600, 4000, & c. deſquels nombres on ſe ſeruira, comme nous monſtrerons aux exemples ſuiuans.

Extraction de la racine quarrée.

OR combiẽ que les manieres cy-deuãt enſeignées pour extraire les racines quarrées & cubiques ſoient plus faciles à pratiquer que la ſuiuante, ſi eſt-ce toutesfois que nous auons eſtimé que donnant des exemples de ceſte methode generale en ces extractiõs que nous ſçauons deſia pratiquer par leurs regles particulieres, les autres extractions ſeront bien plus facilement entẽduës, que ſi nous commencions par elles.

1. Qu'il faille donç extraire la racine quarrée de ce nombre 216225: ayant diſtingué iceluy nombre de deux en deux figures, par petites lignes en commençant à dextre, vient 21 à la derniere tranche vers ſeneſtre, dont il faut chercher la racine quarrée, au moyen des nombres quarrez contenuz en la table des nombres ratiõnaux qui eſt en la page 124, & trouuerons que le plus grand quarré contenu audit nombre 21 eſt 16, dont la racine eſt 4, qui eſtãt poſée au quotient, & ſon quarré 16 oſté deſdits 21, reſteront encore 5, qu'il faut mettre au deſſous de 16, & en ſuitte d'iceluy 5, nous poſerons le nombre 62 de la ſeconde tranche, tellement qu'il reſtera 562 pour icelle tranche, comme il appert icy.

I. 21|62|25 [465
16
II. 5|62
8 ϕ
5 16
III. 46|25
9 2 ϕ
4625

2. Puis apres pour expedier la deuxieſme tranche 562, il faut trouuer vn diuiſeur, & pour ce faire nous poſerons à part la racine ia trouuée 4, & au coſté dextre d'icelle le nombre 20, qui eſt celuy que nous auons dit eſtre propre & peculier à l'extraction de la racine quarrée: puis nous multiplierons entr'eux ces deux nombres 20 & 4, le produit 80 ſera le diuiſeur de ladite ſeconde tranche, qui doit eſtre poſé tant à coſté dextre de ladite racine 4, que ſouz le

20 — 4 — 80 *diuiſeur*
6 *ſon quotient*
480
36 *ſon quarré*
516 *le produit*

nombre de ladite tranche 562, & aduiſant combien de fois iceluy diuiſeur 80 peut bien eſtre contenu audit nombre 562, nous luy prendrons ſeulement 6 fois, & poſerons 6, tant au quotient, que à coſté dextre dudit diuiſeur 80, ou bien au deſſouz d'iceluy, comme il appert cy deuāt, afin de les multiplier entr'eux; & à leur produit 480, nous adjouſterons le quarré d'iceluy 6, ſçauoir eſt 36, & viendront 516, leſquels ſoient leuez dudit nombre 562, & reſteront 46, auſquels eſtans annexez le nombre de la troiſieſme tranche 25, nous aurons 4625 pour le nombre d'icelle.

3. Et pour expedier icelle tranche, il faut derechef trouuer vn diuiſeur, & pour ce faire nous poſerons encore à part le nombre peculier 20, & au coſté dextre d'iceluy la racine ia trouuée 46, & ayant multiplié ces deux nombres entr'eux 20, 46, leur produit 920 ſera le diuiſeur cherché, lequel nous poſerons, tant au coſté dextre deſdits deux nombres 20 & 46, que ſouz le nombre de noſtredite troiſieſme tranche 4625; & conſiderant combien de fois iceluy diuiſeur 920 peut eſtre cōtenu audit nombre 4625, nous luy trouuerons eſtre 5 fois, & partant nous poſerons 5, tant au quotient, que au coſté dextre des trois ſuſdits nōbres 20, 46, & 920, ou pluſtoſt ſous iceluy diuiſeur 920, comme il appert icy, afin de les multiplier entr'eux; & à leur produit 4600, ſoit adionſté le quarré dudit dernier nombre 5, c'eſt aſſauoir 25, & viendront 4625, que nous oſterons du nombre de noſtredite tranche 4625, & ne reſtera plus rien. Parquoy noſtre extraction eſt paracheuée, & la racine quarrée du nombre propoſé 216225 ſera preciſément 465; car eſtant multipliée en ſoy, elle produit iceluy nombre propoſé.

20 — 46 — 920 — 5

5

4600

25

4625

Que s'il y auoit encore quelque tranche à expedier, il faudroit derechef poſer à part le ſuſdit nombre peculier 20, & puis apres la racine ia trouuée: car autant qu'il y a de tranches à diuiſer, autant de differentes poſitions faut-il faire des choſes ſuſdites.

Extraction,

Extraction de la racine cubique.

I. ESTANT proposé à extraire la racine cubique de ce nombre 241820543, nous le distinguerons premierement de trois en trois figures, en commençant à dextre, puis nous chercherons la racine cubique de la derniere tranche 241, & trouuãt que le plus grand nombre cube contenu en icelle est 216, nous poserons sa racine 6 au quotient, & leuerons iceluy nombre 216 dudit nombre 241 de nostredite tranche, & resteront 25, ausquels estãs annexez les 820 de la seconde tranche, nous aurons pour icelle tout le nombre 25820, comme il appert en ceste disposition de nombres.

I. 241|820|543 [623
216
II. 25.820
x ϕ ϕ8 ϕ *le diuiseur*
22328
III. 3492543
x x ϕ ϕ ϕ ϕ *le diuiseur*
3476367
Reste 16176

II. Maintenant pour expedier ceste seconde tranche 25820, il nous faut trouuer vn diuiseur, & pour ce faire, nous irons prendre à la table des nombres propres & peculiers à chasque extraction, qui est à la page 126 les deux destinez pour l'extraction cubique, sçauoir est 300 & 30, que nous poserons l'vn au dessouz de l'autre, comme il appert icy, & à costé dextre de l'inferieur 30, nous poserons aussi la racine ia trouuée 6, & son quarré 36, au dessus d'icelle vis à vis de 300 : puis nous multiplierõs les deux nombres superieurs entr'eux, sçauoir est 300 & 36, comme aussi les deux inferieurs entr'eux, c'est à dire 30 & 6 ; & viendront pour le produit de ceux-là 10800, & pour celuy de ceux-cy 180 : lesquels deux produits ioincts ensemble font 10980 pour le diuiseur cherché : nous le poserons donc dessouz nostredite seconde tranche 25820, afin de voir combien de fois il y peut bien estre contenu, & nous luy trouuerons 2 fois, c'est pourquoy nous pose-

300 — 36 — 10800 — 2 — 21600
30 — 6 — 180 — 4 — 720
diuiseur 10980 8 — 8
52328

rons 2 au quotient,& auſſi vis à vis de nos trois nombres ſuperieurs 300, 36, 10800, comme il appert icy,& ſon quarré 4 au deſſouz, vis à vis de 180,& encore plus bas ſon cube 8: puis nous multiplierons chacun d'iceux nombres 2, 4, par celuy qui luy eſt collateral plus proche,& viendront pour le produit des ſuperieurs 21600,& pour celuy des inferieurs 720, au deſſouz deſquels deux produits nous poſerons encore le nombre cube de ladite racine priſe, qui eſt 8, afin d'adiouſter le tout enſemble,& viendrõt 22328, qu'il nous faut ſouſtraire de noſtre-dite ſeconde tranche 25820, & reſteront 3492, à quoy il faut annexer le nombre de la troiſieſme tranche 543, & le tout fera 3492543, comme il appert cy deſſus.

III. La ſeconde tranche eſtant donc ainſi expediée, il nous faut encore trouuer vn nouueau diuiſeur pour le nombre de la troiſieſme tranche 3492543, & pour ce faire nous poſerons encore à part les deux nombres peculiers à ceſte extraction, ſçauoir eſt 300 & 30, ainſi qu'il appert icy, & à coſté dextre d'iceux, nous poſeront tant la racine ia trouuée 62, que ſon quarré 3844: puis nous multiplierõs lesdeux ſuperieurs 300, 3844 entr'eux, comme auſſi les deux inferieurs 30, 62 entr'eux, & leurs produits 1153200,& 1860 eſtans adiouſtez enſemble, donnerõt 1155060 pour le diuiſeur de noſtredite troiſieſme tranche 3492543, en laquelle nous le trouuerons eſtre contenu trois fois: Nous poſerons donc 3, tant au quotient que à coſté dextre de nos nombres ſuperieurs,& ſouz iceluy 3, ſon quarré 9, & encore plus bas ſouz ce quarré, ſon cube 27. Cela fait, multipliõs chacũ d'iceux deux nombres 3 & 9 par ſon plus prochain nombre collateral, & viendront à leurs produits ces deux nombres 3459600 & 16740, au deſſouz deſquels nous poſerons encore le nombre cube 27, afin d'adiouſter le tout enſemble,& viendront 3476367, qu'il faut leuer de noſtredite troiſieſme tranche 3492543, & reſteront finalement 16176. Nous auons donc trouué 623 pour la racine cubique du nombre propoſé: car iceluy nombre 623 eſtant multiplié cubement, produit le nombre 241804367, auquel ſi on adjouſte ce qui eſt reſté 16176, ſe-

300	3844	1153200	3	3459600
30	62	1860	9	16740
diuiſeur		1155060	27	27
				3476367

ra faict preciſément le nombre propoſé 241820543.

Extraction de la racine ſurſolide.

I. ESTANT propoſé à extraire la racine ſurſolide de ce nombre 10243450894 5724, il le faut premierement diſtinguer de cinq en cinq figures, commençant à dextre; quoy faict, reſtent 10243 en la derniere tranche à ſeneſtre, dõt la racine ſurſolide eſt 6, car le plus grand nõbre ſurſolide contenu en icelle tranche eſt 7776, duquel 6 eſt la racine, comme il appert en la table des nombres rationnaux miſe au commencement de ce chap. Ie poſe donc la racine 6 au quotient, & leue ſon ſurſolide 7776 du nombre 10243 de ladite tranche, & reſte le nombre 2467, apres lequel ie poſe le nombre de la ſeconde tranche 45089, afin que nous ayons pour tout le nombre correſpondant à icelle 246745089.

I.	10243|45089|45724 [63
	7776
II.	2467. 45089
	♀ ♂ ☽ ☉ ♂ ☿ ♀ ♀
	2148365 43
III.	31908546. 45724
	♄ ☽ ♀ ☌ ☿ ☍ ☽ ☌ ☿ ♀
	31908545 43424
	Reſte 102300

II. Maintenant pour expedier ceſte ſeconde tranche, il faut trouuer vn diuiſeur, & pour ce faire, nous irons prendre à la table

50000	1296	64800000	3	194400000
10000	216	2160000	9	19440000
1000	36	36000	27	972000
50	6	300	81	24300
	diuiſeur	66996300	243	243
				21483654 3

des nombres peculiers à chaſque extractiõ les quatre deſtinez pour l'extraction ſurſolide, qui ſont 50000, 10000, 1000, & 50, leſquels nombres nous poſerons l'vn au deſſouz de l'autre en la forme qu'ils

ſont icy: puis au coſté dextre du plus bas 50, nous poſerons la racine ia trouuée 6, & au deſſus d'icelle ſon quarré 36, & ſur ceſtuy-cy ſon cube 216, mais encore plus haut, vis à vis de 50000, ſon quarré de quarré 1296. Cela faict, ſoient multipliez entr'eux ces deux nombres ſuperieurs 50000, & 1296, comme auſſi tous les inferieurs touſiours de deux, ſçauoir 10000 & 216; 1000 & 36; & 50, 6: & leſdites multiplications faictes, ſoiēt adiouſtées enſemble leurs quatre produits, & viendront 66996300, qui ſera le diuiſeur de noſtredite ſeconde tranche 246745089, en laquelle nous le trouuerons eſtre contenu trois fois: Nous poſerons donc 3, tant au quotient qu'à coſté dextre de noſtre troiſieſme nombre ſuperieur; & puis fouz ledit 3, ſon quarré 9, & ſouz ceſtuy-cy ſon cube 27, & puis encore plus bas ſon quarré de quarré 81, & finablement ſouz ceſtuy-cy ſon nombre ſurſolide 243: Ces cinq nombres eſtans ainſi poſez, ſoient multipliez chacun des quatre ſuperieurs d'iceux, c'eſt à dire 3, 9, 27, & 81, par ſon prochain nombre collateral, & viendront à leurs produits ces quatre nombres 194400000, 19440000, 972000, & 24300, tous leſquels, auec encore le ſurſolide 243, nous adiouſterōs enſemble, & viendront 214836543, qu'il faut leuer du nombre de noſtredite ſeconde tranche 246745089, & reſteront 31908546, à quoy il faut ioindre & annexer le nombre de la troiſieſme tranche 45724, & nous aurons pour toute icelle tranche le nombre 31908-4645724.

III. Et pour expedier icelle tranche, il nous faut encore trouuer vn nouueau diuiſeur, & pour ce faire, nous poſerons derechef à part les quatre nombres peculiers à ceſte extraction ſurſolide, & en la forme qu'ils ſont icy: puis au coſté dextre du plus bas 50, nous po-

50000 —	15752961 —	787648050000 —	4 —	3150592200000
10000 —	250047 —	2500470000 —	16 —	40007520000
1000 —	3969 —	3969000 —	64 —	254016000
50 —	63 —	3150 —	256 —	806400
	diuiſeur	790152492150	1024 —	1024
				31908543424

ſerons la racine ia trouuée 63, & au deſſus d'icelle ſon quarré 3969,

& ſur ceſtuy-cy ſon cube 250047,& puis encore plus haut ſon quarré de quarré 15752961. Cela faict, chacun de ces quatre nombres ſoit multiplié par ſon peculier collateral,& mis leurs produits à coſté d'eux ; leſquels ſoient adjouſtez enſemble, & viendront 790152492150 pour le diuiſeur cherché: Nous le poſerons donc deſſouz le nombre de noſtre tranche 319085464572 4 ; puis conſiderant combien de fois il y peut eſtre contenu, nous luy trouuerons quatre fois ; c'eſt pourquoy nous poſerons 4, tant au quotiēt, qu'à coſté dextre de noſtre dernier produit ſuperieur, & au deſſouz d'iceluy 4, ſon quarré 16,& ſouz ceſtuy-cy ſon cube 64,ſouz lequel ſoit encore poſé ſon quarré de quarré 256, & puis encore ſouz cetuy-cy ſon ſurſolide 1024.Ces cinq nombres ainſi poſez,chacū des quatre premiers & ſuperieurs d'iceux,c'eſt à dire 4,16,64,& 256,ſoit multiplié par ſon prochain nombre collateral, & leurs quatre produits auec le nombre ſurſolide 1024 ſoient adiouſtez enſemble, & viendront 3190854543424, qu'il faut ſouſtraire de noſtredite troiſieſme tranche 319085464572 4, & reſteront encore 102300. Nous auons donc trouué 634 pour la racine ſurſolide demandée, c'eſt à dire que ſi on multiplie iceluy nombre en ſoy ſurſolidement, & au produit 1024345088 43424, on adjouſte le reſte 102300, viendra le nombre propoſé 1024345089 45724.

Or i'eſtime que ces ttois exemples peuuent ſuffire pour l'intelligence de quelcōque autre extraction,c'eſt pourquoy nous ne nous arreſterons à en bailler dauantage d'exemples. Et eſt à notter pour la fin de ce chap. que de l'extraction cubique nous ſommes venus à la ſurſolide, paſſant la quarrée de quarrée ; pource qu'en icelle on doit proceder par deux extractions quarrées, c'eſt à dire qu'ayant pris la racine quarrée du nombre propoſé, il faut encore derechef prendre la racine quarrée de celle ia trouuée. Le meſme ſe doit entendre de toute autre ſorte de racine de nombres compoſez, comme quarrée cubique ; quarrée de quarrée de quarrée; cubique de cubique, quarrée ſurſolide,&c. Car il eſt beaucoup plus aiſé d'extraire telles racines par deux ou dauātage d'operations,que par vne ſeule, que toutesfois on pourra faire,comme dit eſt cy deſſus.

De la progreſsion Arithmetique.

CHAPITRE XXIIII.

PROGRESSION Arithmetique eſt vn ordre de pluſieurs nombres, ſe ſurmontant l'vn l'aurte continuellement par égale difference, comme ſont les ſuiuans.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, &c.
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, &c.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, &c.

La premiere de ces trois progreſſions, laquelle commence à l'vnité, & s'augmente par la continuelle addition d'icelle vnité, eſt appellée progreſſion naturelle des nombres: La ſeconde, qui commence auſſi à l'vnité, & s'augmente continuellement par l'addition de 2, s'appelle progreſſion des nombres impairs: & la troiſieſme, qui commence à deux, premier nombre pair, & en laquelle tous les nombres s'excedent continuellemēt de deux, s'appelle progreſſion des nombres pairs. Et en toute progreſſion cet excez d'vn nombre par deſſus ſon prochain moindre eſt appellé nombre progreſſif.

Or afin de ne nous arreſter beaucoup ſur ces progreſſions Arithmetiques, nous remarquerons ſeulement ſes principales proprietez, & puis quelques regles briefues concernant la ſupputation d'icelles progreſſions. La progreſſion de trois termes ou nombres a cela de propre, que la ſomme des deux nombres extremes eſt égale au double de celuy du milieu: comme en ces trois nombres 5, 8, & 11, où la ſomme des extremes 5 & 11 faict 16, double de 8, nombre du milieu. Mais le propre de la progreſſion de quatre nombres, eſt que l'aggregé des termes extremes eſt égal à celuy des nombres du milieu; comme 8, 12, 16, & 20, où tu vois que la ſomme des extremes 8 & 20 faict 28, comme faict auſſi l'aggregé des nombres du milieu 12 & 16. Et cecy n'eſt pas ſeulement vray en quatre nombres, ſe ſurmōtant continuellement par vn meſme nombre tels que ſont ceux cy-deſſus; mais encore en ceux-là qui ne s'excedent continuellement, ains eſquels la difference du premier au ſecond eſt égale à la

difference du troiſieſme au quatrieſme, comme ſont ceux-cy, 8, 12, 20 & 24.

De ceſte proprieté, on collige qu'en toute progreſſion Arithmetique ayant ſes termes en nombre impair, l'aggregé des extremes eſt touſiours double du terme du milieu; & auſſi égale à la ſomme de deux quelsconques termes égalemens diſtans d'iceux extrémes: comme tu vois en ceſte progreſſion des ſept termes, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, en laquelle la ſomme des extrémes 5 & 23, faict 28, double du terme 14; & eſt égale à l'aggregé des collateraux equidiſtãs, comme 8 & 20, ou 11 & 17.

Il s'enſuit encore qu'en toute progreſſion Arith. de laquelle le nombre des termes eſt pair, l'aggregé des extremes eſt égal à la ſomme de deux quelsconques nombres également diſtans d'iceux extremes: Ce qui eſt manifeſte en ceſte progreſſion de huict termes 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, où l'aggregé des extremes 4, & 32 font 36, comme faict auſſi la ſomme des égalemens diſtans 8 & 28, ou 12 & 24, ou 16 & 20. Voyons maintenant quelques regles concernans icelles progreſſions.

1. Pour adjouſter promptement les termes de toute progreſſion Arithmetique, il n'y a qu'à adjouſter enſemble les deux extremes, c'eſt à dire le moindre & le plus grand terme; & multiplier ce qui en prouiendra par la moictié des nombres deſdits termes, ou bien tout iceluy nombre des termes par la moictié d'icelle ſomme des extremes, & ce qui en prouiendra ſera la ſomme de tous les nombres de la progreſſion: Comme pour adjouſter tous les 12 termes de ceſte progreſſion.

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49.

I'adiouſte les extremes 5 & 49, font 54, que ie multiplie par 6, moictié du nombre des termes, & viennent 324 pour la ſomme de tous leſdits 12 termes. Qu'il faille encore adiouſter les 9 termes de ceſte autre progreſſion.

4, 10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, 52.

I'adiouſte les extremes 4 & 52, qui font 56, dont la moictié eſt

28, que ie multiplie par 9, nombre des termes, & viennent 252 pour la somme & addition desdits termes.

2. Pour trouuer le nombre des termes d'vne progression, estant donné le premier & le dernier auec la difference & nombre progressif, il faut oster le premier terme du dernier, puis diuiser le reste par le nombre progressif; & adioustant l'vnité au quotient, on aura le nombre des termes. Comme pour exemple, si d'vne progression Arithmetique le premier terme est 5, le dernier 49, & le nõbre progressif 4; ostõs le premier terme 5 du dernier 49, & resterõt 44, qui diuisez par la difference 4, viennent 11 au quotient, auquel adioustons l'vnité, & nous aurõs 12 pour le nombre des termes cherchez. Soit derechef vne progression, dont le premier terme est 4, le dernier 52, & la difference 6: pour trouuer le nombre des termes d'icelle, soit osté 4 de 52, & resteront 48, lesquels soient diuisez par la difference 6, & viendront 8 au quotient, qui auec l'vnité faict 9; & autant y a de termes en ladite progression.

3. Pour trouuer le dernier terme d'vne progression estans cogneuz le premier, le nombre d'iceux, & la difference ou nombre progressif; il faut premierement leuer 1 du nombre des termes, & multiplier ce qui restera par la difference; puis au produit adiouster le premier terme, & viendra le dernier terme cherché. Pour exemple, si le premier terme de quelque progression est 5, & le nombre des termes d'icelle 12, mais la difference 4: pour cognoistre le 12e terme, nous osterons l'vnité du nombre des termes 12, & resteront 11, que nous multiplierons par la difference 4, & viendront au produit 44, à quoy estant adiousté le premier terme 5, seront 49 pour le 12e & dernier terme de la progression proposée. Qu'il faille derechef trouuer le dernier & neufiesme terme d'vne progression, dont le premier soit 4, & la difference 6. Ostons l'vnité de 9, & resteront 8, qui multipliez par la difference 6, feront 48, auſquels soit adiousté le premier terme 4, & feront 52 pour le dernier & neufiesme terme d'icelle progression proposée.

4. Pour trouuer le premier terme d'vne progression Arithmetique estant cogneu le dernier, le nombre d'iceux, & leur somme; il faut premierement diuiser ladite somme des termes par le nombre d'iceux, & puis doubler le quotient, & de ce double oster le dernier terme, & restera le premier. Pour exemple, qu'il faille trouuer

uer le premier terme d'vne progreſſion de 12 termes, deſquels le dernier ſoit 49, & la ſomme d'iceux 324. Nous diuiſerons donc 324 par le nombre des termes 12, & viendront 27, dont le double eſt 54, deſquels nous oſterons le dernier 49, & reſteront 5 pour le premier terme d'icelle progreſſion. Qu'il faille encore trouuer le premier terme d'vne progreſſion de 9 termes, le dernier deſquels ſoit 52, & leur ſomme totale 252: Nous diuiſerons iceluy nombre 252 par 9, & le quotient ſera 28 que nous doublerons, & ſeront 56, deſquels ſoit oſté le dernier terme 52, & reſteront 4 pour le premier cherché.

V. On trouuera encore le premier terme, moyennant le dernier, leur nombre, & la difference: c'eſt aſſauoir, ſi ayant oſté l'vnité du nombre des termes, on multiplie le reſte par la difference, & le produit qui en viendra eſtant oſté du dernier terme, reſtera le premier. Pour exemple, qu'il faille derechef trouuer le premier terme d'vne progreſſion de 12 termes, deſquels le dernier ſoit 49, & la difference 4: Nous oſterons donc l'vnité de 12, & reſteront 11, que nous multiplierons par la difference 4, & viendront 44, que nous oſterons du dernier terme 49, & reſteront 5 pour le premier cherché.

VI. Pour trouuer la difference ou nombre progreſſif d'vne progreſſion Arithmetique, de laquelle le premier & dernier terme ſont cogneuz auec le nombre d'iceux; il faut oſter le premier terme du dernier, puis du nombre des termes leuer l'vnité, & puis par ceſte-cy diuiſer celuy-là, & le quotient donnera la difference d'icelle progreſſion. Pour exemple, qu'il faille trouuer le nombre progreſſif d'vne progreſſion, de laquelle le premier terme eſt 5, le dernier & douzieſme 49: Nous oſterons donc le premier terme 5 du dernier 49, & reſterõt 44, que nous diuiſerons par le nõbre des termes moins l'vnité, ſçauoir 11, & viendront au quotient 4 pour la difference cherchée. Qu'il faille encore trouuer le nombre progreſſif d'vne autre progreſſion, de laquelle le premier terme eſt 4, & le dernier & neufieſme 52: Nous oſterons 4 de 52, & reſteront 48, que nous diuiſerons par 8, & viendront au quotient 6 pour le nombre progreſſif cherché.

Or voilà quant aux regles de la progreſsion Arithmetique; & pour monſtrer quelque choſe de l'vſage & pratique d'icelle, nous

adjouſterons icy quelques queſtions qui ſe reſoudront par le moyẽ des regles cy deſſus.

1. *Quelqu'vn faiſant faire vn puids, conuient auec le maçon qui l'entreprend de luy payer 25 ſols de la premiere toiſe, 40 ſ. de la deuxieſme, 55 de la troiſieſme, & ainſi touſiours augmentant de 15 ſ. iuſques à 12 toiſes: on demande combien couſtera à faire ledit puids?*

Pour ſouldre telles queſtions ſans chercher tous les termes de la progreſsion, nous trouuerons premierement le dernier terme par la troiſieſme regle, ſçauoir en multipliant 11 par la difference 15, & viendront 165, à quoy nous adiouſterons 25, & feront 190, pour ce que couſtera la derniere toiſe; & puis ſuiuant la premiere regle, nous adiouſterons ces deux nombres 25 & 190, qui feront 215, que nous multiplierons par 6, & viendront 1290 ſ. ou 64 liures 10 ſ. pour tout ce que couſtera ledit puids.

2. *Il y a vn bataillon en forme triangulaire, ayant 4 hommes au premier & moindre rang, mais 130 au dernier & plus grand rang, qui fait le 64e: on demande la difference des rangs, & le nombre de tous les hommes de ce bataillon?*

Pour ſouldre toutes ſemblables queſtions, nous adiouſterons premierement le premier rang 4 auec le dernier 130, & viendront 134, que nous multiplierons par 32 ſuiuant la premiere regle, & le produit ſera 4288, & autant y aura de ſoldats en tout le bataillon; & pour ſçauoir la difference des rangs, nous procederons ſuiuant la 6e regle; c'eſt à dire que nous oſterons 4 de 130, & reſteront 126, que nous diuiſerons par 63, & le quotient 2 monſtrera que les rangs s'augmentent continuellement de deux hommes.

3. *Vn marchand ioüallier vend certain nombre de perles, deſquelles il vend la premiere 4 deniers, la ſeconde 10, & ainſi en continuant par augmentation de 6 deniers iuſques à la derniere, qu'il vend 478 deniers: aſſauoir combien il a de perles, & combien il doit receuoir de tout?*

Premierement ſuiuant la 2e regle, nous oſterons 4 de 478, & reſteront 474, que nous diuiſerons par 6, & le quotient ſera 79, qui auec l'vnité fait 80; & tel eſtoit le nombre des perles vendues: & pour ſçauoir leur valeur, nous procederons ſelon la premiere re-

gle; c'eſt à dire que nous adiouſterons 4 & 478, qui feront 482, que nous multiplierons par 40, & le produit donnera 19280 deniers, ou 80 liures 6 ſols 8 d. pour la valeur de toutes les 80 perles venduës.

4. *Il y a vn bataillon en forme triangulaire, contenant* 4288 *hommes, & ayant* 130 *ſoldats au* 64e *& dernier rang: on demande combien il y a d'hommes au premier rang, & la difference des rangs?*

Procedant ſelon la quatrieſme regle, nous trouuerons qu'il y auoit 4 hommes au premier & moindre rang: car diuiſant 4288 par 64, viennent 67, qui doublez donnent 134, deſquels eſtant leué 130, reſtent 4. Maintenant ſuiuant la ſixieſme regle, nous oſterons 4 de 130, & reſteront 126, que nous diuiſerons par 63, nombre des rangs diminué de l'vnité, & le quotient 2 nous monſtrera que l'augmentation de chaſque rang ſe faict ſeulement de deux hommes.

De la progreſſion Geometrique.

CHAP. XXV.

LA progreſſion Geometrique eſt vne ſuitte & ordre de pluſieurs nombres, s'excedans continuellement en vne meſme raiſon, comme ſont les ſuiuans.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, &c.
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, , &c.
3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, &c.

Le premier de ces trois ordres de nombres eſt nommé progreſſion double, parce que chaſque plus grand nombre eſt double de ſon plus proche moindre: Le ſecond, ſe progredit par raiſon triple, c'eſt à dire que chaſque grand nombre eſt triple de celuy-là qui le precede prochainement; & chaſcune de ces deux progreſſions commence à l'vnité: mais la troiſieſme qui commence à 3, ſe progrediſt encore par raiſon double.

Or chaſcune de ces progreſſions peut eſtre continuée tant qu'on voudra, multipliant continuellement le dernier terme par le nombre qui denotte la raiſon de la progreſſion, lequel s'appelle nombre progreſſif, ou denominateur de la raiſon: ainſi multipliãt touſiours par 2 le dernier terme de la premiere & troiſieſme deſdites pro-

greſſions cy-deſſus, ſera produit le terme ſuiuant; & multipliant continuellement par 3 le dernier terme de la ſeconde progreſſion, viendra touſiours le terme ſuiuant, & ainſi de toutes autres ſemblables progreſſions. Mais qui voudroit prõgredir en retrocedant, au lieu de multiplier, il faudroit diuiſer le dernier & moindre terme par le denominateur de la raiſon; ainſi voulant continuer ceſte progreſſion 512, 256, 128, en allant vers l'vnité, il faudroit diuiſer le dernier & moindre nombre 128, par 2, denominateur de la raiſon, & viendroit 64 pour le terme ſuiuant, &c. Or iceluy denominateur de la raiſon de quelconque progreſſion eſt le quotient de quelque nombre que ce ſoit de la progreſſion diuiſé par ſon nombre prochain moindre.

La progreſſion Geometrique de tous nombres, a cela de propre, que le produit des deux extremes eſt égal au nombre produit de celuy du milieu multiplié en ſoy; comme de ces trois nombres 4, 8, 16; le produit des extremes 4, & 16 multipliez entr'eux eſt 64, lequel nombre vient auſſi multipliant le milieu 8 en ſoy. Mais le propre de la progreſſion de quatre nombres, c'eſt que le produit des extrémes eſt égal au produit des moyens; comme de ces quatre nombres 2, 6, 18, 54, qui ſont en raiſon triple, le produit des deux extrémes 2 & 54, eſt 108, lequel nombre eſt auſſi produit multipliãt les deux moyens 6 & 18. Or cecy n'eſt pas ſeulement vray en quatre nombres continuellement proportionnaux, tels que ſont les quatre cy deſſus, mais encore en ceux qui ne ſont continuellement proportionnaux, tels que ſont ces quatres cy, 6, 9, 10, 15, où tu vois que le produit, tant des extrémes, que des moyens, eſt 90.

De ceſte proprieté, on collige qu'en toute progreſſion Geometrique, dont le nombre des termes eſt impair, le produit des nombres extremes eſt égal au produit, tant de celuy du milieu en ſoy, qu'à celuy des deux quelsconques autres termes également diſtans: comme il appert en ceſte progreſsion 3, 6, 12, 24, 48, les deux nombres extremes de laquelle eſtãs multipliez entr'eux produiſent 144, lequel nombre eſt auſsi produit, tant par le nombre du milieu 12 en ſoy, que par les deux collateraux equidiſtans 6 & 24. Dauantage, en toutes progreſsions Geometriques, dont le nombre des termes eſt pair, le produit des extremes eſt touſiours égal à celuy des deux également diſtans quels qu'ils ſoient, comme tu peux voir en ceſte

autre progreſsion 2, 4, 8, 16, 32, 64, où le produit des extremes eſt 128, lequel nombre eſt encore produit par la multiplication de 4 & 32, & puis auſsi de 8 & 16, qui ſont également eſloignés deſdits extremes. Voyons maintenant quelques regles concernant ces progreſsions Geometriques.

I. Pour trouuer la ſomme de tous les termes de quelconque progreſsion Geometrique, eſtant cogneu le moindre & le plus grand d'iceux termes, auec le denominateur de ſa raiſon: Il faut oſter le moindre terme du plus grand, puis diuiſer le reſte par vn nombre moindre de l'vnité que le denominateur de la raiſon, & le quotient eſtant adiouſté auec le plus grand terme, ſera donnée la ſomme de tous les termes, comme il appert en ceſte progreſſion.

3, 12, 48, 192, 768, 3072, 12288, 49152.

Car tu vois qu'oſtant le premier terme 3 du plus grand 49152, reſteront 49149; & pource que le denominateur de la raiſon d'icelle progreſſion eſt 4, nous diuiſerõs iceluy reſte par 3, & viendrõt 16383, qui adiouſtez auec le dernier terme 49152, font 65535 pour la ſomme de tous les termes de la ſuſdite progreſſion.

II. Pour trouuer quelconque terme d'vne progreſſion Geometrique, dont le premier eſt donné auec le denominateur de la raiſon d'icelle: Lors qu'il eſt beſoin d'auoir tous les termes de la progreſſion, il les faut trouuer les vns apres les autres par multiplication, mais n'eſtant ſouuent beſoin que de trouuer le dernier, qui ſeroit choſe longue & ennuyeuſe en trouuant tous les termes qui le precedent, nous trouuerons ſeulement les quatre ou cinq premier deſdits termes, & poſerons o au deſſus du premier; 1 au deſſus du ſecond; 2 au deſſus du troiſieſme, & ainſi en continuant ſelon la progreſſion naturelle des nombres: puis apres voulãt trouuer le nombre de quelconque terme plus haut, il faut multiplier entr'eux deux termes, dont les nombres ſuperieurs de la progreſſion naturelle, adiouſtez enſemble, faſſent le nombre quantieſme d'iceluy terme requis moins vn, & le produit eſtant diuiſé par le premier terme, donnera au quotient iceluy terme cherché, comme il appert en ceſte progreſſion.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768, 1536, 3072, 6144, 12288,

Car tu vois que le neufieſme terme 768, au deſſus duquel eſt 8,

ſera trouué multipliant les deux termes 24 & 96, au deſſus deſquels ſont 3 & 5, qui font ledit nombre 8, & puis diuiſant le produit 2304 par le premier terme 3: Ainſi pareillement ſera-il trouué multipliant en ſoy le 5e terme 48, au deſſus duquel eſt 4, pource que 4 & 4 font auſſi 8; ou bien encore multipliant les trois & ſeptieſme termes entr'eux 12 & 129, au deſſus deſquels ſont 2 & 6, qui font derechef 8. Mais pour auoir le vingtieſme terme, nous multiplierons 12288 & 384 entr'eux, (ou bien 768 & 6144; ou 1536 & 3072,) à cauſe que les nõbres ſuperieurs à ces deux termes font 19, qui eſt 1 moins que le nombre propoſé 20; & viendront 4718592, qui diuiſez par le premier terme 3, le quotient donnera 1572864 pour le vingtieſme terme de la ſuſdite progreſſion.

Or nous pourrions rapporter icy pluſieurs queſtions ſur ces progreſſions Geometriques, mais nous nous contenterons à preſent de ceſte-cy.

Vn Gentil-homme acheptant vn cheual ferré des quatre pieds auec 24 cloux, demeure d'accord de bailler 1 denier du premier clou, 2 deniers du ſecond, 4 du troiſieſme, & ainſi en continuant par raiſon double iuſques au dernier cloud: On demande combien ce cheual ſera vendu ſuiuant ceſte condition?

Il eſt manifeſte que cecy n'eſt autre choſe que chercher la ſomme de tous les 24 termes d'vne progreſſion double commençant à l'vnité, c'eſt pourquoy nous chercherons premierement le 24e & dernier terme ſuiuant la regle precedente; & pour ce faire, nous trouuerons, en premier lieu, que le ſeptieſme terme ſera 64, qui multiplié en ſoy donnera 4096, pour le treizieſme terme, & celuy-cy derechef multiplié en ſoy, donnera 16777216 pour le 25e terme, duquel ayant oſté l'vnité, reſteront 16777215 pour la ſomme de tous les termes, à cauſe qu'en toute progreſſion double commençant à l'vnité, le double du dernier terme d'icelle moins l'vnité, donne la ſomme de tous ſeſdits termes. Parquoy ſelon la condition ſuſdite, le cheual ſera vendu 69905 liures 1 ſ. 3 d.

Nous dirõs encore quelque choſe de ces progreſſions au deuxieſme chap. de noſtre Algebre, c'eſt pourquoy finiſſant ce chap. nous finirons auſſi ce traicté de l'Arithmetique vulgaire, pour donner commencement à celuy de l'Algebre.

FIN.

TRAICTE'
D'ALGEBRE.

Par D. HENRION *Mathemat.*

A PARIS.

M. DC. XX.

A

MESSIRE CHARLES

MARQVIS DE LA VIEVVILLE, CHEVALIER DES ORDRES DV ROY, Conſeiller en ſes Conſeils d'Eſtat & priué, Capitaine de cent hommes d'armes de ſes Ordonnances, Lieutenant general pour ſa Majeſté en ſes Prouinces de Champagne & Rethelois, & premier Capitaine des gardes Eſcoſſoiſes du corps de ſadite Majeſté, Baron d'Arzillieres, Seigneur de Sy, Chaluë, Pauant, Verigny, &c.

MONSEIGNEVR,

Sçachant combien vous cheriſſez les diuines Mathematiques, i'ay pris la hardieſſe de vous offrir ce petit traicté d'Algebre : Ie ſçay bien qu'il vous eſt inutile, eſtant dés long temps ſi bien verſé en toutes les parties d'icelles Mathematiques, que vous apportant ce liuret, c'eſt comme faire refleſchir les rayons vers le Soleil, jetter les fueilles aux racines de l'arbre, & renuoyer les eaux en la mer : mais ie le vous preſente, afin qu'ayant en ſon front voſtre nom illuſtre & glorieux, il ſoit tant plus agreable à la Nobleſſe Françoiſe, qui ſçachant l'adveu que vous ferez de ce liuret, ne doutera point du merite d'iceluy.

Ie vous ſupplie donc, Monſeigneur, le receuoir de bon œil ; cela m'obligera d'autant plus à rechercher les moyens, ſous voſtre adveu, de mettre en lumiere, choſe qui vous ſera plus agreable, & demeurer à iamais,

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur, D. HENRION.

TRAICTE'
D'ALGEBRE.

Que c'eſt qu'Algebre, qui en eſt l'inuenteur, de quelles figures & caracteres on ſe ſert en icelle, & leur ſignification.

CHAPITRE I.

ALGEBRE eſt vne Arithmetique de nombres figurez; ou bien parlant plus intelligiblemẽt, c'eſt vne ſcience par laquelle on peut rendre manifeſte & cogneuë en nombre vne quantité incogneuë, moyennant vne égalité trouuée entre deux nombres par certaines inductions & conſequences tirées de la poſition d'icelle quantité, comme deſia trouuée: bref l'Algebre eſt vne doctrine qui enſeigne à bien & parfaictement nombrer.

Quant à l'inuenteur de ceſte ſcience, il eſt incertain; car les vns l'attribuent à Geber Arabe, les autres à vn Mahomet, fils de Moyſe Arabe, & les autres à Diophante d'Alexandrie.

Et quant aux figures d'icelle ſcience (outre les elements & figures numerales de l'Arithmetique vulgaire) il y a pluſieurs autres figures & caracteres, dont on ſe ſert en ceſte ſcience, leſquels ſont figurez, & nommez diuerſement par les autheurs qui ont eſcrit d'icelle ſcience: mais entre ceſte diuerſité de caracteres, nous auons choiſi les ſuiuans, les iugeant plus propres & aiſez à repreſenter ce qu'ils ſignifient qu'aucuns autres.

N. ℟. *q. c. qq. ß. qc. bß. qqq. cc. qß. cß. qqc. dß. qbß.* &c.

Le premier caractere N. a l'appellation du nombre abſolu & ſim-

ple; tellement que le nombre auquel ledit caractere ſera apposé, eſt abſolu & ſimple: comme 4 N. ne ſignifie autre choſe que quatre vnitez ſimples: toutesfois ce caractere N. defaut le plus ſouuent aux nombres ſimples; c'eſt pourquoy les nombres auſquels eſt apposé ledit caractere N. ou bien auſquels il n'y a aucun ſigne, doiuent eſtre pris pour ſimples & abſolus.

Le ſecond caractere ℟. au lieu duquel pluſieurs vſent de ceſtuy-cy ɾ, s'appelle racine; tellement que le nombre auquel eſt apposé l'vn ou l'autre caractere, ſera denommé par racine, comme 7 ℟. ſignifient 7 racines, & 14 ɾ. denottent 14 racines.

Le troiſieſme caractere *q.* repreſente quarré; tellement que 5 *q.* ſignifient 5 quarrez, & 14 *q.* denottent 14 quarrez.

Le quatrieſme caractere *c.* au lieu duquel pluſieurs vſent de ceſtuy-cy ☐, ſignifie cube; comme 7 *c.* ſignifient 7 cubes, & 12 ☐ denottent 12 cubes.

Le 5e caractere *qq.* ſignifie quarré de quarré; comme 8 *qq.* s'appellent 8 quarrez de quarré, & 17 *qq.* denottent 17 quarrez de quarré.

Le ſixieſme *ß.* denotte ſurſolide: tellement que 4 *ß.* ſignifient 4 ſurſolides: quelques Italiens appellēt cecy relate premier, & le marquent ainſi 4 *Rel.P.*

Le ſeptieſme caractere *qc.* au lieu duquel quelques-vns vſent de ceſtuy *q*☐. denotte quarré de cube, comme 7 *qc.* ſignifient 7 quarrez de cube, & 10 *q*☐. ſignifient 10 quarrez de cube.

Le huictieſme *bß.* s'appelle ſecond ſurſolide; tellement que 4 *bß.* ſignifient 4 ſecond ſurſolide: les Italiens l'appellent relate ſecond, & le marquent ainſi 4 *Rel.2.*

Le neufieſme caractere *qqq.* denotte quarré quarré de quarré, comme 3 *qqq.* ſignifient 3 quarrez de quarré de quarré, & 12 *qqq.* denottent 12 quarrez de quarré de quarré.

Mais le dixieſme caractere *cc.* au lieu duquel pluſieurs poſent ☐☐. ſignifie cube de cube; tellement que 8 *cc.* ſignifient 8 cubes de cube, & 15 ☐☐. denottent 15 cubes de cube: Et ainſi faut-il entendre des autres caracteres en l'ordre cy-deſſus, tous leſquels ſont appellez ſignes ou caracteres coſſiques.

Il y encore ce caractere √. par lequel ſont notez certains nombres qu'on appelle radicaux, irradicaux, ou ſourds, dont ſera parlé cy apres; comme auſſi de quelques autres ſignes ou caracteres.

Des nombres cossiques ou denommez.

CHAP. II.

LES nombres vsitez en l'Algebre sont de trois genres: Ceux du premier genre sont nommez nombres cossiques ou denommez: ceux du second sont appellez nombres radicaux, ou irrationaux; & les troisiesmes sont nommez nombres radicaux cossiques. Quant aux nombres cossiques ou denommez, ce sont tous nombres de quelconque progression Geometrique, commençant à l'vnité; pour l'intelligence desquels doiuent estre diligemment considerées les deux progressions suiuantes, au milieu desquelles sont posez les caracteres cossiques cy-dessus declarez.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	&c.	exposans
N.	℞.	*q.*	*c.*	*qq.*	*ß.*	*qc.*	*bß.*	*qqq.*	*cc.*	*qß.*	*cß.*	*qqc.*	&c.	
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	&c	progress

Le premier ordre est la progression naturelle des nombres, commençant à 0, lesquels s'appellent exposans, tant des signes cossiques descrits au dessouz, que des termes de la progr. Geom. commençãt à l'vnité; tellemẽt que le premier terme de lad. progression naturelle, qui est 0, au dessouz duquel est N & 1, est exposãt du nõbre simple & absolu: Le second terme 1, au dessouz duquel est ℞ & 2, monstre le second terme de la progression naturelle, estre la premiere denomination és nombres cossiques, & s'appelle racine: Le tiers terme 2, expose que le tiers nombre de la progression Geometrique, est la seconde denomination, & s'appelle quarré; ainsi pareillement 6, demonstre la sixiesme denomination estre le nombre quarré de cube, & ainsi des autres.

Puis apres, les mesmes nombres exposans de la progression naturelle des nombres, enseignent combien il y a de raisons entre chacun nombre de la progression Geometrique, & l'vnité, comme 1, qui est au dessus de ℞ & 2, signifie qu'entre 2, ou bien la racine de la progression Geometrique, & l'vnité, il y a la seule raison de 2 à 1: Et 2, qui est au dessus de *q* & 4, monstre qu'entre 4, ou bien le quarré & l'vnité, doiuent estre deux raisons, comme 4 à 2, & 2 à 1: de

meſme 3, qui eſt au deſſus de *c* & 8, monſtre qu'entre le cube, ou 8 & l'vnité, ſont les trois raiſons 8 à 4, 4 à 2, & 2 à 1, & ainſi des autres.

D'auãtage, chaque deux nombres expoſans multipliez entr'eux, produiſent l'expoſant du caractere coſſique, qui ſera composé des caracteres deſdits deux expoſans multipliez entr'eux, comme 2 eſtant multiplié par 3, fait 6, expoſant du caractere *qc*. qui eſt composé de *q*. & de *c*: De meſme, 4 eſtant multiplié par 3, fait 12, expoſant du caractere *qqc*, qui eſt composé de *qq*, & de *c*, & ainſi des autres.

Pareillement, eſtant diuiſé quelque nombre expoſant par vn autre moindre, le quotient monſtrera (s'il eſt nombre entier) l'expoſant du caractere coſſique qui reſtera, ſi du caractere du nombre expoſant diuiſé, eſt oſté le caractere du nombre expoſant, par lequel eſt fait la diuiſion: comme ſi 6, expoſant du caractere *qc*. eſt diuiſé par 2, expoſant du caractere *q*. le quotient ſera 3, expoſant du caractere *c*. qui reſtera ſi du caractere *qc*. expoſant de 6, eſt oſté 2 expoſant du caractere *q*: De meſme, ſi 12, nombre expoſant du caractere *qqc*. eſt diuiſé par 4, expoſant du caractere *qq*. le quotient ſera 3, expoſant du caractere *c*. lequel reſtera ſi de *qqc*. eſt oſté *qq*. & ainſi des autres.

Derechef, ceſte figure *2*, qui eſt posée ſur 4 & *q*. enſeigne que le quarré, ou bien la ſeconde denomination, eſt produicte de la multiplication de la racine deux fois posée: car ſi la racine 2 eſt posée deux fois en ceſte maniere 2.2. & ſoit faite la multiplication de 2 par 2, ſera procreé le quarré 4. En la meſme maniere ceſte figure 3, qui eſt posée ſur 8 & *c*. ſignifie le cube, ou bien la troiſieſme denomination, eſt produicte de la racine, trois fois posée & multipliée: car ſi la racine 2 eſt posée trois fois, comme icy 2.2.2. & ſoit fait la multiplication de 2 par 2; & du nombre produict d'iceux par *2*, viendra le cube 8, & y a meſme raiſon de tous les autres.

Or par ces choſes ſeront facilement definis les nombres coſſiques: Car ſi pour exemple eſt demandé que c'eſt qu'vn nombre ſecond ſurſolide, nous dirons eſtre vn nombre, lequel eſt engendré par quelque nombre ſept fois posé & multiplié; comme 128 eſt engendré de la multiplication de ceſte racine 2, posée ſept fois en ceſte maniere 2.2.2.2.2.2.2. Semblablement le quarré de quarré ſera vn nombre, lequel eſt engendré par quelque nombre quatre fois

posé & multiplié; comme 16 eſt procreé de la multiplication de la racine 2, quatre fois posée ainſi 2.2.2.2. & ainſi des autres. Mais touſiours le nombre tant de fois posé, lequel engendre quelque nombre par ſa multiplication, eſt dit racine du nombre produict; comme 2 eſtant posé ſix fois en ceſte maniere 2.2.2.2.2.2. & multiplié, fait ce nombre 64, qui eſt *qc.* partant 2 eſt dit racine quarrée cubique de ce nombre 64, & ainſi faut-il entendre des autres.

Or non ſeulement ſont quelquesfois produicts les nombres de la progreſſion Geometrique, poſez par la multiplication de la racine, comme eſt cy-deſſus dit, mais auſſi par la multiplication des autres nombres entr'eux, ainſi que les ſignes coſſiques d'iceux demonſtrent; comme ce nombre quarré de ſurſolide 1024. eſt procreé de la racine dix fois posée en ceſte maniere 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2. ainſi que monſtre ſon expoſant 10: toutesfois pource que ſon ſigne coſſique *qß.* eſt composé de ces deux ſignes coſſiques *q* & *ß*, les expoſans deſquels ſont 2 & 5. ſi la meſme racine 2 eſt deux fois posée en ceſte maniere 2.2. à cauſe de 2 expoſant du ſigne *q*, & puis ſoit multipliée, afin que 4 ſoit produict; & ce produict cinq fois posé en ceſte maniere 4.4.4.4.4. à cauſe de 5, expoſant du ſigne *ß*, ſoit multiplié, ſera procreé le meſme nombre 1024. Par la meſme maniere, ſi la racine 2 eſt posée cinq fois, à cauſe du ſigne *ß*, & pareillement multipliée; & le nombre 32 produict ſoit posé deux fois, à cauſe du ſigne *q*, ſera procreé le meſme nombre: car la racine ainſi posée 2.2.2.2.2. & multipliée, fait 32: mais ce nombre cy 32, posé deux fois ainſi 32.32. & multiplié, procrée 1024. Le meſme doit eſtre dict des autres, ſi les ſignes coſſiques d'iceux ſont compoſez de pluſieurs ſignes coſſiques.

Pareillement és ſuperieures progreſſions, eſt bien conſiderable que l'addition des nombres de la progreſſion Arithmetique, reſpõd à la multiplication des nombres de la progreſſion Geometrique, & la ſubſtraction à la diuiſion: Car pour exemple, ainſi que 2 & 5 font 7, ſi on les adiouſte enſemble, ainſi pareillement *q* & *ß*, deſquels 2 & 5 ſont expoſans, c'eſt à ſçauoir 4 & 32, eſtans multipliez entr'eux produiſent 128, c'eſt à dire *bß*, l'expoſant duquel eſt 7. Item, ainſi que 3 & 9 adiouſtez enſemble font 12, ainſi auſſi *c* & *cc*, c'eſt à ſçauoir 8 & 512, les expoſans deſquels ſont 3 & 9, multipliez entr'eux produiſent 4096, c'eſt à dire *qqc.* duquel l'expoſant eſt 12, & ainſi des autres.

Derechef, tout ainſi qu'en ſubſtrayant 5 de 7, reſte 2, ainſi en diuiſant *bß*, c'eſt à ſçauoir 128, duquel 7 eſt expoſant par *ß*, c'eſt à dire par 32, duquel l'expoſant eſt 5, prouient 4, c'eſt à ſçauoir *q*, duquel l'expoſant eſt 2. Semblablement, ainſi qu'en ſouſtrayant 3 de 12, reſtent 9, ainſi auſſi en diuiſant *qqc*, c'eſt à dire 4096, duquel l'expoſant eſt 12 par *c*, c'eſt à dire par 8, duquel l'expoſant eſt 3, prouiēt *cc*, c'eſt à ſçauoir 512, duquel l'expoſant eſt 9, & ainſi des autres.

Or ce qui a eſté dict iuſques à preſent de la progreſſion Geometrique de raiſon double, qui commēce à l'vnité, le meſme doit eſtre entendu en quelque autre progreſſion Geometrique que ce ſoit, le commencement de laquelle eſt l'vnité.

Reſte à monſtrer par quelle raiſon tous les nombres propoſez de quelconque progreſſion Geometrique commençant à l'vnité, doiuent eſtre denommez, ou (ce qui eſt le meſme) quels ſignes coſſiques doiuent eſtre attribuez & inſcrits auſdits nombres: ce que nous monſtrerons facilement, ſi premierement nous denommons les nombres, deſquels les expoſans ſont nombres premiers, de laquelle ſorte ſont les ſuiuans, auec leurs caracteres coſſiques.

2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47. 53. 59. &c.
q. c. ß. bß. cß. dß. eß. fß gß. hß. iß. kß. lß. mß. nß. oß. pß. &c.

Or qu'à ces expoſans & nombres premiers correſpondent les ſignes & caracteres coſſiques y ſoubſcrits, il eſt manifeſte: Car veu qu'en toute progreſſion Geometrique le troiſieſme nombre depuis l'vnité eſt quarré par la 8. p. 9. ſon ſigne ſera *q*. duquel l'expoſant eſt 2. Derechef, puis que le quatrieſme nombre depuis l'vnité eſt cube, comme il appert de la ſuſdite propoſition d'Euclide, ſon caractere ſera *c*, dont 3 eſt expoſant. Puis-apres, parce que le ſixieſme nombre depuis l'vnité, duquel eſt expoſant le nombre premier 5, n'eſt pas quarré, ny cube, ſinon lors que le ſecond nombre depuis l'vnité eſt quarré, ou cube, comme il eſt demonſtré en la 10 prop. 9. il appert qu'a iceluy nombre doit eſtre ſoubſcrit ce caractere *ß*, & eſt appellé ſurſolide. Et d'autant que le meſme aduient en tous les autres nombres, deſquels les expoſans ſont nombres premiers; tellement qu'ils ne ſont ny quarrez, ny cubes, le premier depuis l'vnité, n'eſtant quarré, ny cube; pareillement ces nombres là de la progreſſion

Geometrique, qui ont leurs exposans nombres premiers, sont appellez sursolides; tellement que celuy, dont 7 est exposant, est dict second sursolide, & celuy de 11, troisiesme sursolide, & ainsi des autres. Mais est à notter, que les lettres de l'alphabet apposées aux caracteres de ß, sont au lieu de chiffres, comme *bß.* signifie 2ß; *cß*, 3ß; *dß*, 4ß. &c. & ce d'autant qu'iceux chiffres apporteroient de la confusion.

Sçachant donc ainsi que dessus les nombres premiers, & leur caracteres, nous trouuerons les caracteres des autres nombres cossiques, desquels les exposans ne sont nombres premiers, ains composez, en resoluant l'exposant du nombre composé, dont la denomination & caractere est desirée en ses parties aliquottes incomposées, lesquelles estans multipliées par ordre entr'elles, constituent & produisent iceluy: ce que vous ferez en ceste maniere.

Diuisez premierement le nombre composé donné par le moindre nombre premier, par lequel il se peut diuiser, semblablement le quotient, s'il est nombre composé, & derechef soit diuisé ce quotient par le moindre nombre, & ainsi consequemment soit faite continuellement la diuision, iusques à ce que le quotient soit nombre premier, c'est assauoir n'ayant aucune partie aliquotte; & tous les diuiseurs, ensemble le dernier quotient, seront parties aliquottes incomposées, lesquelles estans multipliées par ordre entr'elles, produiront le nombre composé donné, & les caracteres de chacunes d'icelles parties aliquottes ioinctes ensemble, feront le caractere dudit nombre composé donné. Comme pour exemple, si vous voulez trouuer le caractere de ce nombre composé 24, vous diuiserez iceluy par 2, qui est le moindre nombre premier, & viendra 12 au quotient, lequel quotient vous diuiserez derechef par 2, & viendra 6 au quotient, que vous diuiserez encore derechef par 2, & viendra 3 au quotient, qui est nombre premier: tellement que vous aurez pour les parties incomposées de 24, ces quatre nombres 2, 2, 2, 3, dont les caracteres sont *qqqc.* & partant le caractere appartenant à ce nombre composé 24 sera *qqqc.* Et ceste exposant 30, (duquel les parties incomposées sont 2, 3, 5,) sera ce signe *qcß*, & ainsi des autres.

On fera encore la mesme chose, prenant deux quelconques nombres, qui multipliez entr'eux, produisent le nombre exposant

proposé : car les signes cossiques d'iceux composent le signe cossique dudit nombre exposant proposé : Comme 3 & 4, desquels les signes cossiques sont *c.* & *q.* multipliez entr'eux produisent 12, dont le signe cossique sera *qqc.*

Or le contraire de ce que dessus, se fera rendant à chasque caractere incomposé son exposant; puis multipliant iceux exposans ensemble : Comme pour exemple, si nous voulons auoir l'exposant de *qqc.* nous rendrons à chasque caractere son exposant particulier, c'est à sçauoir 2,2,3, lesquels multipliez ensemble font 12, qui sera l'exposant dudit signe cossique *qqc.* & ainsi faut-il entendre des autres.

De la numeration des nombres cossiques.

CHAP. III.

LA numeration des nombres cossiques est facile, les choses cy-deuant dites estans bien entenduës : Car quand ils sont posez seuls, comme 5 ℞, ou 8 *q*, ou 20 *c.* & c. ils s'expriment ainsi, 5 racines, ou 8 quarrez, ou 20 cubes, & c. mais quād ils sont proposez conioints entr'eux par ce signe + au milieu, ou par celuy-cy —; comme 5 ℞ + 8 *q*; ou 8 *q* — 5 ℞; ou 20 *c* + 8 *q* — 5; lesquels deux signes + & — ont leur signification contraire : car cestuy-cy +, est dit signe d'adiouster, & signifie plus; mais celuy-cy —, est appellé signe de soustraire, & denotte moins; & les nombres ausquels est interposé le signe +, sont dicts composez; mais ceux ausquels interuient le signe —, sont nommez diminuez : & finablement ceux ausquels l'vn & l'autre signe est interposé, sont appellez mixtes, iaçoit que tous pourroient estre dits composez : Partant donc ce composé 5 ℞ + 8 *q.* s'exprime 5 racines plus 8 quarrez; mais ce diminué 8 *q* — 5 ℞; 8 quarrez moins 5 racines : & ce mixte cy 20 *c* + 8 *q* — 5; 20 cubes plus 8 quarrez moins 5 vnitez : car comme il a esté dict, le nombre qui n'a point de caractere cossique apres soy, signifie vn nombre absolu composé d'vnitez.

Or ces signes + & —, sont tousiours referez aux nombres qui les suiuent, & le nombre qui precede n'est à l'vn ny à l'autre desdits signes. Or le sens des nombres composez, diminuez, ou mixtes est facile :

facile: car quand nous disons 5 ℞ + 8 *q*. nous entendons 5 racines ensemble auec 8 quarrez, c'est à dire 42 vnitez, si la racine est 2, & le quarré 4. ainsi aussi quand nous disons 8 *q* — 5 ℞, nous entendons que de 8 quarrez sont ostez 5 racines, c'est à dire que le nombre proposé est 22 vnitez, si la racine est 2, & le quarré 4. & le mesme faut-il dire des autres.

De l'addition, & soustraction des nombres cossiques.

CHAP. IIII.

QVand il faut adiouster vn nombre cossique à vn nombre cossique d'autre denomination ou caractere, l'addition se fait mettant ce signe + au milieu, & vient vn nombre composé; comme ces deux nombres 6 ℞, & 8, adioustez ensemble font 6 ℞ + 8. de mesme 6 ℞ & 8 *c*, font 6 ℞ + 8 *c*, &c.

Mais quand il faut adiouster vn nombre cossique à vn autre nombre cossique de mesme appellation ou caractere, les nombres se doiuent adiouster ensemble, & à la somme d'iceux apposer le mesme caractere cossique: comme ces nombres 4 *q* & 9 *q* adiouſtez ensemble font 13 *q*; de mesme 5 ℞ & 4 ℞, font 9 ℞.

Par mesme raison, quand il faut soustraire vn nombre cossique d'vn nombre cossique d'autre denomination, la soustraction se fait mettant ce signe — au milieu, & fait vn nombre diminué: Comme pour exemple, ce nombre 6 ℞ estant osté de 8 *q*, restent 8 *q* — 6 ℞: de mesme 12 estans leuez de 6 ℞, restent 6 ℞ — 12, &c.

Mais quand il faut soustraire vn nombre cossique d'vn autre nombre cossique de semblable caractere, on doit soustraire le nombre du nombre, & au reste apposer le mesme caractere: comme 4 ℞ ostées de 9 ℞, restent 5 ℞; & 9 *c*, de 20 *c*, restent 11 *c*. &c.

Mais quand il faut adiouster des nombres cossiques composez, diminuez, & mixtes, ou oster l'vn de l'autre, il les faut poser l'vn au dessouz de l'autre: tellement que les nombres de mesme appellation se respondent entr'eux. Que si en l'vn ou l'autre d'iceux n'est trouué vn nombre respondant à quelqu'vn, sera posé au lieu de sa figure 0, auec le signe +; & estans ainsi constituez, seront adiouſtez les nombres de mesme appellation, ou ostez l'vn de l'autre, & les

ſommes,ou nombres reſtez, ſouſcrits en leurs propres lieux auec les meſmes ſignes + ou —,qui ſeront trouuez és nombres adiouſtez,ou ſouſtraits.

Exemples de l'addition.

℞.	N.
6 +	8
7 +	10
13 +	18

q.	℞.	N.
7 +	8	— 5
3 +	9	— 8
10 +	17	— 13

c.	N.	q.
7 +	8	— 3
4 +	11	— 5
11 +	19	— 8

c.	q.	℞.	N.
4 +	11 +	0	— 6
3 +	0 +	8	— 4
7 +	11 +	8	— 10

ß.	qq.	℞.	N.	q.
7 +	0 +	8	— 5 +	4
4 +	9 +	6	— 9 +	0
11 +	9 +	14	— 14 +	4

Exemples de la ſouſtraction.

c.	q.	℞.	N.
7 +	11 +	8	— 10
3 +	0 +	8	— 4
4 +	11 +	0	— 6

c.	N.	q.
11 +	19	— 8
4 +	11	— 5
7 +	8	— 3

ß.	qq.	℞.	N.	q.
11 +	9 +	14	— 14 +	4
7 +	0 +	8	— 5 +	4
4 +	9 +	6	— 9 +	0

q.	℞.	N.
10 +	17	— 13
7 +	8	— 5
3 +	9	— 8

Quand il reſte + 0,ou — 0,il n'en faut tenir compte, comme au premier exemple,où il reſte 4 *c*, + 11 *q*, + 0 ℞, — 6 N, ſera ſeulement 4 *c*, + 11 *q*, — 6.

Que ſi en l'addition ou ſouſtraction,l'vn des nombres auoit le ſigne +, & l'autre —, il faut changer d'eſpece, c'eſt à dire qu'en l'addition il faut ſouſtraire le moindre du plus grand,& au nombre reſtant donner le ſigne duquel a eſté faite la ſouſtraction.

Exemples.

q.		R.
6	+	8
2	—	10
8	—	2

qc.		ſs.		qq.		c.		R.		N.
7	+	0	+	8	+	0	—	4	+	8
7	+	5	—	11	—	11	+	0	+	0
14	+	5	—	3	—	11	—	4	+	8

Mais s'il falloit adiouſter ces deux nombres 12 *c*, + 6 *q*, — 8 R, + 7, & 3 *q*, — 2 *c*, + 12 R, — 9, il les faudroit poſer comme enſuit.

c.		q.		R.		N.
+ 12	+	6	—	8	+	7
— 2	—	3	+	12	—	9
10	+	3	+	4	—	2

Et afin de rendre ceſte operation tant plus manifeſte, nous adiouſterons encore icy deux exemples en nombres abſolus.

10	+	4
8	—	3
18	+	1

10	—	4
8	+	3
18	—	1

Or au premier exemple, puiſque à 10 + 4, il ne faut pas adiouſter 8 entierement, ains 3 moins, il eſt manifeſte qu'ayant adiouſté tout ledit nombre 8 auec 10, & fait 18, iceluy nombre 18 contient 3 d'auantage qu'il ne faut; c'eſt pourquoy au lieu d'adiouſter maintenant 3 auec 4, il faut oſter 3 de 4, & reſtera encore 1 d'iceluy 4, qui partant aura le meſme ſigne qu'iceluy, c'eſt aſſauoir +: tellemẽt que 10 + 4, c'eſt à dire 14, eſtant adiouſtez auec 8 — 3, c'eſt aſſauoir 5, font 18 + 1, c'eſt à dire 19.

Et quant au ſecond exemple, veu qu'adiouſtant premierement 8 & 10 enſemble, il vient 18, & neantmoins il n'y doit tant venir, à raiſon que 10 ne ſe doit adiouſter entierement, ains quatre moins: Il faut donc maintenant deſduire iceluy nombre 4 de ſon nombre correſpondant 3: mais iceluy ayant faute d'vne vnité pour faire icelle déduction, il reſtera encore 1 à deſduire, qui aura meſme ſigne qu'iceluy 4; & partant on doit poſer 1 auec le ſigne —: tellement

que 10 — 4, c'eſt à dire 6, adiouſtez auec 8 + 3, c'eſt à dire 11, ſont 18 — 1, c'eſt aſſauoir 17.

Mais en la ſouſtraction, il faut adiouſter les nombres enſemble, & donner à la ſomme le ſigne du nombre ſuperieur, duquel doit eſtre faite la ſouſtraction.

Exemples.

q.	℞.	qc.	ß.	qq.	c.	℞.	N.
8 —	2	14 +	5 —	3 —	11 —	4 +	8
6 +	8	7 +	0 +	8 +	0 —	4 +	8
2 —	10	7 +	5 —	11 —	11 —	0 +	0

Adiouſtons encore icy deux exemples en nombres abſolus, afin de rendre ceſte operation plus manifeſte & éuidente.

12 + 7	32 — 5
8 — 5	8 + 7
4 + 12	24 — 12

Or au premier exemple, veu que de 12 + 7 on ne veut pas ſouſtraire 8 entierement, mais 5 moins, iceluy nombre 8 eſtant tout ſouſtrait de 12, ſont oſtez 5 plus qu'il ne faut, pour leſquels reſtituer il faut adiouſter 5 à 7, au lieu de les ſouſtraire, & notter la ſomme 12 par le ſigne +, qui eſt le meſme que celuy par lequel eſt notté le nombre ſuperieur 7: tellement que ſi de 12 + 7, c'eſt à dire de 19, on oſte 8 — 5, c'eſt à dire 3, reſteront 4 + 12, c'eſt à dire 16. Et quãt à l'autre exemple, veu qu'en oſtant 8 de 32, reſtent 24, & que d'iceluy nombre 32 eſtoient deſia oſtez 5, il s'enſuit qu'iceluy reſte 24 contient 5 plus qu'il ne doit, & dauantage il y a encore 7 à oſter; & partant ce ſont 12, qui doiuent eſtre leuez deſdits 24; c'eſt pourquoy il faut poſer iceluy nombre 12 auec le ſigne —, qui eſt le meſme que celuy par lequel eſt notté le nombre ſuperieur 5: tellement qu'ayant oſté 8 + 7, c'eſt à dire 15 de 32 — 5, c'eſt à dire 27, reſteront encore 24 — 12, c'eſt à dire 12.

Que s'il aduenoit qu'aux deux nombres de la ſouſtraction fuſſent meſme ſigne, & que le nombre à ſouſtraire fuſt plus grand que ce-

luy duquel il faut ſouſtraire, il faudroit ſouſtraire le moindre nombre du plus grand, & au reſte donner le ſigne contraire, comme il appert és exemples ſuiuans.

c.	Rt.
6 +	8
2 +	10
4 —	2

q.	Rt.	N.
9 +	4 —	5
4 +	7 —	8
5 —	3 +	3

c.	q.	N.
6 —	5 +	3
7 —	9 +	10
— 1 +	4 —	7

Et d'autant que le ſigne — n'eſt pas bien diſpoſé au premier nombre, le reſte du dernier exẽple doit eſtre poſé ainſi, $4q-1c-7$.

Adiouſtons auſſi icy deux exemples en nombres abſolus, afin de rendre ceſte operation tant plus manifeſte & éuidente.

12 + 5 — 7	20 — 6 + 2
4 + 8 — 9	12 — 8 + 5
8 — 3 + 2	8 + 2 — 3

Au premier exemple, il eſt manifeſte que ſi de 12 + 5 — 7, c'eſt à dire 10, on oſte 4 + 8 — 9, c'eſt à dire 3, reſteront 8 — 3 + 2, c'eſt à dire 7: Et en l'autre exemple, ayant oſté 12 — 8 + 5, c'eſt à dire 9, de 20 — 6 + 2, c'eſt à dire 16, reſtent 8 + 2 — 3, c'eſt à dire 7.

Or tous les preceptes de l'addition & ſouſtraction enſeignez cy-deſſus, au regard des ſignes + & —, peuuent eſtre retenus en memoire par les deux regles ſuiuantes.

1. *A meſmes ſignes on doit poſer le meſme ſigne, ſinon en la ſouſtraction, quand les nombres ſont poſez à rebours; car alors le ſuperieur eſt ſouſtrait de l'inferieur, & de + eſt fait —; mais de — eſt fait +.*

2. *Les ſignes diuers changent l'eſpece de l'operation: & en l'addition eſt poſé le ſigne du plus grand nombre: mais en la ſouſtraction eſt poſé le ſigne du nombre ſuperieur.*

Quant à la preuue de l'addition & ſouſtraction, elle ſe fait en deux manieres: pour la premiere, l'addition preuue la ſouſtraction, & la ſouſtraction l'addition, tout ainſi qu'on fait és nombres abſolus.

Exemples de la preuue des trois dernieres additions & ſouſtractions en nombres coſſiques.

$q.$	$\mathfrak{R}.$	$qc.$	$\beta.$	$qq.$	$c.$	$\mathfrak{R}.$	N.	$q.$	$\mathfrak{R}$
8 —	2	14 +	5 —	3 —	11 —	4 +	8	+ 3 +	4
2 —	10	7 +	5 —	11 —	11 +	0 +	0	— 3 +	12
6 +	8	7 +	0 +	8 +	0 —	4 +	8	6 —	8

Preuue de la ſouſtraction.

$c.$	$\mathfrak{R}.$	$q.$	$\mathfrak{R}.$	N.	$c.$	$q.$	N.
4 —	2	5 —	3 +	3	— 1 +	4 —	7
2 +	10	4 +	7 —	8	+ 7 —	9 +	10
6 +	8	9 +	4 —	5	6 —	5 +	3

Pour faire autrement ladicte preuue, il faut conſtruire vne table auec quelques progreſſions Geometriques, commençant à l'vnité, comme il appert cy deſſous.

N	$\mathfrak{R}$	$q.$	$c.$	$qq.$	β	$qc.$	$b\beta$	$qqq.$	$cc.$
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$

Par apres il faut reſoudre les nombres coſſiques à adiouſter ſelon aucunes d'icelles progreſſions en nombres abſolus, puis les adiouſter enſemble, ou ſouſtraire l'vn de l'autre, ſelon les ſignes + ou —, & puis apres ſoient ſemblablement reſouls les nombres coſſiques de la ſomme recueillie; & ſi l'addition a eſté bien faicte, leſdits nombres reſouls de la ſomme recueillie, ſeront égaux aux nombres reſouls à adiouſter enſemble: Comme pour exemple, nous auons trouué cy deuãt que 6 q + 8 $\mathfrak{R}$ adiouſtez auec 2 q — 10 $\mathfrak{R}$, font 8 q — 2 $\mathfrak{R}$: Pour en faire donc la preuue, nous reſoudrons en nombres abſolus les deux nombres à adiouſter, ſçauoir eſt 6 q + 8 $\mathfrak{R}$, & 2 q — 10

ℬ: & prenant la resolution en la progression dont la racine est 2, 6 *q* font 24, & 8 ℬ sont 16, lesquels 24 & 16 ioincts ensemble, à cause du signe + font 40: de mesme 2 *q* font 8, qui adiouſtez à 40 (car le signe + est tousiours entendu estre au nombre qui n'a nul signe apposé) font 48; & 10 ℬ font 20, qui sousstrais de 48, à cause du signe —, restent 28 pour la somme de l'addition: & resoluant 8 *q* — 2 ℬ, qui est la somme recueillie de l'addition, viendront aussi 28: & partant l'addition a esté bien faicte.

Quant à la preuue de la sousstraction, elle se faict en la mesme maniere: car les nombres cossiques d'icelles estans reduits en nombres absolus, & les nombres à sousstraire estans adiouſtez aux restãs, doiuent estre égaux aux nombres dont la sousstraction a esté faicte: Comme pour exemple, nous auons cy deuant trouué que 7 *c* — 9 *q* + 10 N. sousstrais de 6 *c* — 5 *q* + 3 N. laissent 4 *q* — 1 *c* — 7 N. donc 7 *c* — 9 *q* + 10 N, resouls en nombres absolus selon la progression dont la racine est 3, font 118; & 4 *q* — 1 *c* — 7, font 2, qui adiouſtez à 118, font 120; & 6 *c* — 5 *q* + 3 N, font aussi 120; partant la sousstraction a esté bien faicte.

De la multiplication & diuision des nombres cossiques.

CHAP. V.

QVand vn nombre cossique est multiplié, ou diuisé par vn nõbre absolu, le nombre produict a la mesme denomination cossique: Comme pour exemple, 4 ℬ ou 8 *q*. estans multipliez par 3, prouiennent 12 ℬ. ou 24 *q*. & c. Item 12 *q*. ou 24 ℬ. estans diuisez par 4, viennent 3 *q*. ou 6 ℬ.

Mais quand le nombre cossique est multiplié, ou diuisé par vn nombre cossique, le produict qui en vient est d'autre denomination, sçauoir est de celle qui se faict des exposans ioincts ensemble, quant à la multiplication: Comme pour exemple, 4 ℬ multipliez par 7 ℬ font 28 *q*. car l'vnité qui est exposant de ce caractere cossique ℬ, estant adiousté à l'vnité, faict 2, exposant de ce caractere *q*. Pareillement 4 ℬ multipliez par 5 *q*, font 20 *c*. car 1 est exposant de ℬ, & 2 de *q*, lesquels adiouſtez ensemble, sont 3 exposant de *c*: par mesme raison 5 *q* multipliant 7 *c*, produisẽt 35 *ß*; & 4 ℬ multipliées par

4 c, donnent 16 *qq*. Et quant à la diuiſion, le quotient a la denomination du nombre reſtant, l'expoſant du diuiſeur eſtãt oſté de l'expoſant du diuiſé: Comme pour exemple, 36 *qc*, diuiſez par 4 *qq*. le quotient eſt 9 *q*. Car 4, expoſant de *qq* eſtant oſté de 6, expoſant de *qc*. reſte 2, expoſant de *q*. Ainſi auſſi 35 *ß* eſtans diuiſez par 7*q*, le quotient ſera 5 *c*, car 2 expoſant de *q*. eſtãt oſté de 5, expoſant de *ß*, reſtent 3 expoſant de *c*. & 18 *qq*. diuiſez par 3 *c*, viennent 6 Rz: & 8 *q* par 8 *q*, vient 1 N, &c.

Quand le nombre coſſique compoſé ou diminué, eſt multiplié ou diuiſé par vn nombre abſolu ou coſſique, tant ſimple que compoſé ou diminué, outre ce qui eſt dit cy deſſus, il faut ſur tout auoir égard aux ſignes + & —: Car quand les nombres ſe multiplians ou diuiſans ont vn meſme ſigne, il faut appoſer au produict le ſigne +; mais quand l'vn d'iceux eſt +, & l'autre —, il faut donner au produit le ſigne —. Ce qui eſt aiſé à retenir en memoire par la regle ſuiuante.

Aux ſignes ſemblables faut poſer +; *mais aux diſſemblables faut poſer* —.

Exemples de la multiplication.

7 *q* — 4 Rz.	7 *q* + 4 Rz.	7 *q* — 4 Rz.
9.	9 N.	9 Rz.
63 *q* — 36 Rz.	63 *q* + 36 Rz.	63 *c* — 36 *q*.

8 *q* + 9.	8 *q* — 9.
8 *q* + 9.	8 *q* — 9.
72 *q* + 81.	— 72 *q* + 81.
64 *qq* + 72 *q*	64 *qq* — 72 *q*
64 *qq* + 144 *q* + 81.	64 *qq* — 144 *q* + 81.

6 *q* + 8 Rz — 6 N.	9 *q* + 8 N — 3 Rz.
2 *q* — 4 N.	7 *c* — 4 *qq*. — 8 *q*.
—24 *q* — 32 Rz + 24 N.	—72 *qq* — 64 *q* + 24 *c*.
12 *qq* + 16 *c* — 12 *q*.	— 36 *qc* — 32 *qq* + 32 *ß*.
12 *qq* + 16 *c* — 36 *q* — 32 Rz + 24 N.	63 *ß* + 56 *c*. — 21 *qq*.
	— 36 *qc* + 75 *ß* — 125 *qq* + 80 *c* — 64 *q*.

Et

Et d'autant que comme il a desia esté dict, le signe — n'est bien au commencement, on doit colloquer le produict de ce dernier exemple ainsi.

$$75\,\mathcal{S} - 36\,qc. - 125\,qq. + 80\,c - 64\,q.$$

Or afin de rendre la verité de ceste operation tant plus manifeste, nous adiousterons encore icy deux exemples en nombres absolus.

$$\begin{array}{r} 8-2 \\ 5 \\ \hline 40-10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8-2 \\ 9-4 \\ \hline -32+8 \\ 72-18 \\ \hline 72-50+8 \end{array}$$

Au premier exemple, tu vois que multipliant $8-2$, c'est à dire 6 par 5, il vient $40-10$, c'est à dire 30, tout ainsi que si la multiplication se faisoit par les deux simples nombres 6 & 5. Car multipliant 8 entierement, le nombre 40 qui en prouient contient autãt de fois 5 plus qu'il ne doit, qu'il y a d'vnitez ostées par le signe —, c'est à dire 2 fois 5, qui font 10, c'est pourquoy venant à multiplier iceluy 2, son produit 10 doit estre notté du signe d'iceluy, qui est —; & par ainsi de + en — est faict —, comme nous auons dit cy dessus.

Et au second exemple, il appert que multipliant $8-2$, c'est à dire 6 par $9-4$, c'est à dire par 5, prouiennent $72-50+8$, c'est à dire 30, qui est le mesme nombre que si on multiplioit le simple nombre 6 du multiplicande par le simple nombre 5 du multiplicateur. Parquoy ceste maniere de multiplier en + & — est autant certaine & veritable, que la simple multiplication. Voyons donc maintenant ce qui touche la diuision, nous souuenant des regles & preceptes donnez cy dessus.

Exemples de la diuision.

Diuiser $7\,\mathcal{S}\,\mathcal{R} + 24\,\mathcal{S}$ par $9\,\mathcal{R} + 6\,\mathcal{S}$

Plus $4\,5c + 3\,6q + 2\,7\,Bx$ [$5q + 4Bx + 3N$
par $9Bx \quad 9Bx \quad 9Bx$

Plus $4\,5c + 3\,\overset{4}{6}q - 2\,\overset{3}{7}Bx$ [$5\frac{5}{8}q + 4\frac{1}{2}Bx - 3\frac{3}{8}N$
par $8Bx \quad 8Bx \quad 8Bx$

$-4\,6$
Plus $3\,6q - 3\,8\,Bx + 2\,4$. [$6Bx - 8N$.
par $3Bx - 3N$
$3Bx - 3N$.

$2\,2$
Plus $2\,2qq + 2\,6c - 3\,6q - 3\,2\,Bx + 2\,4N$ [$6q + 8Bx - 6N$
par $2q + 6Bx - 4N$
$2q + 6Bx - 4N$.
$2q + 6Bx - 4N$.

$-2 \quad +2$
Plus $2c + 6q + 6Bx + 2$ [$1q - 1Bx + 1$.
par $2Bx + 2$
$2Bx + 2$
$2Bx + 2$

Et conuient notter qu'en toutes diuiſions des nombres coſſiques, les denominations doiuent eſtre continuées d'ordre; & partant quand il y a quelque denomination de manque, il faut poſer o au lieu d'icelle, comme il appert és deux precedentes exemples, la derniere deſquelles i'ay faict en ceſte maniere: Premierement, i'ay poſé le diuiſeur $1Bx + 1$ au deſſouz du diuidande $1c + 0q$, & trouue que $1Bx$ eſt en $1c$; $1q$ que ie poſe au quotient, & multiplie ledit $1q$ par mon diuiſeur, & vient $1c + 1q$, que i'oſte de $1c + 0q$, & reſte de tout le nombre à diuiſer $-1q + 0Bx + 1$: puis apres i'aduance mon diuiſeur ſous $-1q + 0Bx$, & trouue qu'il y eſt -1, que ie poſe au quotient, & multiplie ladite $1Bx$ par ledit diuiſeur, & vient $-1q - 1Bx$, que ie ſouſtrais de $-1q + 0x$, & reſte de tout le nombre à diuiſer $1Bx + 1$, ſous lequel ie poſe le diuiſeur, & trouue qu'il y eſt

1 N precisément. Et tout ainsi qu'aux trois regles precedentes nous auons adiousté des exemples en nombres absolus, pour rendre leurs operations tant plus manifestes, aussi ferons-nous en ceste-cy.

$$\begin{array}{l} -3z \\ 7z-5\phi+8 \;[\; 9-4 \\ 8-z \\ 8-z \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4\phi \\ 7\phi-2\phi-8 \;[\; 7-4 \\ 2\phi+z \\ 2\phi+z \end{array}$$

Au premier exemple, tu vois que diuisant $72-50+8$, c'est à dire 30 par $8-2$, c'est assauoir par 6, viennent au quotient $9-4$, c'est à dire 5, qui est le mesme nombre que si on diuisoit le simple nombre 36 par le simple diuiseur 6. Mais au second exemple, estans diuisez $70-26-8$, c'est à dire 36 par $10+2$, c'est à dire 12, viennent au quotient $7-4$, c'est à dire 3, tout ainsi que si la diuision se faisoit par les simples nombres 36 & 12.

Or quand le diuiseur est nombre composé ou diminué, & qu'il ne peut diuiser precisément, alors il faut seulement interposer vne ligne entre deux, ainsi qu'aux fractions, comme és deux exemples suiuans.

8β par $2q+4\mathrm{N}$ $\qquad$ $8q-9\mathfrak{R}$ par $4\mathfrak{R}+3\mathrm{N}$

Les quotiens sont

$$\frac{8\beta}{2q+4\mathrm{N}} \qquad \frac{8q-9\mathfrak{R}}{4\mathfrak{R}+3\mathrm{N}}$$

Il faut faire en la mesme maniere, quand vn nombre cossique simple ou composé doit estre diuisé par vn nombre cossique simple de plus grande denomination : comme $8q$ diuisez par $2qc$ constituent ceste fraction $\frac{8q}{2qc}$ De mesme $9q+4$ estans diuisez par $3c$, font $\frac{9q+4}{3c}$ &c.

Reste à enseigner à faire la preuue de la multiplication & diui-

sion, laquelle se faict en deux manieres. Premierement la diuision preuue la multiplication; & la diuision se preuue par la multiplication, tout ainsi qu'en l'Arithmetique vulgaire.

L'autre sorte de preuue se faict pat la resolution des nombres cossiques, selon quelque racine des progressions Geometriques contenuës au chapitre precedent. Car les nombres cossiques resouts, estans multipliez entr'eux, doiuent produire vn mesme nombre que le produit des nombres cossiques, aussi resoult selon la mesme racine: & le nombre cossique qu'il faut diuiser resoult, doit produire autant diuisé par le diuiseur resoult, que le quotient aussi resoult. Comme pour exemple, nous auons trouué cy-deuant que $6q + 8\text{R} - 6$ N multipliez par $2q - 4$ N, produisent $12qq + 16c - 36q - 32\text{R} + 24$ N. Pour en faire donc la preuue, nous resoudrons les deux nombres cossiques en nombres absolus, & viendront (selon la progression dont 2 est racine) 34; & 4, qui multipliez entr'eux produisent 136: mais la resolution du produit $12qq + 16c - 36q - 32\text{R} + 24$ N, est aussi 136: & partant la multiplication a esté bien faicte. Nous auons aussi trouué que $1c + 1$, diuisez par $1\text{R} + 1$. le quotient est $1q - 1\text{R} + 1$, lequel quotient donne 3 par la resolutiõ de la progression dont la racine est 2: mais les deux nombres cossiques resolus par la mesme progression, sont 9 & 3; & 3 diuisant 9, le quotient est aussi 3: & partant la diuision a esté bien faicte. Il est donc assez manifeste par toutes ces choses, qu'en ces deux regles les mesmes signes + & + ou — & —, produisent tousiours ce signe +; mais que les diuers signes + & — ou — & +, font tousiours ce signe —, c'est pourquoy nous ne nous arresterons à en faire autre demonstration.

Des fractions des nombres cossiques.

CHAP. VI.

EN l'Algorithme des fractions cossiques, les operations sont presque semblables qu'és fractions vulgaires: il n'y a qu'à adiouster ce qui concerne les caracteres cossiques, & les signes + & —. Et premierement quant à la numeration, ceste fraction $\frac{3}{8\text{R}}$ si-

gnifie 3 vnitez eſtre diuiſées par 8 ℛ; & ceſte autre $\frac{7q}{9}$ denotte 7 quarrez eſtre diuiſez par 9 vnitez: Item $\frac{9qq+8q.}{6c}$ ſignifie que ce nombre $9qq+8q.$ eſt diuiſé par $6c$, &c.

Pour le regard de l'abbreuiation elle ſe faict en deux manieres: Car ou les nombres ſeront abbreuiez, comme és fractions vulgaires, ſans toucher aux caracteres coſſiques; ou bien ſeront auſſi abbreuiez leſdits caracteres coſſiques: comme ceſte fraction $\frac{15}{5\mathcal{R}}$, quãt aux nombres, elle ſera reduitte à ceſte-cy $\frac{3}{1\mathcal{R}}$: car la plus grãde commune meſure des nombres d'icelle fraction eſt 5: Semblablement ceſte autre fraction $\frac{9q+36}{81}$ ſera reduitte à ceſte-cy $\frac{1q+4}{9}$ pour ce que la plus grande cõmune meſure eſt 9: Item $\frac{35\mathcal{R}+28}{7q+14}$ ſera reduite à ceſte-cy $\frac{5\mathcal{R}+4}{1q+2}$: car le nombre 7 eſt la plus grande commune meſure des nombres d'icelle: Item $\frac{18q-9\mathcal{R}}{6\mathcal{R}+3q}$ ſera reduitte à ceſte-cy $\frac{6q-3\mathcal{R}}{2\mathcal{R}+1q}$ &c.

Et quant à l'abbreuiation des caracteres coſſiques, elle eſt faicte ſouſtrayant l'expoſant du moindre caractere, des expoſans des autres caracteres; car ſi aux nombres reſtans, ſont appoſez les propres caracteres, l'abbreuiation ſera acheuée quant aux caracteres. Comme ceſte fraction $\frac{8q}{2qc}$ quant aux caracteres, ſera reduitte en celle-cy $\frac{8}{2qq}$: car l'expoſant du moindre caractere q eſt 2, qui oſté de 6 expoſant de l'autre caractere qc, reſte le nombre abſolu 8 au numerateur, & quatre pour l'expoſant du denominateur, qui partant ſera qq. puis apres quant aux nombres, elle ſera reduitte à ceſte-cy $\frac{4}{1qq}$: Item ceſte autre fraction $\frac{18q-9\mathcal{R}}{6\mathcal{R}+3q}$, quand aux nombres & caracteres, ſera reduitte à $\frac{6\mathcal{R}-3}{2+1\mathcal{R}}$, &c.

Or la raiſon de ceſte abbreuiation eſt manifeſte: car quant à ce qui eſt des nombres, veu que les nombres exprimant la fraction ſont diuiſez par vn meſme nombre, c'eſt aſſauoir par leur plus grande meſure, il y aura meſme raiſon entre les quotiens qu'entre les nombres diuiſez: Parquoy ces fractions $\frac{18c}{12qq}$, $\frac{3c}{2qq}$ ſeront égales y ayant meſme raiſon de 18 à 12 que de 3 à 2. Et pour le regard des caracteres, veu que chacun d'iceux eſt deſprimé par vn meſme expoſant, tellement qu'il y a derechef vne meſme diſtance entre les caracteres auſquels eſt faicte la reduction, qu'entre les premiers caracteres propoſez, ils auront vne meſme proportion entr'eux. Parquoy ces fractions $\frac{3c}{2qq}$ & $\frac{3N}{2\mathcal{R}}$ ſeront égales; car par la 19 p. 7. il y a meſme raiſon de $3c$ à $2qq$, que de $3N$ à $2\mathcal{R}$, veu qu'vn meſme nombre $6qq$ eſt prpduit, tant de la multiplication du premier & quatrieſme, que du ſecond & troiſieſme.

Quant à la reduction des fractions coſſiques à vn meſme denominateur, elle s'obtient multipliant en croix les numerateurs par les denominateurs, & les denominateurs entr'eux, tout ainſi qu'és fractions vulgaires, comme ces fractions $\frac{3\mathcal{R}}{4q}$ & $\frac{4c}{5qc}$ eſtans reduites en meſme denomination, feront $\frac{15\mathcal{B}\mathcal{B}}{20qqq}$ & $\frac{16\mathcal{B}}{20qqq}$. Semblablement ces deux autres fractions $\frac{2\mathcal{R}}{5q}$ & $\frac{4qq}{2c}$ eſtans reduites à vne meſme denomination, elles feront $\frac{4c}{10qc}$ & $\frac{20qqq}{10qc}$.

Or la raiſon de ceſte reduction eſt manifeſte: car d'autant qu'vn meſme nombre $2c$ multipliant les deux nombres $2\mathcal{R}$ & $5q$, a produit $4c$ & $10qc$, par la 17. p. 7. il y aura meſme raiſon de $4c$ à $10qc$, que de $2\mathcal{R}$ à $5q$; & partant ces fractions $\frac{2\mathcal{R}}{5q}$ & $\frac{4c}{10qc}$ ſeront de meſme valeur. Pour meſme raiſon $\frac{4qq}{2c}$ ſeront égaux à $\frac{20qqq}{10qc}$: Car $5q$ multipliãt les deux nombres $4qq$ & $2c$, a produit ces deux autres $20qqq$, & $10qc$.

Que s'il faut reduire quelque nombre entier, & vne fraction à meſme denomination; il faudra ſuppoſer l'vnité eſtre denomina-

teur du nombre entier, & pourſuiure ainſi que deſſus. Comme 6 & $\frac{4\mathcal{R}}{7q}$ ſeront poſez ainſi $\frac{6}{1}$ & $\frac{4\mathcal{R}}{7q}$ puis eſtans reduittes comme deſſus, elles ſeront $\frac{42q}{7q}$ & $\frac{4\mathcal{R}}{7q}$: Item ces deux $\frac{5q}{1}$ & $\frac{4c}{3q}$ ſeront reduittes à ces deux autres $\frac{15qq}{3q}$ & $\frac{4c}{3q}$, & ainſi de toutes autres.

Mais ſi aux entiers eſt ioincte quelque fraction, il faudra premierement reduire les entiers en icelle fraction; ce qui ſe faict multipliant les entiers par le denominateur de la fraction, & adiouſtant au produit le numerateur: Comme ſi nous voulions reduire $4q+\frac{2\mathcal{R}}{1c}$ & $\frac{3q}{1\beta}$ à vne meſme denomination, nous multiplierons premierement $4q$ par $1c$, afin que nous ayõs ces deux fractiõs $\frac{4\beta+2\mathcal{R}}{1c}$ & $\frac{3q}{1\beta}$, leſquelles nous reduirõs à ces deux cy $\frac{4q\beta+2qc}{1qq}$ & $\frac{3\beta}{1qq}$, & ainſi des autres.

Quant aux autres 4 operations des fractions coſſiques, ſçauoir eſt, addition, ſouſtraction, multiplication & diuiſion, elles ne different à celles que nous auons enſeignées és fractiõs de noſtre Arithmetique, ſinon à raiſon des caracteres coſſiques, & des ſignes + & −. Parquoy nous mettrons ſeulement icy des exemples de chaſque operation.

Exemples de l'Addition

Adiouſtant $\frac{3\mathcal{R}}{5q}$ auec $\frac{7qc}{5q}$ viendront $\frac{3\mathcal{R}+7qc}{5q}$: car d'autãt que les denominateurs ſont ſemblables, il n'y a qu'à adiouſter les numerateurs entr'eux, & à la ſomme d'iceux ſouſcrire le meſme denominateur. Pareillement ſi on adiouſte $\frac{3\mathcal{R}}{2N}$ auec $\frac{4q}{1}$ viendront pour leur ſomme & addition $\frac{9q+8q}{6c}$, c'eſt à dire $\frac{9q+8^{3}c}{6\mathcal{R}}$: Item $\frac{48}{7q}$ adiouſtez auec $\frac{48}{12\mathcal{R}-3q}$ font $\frac{192q+576\mathcal{R}}{84c-21qq}$, qui eſtans reduits, tant au re-

gard des nombres que des ſignes, font $\frac{64\text{Ⓡ}+192}{28q-7c}$. Semblablement $\frac{9\text{Ⓡ}+2q}{36c}$ adiouſtez auec $\frac{21qq-8q}{36c}$ font $\frac{21qq-6q+9\text{Ⓡ}}{36c}$, qui reduicts comme deſſus, font $\frac{7c-2q+3}{12q}$: Item $\frac{5q-3\text{Ⓡ}}{7c-2}$ adiouſtez auec $\frac{3c+1}{2qq+4\text{Ⓡ}}$ font $\frac{31qc-6ſ+21c-12q-2}{14ſſ+24qq-8\text{Ⓡ}}$

Exemples de la ſouſtraction.

Oſtant $\frac{3N}{2q}$ de $\frac{5c}{2q}$ reſteront $\frac{5c-3}{2q}$: car d'autant que les denominateurs ſont ſemblables, il n'y a qu'à ſouſtraire le numerateur 3 du numerateur 5c, & au reſte 5c—3 appoſer le meſme denominateur. Mais ſi on oſte $\frac{3\text{Ⓡ}}{2N}$ de $\frac{9qq+8q}{6c}$ reſteront $\frac{16q}{12c}$, c'eſt à dire $\frac{4N}{3\text{Ⓡ}}$: Item $\frac{1N}{2q}$ eſtant oſté de $\frac{3\text{Ⓡ}}{4N}$, reſteront $\frac{6c-4}{8q}$ ou $\frac{3c-2}{4q}$: Item $\frac{2\text{Ⓡ}-3}{4N}$ eſtans oſtez de $\frac{4}{2\text{Ⓡ}+3}$ reſteront $\frac{25-4q}{8\text{Ⓡ}+12}$: Item $\frac{9q+8\text{Ⓡ}}{2c-6N}$ de $\frac{11c+16q+8\text{Ⓡ}}{2c-6N}$ reſteront $\frac{11c+7q}{2c-6N}$.

Exemples de la multiplication.

Multipliant $\frac{3N}{4\text{Ⓡ}}$ par $\frac{1N}{2\text{Ⓡ}}$ viennent $\frac{3N}{8q}$: Item $\frac{1N}{2q}$ par $\frac{1\text{Ⓡ}}{4}$ viennent $\frac{1\text{Ⓡ}}{8q}$: Item $\frac{3\text{Ⓡ}}{4q}$ par $\frac{1q}{2c}$, viendront $\frac{3c}{8ſ}$: Item $\frac{2\text{Ⓡ}}{3N}$ par $1\text{Ⓡ}-5$, viẽdrõt $\frac{2q-10\text{Ⓡ}}{3}$: Item $\frac{3\text{Ⓡ}+2}{4q-1\text{Ⓡ}}$ par $\frac{2\text{Ⓡ}-4}{1q+3}$, viendront $\frac{6q-8\text{Ⓡ}-8}{4qq-1c+12q-3\text{Ⓡ}}$: Item $\frac{7q+8\text{Ⓡ}}{5c-11}$ par $\frac{4\text{Ⓡ}}{5q}-8N$, viendront $\frac{32q-280qq-292c}{25ſſ-55q}$.

Exemples

Exemples de la diuiſion.

Diuiſant $\frac{3N}{8q}$ par $\frac{1N}{2\mathcal{R}}$, viendront $\frac{6\mathcal{R}}{8q}$ ou $\frac{3N}{4\mathcal{R}}$: Item $\frac{1\mathcal{R}}{8q}$ par $\frac{1N}{4\mathcal{R}}$, viẽdront $\frac{4q}{8q}$ ou $\frac{1}{2}$: Item $\frac{3c}{8\beta}$ par $\frac{3\mathcal{R}}{4q}$, viendront $\frac{12\beta}{24qc}$ ou $\frac{1N}{2\mathcal{R}}$: Item $\frac{2q-10\mathcal{R}}{3}$ par $\frac{2\mathcal{R}}{3}$ viendront $1\mathcal{R}-5$: Item $\frac{6q-8\mathcal{R}+8}{4qq-1c+12q-3\mathcal{R}}$ par $\frac{2\mathcal{R}-4}{1q+3}$, viendrõt $\frac{3\mathcal{R}+2}{4q-1\mathcal{R}}$

Quant à la preuue de ces 4 operations, elle ſe faict en la meſme maniere que celle des entiers; c'eſt à dire que l'addition & la ſouſtraction: Item la multiplication & la diuiſion ſe preuuent l'vne l'autre.

Or voilà en general, & aſſez ſommairement, ce qui eſt des fractions en nombres coſſiques: mais à raiſon de leurs longues operations, nous adiouſterons icy quelques regles & abregez ſur aucunes d'icelles operations, fort vtiles à la ſolution de pluſieurs queſtions.

1. *Eſtant donné vn nombre, luy adiouſter telle ou telles parties qu'on voudra d'iceluy.*

Soit vn nombre donné $\frac{3\mathcal{R}+16N}{2N}$ auquel ie veux adiouſter les $\frac{2}{3}$ d'iceluy nombre. Pour faire cecy compendieuſement, i'adiouſte aux parties propoſées l'vnité, (c'eſt à dire le denominateur au numerateur) & viennent $\frac{5}{3}$, par leſquels ie multiplie le nombre donné, & viennent $\frac{15\mathcal{R}+80}{6N}$ qui eſt la ſomme requiſe.

Qu'il faille encore adiouſter $\frac{3}{4}$ de ce nombre $\frac{2c-4}{5q}$ à luy-meſme: I'adiouſte l'vnité à $\frac{3}{4}$, & font $\frac{7}{4}$, par leſquels ie multiplie ledit nombre donné, & viennent $\frac{7c-14}{10q}$ pour la ſomme requiſe. Semblablement ſi à $9\mathcal{R}$ on veut adiouſter ſes $\frac{3}{7}$, ſoit adiouſtée l'vnité à $\frac{3}{7}$, & viendront $\frac{10}{7}$, par leſquels ſoit multiplié le nombre propoſé $9\mathcal{R}$,

& viendront $\frac{90\text{R}\!\!\text{x}}{7}$ pour la ſomme requiſe.

Pareillement ſi à ceſte fraction $\frac{3}{5}$ on veut adiouſter ſa moictié, ſoit adiouſtée l'vnité à $\frac{1}{2}$, & ſeront $\frac{3}{2}$, par leſquels ſoient multipliez $\frac{3}{5}$, & viendront $\frac{9}{10}$ pour la ſomme requiſe.

2. *Adiouſter à vne partie ou parties d'vn nombre donné, telle ou telles autres parties qu'on voudra du meſme nombre.*

Soit le nombre donné $\frac{3q+6}{4c}$ au tiers duquel ie veux adiouſter les $\frac{2}{5}$ du meſme nombre: Pour ce faire, i'adiouſte enſemble les parties propoſées $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$, & font $\frac{11}{15}$, par leſquels ie multiplie le nombre donné, & viennent $\frac{11q+22}{20c}$ pour le requis.

Semblablement voulant adiouſter les $\frac{3}{4}$ de ce nombre $12q$ aux $\frac{2}{5}$ d'iceluy, i'adiouſte enſemble les parties propoſées $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{5}$, & font $\frac{23}{20}$, que ie multiplie par le nombre $12q$, & viennent $\frac{69q}{5\text{N}}$ pour la ſomme requiſe.

3. *Eſtant donné vn nombre, ſouſtraire telle ou telles parties qu'on voudra d'iceluy.*

Soit le nombre donné $\frac{4\text{R}\!\!\text{x}+7}{5q}$ duquel ie veux ſouſtraire $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, c'eſt à dire $\frac{5}{6}$: (car quand il y a pluſieurs fractions, elles doiuẽt eſtre premierement reduites à vne ſeule.) Ie ſouſtrais ceſte fraction $\frac{5}{6}$ de l'vnité, (ce qui ſe faict compendieuſement en ſouſtrayant le numerateur du denominateur) & reſte $\frac{1}{6}$, par lequel ie multiplie le nombre donné, & viennent $\frac{4\text{R}\!\!\text{x}+7}{30q}$ pour le reſte dudit nombre donné.

Semblablement voulant ſouſtraire les $\frac{2}{5}$ de ce nombre 17 R$\!\!\text{x}$, ie ſouſtrais $\frac{2}{5}$ de l'vnité, & reſtent $\frac{3}{5}$, par leſquels ie multiplie 17 R$\!\!\text{x}$, & viennent $\frac{51\text{R}\!\!\text{x}}{5}$ pour le reſte du nombre propoſé. Et voulant enco-

re oſter les $\frac{3}{4}$ de ceſte fraction $\frac{7}{8}$, ie ſouſtrais pareillement $\frac{3}{4}$ de l'vnité, & reſte $\frac{1}{4}$, par lequel ie multiplie la fraction donnée $\frac{7}{8}$, & viennent $\frac{7}{32}$ pour le reſte requis.

4. *D'vne partie ou parties d'vn nombre donné, ſouſtraire telle ou telles parties qu'on voudra d'vn meſme nombre.*

Soit vn nombre donné $\frac{15\text{R}\mathfrak{L}+8}{3c}$ des $\frac{3}{5}$, duquel il faut ſouſtraire $\frac{1}{4}$: I'oſte premierement $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{5}$, & reſtent $\frac{7}{20}$, par leſquels ie multiplie le nombre donné, & viennent $\frac{105\text{R}\mathfrak{L}+56}{60c}$ pour le reſte du nombre propoſé.

Qu'il faille encore oſter les $\frac{2}{7}$ de ce nombre $15\,\text{R}\mathfrak{L}$ des $\frac{4}{7}$ du meſme nombre: ie ſouſtrais $\frac{2}{7}$ de $\frac{4}{5}$, & reſtent $\frac{18}{35}$, par leſquels ie multiplie le nombre donné $15\text{R}\mathfrak{L}$, & viennent $\frac{54\text{R}\mathfrak{L}}{7}$ pour le reſte demandé.

5. *Eſtant donné vn nombre, trouuer telle partie ou parties qu'on voudra d'iceluy nombre.*

Soit vn nombre donné $\frac{8\text{R}\mathfrak{L}+5}{4c}$, duquel ie veux trouuer $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$, c'eſt à dire $\frac{11}{15}$: (car quand il y a pluſieurs fractions, elles doiuẽt eſtre reduittes à vne ſeule.) Ie multiplie $\frac{11}{15}$ par le nombre donné, & viennent $\frac{88\text{R}\mathfrak{L}+55}{60c}$ pour les parties requiſes.

Semblablement voulant prendre les $\frac{2}{7}$ de ce nombre $12q$, ie multiplie iceluy nombre par $\frac{2}{7}$, & viennent $\frac{24q}{7}$ pour les $\frac{2}{7}$ dudit nombre propoſé $12q$.

6. *Eſtant donné vn nombre, en trouuer vn autre duquel le donné ſoit telle ou telles parties qu'on voudra.*

Soit donné le nombre $\frac{5\text{R}\mathfrak{L}+4}{9}$, & il en faut trouuer vn autre duquel ceſtuy-cy ſoit les $\frac{2}{5}$: Ie diuiſe ledit nombre donné par $\frac{2}{5}$, &

viennent $\frac{25\mathfrak{N}+20}{18}$ pour le nombre demandé.

Voulant auſſi trouuer vn nombre duquel 5c ſoient les $\frac{3}{4}$, ie diuiſe 5c par $\frac{3}{4}$, & viennent $\frac{20c}{3N}$ pour le nombre requis. Et voulant encore trouuer vn nombre duquel les $\frac{5}{7}$ ſoient 15, ie diuiſe $\frac{5}{7}$ par 15 & viennẽt 21 pour iceluy nombre requis.

De la regle d'Algebre.

CHAP. VII.

ENcore que l'Algorithme des nombres coſſiques iuſques icy enſeigné, ne ſuffiſe pas pour la pleine & entiere cognoiſſance de ceſte tant renommée regle d'Algebre, ſi eſt-ce neantmoins qu'auparauant que paſſer outre aux autres choſes neceſſaires pour la parfaicte cognoiſſance d'icelle, i'eſtime eſtre à propos de declarer icy ladite regle, afin que ayant veu en quoy elle conſiſte, nous venions à expoſer toutes les parties, & enſeigner toutes les choſes que nous iugerons eſtre neceſſaires pour l'intelligence d'icelles. Or ceſte regle eſt telle.

Eſtant propoſée quelque queſtion, ſoit poſé pour le nombre incogneu vne racine en ceſte ſorte 1ℜ, *(on peut auſſi quelquesfois poſer pluſieurs racines, comme deux, ou trois, ou dauantage pour la commodité de la queſtion propoſée,) laquelle ſoit examinée ſelon la teneur de la queſtion, iuſques à ce qu'on ait trouué quelque équation: Soit icelle reduite, s'il en eſt beſoin: puis apres par le nombre du plus grand caractere coſſique ſoit diuiſé l'autre nombre de l'equation. Car ou le quotient ſera le nombre qui eſtoit cherché; ſçauoir eſt la valeur de la racine poſée au commencement, ou bien quelque racine du quotient rendra cogneu le nombre cherché. Or le diuiſeur demonſtrera par ſon caractere coſſique, quand & quelle racine il faudra extraire du quotient.*

Or il appert que ceſte regle a 4 parties, dont la premiere eſt l'inuention d'vne equation; la ſeconde, la reduction de l'equation trouuée; la troiſieſme, la diuiſion d'vn nombre de l'equation par le nombre du plus grand caractere coſſique; & la derniere, l'extra-

ction de quelque racine du quotient de ladite diuision. Mais de ces parties, il y en a seulement deux du tout necessaires ; sçauoir est la premiere & troisiesme : & quant aux deux autres, il n'en est pas tousiours besoin. Et auant que de traicter particulierement de chacune d'icelles, nous les exposerons icy, proposant ce probleme.

Trouuer vn nombre, duquel la tierce & quarte partie estans ostez, le nombre restant soit 10.

Ie pose le nombre incogneu estre 1℞ ; c'est à dire que ie pose 1℞ estre égale au nombre incogneu que nous cherchons. I'examine donc 1℞ selon la teneur de la question, c'est à dire que ie prends d'icelle $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, sçauoir est $\frac{1}{3}$ ℞ & $\frac{1}{4}$ ℞, qui font ensemble $\frac{7}{12}$ ℞, que i'oste de 1℞, & restent $\frac{5}{12}$ ℞. Maintenant ie ratiocine ainsi : puis que 1℞ est posée égale à tout le nombre incogneu ; $\frac{1}{3}$ ℞ sera égal au tiers d'iceluy, & $\frac{1}{4}$ ℞ égal au quart du mesme ; & puis que la tierce & quarte partie du nombre total estant soustraict, le nombre restant est 10, il s'ensuit que $\frac{1}{3}$ ℞ & $\frac{1}{4}$ ℞, c'est à dire $\frac{7}{12}$ ℞, estans ostez de 1℞, le nombre restant $\frac{5}{12}$ ℞ estre égal au nombre restant 10, pource que si de choses égales sont ostées choses égales, les restes sont égaux. Est donc trouuée equation, ou bien esgalité entre $\frac{5}{12}$ ℞ & ce nombre 10 : car équation n'est autre chose qu'vne égalité de valeur entre deux quãtitez, ou choses diuersement dénommées : & voilà quant à la premiere partie de la regle cy dessus. Et pour le regard de la seconde partie, qui est la reduction, il n'en est besoin en l'equation de nostre exemple : mais nous monstrerons cy apres, quand & comment l'equation se doit reduire. Et pour le regard de la diuision, qui est la 3. partie de la regle : en nostre équation trouuée entre $\frac{5}{12}$ ℞ & 10 N, le plus grand caractere cossique est ℞ : c'est à dire que ℞ a plus grand exposant que N : parquoy ie diuise ce nombre 10 par $\frac{5}{12}$, reste du caractere ℞, & vient au quotiẽt 24, qui est le nombre cherché. Parquoy la 4. partie de la regle d'Algebre n'a lieu en nostre exemple : mais quand, & quelle racine du quotient manifestera le nombre incogneu, il sera enseigné cy-apres. Maintenant si du nombre trouué 24 on prend $\frac{1}{3}$, sçauoir est 8 : puis $\frac{1}{4}$, sçauoir est 6 : icelles deux parties sont ensemble 14, qui ostez des 24, reste le nombre 10, ainsi qu'il estoit requis en la proposition.

De la reduction d'equation.

CHAP. VIII.

POVR l'intelligence de la reduction des equations, eſt à notter, que ſi on adiouſte ou ſouſtraict choſes égales de chaſque terme de l'equation, ou bien qu'on les multiplie ou diuiſe par vn meſme nombre, qu'il y aura pareillement equation entre les produits. Comme pour exemple, s'il y a equation entre 12 ℛ, & 72; oſtant 4 ℛ de chaſque terme, reſtera encore equation entre 8 ℛ, & 72—4ℛ: car puis que 12ℛ ſont egales à 72; 1ℛ ſera égale à 6, & partant 8ℛ ſeront égales à 48, & 4ℛ à 24, qui oſtez de 72, reſtera auſſi 48. Item ſi à chaſque terme de l'equation d'entre 8ℛ, & 72—4ℛ, on adiouſte 10, viendra equation entre 8ℛ+10, & 82—4ℛ. Car il eſt manifeſte que chaſque terme vaut 58. Item s'il y a equation entre 3ℛ+12, & 72—7ℛ; multipliant chaſque terme par 2, viendra auſſi equation entre 6ℛ+24, & 144—14ℛ: car l'vn & l'autre terme faict 60. Ainſi auſſi ſi nous diuiſons par 6 chaſque terme de ceſte derniere equation, ſera produit equation entre 1ℛ+4, & 24—2⅓ℛ: car l'vn & l'autre terme faict 10.

Maintenant quand en la ſolution de quelque queſtion on eſt paruenu à l'equation; ſi le plus grand caractere coſſique, par le nombre duquel (ſelon la regle d'Algebre) on doit diuiſer l'autre terme de l'equation n'eſt poſé ſeul en l'vn & en l'autre terme d'icelle equation, où qu'eſtant ſeul en l'vn, il ne le ſoit en l'autre, alors la diuiſion ne ſe peut faire. Comme pour exemple, ſi l'equation eſt trouuée entre 9ℛ+12, & 78—2ℛ; la diuiſion ne ſe peut faire, pource qu'en chaſque terme eſt trouué ce caractere ℛ, & ceſtuy-cy N: Semblablement ſi l'equation eſt trouuée entre 9ℛ—12, & 42, tu vois que la diuiſion ne ſe peut faire par 9 nombre du plus grand caractere coſſique ℛ, pource que 9ℛ ne ſont pas poſées ſeules, ains 9ℛ —12.

Ainſi auſſi ſi l'equation eſt trouuée entre 9ℛ, & 72—3ℛ: Item entre 1q—3ℛ, & 108: Item entre 1q—48, & 8ℛ: Item entre 108+8ℛ, & 2q—12ℛ+60, & c. en toutes leſquelles il eſt manifeſte que la diuiſion ne ſe peut faire, comme requiert la regle d'Algebre. Parquoy

aduenant semblables equations, elles doiuent estre reduittes en autres, esquelles le plus grand caractere cossique soit seul en vn terme de l'equation, & ne soit repeté en l'autre, & esquelles aucun caractere cossique ne soit posé deux fois. Or ceste reduction se fera ainsi qu'il ensuit:

Si vne particule de l'equation a le signe —, il la faut transposer, c'est à dire adiouster à l'autre terme: comme si vne equation est trouuée entre 9℟—12, & 42: nous adiousterons 12 à 42, & nous aurons l'equation entre 9℟, & 54: Item l'equation estant trouuée entre 9℟, & 72—3℟, adioustant 3℟ à chasque terme, nous aurons l'equation entre 12℟, & 72: Item l'equation estant entre 2q—3℟, & 104, adioustant 3 ℟ à chasque terme, l'equation sera entre 2q, & 3℟+104: Item l'equation estant entre 5q—40, & 10℟, adioustant —40, nous aurons vne equation entre 5q, & 10℟+40. Mais quand vne particule a le signe +, il la faut soustraire: comme si l'equation est trouuée entre 11℟+12, & 78, nous soustrairons +12, & restera l'equation entre 11℟, & 66: Item l'equation estant trouuée entre 3℟+6, & 24; ostant +6, restera l'equation entre 3℟, & 18: Item si vne equation est trouuée entre 5q+20, & 100, nous osterõs +20, & restera l'equation entre 5q, & 80: Item vne equation estant entre 3q+2℟, & 56; ostant +2℟, l'equation restera entre 3q, & 56—2℟. Que si l'vn & l'autre signe + & — sont en vne equation, il faut adiouster la particule du signe —, mais soustraire celle du signe +. Comme si vne equation est trouuée entre 9℟+12, & 78—2℟: nous adiousterons premierement —2℟, & l'equation sera entre 11℟+12, & 78; puis soustrayant d'icelle +12, restera l'equation entre 11℟, & 66: Item si vne equation est entre 5q—3℟, & 3q+20; nous adiousterons 3℟, & l'equation sera entre 5q, & 3q+3℟+20; & ostant de ceste-cy 3q, restera l'equation entre 2q, & 3℟+20: Item si vne equation est trouuée entre 108+8℟, & 2q—12℟+60: nous adiousterons premierement 12℟, & l'equation viendra entre 108+20℟, & 2q+60; & d'icelle estans ostez 60, restera l'equation entre 2q, & 20℟+48. Que s'il aduient quelque equation, comme entre 6℟—10, & 10℟—34, en laquelle les nombres 10, & 34 ont mesme signe —, il faut oster le moindre nombre 10 de chasque terme, & restera l'equation entre 6℟, & 10℟—24; & d'autant qu'en icelle les nombres 6℟ & 10℟ ont aussi vn mesme +, il faut oster le moindre 6℟ du plus grand 10℟, &

reſtera l'equation entre 0℞, & 4℞—24; & adiouſtant 24 à chaſque terme d'icelle, viendra finablement l'equation entre 24, & 4℞. Soit derechef equation entre 54+4℞, & 11q—6℞+30; Premierement, pource que +4℞, & —6℞ ont ſignes diuers, il faut oſter 4℞ de part & d'autre, c'eſt à dire adiouſter 4℞ à 6℞, & viendront —10℞, tellement que l'equation ſera entre 54, & 11q—10℞+30; puis apres, d'autant que 54, & 30, ont vn meſme ſigne +, il faut ſouſtraire 30 de 54, & reſtera equation entre 24, & 11q—10℞: tiercement, ie tranſpoſe —10℞, afin que l'equation ſoit entre 11q, & 10℞+24, & ainſi des autres.

Quant à la reduction des equations qui ſont trouuées en fractions, elles ſe faict la reduiſant en equation d'entier par la multiplication en croix. Comme ſi vne equation eſt trouuée entre $\frac{3℞+12}{5}$ & $\frac{36q-198℞}{3℞}$ multipliant ces fractions en croix, ſçauoir eſt le numerateur de la premiere par le denominateur de la ſeconde, mais le numerateur de la deuxieſme par le denominateur de la premiere, ſera faict equation entre 9q+36℞, & 180q—990℞; c'eſt à dire entre 1℞+4, & 20℞—110, qui eſtant reduite, comme dit eſt cy deſſus, l'equation ſera entre 19℞, & 114: Item vne equation eſtant trouuée entre $\frac{4℞+18}{1℞}$ & $\frac{12℞-58}{2}$; eſtant reduite par la multiplicatiõ en croix, viendra equation entre 8℞+36, & 12q—58℞, qui reduite par tranſpoſition ſera entre 66℞+36, & 12q.

Que ſi vne equation eſt trouuée entre vne fraction, & quelque autre choſe: comme entre $\frac{5}{4+1℞}$, & vn eſcu, ou vn degré, ou vne heure, ou vne minutte, &c. Il faut poſer vne vnité pour ceſte choſe, ainſi $\frac{1}{1}$, afin que l'equation ſoit entre $\frac{5}{4+1℞}$, & $\frac{1}{1}$, laquelle par la multiplication en croix, ſera reduite à l'equation d'entre 5, & 4+1℞.

Quant à la reduction d'equation d'entre nombres coſſiques irrationnaux, & nombre abſolu, nous l'enſeignerons à la fin du chapitre 22.

S'il ſe rencontre auſſi quelque equation en laquelle il n'y ait aucun nombre abſolu, il faudra abbreuier les caracteres coſſiques:

Comme

Comme pour exemple, l'equation d'entre $2q$, & $12\mathcal{R}$ sera reduite à l'equation d'entre $2\mathcal{R}$ & 12: Item l'equation d'entre $1qc$, & $1\beta+2qq$ sera reduite à l'equation d'entre $1q$, & $1\mathcal{R}+2$, &c. Mais ceste reduction n'est du tout necessaire deuant l'extraction des racines des nombres cossiques simples, comme nous dirons au chap. 10.

De la diuision que requiert la regle d'Algebre.

CHAP. IX.

LA reduction estant faicte, la regle d'Algebre dit que par le nombre du plus grand caractere cossique (laissant iceluy caractere) on diuise l'autre nombre de l'equation: comme si l'equation est trouuée entre $7\mathcal{R}$ & 42; diuisant 42 par 7, nombre du caractere cossique $\mathcal{R}$, viendra au quotient 6, qui sera la valeur d'vne racine: Item vne equation estant trouuée entre $12q$, & $66\mathcal{R}+36$: diuisant $66\mathcal{R}+36$ par 12, le quotient donnera $5\frac{1}{2}\mathcal{R}+3$, pour la valeur d'vn quarré: Item si vne equation est trouuée entre $\frac{1}{3}q$, & $6\mathcal{R}+13\frac{1}{3}$, nous diuiserons $6\mathcal{R}+13\frac{1}{3}$ par $\frac{1}{3}$, & le quotient donnera $18\mathcal{R}+40$, pour la valeur d'vn quarré: Item vne equation estant entre $3qc$, & $9c+120$, nous diuiserons $9c+120$ par 3, & le quotient donnera $3c+40$ pour la valeur d'vn quarré de cube, &c.

De l'extraction des racines dont faict mention la regle d'Algebre.

CHAP. X.

AYANT faict la reduction des caracteres cossiques, si le plus grand caractere cossique est $\mathcal{R}$, le quotient de la diuision mentionnee cy-dessus manifestera le nombre que vaut vne seule racine, comme il a esté dit au chap. precedent: ou bien toutes & quantesfois que le nombre cossique de la plus grande denomination sera égal au nombre cossique de la plus prochaine moindre dénomination, estant diuisé le nombre de la moindre denomination par le nombre de la plus grande, le quotient donnera la valeur d'vne seule racine, encore que l'abbreuiatiõ des caracteres ne soit faicte, pour-

ce que ceſte ſorte d'equation par abbreuiation de caracteres, ſe reduit à vne equation entre ℞ & N. Comme ſi 5℘ ſont egaux à 30qq; 30 eſtans diuiſez par 5, le quotient 6 ſera la valeur d'vne ſeule racine: car reduiſant ceſte equation par abbreuiation des caracteres, on trouueroit l'equation entre 5℞ & 30. Il y a meſme raiſon en tous autres nombres coſſiques collateraux. Mais ſi le plus grand caractere coſſique, eſtant ſeul d'vne part de l'equation, eſt plus grand que racine, & de l'autre part ſoit vn nombre abſolu, il faudra extraire du quotient la racine qu'iceluy caractere ſignifie: comme ſi le caractere eſt q, il faudra extraire la racine quarrée; ſi c, la cubique; ſi qq, la quarrée de quarrée, &c. laquelle ſera la valeur d'vne ſeule racine. Comme pour exemple, ſi vne equation eſt entre 5q, & 720; ayant faict la diuiſion, il faudra chercher la racine quarrée du quotient 144: Item ſi 10c ſont égaux à 270, il faudra, ayant faict la diuiſion, extraire la racine cubique du quotient 27: Semblablement ſi 8c ſont égaux à 24℞+144, il faudra trouuer la racine cubique du quotient (ayant premierement faict la diuiſion, afin que l'equation vienne entre ic & 3℞+18.) Et afin qu'on ſçache generalement quelle racine il faut tirer du quotient, quand deux nombres coſſiques non collateraux ſont égaux entr'eux, deſquels l'vn ny l'autre n'eſt nombre abſolu, il faut abbreuier les caracteres, afin que l'equation ſe faſſe entre N, & nombre coſſique: comme ſi vne equation eſt entre 10qc, & 80q, ſoit reduicte icelle à l'equation d'entre 10c, & 80: eſtāt donc faicte la diuiſiō, il faudra tirer la racine cubique du quotient 8, & ainſi des autres.

Or la maniere d'extraire les racines des nombres abſolus eſt ſuffiſamment enſeignée en noſtre practique d'Arithmetique; c'eſt pourquoy nous enſeignerons ſeulement icy la maniere d'extraire les racines des nombres coſſiques. Si donc il faut extraire quelque racine d'vn nombre coſſique ſimple, ſoit priſe la racine d'iceluy nombre, delaiſſant le caractere, l'expoſant duquel ſoit diuiſé par l'expoſant du caractere qui dénomme la racine qu'il faut extraire, & viendra l'expoſant du caractere par lequel ſera denommée la racine cherchée. Comme s'il faut trouuer la racine quarrée de ce nombre 144q, ayant pris la racine quarrée d'iceluy nombre 144, qui eſt 12, ſoit diuiſé l'expoſant de ce caractere q, par l'expoſant du caractere q, ſçauoir eſt 2 par 2, & viendra 1, qui eſt expoſant du ca-

ractere ℛ: 12ℛ est donc racine quarrée du nombre 144*q*. Car si ce nombre 12ℛ est multiplié en soy, sera produit le nombre proposé 144*q*.

Derechef qu'il faille trouuer la racine quarrée de 144*qc*: ayant pris la racine quarrée d'iceluy, qui est 12, soit diuisé l'exposant de ce caractere *qc*, sçauoir est 6, par l'exposant de racine quarrée, qui est 2, & viendra 3, exposant du caractere *c*: donc 12*c* est racine quarrée du nombre 144*qc*. Ainsi aussi la racine cubique de ce nombre 64*c*, sera 4ℛ. Car la racine cubique du nombre 64 est 4, & l'exposant du caractere cube, sçauoir est 3, estant diuisé par 3, produit l'vnité, exposant de ℛ.

Item la racine quarrée de ce nombre 25*qq*, sera 5*q*.
Et la racine quarrée de quarrée de ce nombre 16*qqq*, sera 2*q*.
Et la racine sursolide de ce nombre 32*qß*, sera 2*q*.
Mais la racine quarrée de quarrée de ce nombre 81*qq*, sera 3ℛ, &c.

2. Que si vn nombre n'a la racine cherchée, ou par la diuision des exposans, n'est produict vn nombre exposant entier, le nombre cossique proposé n'a pas la racine desirée: comme ce nombre 16*c*, n'a pas de racine quarrée ou cubique, parce qu'encore que le nombre 16 ait racine quarrée, c'est assauoir 4, toutesfois à cause que diuisant 3, exposant du caractere *c*, par 2 exposant de la racine quarrée, prouient $1\frac{1}{2}$, qui ne correspond à aucũ caractere cossique, icelle racine ne se peust prẽdre. Derechef, encore que diuisant 3, exposant de ce caractere *c* par par 3, exposant de la racine cubique, prouiẽne 1 exposant de ce caractere ℛ, toutesfois icelle racine cubique ne se peut prendre à raison que le nombre 16 n'est nombre cube, &c.

Quant à l'extraction des racines de nombres cossiques composez & diminuez, il est à notter qu'on n'a point encore trouué (au moins que ie sçache) de maniere certaine pour ce faire, sinon que les exposans des trois nombres cossiques de l'equation ayent vn mesme excez entr'eux, c'est à dire qu'ils soiẽt en proportion Arithmetique: telles sont les equations suiuantes.

1*q*.	6ℛ+72.	les exposans sont	2.	1.	0.
1*q*.	72—6ℛ.	les exposans sont	2.	0.	1.
1*q*.	14ℛ—48.	les exposans sont	2.	1.	0.

1qq.	18q+648.	les exposans sont	4.	2.	0.
1qq.	725—4q.	les exposans sont	4.	0.	2.
1qq.	433q—41616.	les exposans sont	4.	2.	0.
1qc.	200c+3456.	les exposans sont	6.	3.	0.
1qc.	5120—16c.	les exposans sont	6.	0.	3.
1qc.	800c—156751.	les exposans sont	6.	3.	0.
1qqq.	2000qq+18507688 1.	les exposans sont	8.	4.	0.
1qqq.	21465170 1—20qq.	les exposans sont	8.	0.	4.
1qqq.	20000qq—78461119.	les exposans sont	8.	4.	0.
1qß.	80ß+39609.	les exposans sont	10.	5.	0.
1qß.	7424—200ß.	les exposans sont	10.	0.	5.
1qß.	2000ß—999424.	les exposans sont	10.	5.	0.

&c.

Quand les exposans gardant la progression Arithmetique sont tous plus grands que o, il les faut abbreuier par la soustraction du moindre nombre exposant. Comme les suiuantes equations.

1.cß.	725bß—4cc.	les exposans sont	11.	7.	9.
1.cß.	2000qqq+3456ß	les exposans sont	11.	8.	5.
1.qß.	200qc+14336q.	les exposans sont	10.	6.	2.

Seront reduites à celles-cy.

1qq.	725—4q.	les exposans sont	4.	0.	2.
1qc.	200c+3459,	les exposans sont	6.	3.	0.
1qqq.	200qq+14336.	les exposans sont	8.	4.	0.

Et ainsi faut-il faire de toutes autres, afin de cognoistre quelle racine il faut extraire.

Or pour extraire la racine quarrée de tels nombres cossiques, vous ferez ainsi qu'il ensuit.

Prenez premierement la moitié du nombre des racines, puis au quarré d'icelle moitié, adiouſtez-y le nombre abſolu, s'il a le ſigne +, ou l'oſtez s'il a le ſigne —: & finablement à la racine quarrée de ce produict, adiouſtez la moitié du nombre des racines, ſi elles ont le ſigne +, ou l'oſtez ſi elles ont le ſigne —: & ce qui en viendra donnera l'eſtimation & valeur d'vne ſeule racine quarrée.

Pour exemple, vne equation eſtant trouuée entre 1q. & 72—6ℛ; la diuiſion eſtant faicte de 72—6ℛ, par 1, comme veut la regle d'Algebre, vient le meſme nombre pour la valeur d'vn quarré, duquel il faut trouuer la racine. Premierement donc ie prend la moictié du nombre des racines, ſçauoir 3; puis au quarré d'icelle moictié, ſçauoir eſt à 9, i'adiouſte le nombre abſolu 72, à cauſe du ſigne +, & viennent 81; donc ie prends la racine quarrée, qui eſt 9; & d'icelle i'oſte 3, moictié du nombre des racines, à cauſe du ſigne —, & reſte le nombre 6, pour la valeur de la racine cherchée.

Soit derechef vne equation trouuée entre 1q. & 6ℛ+72: & il faut trouuer la racine quarrée de ce nombre 6ℛ+72.

Ie prends premierement la moictié du nombre des racines, ſçauoir eſt 3: puis au quarré d'icelle moictié, qui eſt 9, i'adiouſte 72 à cauſe du ſigne +, & ſont 81: dont la racine quarrée eſt 9, à laquelle i'adiouſte 3, moictié du nombre des racines, à cauſe du ſigne +, & font 12, qui eſt la valeur d'vne racine.

Soit encore vne equation entre 1q. & 18ℛ—72: & il faut trouuer la racine d'iceluy nombre 18ℛ—72.

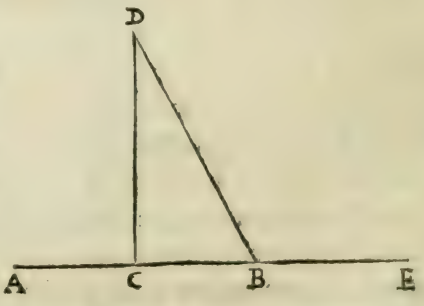
Ie prends donc la moictié des racines, ſçauoir eſt 9: puis du quarré d'icelle moictié, qui eſt 81, ie ſouſtrais 72, à cauſe du ſigne —, & reſtent 9, dont la racine quarrée eſt 3, à laquelle i'adiouſte la moictié des racines, ſçauoir eſt 9, à cauſe du ſigne +, & font 12 pour la valeur d'vne racine.

Mais il eſt à notter que tels nombres coſſiques diminuez, eſquels le nombre abſolu a le ſigne —, ont double racine, ſçauoir eſt, l'vne grande & l'autre petite; la grande eſt trouuée comme dit eſt cy-deſſus: mais on aura la moindre, ſi la racine quarrée du reſte de la ſouſtraction eſt oſtée de la moictié du nombre des racines: comme au dernier exemple propoſé, ſi 3, racine quarrée du reſte 9, eſt oſté de 9 moictié du nombre des racines, reſteront 6, pour l'autre & moindre racine d'iceluy nombre coſſique 18ℛ—72. Et faut notter que l'vne & l'autre racine n'eſt pas touſiours propre à la ſolution d'vn probleme, ains ſeulement l'vne ou l'autre: c'eſt pourquoy aduenãt tels nombres, ſi l'examen faict par l'vne d'icelles racines ne reſpond à la queſtion, il faudra prendre l'autre racine.

Or combien que Nonius, & pluſieurs autres autheurs ayent faict voir par demonſtrations Geometriques la raiſon de ceſte extractiõ

de racines, neantmoins nous ne laiſſerons d'en rapporter icy quelques demonſtrations pour le contentement des François: & pour ce faire, nous reprendrons tous les trois exemples cy-deſſus expliquez.

Pour le premier exemple où l'equation eſtoit entre 1ℓ, & 72—6ℛ, il faut trouuer vn quarré égal à ce nõbre coſſique diminué 72—6ℛ, afin de demonſtrer que ſuiuant les preceptes cy-deſſus, la racine quarrée d'iceluy a eſté bien trouuée. Premierement ſoit reſtitué le ſigne — par tranſpoſition, tellemẽt que l'equatiõ ſoit entre 1ℓ+6ℛ & 72. Le nombre des racines ſoit la ligne droicte A B, laquelle ſoit couppée en deux également au poinct C, duquel ſoit eſleuée la perpendiculaire C D égale au coſté du quarré égal au nombre abſolu, puis ſoit tirée la ligne DB, & de la ligne CB prolõgée ſoit priſe CE egale à icelle BD. Ie dis que le quarré de la ligne droicte BE enſemble auec les racines propoſees, dont le nombre eſt AB, eſt egal au nombre abſolu, duquel le coſté du quarré eſt CD; & partant que le meſme quarré de BE eſt egal au meſme nombre, dont CD eſt coſté du quarré moins les racines propoſees, deſquelles le nombre eſt AB. Car d'autant que par la 47p.1. le quarré de BD eſt egal aux quarrez de CD, CB, & que le quarré de BD eſt egal au quarré de CE; auſſi le quarré de CE ſera egal aux quarrez de CD, CB. Mais par la 6. p. 2 au quarré de CE eſt egal le rectangle de AE, BE, enſemble auec le quarré de CB: donc auſſi le rectãgle compris ſous AE, BE auec le quarré de CB, ſera egal aux quarrez de CD, CB; & oſtant le quarré commun de CD, reſtera le rectangle de AE, BE egal au quarré de CD. Mais par la 3.p.2. le rectangle de AE, BE eſt egal au rectangle de AB, BE, & au quarré de BE: donc auſſi le quarré de BE auec le rectangle de AB, BE, ſera egal au quarré de CD. Veu donc que (poſant BE coſté du quarré de l'equation) le rectangle compris ſous AB, BE, nombre des racines & coſté du quarré, eſt la valeur des racines, il eſt manifeſte que le quarré de



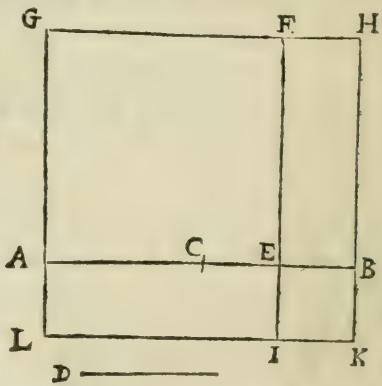
BE auec les racines donnees, dont le nombre eſt AB, eſt egal au nombre abſolu propoſé, duquel le coſté du quarré eſt CD; & partant le meſme quarré de BE eſt egal au nombre abſolu, duquel le coſté du quarré eſt CD, moins la valeur des racines, deſquelles le nombre eſt AB. Ce qui eſtoit propoſé.

De ceſte demonſtration eſt manifeſte que le precepte cy-deſſus preſcrit pour trouuer la racine quarree de ce nombre coſſique $72-6\mathfrak{R}$ eſt certain & veritable. Car ſi au quarré de CB 3, moiétié des racines eſt adiouſté le nombre abſolu 72, c'eſt aſſauoir le quarré de CD, ſeront cogneuz, enſemble les deux quarrez de CB, CD, c'eſt à dire le quarré de BD 81; & partant auſſi le quarré de CE. Si donc de ce coſté CE 9 on oſte CB 3, moiétié du nombre des racines, reſtera cogneu le coſté BE 6, c'eſt à dire la racine quarree qui eſtoit cherchee.

Soit maintenant le nombre coſſique de noſtre ſeconde exemple $6\mathfrak{R}+72$; & il faut trouuer le quarré egal à iceluy, & demonſtrer que ſa racine quarree eſt bien extraicte ſuiuant les preceptes là enſeignez. Soit derechef la ligne droicte AB (en la precedente figure) couppee en deux egalement en C, le nombre des racines; & la perpẽdiculaire CD, le coſté du quarré du nombre abſolu; puis ayant mené BD, ſoit priſe CE egale à icelle. Ie dis que le quarré de la ligne droicte AE eſt egal aux racines donnees, deſquelles le nombre eſt AB, enſemble auec le nombre abſolu donné, duquel le coſté du quarré eſt CD. Car d'autant que par la 47p.1. le quarré de BD, ou de CE, eſt egal aux quarrez de CD, CB; & par la 2.p.2. le quarré de CE eſt egal au quarré de CB enſemble auec le rectangle compris ſouz AE, BE; auſſi le quarré de CB auec iceluy rectangle de AE, BE ſera egal aux quarrez de CB, CD: & oſtãt le quarré commun de CB, reſtera le rectangle de AE, BE egal au quarré de CD, c'eſt à dire au nombre abſolu propoſé. Parquoy, veu auſſi que poſant AE coſté du quarré de l'equation, le rectangle contenu ſouz AE, AB, coſté du quarré, & du nombre des racines, eſt la valeur des racines propoſées, & que par la 2.p.2. le quarré de AE eſt égal aux deux rectangles compris ſouz AE, BE, & ſouz AE, AB; il eſt manifeſte que le quarré de la ligne droicte AE eſt egal aux racines, deſquelles le nõbre eſt AB, enſemble auec le nombre abſolu donné, duquel le coſté du quarré eſt CD. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Il eſt donc manifeſte que ſi au quarré de la ligne droicte CB 3, moictié du nombre des racines, eſt adiouſté le nombre abſolu 72, c'eſt aſſauoir le quarré de la ligne droicte CD, ſera cogneu le quarré de BD ou CE, qui ſera de 81, & partant ledit coſté CE de 9: auquel coſté eſtāt adiouſté la moictié du nōbre des racines, c'eſt à dire la ligne droicte AC 3, ſera trouuee AE de 12, cōme dit eſt cy-deuāt.

Soit finablement le nombre coſſique de noſtre troiſieſme exemple 18ℵ—72, auquel il faille trouuer vn quarré egal, & demonſtrer que ſon coſté ou racine a eſté bien trouuee. Soit la ligne droicte AB, le nombre des racines, couppee en deux egalement en C; & la ligne droicte D ſoit le coſté du quarré du nombre abſolu; & ſoit reſtitué ce ſigne — par tranſpoſition, afin que l'equation ſoit entre 1ℊ+72, & 18ℵ. Mais la ligne droicte D ſoit premierement moindre que la moictié du nombre des racines AC ou CB: & par le 60 prob. de noſtre Geometrie pratique, ſoit diuiſee la ligne droicte AB en E, tellement que D ſoit moyenne proportionnelle entre les ſegmens AE, EB: donc par la 17.p.6. le rectāgle compris ſous AE, EB, ſera egal au quarré de D, c'eſt à dire au nombre abſolu propoſé. Ie dis que tant le quarré de AE, que de EB, enſemble auec le nōbre abſolu dōné, eſt egal aux racines propoſees, deſquelles le nōbre eſt AB; & partāt que tāt le quarré de AE que de EB, eſt egal à la valeur des racines propoſees, moins le nōbre abſolu. Car ayant deſcrit de AE, EB, les quarrez AF, EK, & accomply les rectangles AH, BL; tant le rectāgle EH, que EL compris ſouz AE, EB, ſera egal au nombre abſolu, c'eſt à dire au quarré de D. Eſtant donc poſé AE le coſté du quarré de l'equation, le rectangle AH contenu ſouz AB nombre des racines, & AE coſté du quarré; ſera la valeur des racines propoſees. Mais il eſt manifeſte que le quarré AF, enſemble auec EH nombre abſolu, eſt egal à la valeur des racines AH; & partant le meſme quarré AF eſtre egal à la valeur des racines AH, moins le nombre abſolu EH. Poſant derechef EB coſté du quarré,

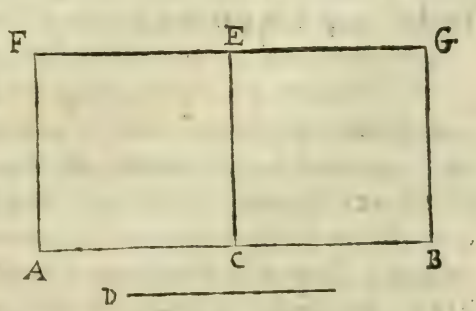


la

la valeur des racines ſera le rectangle BL compris ſouz AB nombre des racines, & EB coſté du quarré. Mais il appert qu'auſſi le quarré BI auec le rectangle EL nombre abſolu, eſt egal à la valeur des racines BL; & partant le meſme quarré BI ſera egal à la valeur des racines BL, moins le nombre abſolu EL.

Or l'vn & l'autre coſté AE, EB ſera cogneu en ceſte ſorte: d'autant que par la 5.p.2. le rectangle de AE, EB auec le quarré de CE, eſt egal au quarré de AC ou CB, ſi du quarré de AC ou CB, c'eſt à dire de 81, on oſte le rectangle de AE, EB, c'eſt aſſauoir le nombre abſolu 72, reſtera cogneu le quarré de CE 9, & partant iceluy coſté CE 3; lequel coſté CE cogneu eſtant adiouſté à AC, moictié du nombre des racines 9, ſera cogneu le coſté AE 12, qui eſt la plus grande racine; mais ſi le meſme coſté CE, eſt oſté de CB 9 moictié du nombre des racines, reſtera cogneu le coſté EB 6, qui eſt la moindre racine.

Soit maintenant la ligne droicte D egale à la moictié du nombre des racines AC ou CB: Ie dis que le quarré de AC, moictié du nombre des racines, auec le nombre abſolu donné, eſt egal aux racines propoſees. Car ſoit deſcrit de AC le quarré AE, & acheué le rectangle AG, & ſera CG pareillement quarré. Veu donc que la ligne droicte D, eſt poſee egale à la ligne droicte AC ou CB, le quarré CG ſera egal au nombre abſolu; & poſant AC coſté du quarré de l'equation, le rectangle AG contenu ſous le coſté AC, & le nombre des racines AB, ſera la valeur des racines. Mais il eſt manifeſte que le quarré AE, auec le nombre abſolu CG, eſt egal aux racines AG, moins le nombre abſolu CG; & partant que le meſme quarré AE eſt egal à la valeur des racines AG, moins le nombre abſolu CG.



Et puis que ſuiuant les preceptes de l'extraction de la racine quarrée de tels nombres coſſiques, on doit ſouſtraire le nombre abſolu du quarré de la moictié du nombre des racines; il s'enſuit

que la ligne droicte D ne doit pas estre plus grande que la moictié du nombre des racines AC, parquoy nous auons demonstré ce qui estoit proposé.

Or il y a encore vne autre maniere d'extraire la racine des nombres cossiques composez, laquelle est fort commode, quand le nombre des racines est impair ou rompu, laquelle extraction se faict ainsi:

Au quarré du nombre des racines, adiouſtez le quadruple du nombre abſolu, s'il a le ſigne +, ou l'oſtez s'il a le ſigne —: puis à la racine quarrée de ce produit adiouſtez ou ſouſtrayez le nombre des racines ſelon qu'il ſera noté, & viendra l'eſtimation ou valeur du double de la racine quarrée; parquoy la moiſtié ſera la valeur d'vne ſeule racine.

Pour exemple, qu'il faille extraire la racine de ce nombre cossique 72+6℞: Au quarré du nombre des racines, qui est 36, i'adiouſte 288, quadruple du nombre absolu 72, & viennent 324, dont la racine quarree est 18; de laquelle i'oste le nombre des racines, sçauoir est 6, & restent 12, pour la valeur de deux racines; & partant vne racine vaudra 6.

Nonius demonstre aussi Geometriquement la raison de ceste extraction, mais nous ne nous y arresterons à present, attendu qu'apres la demonstration de l'autre maniere cy-dessus, il est aysé de voir la raison de ceste-cy, par ce que nous auõs demonstré au Scholie de la 4. p. 2. & par la 1. & 5. p. 5.

Pour le regard de l'extraction des racines des nombres cossiques, qui constituent equation, ayans les exposans constituez en telle progression Arith. que ceux-cy, 4, 2, 0; ou 4, 0, 2; ou 6, 3, 0; ou 6, 0, 3; ou 8, 4, 0; ou 8, 0, 4, ou 10, 5, 0; ou 10, 0, 5, & c. esquels le plus grand caractere est touſiours composé de *q*, & d'vn autre caractere cossique: il faut premierement extraire la racine quarree, à cause du caractere *q*, selon qu'il est enseigné cy dessus, accommodant au nombre qui est affecté au caractere cossique, en ceste partie-là de l'equation, de laquelle il faut tirer la racine, tout ce que nous auons dit du nombre des racines, comme si l'equation estoit entre trois nombres cossiques affectez aux caracteres *q*. ℞. & N. puis apres de ceste racine quarree trouuee, soit qu'elle soit rationelle ou irrationelle, il en faut tirer vne autre racine selon l'autre partie du plus grand caractere cossique, ce caractere *q* estant osté. Comme si vne

equation est trouuee entre 1 *qq*. & 18*q*—648. Il faudra extraire la racine quarree de ce nombre 18*q*—648, à cause de la premiere partie du signe cossique *q*, tout ainsi que si l'equation estoit trouuee entre 1*q*, & 18ℛ—648, laquelle racine quarree sera 36; & d'icelle il faut derechef tirer la racine quarree qui sera 6: parquoy 6 sera la racine du nombre cossique proposé.

En la mesme maniere, si vne equation est entre 1*qc*, & 5120—16*c*: il faudra prendre la racine quarree du nombre 5120—16*c*; & de ceste-cy prendre la racine cubique. Ainsi aussi, si l'equation est entre 1*qqq*, & 20000*qq*—7846119. Il faudra premierement prendre la racine quarree: & puis apres de ceste-cy la racine quarree de quarree. Et ainsi des autres.

Des secondes racines.

CHAP. XI.

D'AVTANT qu'en plusieurs operations sont cherchez deux, ou trois, ou dauantage de nombres souz vne proportion incertaine, il est necessaire pour euiter confusion, qu'ayant posé 1ℛ pour le premier nombre, on ne pose derechef 1ℛ pour le second, & encore 1ℛ pour le troisiesme. C'est pourquoy on a excogité les secondes racines, lesquelles sont nommees, & figurees diuersement par les autheurs: mais suiuant Stifel, Pelletier & Clauius, nous retiendrons le nom de secondes racines, & les notterons ainsi: 1 A, signifie 1ℛ seconde; 1B, denotte 1ℛ tierce; 1C, signifie 1ℛ quarte, &c. Et quand vn nombre a deux signes, il fant entendre que le nombre auec le premier signe a esté multiplié par l'vnité du signe posterieur; comme 1ℛA, signifie 1ℛ multipliee par 1A; & 3ℛA, signifie 3ℛ multipliees par 1A: Ainsi 1*q*A*q*, monstre que 1*q* a esté multiplié en 1A*q*, &c.

Or ces racines ont leur Algorithme particulier, aussi bien que les premieres racines. Et premierement quant à l'addition elle est aisée: car si elles sont de mesme genre, faut seulement adiouster les nombres entr'eux, & au produit apposer le mesme caractere d'icelles racines: comme 3A, & 4A, font ensemble 7A: Item 5B, & 3B, font 8B. Mais quand icelles racines ne sont de mesme genre, l'addi-

tion ſe faict par le ſigne +: comme 3A, & 4B, font 3A+4B: Item 3R, & 4A, font 3R+4A.

La ſouſtraction eſt auſſi aiſee; car quand les racines ſont de meſme genre, il n'y a qu'à ſouſtraire vn nombre de l'autre, & appoſer au reſte le meſme caractere. Comme 3A oſtez de 5A, reſtent 2A: Item 2B oſtez de 5B, reſtent 3B. Mais quand icelles ſont de genres differens, la ſouſtraction ſe faict par le ſigne —: comme 3A oſtez de 4B, reſtent 4B—3A.

Pour le regard de la multiplication elle ſe faict ainſi: Si vn nombre de racine premiere, doit eſtre multiplié auec vn nombre de racine ſeconde, ayant ſeulement la lettre A ou B, &c. Il faut multiplier les nombres entr'eux, & appoſer au produit les meſmes ſignes. Comme 2R multipliees par 2A, font 4RA; c'eſt à dire 4R multipliees par 1A: Item 2A par 2R, font 4AR; c'eſt à dire 4A multipliez par 1R: Item 3q multipliez par 4B, font 12qB; c'eſt à dire 12q multipliez par 1B.

Mais quand vn nombre abſolu eſt multiplié auec vn nombre de ſeconde racine, il faut appoſer au produit le ſigne de la ſeconde racine. Comme 6 multipliant 4B, le produit eſt 24B: Item 5C multipliant 7, le produit eſt 35C.

Que ſi vn nombre de ſeconde racine doit eſtre multiplié par vn nombre de ſeconde racine de meſme lettre, il faut multiplier les nombres entr'eux, & au produit appoſer la meſme lettre auec le caractere q. comme 3A multipliez par 4A, feront 12Aq.

Quand vn nombre de ſeconde racine eſt multiplié en ſoy quarrément ou cubiquement, &c. Il faut appoſer au produit la meſme lettre auec le caractere q, ou c, &c. Comme 2A multipliez en ſoy quarrément, le produit eſt 4Aq; mais cubiquemẽt eſt produit 8Ac: Item 2RA par 2RA, font 4qAq; c'eſt à dire 4q de premiere racine multipliez par 1q de ſeconde racine.

Mais quand vn nombre de ſeconde racine eſt multiplié en vn autre de la meſme racine ſeconde, qui a auſſi vn caractere coſſique; il faut imaginer que le premier nombre ait pareillement le ſigne coſſique R. Comme 1A multiplié par 1Aq, le produit eſt 1Ac: Item 3B, par 4Bc, font 12Bqq.

Que ſi vn nombre coſſique ſimple ſans lettre de ſeconde racine, doit eſtre multiplié auec vn nombre marqué de lettre, & ſigne

coſſique ; il faut multiplier les nombres entr'eux, & au produict appoſer les meſmes ſignes. Comme 2c multipliez par 4 Aq, feront 8c Aq ; c'eſt à dire 8c multipliez en 1 Aq: Item 1c multiplié par 1℞ Aq, faict 1qq Aq ; c'eſt à dire 1qq multiplié par 1 Aq: Autant faict auſſi 1q A multiplié en ſoy : car 1q multiplié en ſoy faict 1qq ; & 1 A en ſoy faict 1 Aq.

Quand vn nombre ayant apres la lettre de ſeconde racine vn ſigne coſſique, eſt multiplié par vn nombre qui a pareillement apres la lettre de ſeconde racine vn ſigne coſſique, le produit doit auoir outre la lettre, ou les lettres de ſeconde racine, le caractere coſſique que donnent les expoſans des caracteres. Comme 2 Aq, en 5 Ac, produiſent 10 Aß: Item 3A multipliez par 4 Bc, feront 12 AB ß.

Mais quand vn nombre ayant vn caractere coſſique apres la lettre de ſeconde racine, eſt multiplié par vn nombre, qui apres le caractere coſſique a auſſi la lettre de ſeconde racine, il faut appoſer au produit le dernier caractere coſſique, ſuiuy par la lettre de ſeconde racine, puis auſſi du caractere coſſique produit du premier caractere coſſique multiplié par la lettre de ſeconde racine, comme ſi elle auoit ce ſigne ℞. Comme 1 Ac multiplié par 1q A, fera 1q Aqq, qui ſera auſſi produit de 1℞ Aq multiplié en ſoy: Item 3 Aq multipliez par 4c A, feront 12c Ac, c'eſt à dire 12c, multipliez par 1 Ac.

Quant à la diuiſion des ſecondes racines, ſoit faict premieremẽt reduction des ſignes coſſiques par la ſouſtraction des ſignes ſemblables. Comme pour diuiſer 8c Aq par Aq: Ie ſouſtrais les ſignes ſemblables Aq, & reſtent 8c, & 4: puis ie diuiſe 8c par 4, & viennent 2c pour le quotient de 8c Aq diuiſez par 4 Aq: ainſi 8c Aq diuiſez par 4c, le quotient eſt 2 Aq.

Mais diuiſant vn nombre ℞ par vn nombre des ſecondes racines, le quotient ſera nombre rompu. Comme 2℞ diuiſees par 4A, le quotient eſt $\frac{2℞}{4A}$

Quant à l'extraction des racines, il faut tirer la racine du nombre s'il en a, & appoſer à icelle la lettre de ſeconde racine, reiettant le caractere coſſique. Comme la racine quarrée du nombre 25 Aq, eſt 5A: Item la racine cubique du nombre 27 Ac, eſt 3A ; & la racine quarree du nombre 16 Dqq, eſt 2D.

Mais ſi le nombre n'a telle racine, ou le caractere n'eſt de meſme appellation que la racine qu'il faut extraire. Il faut ſeulement appoſer à iceluy nombre lettre & caractere, le ſigne radical. Comme la racine cubique du nombre 3 Aq, eſt γc 3 Aq. Item la racine quarree du nombre 4 Ac, eſt γ 4 Ac.

Quant à la preuue des operations de ceſt Algorithme des ſecondes racines, elle ſe fera tout ainſi qu'és premieres racines; ſçauoir eſt que l'addition & ſouſtraction, ſe prouueront l'vne l'autre: comme auſſi la multiplication & diuiſion: ou bien plus intelligiblemẽt par les progreſſions Geometriques commençant à l'vnité, miſes à la page 14, prenant celle de la raiſon double pour les premieres racines: mais celles de la raiſon triple pour les ſecondes racines: tellement que 1℞ vale 2: mais 1A, 3; 1q, 4; 1Aq, 9; 1Ac, 27; 1℞A, 6; 1℞Aq, 18; &c.

Des nombres irrationaux ou ſourds.

CHAP. XII.

NOMBRES irrationaux, ou ſourds, ſont les racines des nombres, leſquelles ne ſe peuuent exprimer par nombres; tellement que pour expliquer telles raeines on ſe ſert de ces ſignes γ, γc, $\gamma\gamma$, $\gamma\beta$, $\bar{\gamma}qc$, &c. Comme la racine quarree de 5, eſt ditte ſourde ou irrationelle, pource qu'on ne peut trouuer aucun nombre (ſoit entier, ou entier auec fraction) qui multiplié en ſoy produiſe 5: tellement que ceſte racine quarree de 5, ſera marquee ainſi, $\gamma 5$: ou ainſi $\gamma q 5$. Item la racine cubique de 7 ſera marquee ainſi $\gamma c 7$. Item la racine quarree de quarree de 12, ainſi $\gamma\gamma 12$, ou ainſi $\gamma qq 12$, & ainſi des autres.

Eſt toutesfois à notter que tout nombre qui a le ſigne γ, n'eſt pas pourtant irrationel, car quelquesfois pour la commodité de l'operation, au lieu de tirer la racine de quelque nombre, on luy appoſe ſeulement le ſigne de la racine requiſe.

Or il y a deux genres de racines ſourdes: car les vnes ſont ſimples: comme γq, de quelque nombre non quarré: γc de quelque nombre non cube, &c. & ces racines ſimples ſont auſſi appellees par quelques-vns nombres mediaux. Les autres racines ſourdes,

ſont compoſees par l'interpoſition des ſignes + & —: & icelles ſont appellees par aucuns multinomies radicales; & par d'autres nombres irrationaux compoſez, ou diminuez: compoſez quand les nombres ſont liez & conjoints par le ſigne +, cõme $\sqrt{7}+\sqrt{10}$: mais diminuez, quand les nombres ſont liez par le ſigne —: comme $\sqrt{5}-\sqrt{13}$, ou $\sqrt{10}-\sqrt{c7}$.

De la reduction des racines ſimples à vne meſme denomination.

CHAP. XIII.

AFIN que les ſimples racines ſourdes ſe puiſſent multiplier & diuiſer entr'elles, il eſt neceſſaire qu'elles ſoient reduites en vne meſme denomination, ſi elles ſont de diuerſes: laquelle reduction ſe faict preſque en la meſme maniere, que la reduction des fractions de diuerſes denominations à vne meſme: Car ayant poſé les ſignes radicaux, chacun ſouz leur nombre, il faut multiplier vn chacun nombre en ſoy, ſelon le ſigne radical de l'autre: puis apres multiplier les expoſans des ſignes entr'eux, afin d'auoir l'expoſant du ſigne commun. Comme pour exemple, ſoient les deux racines $\sqrt{7}$, & $\sqrt{c5}$, qu'il faut reduire en racines de meſme eſpece. Ayant poſé ces deux racines ainſi qu'il appert icy; ie multiplie 7 cubiquement à cauſe du ſigne *c*, & viennent 343 au lieu de 7; puis ie multiplie 5 quarrément à cauſe du ſigne $\sqrt{}$ du nombre 7, & viennent 25, pour & au lieu de 5: & finalement ie multiplie les expoſans des ſignes $\sqrt{}$ & $\sqrt{c}$ entr'eux: ſçauoir eſt 2, par 3, & viennent 6, qui eſt expoſant du caractere *qc*: tellement que $\sqrt{7}$, & $\sqrt{c5}$ ſerõt reduites à $\sqrt{qc}343$, & $\sqrt{qc}25$. Quoy faict $\sqrt{qc}343$ ſera egale à $\sqrt{7}$, & $\sqrt{qc}25$ egale à $\sqrt{c}5$. Car $\sqrt{7}$ eſt $\sqrt{qc}$ du nombre 343, pource que $\sqrt{7}$ en ſoy quarrément faict 7; & 7 en ſoy cubiquement faict 343. Par meſme raiſon $\sqrt{c5}$ eſt $\sqrt{qc}$ du nombre 25, à cauſe que $\sqrt{c5}$ en ſoy cubiquement faict 5, & 5 en ſoy quar-

343. 25
— —
$7 \sqrt{X} 5$
$\sqrt{}\ \sqrt{c}$
2 — 3
6

rément faict 25. Dauantage, puiſque γc multipliant γq, & 7, a produit γqc, & 343, par la 17. p. 7. il y aura meſme raiſon de γqc à 343, que de γq, à 7. Ainſi auſſi, puiſque γq multipliant γc & 5, a faict γqc & 25: il y aura meſme raiſon de γqc à 25, que de γc à 5: & partant $\gamma 7$ ſera egale à γqc 343, & $\gamma c5$ egale à γqc 25. Procedant en la meſme maniere que deſſus pour reduire $\gamma 5$ & $\gamma c10$ en vne meſme denominatiõ, on trouuera γqc 125, & γqc 100, comme il appert en ceſte formule. Ainſi auſſi $\gamma c2$, & $\gamma\gamma 3$, eſtans reduites à meſme eſpece ou denomination, ſeront $32\gamma qc$, & $27\gamma qc$, comme il appert en ceſte autre figure.

125 100
— —
5 X 10
γ X γc
2 ——— 3
6

32 27
— —
2 X 3
γc X $\gamma\gamma$
3 ——— 4
12

Il y a quelques abreuiations en ceſte operation, comme quand il faut reduire vn nombre abſolu, & vn radical en meſme eſpece: car alors il n'y a qu'à multiplier en ſoy quarrémẽt ou cubiquement, &c. le nombre abſolu, & au produit appoſer le ſigne radical de la racine. Comme 6, & $\gamma 5$, eſtans reduits à meſme eſpece feront $\gamma 36$, & $\gamma 5$. Item 2 & $\gamma c4$, feront $\gamma c8$, & $\gamma c4$.

Item voulant reduire ces deux racines $\gamma c8$, & $\gamma\gamma 25$. Ie prends de 8 la racine cubique 2: puis apres la racine quarree de 25, qui eſt 5, à laquelle i'appoſe vn ſigne radical reſtant γ, ainſi $\gamma 5$. I'ay donc maintenant pour les deux racines propoſees vn nombre abſolu 2, & vn nombre radical $\gamma 5$, qui reduits comme dit eſt cy-deſſus, font $\gamma 4$ & $\gamma 5$.

Item voulant reduire ces deux racines $\gamma c2$ & $\gamma qc6$, en meſme eſpece, ie multiplie 2 en ſoy quarrément à cauſe du ſigne q, qui eſt en l'autre racine outre le ſigne c, & faict 4, auquel i'appoſe le ſigne q, & ſera faicte la reduction à $\gamma qc4$, & $\gamma qc6$.

Item voulant reduire $\gamma\gamma 19$, & $\gamma 3$ en meſme denomination. Ie multiplie le nombre de la moindre denomination, ſçauoir eſt 3, en ſoy quarrément, à cauſe du ſigne γ, qui eſt en la plus grande deno

mination-

mination outre $\surd$, & viennent $\surd\surd 19$, & $\surd\surd 9$ pour la reduction en meſme eſpece des deux racines propoſees. Ainſi $\surd qc 8$, & $\surd 9$, ſeront reduites à $\surd qc 8$, & $\surd qc 729$ multipliant le nombre 9 de la moindre denomination en ſoy cubiquement, à cauſe du caractere c, qui outre q eſt en la plus grande denomination.

Or auparauant que venir à l'Algorithme d'icelles racines ſourdes, il eſt neceſſaire que nous enſeignions le probleme ſuiuant.

Cognoiſtre ſi deux racines ſont commenſurables, ou incommenſ. & quelle raiſon elles ont entr'elles.

Soit diuiſé le nombre de la plus grande racine, par celuy de la moindre, (icelles eſtans reduites en meſme eſpece ſi elles n'y ſont) & ſi au quotient vient vn nombre qui ait la racine denottee par le ſigne radical d'icelles racines propoſees, elles ſeront commenſ. entr'elles, autrement non: & auront telle raiſon l'vne à l'autre, que le quotient à l'vnité, ou ſi le quotient eſt vne fraction, elles ſeront entr'elles comme le numerateur au denominateur. Comme $\surd 12$ & $\surd 3$, ſont commenſ. entr'elles. Car 12 eſtans diuiſez par 3, le quotient eſt 4, dont la racine quarree eſt 2, & ſeront l'vne à l'autre comme 2 à 1. Item $\surd c 320$ & $\surd c 135$ ſont commenſ. car 320 eſtans diuiſez par 135, le quotient eſt $2\frac{10}{27}$, ou $\surd c \frac{64}{27}$, c'eſt à dire $\frac{4}{3}$: & leur raiſon eſt comme 4 à 3. Item $\surd qc 64$ & $\surd c 27$ ſont commenſ. & leur raiſon eſt comme 3 à 2: car icelles eſtans reduites en meſme eſpece, feront $\surd qc 64$ & $\surd qc 729$, & la diuiſion faicte, le quotiẽt ſera $\surd qc 11\frac{25}{64}$, ou $\surd qc \frac{729}{64}$, c'eſt à dire $\frac{3}{2}$.

Mais $\surd 5$ & $\surd 30$ ſont incommenſurables: car 30 eſtans diuiſez par 5, le quotient eſt 6, qui eſt nombre irrationnel, pource qu'il n'a pas de racine quarree: toutesfois ils ont meſme raiſon que $\surd 6$ à 1. Item $\surd c 32$ & $\surd c 24$ ſeront auſſi incommenſurables: car diuiſant 32 par 24, le quotient ſera $1\frac{1}{3}$, ou $\frac{4}{3}$ qui n'a point de racine cube: & toutesfois ils ſeront entr'eux comme $\surd c 4$ à $\surd c 3$, ou comme $\surd c \frac{4}{3}$ à 1.

De la multiplication, & diuiſion des racines ſimples.

CHAP. XIV.

COMBIEN que l'addition & ſouſtraction precedent ordinairement la multiplication & diuiſion, ſi eſt-ce toutesfois qu'aux

racines ſimples, on commence par la multiplication & diuiſion, à cauſe que l'addition & la ſouſtraction ne ſe peuuent paracheuer ſans la multiplication. Quand donc deux racines de meſme genre doiuent eſtre multipliees ou diuiſees entr'elles, il faut multiplier ou diuiſer les nombres entr'eux, & appoſer au nombre produit le meſme ſigne radical. Comme pour exemple, voulant multiplier $\surd 7$. par $\surd 10$, ie multiplie 7 par 10, & viennent 70, auſquels i'appoſe le ſigne radical, & font $\surd 70$. Ainſi $\surd 3$ par $\surd 12$, produit $\surd 36$, c'eſt à dire 6. Ainſi $\surd 2\frac{1}{4}$ par $\surd 8$, le produit eſt $\surd 18$. Ainſi $\surd c 3$ par $\surd c 7$, viennent $\surd c 21$. Ainſi $\surd\surd 4$, par $\surd\surd 8$, viennent $\surd\surd 32$. Mais pour diuiſer $\surd 70$, par 10. Ie diuiſe 70 par 10, & viennent 7, auſquels i'appoſe le ſigne radical, & ſont $\surd 7$. Ainſi $\surd 18$ par $\surd 8$, le quotient ſera $\surd 2\frac{1}{4}$, c'eſt à dire $\frac{1}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$. Ainſi $\surd c 21$ par $\surd c 3$, le quotient ſera $\surd c 7$.

Mais quand les deux racines propoſees ſont de differente eſpece, il les faut reduire à vne meſme: puis apres faire la multiplication ou diuiſion comme deſſus. Comme pour exemple, voulant multiplier $\surd 3$ par 4. Ie reduits le nombre abſolu 4, & ſont $\surd 16$: puis ie les multiplie comme deſſus, & viennent $\surd 48$. Ainſi $\surd 5$ multipliee par $\surd c 10$. le produit ſera $\surd qc 12500$. Ainſi auſſi $\surd\frac{1}{2}$ par $\surd\surd\frac{1}{3}$, produit $\surd\surd\frac{1}{12}$. Mais diuiſant $\surd 48$ par 4, le quotient ſera $\surd 3$. Ainſi $\surd qc 12500$ diuiſee par $\surd c 10$, le quotient ſera $\surd 5$.

Mais ſi quelque racine doit eſtre multipliee en ſoy quarrément, ou cubiquement, &c. ſelon le ſigne radical qui luy ſera appoſé, il faut ſeulement prendre le meſme nombre pour le produit, delaiſſant le ſigne radical. Comme $\surd 3$ eſtant multipliee quarrément produira 3: car $\surd 3$ en $\surd 3$, faict $\surd 9$, c'eſt à dire 3. Item $\surd 7$ multiplié en ſoy quarrément faict 7, c'eſt à dire $\surd 49$, qui eſt 7. Semblablement $\surd c 5$ multipliee en ſoy cubiquement fera 5. Car $\surd c 5$ en $\surd c 5$ fait $\surd c 25$, & $\surd c 5$ en $\surd c 25$ faict $\surd c 125$, c'eſt à dire 5, & partant la racine cubique de ce produit eſt $\surd c 5$.

Et s'il falloit multiplier quelque racine en ſoy ſelon l'exigence d'vn autre ſigne radical, il faudroit multiplier le nombre en ſoy ſelon que requerroit cet autre ſigne radical, & appoſer au produit le ſigne radical du nombre multiplié. Ainſi de $\surd 6$ multipliee en ſoy cubiquement eſt faict $\surd 216$: d'où aduient que la racine cubique de ce produit ſera $\surd 6$: car de $\surd 6$ en ſoy eſt faict $\surd 36$, & de $\surd 6$ en $\surd 36$ eſt faict $\surd 216$. Item de $\surd c 8$ en ſoy quarrément eſt faict $\surd c 64$, c'eſt à dire 4. D'où aduient que la racine quarrée de ce nombre $\surd c 64$ eſt

$\sqrt{c}8$, c'eſt à dire 2. Semblablement de $\sqrt{qc}6$ en ſoy quarrément eſt faict $\sqrt{qc}36$, c'eſt à dire $\sqrt{c}6$. Car la racine quarree du nombre 36 eſt 6, & la racine cubique d'iceluy eſt $\sqrt{c}6$. Parquoy la racine quarree du nombre $\sqrt{qc}36$, ou $\sqrt{c}6$, eſt $\sqrt{qc}6$. Item de $\sqrt{qc}6$ en ſoy cubiquement ſe faict $\sqrt{qc}216$, ou $\sqrt{q}6$; pource que la racine cubique de ce nombre 216 eſt 6, & la racine quarree d'iceluy eſt $\sqrt{}6$. Parquoy la racine cubique du nombre $\sqrt{qc}216$ ou $\sqrt{}6$, eſt $\sqrt{qc}6$. Item de $\sqrt{\sqrt{}}6$ multiplié en ſoy quarrément eſt faict $\sqrt{\sqrt{}}36$, c'eſt à dire $\sqrt{}6$, pource que la racine quarree du nombre 36 eſt 6, & la racine quarree d'iceluy 6 eſt $\sqrt{}6$; d'où aduient que la racine quarree du nombre $\sqrt{\sqrt{}}36$, ou $\sqrt{}6$ eſt $\sqrt{\sqrt{}}6$. Parquoy afin d'obtenir le quarré de quelque racine cenſicenſique, il n'y a qu'à oſter vn ſigne $\sqrt{}$: comme en cet exemple le quarré de $\sqrt{\sqrt{}}6$ eſt $\sqrt{}6$: Ainſi auſſi le quarré de $\sqrt{\sqrt{}}8$ eſt $\sqrt{}8$, & ainſi des autres.

Parquoy ſi quelque racine quarree ſourde doit eſtre doublee, il n'y a qu'à multiplier le nombre d'icelle par 4 quarré de 2: ainſi voulant doubler $\sqrt{}7$, ie multiplie 7 par 4, & viennent $\sqrt{}28$. Item voulant doubler $\sqrt{}12$, ie multiplie 12 par 4, & viennent $\sqrt{}48$ pour le double de $\sqrt{}12$.

Pareillement s'il faut doubler vne racine cubique ſourde, il n'y a qu'à multiplier ſon nombre par 8 cube de 2. Ainſi voulant doubler $\sqrt{c}7$, ie multiplie 7 par 8, & viennent $\sqrt{c}56$ pour le double d'icelle racine propoſee: Item pour doubler $\sqrt{c}12$, ie multiplie 12 par 8, & vient $\sqrt{c}96$ pour iceluy double de $\sqrt{c}12$.

En la meſme maniere, quelconque racine ſera multipliee par 3, 4, 5, & c. ſi leſdits nombres ſont multipliez cenſiquement, ou cubiquement, ou cenſicenſiquement, ſelon la condition de la racine propoſee à multiplier. Ainſi voulant tripler $\sqrt{}12$, ie multiplieray 12 par 9, quarré de 3, & viendront $\sqrt{}108$ pour le triple de $\sqrt{}12$. Mais voulant quadrupler $\sqrt{c}7$, ie multiplieray 7 par 125, cube de 5, & viendront $\sqrt{c}875$ pour iceluy quadruple de $\sqrt{c}7$.

D'icy eſt manifeſte que nous cognoiſtrons facilement la ſomme de tant qu'on voudra de racines ſourdes egales: car multipliant vne d'icelles par autant d'vnitez qu'il y a de racines propoſees, viendra la ſomme d'icelles. Ainſi pour adiouſter enſemble cinq $\sqrt{}7$, il ne faut que multiplier 7 par 25 quarré de 5, & viendront $\sqrt{}175$ pour la ſomme d'icelles cinq racines. Item pour adiouſter quatre $\sqrt{c}5$, il n'y

a qu'à multiplier 5 par 64, cube de 4, & viendront $\sqrt{c}320$ pour l'aggregé d'icelles racines.

Or que la multiplication de racine en racine soit bien faicte en procedant comme dit est cy dessus, Clauius le demonstre aux racines quarrees ainsi. Soient deux lignes AB $\sqrt{3}$ & BC $\sqrt{12}$: Ie dis que $\sqrt{36}$, c'est à dire la racine quarree du nombre 36, qui est faict du quarré 3 de la ligne AB au quarré 12 de la ligne BC, est le nombre produit de la ligne AB, c'est à dire de $\sqrt{3}$ en la ligne BC, c'est à dire en $\sqrt{12}$. Car d'autant que par le lemme de la 54. p. 10. le rectangle contenu sous AB, BC est moyen proportionnel entre les quarrez d'icelles AB, BC, par la 20. p. 7. ce qui sera fait de 3, quarré de la ligne droicte AB, en 12 quarré de la ligne BC, sera egal à ce qui sera fait du rectangle de AB, BC multiplié en soy : & partant le produit de AB en BC sera racine quarree du produit de 3, quarré de AB, en 12 quarré de BC : ce qu'il falloit demonstrer.

On demonstrera le mesme en toutes les autres racines en ceste maniere. Soit A, $\sqrt{q}$ du nombre B ; & C, $\sqrt{q}$ du nombre D ; & de A en B soit fait le cube E, afin que A soit $\sqrt{c}$ du nombre E : & de C en D soit faict le cube F, afin que C soit $\sqrt{c}$ du nombre F. Item de A en E soit fait le quarré de quarré G, tellement que A soit $\sqrt{\sqrt{}}$ du nombre G ; & de C en F soit faict le censicense H, afin que C soit $\sqrt{\sqrt{}}$ du nombre H : & finablement de A en C soit fait I ; & du quarré B au quarré D, soit fait le quarré K ; & puis du cube E au cube F qu'on face le cube L ; & du quarré de quarré G, au censicense H, on face aussi le censicense M. Ie dis que le nombre I produit de A, $\sqrt{q}$ de B en C, $\sqrt{q}$ de D, est la $\sqrt{q}$ du nombre K, produit du quarré B au quarré D : Item que le mesme nombre I, produit de A, $\sqrt{c}$ de E en C, $\sqrt{c}$ de F, est $\sqrt{c}$ du nombre L, produit du cube E au cube F : finablemẽt que le mesme nombre I, produit de A, $\sqrt{\sqrt{}}$ de G en C, $\sqrt{\sqrt{}}$ de H, est $\sqrt{\sqrt{}}$ du nombre M, produit du qqG en qqH : & ainsi conse-

		M 1296.		
G 16.				H 81.
		L 216.		
E 8.				F 27.
		K 36.		
B 4.				D 9.
		I 6.		
A 2.				C 3.

cutiuement par ordre, ſi A & C eſtoient multipliez en G & H afin de produire les ſurſolides; & puis apres les quarrez cubes, &c. Car d'autant que A multipliant A & C, a fait B & I, par la 17.p.7. B ſera à I, comme A à C: Item pource que C multipliant A & C a faict I & D, auſſi I ſera à D, comme A à C, c'eſt à dire comme B à I; & partant B, I, D, ſont continuellement proportionnaux. Donc par la 20.p.7. le meſme nombre ſera faict de B en D, que de I en ſoy: Mais de B en D eſt faict K: donc le meſme K ſera faict de I en ſoy, c'eſt à dire que I ſera $\sqrt{q}$ du nombre K.

Dauantage puiſque B multipliant A & D a fait E & K, par la meſme 17 prop. du 7. E ſera à K, comme A à D: Item pource que C multipliant A & D a faict I & F, auſſi I ſera à F comme A à D, c'eſt à dire comme E à K; & partant les quatre nombres E, K, I, F, ſont proportionnaux. Parquoy le meſme nombre ſera fait de E en F que de K en I par la 19 p.7. Mais de E en F a eſté faict le cube L: donc le meſme cube L ſera faict de I en K ſon quarré; & partant I ſera $\sqrt{c}$ du nombre L.

Derechef pource que E multipliant A & F a faict G, & L, il y aura meſme raiſon de G à L, que de B à F: Item C ayāt multiplié A & F a faict I & H; parquoy I ſera auſſi à H comme A à F, c'eſt à dire comme G à L; & partant les quatre nombres G, L, I, H, ſont proportionnaux. Donc par la 19 prop. 7. le meſme nombre ſera faict de G en H, que de I en L. Mais de G en H a eſté fait le quarré de quarré M: donc auſſi M ſera faict de I en ſon cube L; & partant I ſera $\sqrt{\sqrt{}}$ du nombre M, & ainſi des autres. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Or encore que en l'exemple cy-deſſus les nombres ſoient poſez rationnels, toutesfois le meſme eſt auſſi vray en nombres irrationnels, comme enſeigne Maurolicus en ſon Arithmetique, & ainſi qu'il appert en ceſte formule où a lieu la meſme demonſtratiō. Car comme les pro-

M225, ou $\sqrt{50625}$.

G9, ou $\sqrt{81}$. H25, ou $\sqrt{625}$.

L $\sqrt{3375}$.

E $\sqrt{27}$. F $\sqrt{125}$.

K15, ou $\sqrt{225}$.

B3, ou $\sqrt{9}$. D5, ou $\sqrt{25}$.

I $\sqrt{15}$.

A $\sqrt{3}$. C $\sqrt{5}$.

poſitions du 7 liure d'Eucl. ſont demonſtrees en nombres rompus, ainſi ſeront elles auſſi demonſtrees en nombres ſourds. Pour exemple, puiſque A multipliant A & C a faict B & I, il appert par la 15. def. 7. que B ſera à A, & I à C, comme A à l'vnité, encore que ceſte proportion ſoit irrationnelle: donc B ſera à A, comme I à C, & en permutant B ſera à I, comme A à C; & partant A multipliant les deux A & C, a fait les deux B & I, qui ont meſme proportion que les multipliez A & C, comme veut la 17. p. 7. Il y a meſme raiſon des autres propoſitions d'iceluy 7. liure d'Euclide.

Quant à la diuiſion de racine par racine, il eſt manifeſte qu'elle ſera auſſi bien faicte ſi on obſerue le precepte enſeigné, puis que le quotient multiplié par le diuiſeur produit le nombre diuiſé. Comme $\sqrt{15}$ eſtant diuiſé par $\sqrt{3}$, le quotient fait $\sqrt{5}$; & $\sqrt{5}$ eſtant multipliee en $\sqrt{3}$ faict $\sqrt{15}$, comme il a eſté demonſtré: il n'y a donc point de doubte que la diuiſion a eſté bien faicte.

Les racines rationnelles pourront d'abondant monſtrer appertement la verité de ceſte maniere d'operer, tant en la multiplication qu'en la diuiſion. Car pour exemple, $\sqrt{4}$ multiplié par $\sqrt{25}$, faict $\sqrt{100}$, c'eſt à dire 10, autant que 2 par 5. Et $\sqrt{100}$ diuiſee par $\sqrt{4}$, le quotient eſt $\sqrt{25}$, c'eſt à dire 5, qui eſt autant que diuiſer 10 par 2. Item multipliant $\sqrt{c}8$ en $\sqrt{c}27$, eſt faict $\sqrt{c}216$, c'eſt aſſauoir 6, qui eſt le meſme produit que multipliant 2 par 3: mais diuiſant le produit $\sqrt{c}216$ par le multiplicateur $\sqrt{c}27$, vient au quotient le multiplié $\sqrt{c}8$, c'eſt à dire 2, &c.

De l'addition des racines ſimples.

CHAP. XV.

QVAND deux ou pluſieurs racines egales doiuent eſtre adiouſtees enſemble, nous auons dit au chap. 14. qu'il n'y a qu'à les multiplier par 2, ou par 3, ou par 4, &c. ſelon le nombre d'icelles racines à adiouſter. Comme pour exemple, voulant adiouſter en vne ſomme $\sqrt{6}$ & $\sqrt{6}$, ie double $\sqrt{6}$, & font $\sqrt{24}$, pour l'agregé d'icelles deux racines. Item $\sqrt{c}6$, $\sqrt{c}6$, & $\sqrt{c}6$, feront enſemble $\sqrt{c}162$, car $\sqrt{c}6$ triplee, c'eſt à dire multiplice par $\sqrt{c}27$, a faict $\sqrt{c}162$, & ainſi des autres.

Mais quand deux racines inegales doiuent estre adiouſtees enſemble, icelles ſoient premierement reduites à meſme eſpece, ſi elles n'y ſont, puis ſoit aduiſé ſi elles ſont commenſurables, ou incommenſurables. Que ſi leſdites racines ſont commenſurables; ayant diuiſé la plus grande par la moindre, ſoit adiouſté vne vnité au quotient rationnel, & la ſomme eſtant multipliee par la moindre racine, ſera donnee la ſomme de l'addition des deux racines propoſees. Comme pour exemple, ſoient propoſees à adiouſter $\gamma 18$ & $\gamma 8$. Diuiſant la plus grande par la moindre, le quotient eſt $\gamma 2\frac{1}{4}$, c'eſt à dire $\frac{3}{2}$, & adiouſtant 1, c'eſt $\frac{5}{2}$, qui multipliez par $\gamma 8$, le produit eſt $\gamma 50$, pour la ſomme des deux racines propoſees. Ainſi $\gamma 12$ adiouſtez à $\gamma 3$, la ſomme eſt $\gamma 27$. Item $\gamma c 320$ adiouſtee à $\gamma c 135$, faict la ſomme $\gamma c 1715$: Item $\gamma 4$ adiouſtee à $\gamma c 8$, faict 4: Item $\gamma \frac{1}{2}$ adiouſtee à $\gamma \frac{8}{9}$, faict $\gamma \frac{49}{18}$.

La raiſon de ceſte maniere d'adiouſter les racines ſimples n'eſt difficile: car il eſt manifeſte que ſi le quotiẽt d'vne diuiſion eſt multiplié par le diuiſeur (qui eſt icy la moindre racine) ſera produit le nombre diuiſé, (qui eſt icy la plus grande racine): & ſi l'vnité eſt auſſi multipliee par le meſme diuiſeur, ſera produit iceluy diuiſeur; & partant la ſomme des deux produits ſera l'aggregé du diuidande & du diuiſeur, c'eſt à dire des deux racines propoſees. Mais par la 1. p. du Schol. de la 14. p. 9. qui reſpond à la 1. p. 2. vn meſme nombre eſt fait du diuiſeur en la ſomme du quotient & d'vne vnité, que du meſme diuiſeur par le quotient, & puis encore en l'vnité. Donc la ſomme des deux racines donnees ſera produite par la multiplication de la moindre racine en la ſomme recueillie du quotient & de l'vnité.

Que ſi les racines propoſees ſont incommenſ. faut ſeulement interpoſer entre deux le ſigne +; comme $\gamma 6$ adiouſtee à $\gamma 11$, faict $\gamma 6 + \gamma 11$.

Or il y a encore pluſieurs autres manieres d'adiouſter les racines commenſ. deſquelles la ſuiuante me ſemble aiſee. Ayant trouué la raiſon des racines propoſees, ſoit poſé au premier terme d'vne regle de trois, l'vn des nombres d'icelle raiſon; au ſecond terme, la ſomme d'iceux nombres de la raiſon; & au 3e, la racine correſpondante au terme de la raiſon poſé au premier terme; & faiſant la regle comme il appartient, le quatrieſme nombre qui viendra ſera la

ſomme des racines propoſees. Comme au premier exemple cy-deſſus, la raiſon des racines a eſté trouuée comme 3 à 2: poſant donc 3, ou 2 au premier terme de la regle de trois, mais 5 au ſecond, & √18, ou √8 au 3e, le 4e ſera √50: & ſe faict la regle de trois, ainſi qu'il appert cy deſſouz.

Si 3 *donnent* 5, *que donneront* √18. *ou ſi* 2 *donnent* 5, *combien* √3.

√9 √25 25 √4 √25

90 8

36 200

450 ϰ ϕ ϕ [√50.

ϰϰ

o

ϰϰϕ [√50 *ſomme des racines* √18 & √8. *propoſees à adiouſter.*

ϑϑ

La raiſon de ceſte autre maniere d'adiouſter les racines ſimples eſt manifeſte: car puis que les termes d'vne proportion ſont cogneuz, en compoſant la ſomme des deux premiers termes, ſera au plus grand ou au moindre d'iceux, comme la ſomme des deux derniers ſera au plus grand ou au moindre d'iceux; & en changeant comme le plus grand, ou le moindre des deux premiers termes ſera à la ſomme d'iceux, ainſi auſſi le plus grand, ou le moindre des deux derniers termes, qui ſont les racines donnees, ſera à la ſomme d'iceux termes, c'eſt à dire deſdites racines propoſees.

De la ſouſtraction des racines ſimples.

CHAP. XVI.

SI les racines ſont incommenſ. il n'y aqu'à interpoſer le ſigne —. Comme √3 oſtee de √10, reſtera √10—√3. Item √c20, oſtee de √c50, reſte √c50—√c20.

Mais quand les racines ſont commenſ. Ayant diuiſé la plus grande par la moindre, ſoit oſté du quotient rationel vne vnité; puis le reſte ſoit multiplié par la moindre racine, & le produit ſera le reſte deſiré.

deſiré. Comme pour exemple, qu'il faille ſouſtraire $\gamma 8$ de $\gamma 50$: Ie diuiſe donc 50 par 8, le quotient eſt $6\frac{1}{4}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{5}{2}$, de laquelle i'oſte vn entier, & reſte $\frac{3}{2}$, que ie multiplie par $\gamma 8$, & vient $\gamma 18$, pour le reſte deſiré. Item qui de $\gamma 27$ oſte $\gamma 3$, reſte $\gamma 12$. Ainſi qui de $\gamma c 1715$ oſte $\gamma 320$, reſte $\gamma c 135$. Ainſi auſſi qui de $\gamma \frac{49}{18}$ oſte $\bar{\gamma}\frac{1}{2}$, reſte $\gamma \frac{8}{9}$.

Ceſte operation ſe faict auſſi par la regle de trois, mettant au premier & troiſieſme terme les nombres ſpecifiez au chap. preced. mais au deuxieſme la difference des termes de la raiſon, comme il appert cy deſſouz.

Si 5 *donnent* 3, *combien* $\gamma 50$: *ou ſi* 2 *donnent* 3, *combien* $\gamma 8$.

$\gamma 25$.	$\sqrt{9}$.	9	$\sqrt{4}$.	$\sqrt{9}$.	9
		450			72
		✱			
		✱✱		✱	
		✱✱✱	$\sqrt{18}$	✱✱	18 *reſte*; $\sqrt{8}$ *eſtant*
		✱✱✱		✱✱	*oſté de* $\sqrt{50}$.
		✱			

La raiſon de ſouſtraire les racines ſimples par l'vne & l'autre des manieres cy-deſſus eſt manifeſte, par ce que nous auons dit au chapitre precedent de l'addition, c'eſt pourquoy nous paſſerõs outre.

De l'addition des nombres irrationaux compoſez, & diminuez.

CHAP. XVII.

POVR adiouſter nombres irrationaux compoſez & diminuez, il les faut diſpoſer l'vn au deſſouz de l'autre; puis adiouſter chaſques racines ſimples, comme il a eſté dit en l'Algorithme precedant, obſeruant les regles de + & —, que nous auons enſeignez au chap. 4; c'eſt à ſçauoir *qu'aux ſignes ſemblables, il faut adiouſter ſans changer le ſigne; mais qu'aux diſſemblables, il faut ſouſtraire, & poſer le ſigne du plus grand nombre.*

Or d'autãt qu'il ne ſe faict rien en ceſte operation, qui n'ait deſia eſté enſeigné cy-deuant, la choſe ſera aſſez manifeſte par exemples ſans dauantage de diſcours.

$6+\sqrt{18}$.	$\sqrt{27}+\sqrt{8}$.	$\sqrt{162}-2$.	$\sqrt{50}+3$.
$4+\sqrt{8}$.	$\sqrt{12}+\sqrt{2}$.	$\sqrt{200}-3$.	$\sqrt{32}-5$.
$10+\sqrt{50}$.	$\sqrt{75}+\sqrt{18}$.	$\sqrt{722}-5$.	$\sqrt{162}-2$.

$\sqrt{50}-3$.	$8-\sqrt{50}$.	$\sqrt{50}+6$.
$\sqrt{32}+5$.	$\sqrt{242}-12$.	$24-\sqrt{242}$.
$\sqrt{162}+2$.	$\sqrt{72}-4$.	$30-\sqrt{72}$.

$\sqrt{c216}-\sqrt{\sqrt{405}}$.	$\sqrt{\sqrt{256}}-\sqrt{c27}$.
$\sqrt{c64}-\sqrt{\sqrt{80}}$.	$\sqrt{\sqrt{81}}+\sqrt{c8}$.
$10-\sqrt{\sqrt{3125}}$.	$7-1$.

Et eſt à notter pour briefueté, que les deux particules d'vn nombre compoſé ſe rencontrant totalement egales aux deux particules d'vn nombre diminué, il n'y a qu'à doubler la premiere particule de l'vn d'iceux nombres. Comme pour adiouſter $15+\sqrt{8}$ à $15-\sqrt{8}$: Ie double ſeulement 15 & font 30 pour la ſomme de l'addition. Item $\sqrt{20}+6$ adiouſtez à $\sqrt{20}-6$ font $\sqrt{80}$, & ce d'autant que les dernieres particules ſe deſtruiſent l'vne l'autre, à cauſe des ſignes $+$ & $-$.

De la ſouſtraction des nombres irrationnaux compoſez & diminuez.

CHAP. XVIII.

POVR ſouſtraire tels nombres, il les faut diſpoſer l'vn au deſſus de l'autre, puis ſouſtraire chaſques racines comme il a eſté dit au chap. 16. obſeruant les regles des ſignes $+$ & $-$ enſeignees au chap. 4. ſçauoir eſt *qu'aux ſignes ſemblables, il faut ſouſtraire (ſi faire ſe peut) ſans changer le ſigne: mais ſi on ne peut ſouſtraire, il faudra oſter le ſuperieur de l'inferieur, & changer le ſigne. Mais aux ſignes diſſembla-*

bles, il faut adiouſter, & appoſer le ſigne ſuperieur.

Ceſte operation peut eſtre facilement entendue par les exemples ſuiuans, ſans autres preceptes.

$\sqrt{50}-5$	$\sqrt{\sqrt{1875}}+\sqrt{\sqrt{1250}}$.	$\sqrt{50}+2$.	$\sqrt{50}-2$.
$\sqrt{8}-2$	$\sqrt{\sqrt{243}}+\sqrt{\sqrt{162}}$.	$\sqrt{18}+4$.	$\sqrt{18}-4$.
$\sqrt{18}-3$	$\sqrt{\sqrt{48}}+\sqrt{\sqrt{32}}$.	$\sqrt{8}-2$.	$\sqrt{8}+2$.

$\sqrt{162}+2$.	$\sqrt{162}-2$.	$\sqrt{72}-4$.	$30-\sqrt{72}$.	$\sqrt{0}+16$.
$\sqrt{50}-3$.	$\sqrt{50}+3$.	$8-\sqrt{50}$.	$\sqrt{50}+6$.	$\sqrt{320}-8$.
$\sqrt{32}+5$.	$\sqrt{52}-5$.	$\sqrt{242}-12$.	$24-\sqrt{242}$	$24-\sqrt{320}$.

$\sqrt{\sqrt{2401}}-\sqrt{c1}$.	$\sqrt[4]{c1000}+\sqrt{\sqrt{3125}}$.	$\sqrt{180}+0$
$\sqrt{\sqrt{256}}-\sqrt{c27}$.	$\sqrt{c216}-\sqrt{\sqrt{405}}$.	$\sqrt{320}-8$
$\sqrt{\sqrt{81}}+\sqrt{c8}$.	$4+\sqrt{\sqrt{20480}}$	$8-\sqrt{20}$

Et eſt à noter pour briefueté, que les deux particules d'vn nombre compoſé ſe rencontrans du tout egales à deux particules d'vn nombre diminué, il faut ſeulement doubler la derniere particule de l'vn des nombres. Comme pour ſouſtraire $\sqrt{12}-5$, de $\sqrt{12}+5$. Ie double la derniere particule 5, & vient le nombre 10, pour reſte de la ſouſtraction. Ainſi $10-\sqrt{4}$, oſtez de $10+\sqrt{4}$, reſteront $\sqrt{16}$, c'eſt à dire 4: Item $\sqrt{12}-\sqrt{5}$ oſtee de $\sqrt{12}+\sqrt{5}$, reſtent $\sqrt{20}$. Et ce d'autant que + deſtruit +; mais + & − ſe doiuent adiouſter.

De la multiplication des nombres irrationanx compoſez & diminuez.

CHAP. XIX.

POVR faire ceſte operation, & auſſi la ſuiuante, il faut retenir la regle de + & − enſeignee au chap. 5. ſçauoir eſt *qu'aux ſignes ſemblables faut poſer +, mais aux diſſemblables −.* Ayant donc poſé l'vn des deux nombres au deſſous de l'autre, ſoit faicte la multiplication comme és nombres abſolus, obſeruant toutesfois ce que

nous auons dit au chap. 14. de la multiplication des racines simples, & au chap. 15. de l'addition & soustraction des mesmes racines. Ce qui sera enseigné és exemples descrits cy dessous. Comme en l'exemple suiuant, $-\sqrt{45}$ en $-\sqrt{20}$, faict $+\sqrt{900}$, c'est à dire $+30$, & $-\sqrt{45}$ par $+6$, c'est à dire en $+\sqrt{36}$, fait $-\sqrt{1620}$, & $\sqrt{-20}$ par $+8$, c'est à dire par $+\sqrt{64}$, faict $-\sqrt{1280}$. Et finalement $+8$ en $+6$, faict $+48$: Et partãt tout le nombre produit sera $48-\sqrt{1280}-\sqrt{1620}+30$, qui reduit par addition de $+48$ à 30; & de $-\sqrt{1280}$ à $-\sqrt{1620}$: sera $78-\sqrt{5780}$.

Multiplicande $6-\sqrt{20}$.
Multiplicateur $8-\sqrt{45}$.
Pr. $48-\sqrt{1280}-\sqrt{1620}+30$
qui par reduction sera $78-\sqrt{5780}$.

En cet autre exemple, ie multiplie $-\sqrt{\sqrt{648}}$ par $-\sqrt{\sqrt{162}}$, & vient $+\sqrt{\sqrt{104976}}$, c'est à dire $+18$: & $+\sqrt{\sqrt{288}}$ par $-\sqrt{\sqrt{162}}$, faict $-\sqrt{\sqrt{46656}}$, c'est à dire $-\sqrt{216}$: & $-\sqrt{\sqrt{648}}$ par $+\sqrt{128}$, faict $-\sqrt{\sqrt{829944}}$, c'est à dire $-\sqrt{288}$: & finalement $+\sqrt{\sqrt{288}}$ par $+\sqrt{\sqrt{128}}$ faict $+\sqrt{\sqrt{36864}}$, c'est à dire $+\sqrt{192}$; & partant tout le nombre produit de la multiplication sera $\sqrt{192}-\sqrt{288}-\sqrt{216}+18$, ou bien $18+\sqrt{192}-\sqrt{288}-\sqrt{216}$.

Multiplicande $\sqrt{\sqrt{288}}-\sqrt{\sqrt{648}}$.
Multiplicateur $\sqrt{\sqrt{128}}-\sqrt{\sqrt{162}}$.
Produit $\sqrt{192}-\sqrt{288}-\sqrt{216}+18$.
ou $18+\sqrt{192}-\sqrt{288}-\sqrt{216}$.

En cet exemple nous reduisons premierement $\sqrt{\beta 6}$, & $\sqrt{3}$ en vne mesme denomination, c'est à sçauoir à $\sqrt{q\beta 36}$, & $\sqrt{q\beta 243}$, & ces deux nõbres multipliez entr'eux, le produit est $+\sqrt{q\beta 8748}$: puis apres nous reduisons $\sqrt{c7}$, & $\sqrt{3}$ à $\sqrt{qc49}$, & $\sqrt{qc27}$ de mesme espece, & ces deux-cy estans multipliez entr'eux, le produit est $\sqrt{qc1323}$.

Multiplicande $\sqrt{c7}+\sqrt{\beta 6}$.
Multiplicateur $\sqrt{3}$.
Produit $\sqrt{qc1323}+\sqrt{q\beta 8748}$.

Au premier de ces deux exemples eſt multiplié vn nombre compoſé en ſoy, dont le produit eſt $49+\sqrt{245}+\sqrt{245}+5$, c'eſt à dire $54+\sqrt{980}$, pource que 49 & +5, font 54, & $\sqrt{245}$ auec $\sqrt{245}$, c'eſt à dire le double de $\sqrt{245}$, faict $\sqrt{980}$. Mais au 2e exemple eſt multiplié vn nombre diminué en ſoy, dont le produit eſt $49-\sqrt{245}-\sqrt{245}+5$, c'eſt à dire $54-\sqrt{980}$. Or pour briefuement faire telle multiplication, c'eſt à dire multiplier vn nombre compoſé de racines quarrees en ſoy, ou par vn autre egal, il ne faut qu'adiouſter enſemble les quarrez des particules, puis à ceſte ſomme adiouſter le double du produit d'vne particule en l'autre. Comme és deux exemples cy deſſus, les quarrez des particules font 54, & le produit d'vne particule en l'autre eſt $\sqrt{245}$, ou $-\sqrt{245}$, dont le double eſt $\sqrt{980}$, ou $-\sqrt{980}$. Tout le produit eſt donc $54+\sqrt{980}$, ou $54-\sqrt{980}$, ſuiuant la 4. p. 2. ou 4. p. du Scholie de la 14. p. 9.

$$\begin{array}{r|r} 7+\sqrt{5} & 7-\sqrt{5}. \\ 7+\sqrt{5} & 7-\sqrt{5}. \\ \hline 49+\sqrt{245}+\sqrt{245}+5. & 49-\sqrt{245}-\sqrt{245}+5. \end{array}$$

Mais multipliant vn nombre compoſé ou diminué de racines quarrees, comme $6+\sqrt{8}$ par ſon reſpondant contraire, c'eſt à dire par $6-\sqrt{8}$, viendra au produit vn ſimple nõbre 28, ſuiuãt ce qui eſt demonſtré en la 115. p. 10. & comme il appert en l'operation. Car $+\sqrt{288}$ ruine $-\sqrt{288}$; & partant reſte $36-8$, qui ſont 28. Ce produit ſera encore trouué plus facilement & promptemẽt: car 8, quarré de la derniere particule $\sqrt{8}$, eſtãt oſté de 36, quarré de la premiere particule 6, reſtera le meſme produit 28.

$$\begin{array}{r} 6+\sqrt{8}. \\ 6-\sqrt{8}. \\ \hline 36+\sqrt{288}-\sqrt{288}-8 \end{array}$$

Ainſi auſſi $\sqrt{10}+\sqrt{2}$ eſtant multiplié par ſon reſpondant contraire $\sqrt{10}-\sqrt{2}$, le produit ſera $10+\sqrt{20}-\sqrt{20}-2$, c'eſt à dire 8: lequel nombre 8 eſt auſſi produit par la ſouſtraction de 2, quarré de la derniere particule, de 10 quarré de la premiere particule.

$$\begin{array}{r} \sqrt{10}+\sqrt{2} \\ \sqrt{10}-\sqrt{2} \\ \hline 10+\sqrt{20}-\sqrt{20}-2 \end{array}$$

Et ſi le nombre de la derniere particule eſt le plus grand, ſera produit vn nombre diminué, comme appert en ceſte exemple, où eſt multiplié $2+\sqrt{16}$ par ſon reſpondant contraire, & eſt produit $4-16$.

$$\begin{array}{r} 2+\sqrt{16} \\ 2-\sqrt{16} \\ \hline 4-\ 16 \end{array}$$

Pareillement ſi on multiplie $\sqrt{3}+\sqrt{2}+1$, par ſon reſpondant $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$, où tu vois que le ſigne $+$ de la derniere particule eſt chãgé en $-$, le produit ſera $4+\sqrt{24}$: lequel produit eſtant derechef multiplié par ſon reſpondant contraire $-4+\sqrt{24}$, donne produit ſimple nombre 8. Ce dernier produit ſera encore trouué plus facilemẽt & promptement comme enſuit. Soient multipliees lesdeux premieres particules entr'elles, & ſeront $\sqrt{6}$, qui doublee ſera $\sqrt{24}$; puis de la ſomme des deux nombres d'icelles particules, ſçauoir eſt 5, ſoit oſté le nombre de la derniere particule, & reſtera 4, dont le quarré 16 ſoit oſté du nombre 24, & reſteront 8 comme deſſus.

$$\begin{array}{r} \sqrt{3}+\sqrt{2}+1. \\ \sqrt{3}+\sqrt{2}-1. \\ \hline -\sqrt{3}-\sqrt{2}-1 \\ +\sqrt{6}+2+\sqrt{2} \\ 3\ +\sqrt{6}+\sqrt{3} \\ \hline \textit{produit}\ \ 4+\sqrt{24} \\ -4+\sqrt{24} \\ \hline -16-\sqrt{384}+\sqrt{384}+24 \end{array}$$

Ainſi auſſi ſi on multiplie $\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}$ par ſon reſpondant $\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{6}$, ſera produit $\sqrt{60}+2$, qui multipliez par $\sqrt{60}-2$, le produit ſera ſimple nombre 56: lequel produit on aura auſſi auec la meſme briefueté que deſſus.

Et par ceſte maniere peuuent eſtre reduits tous tels nombres compoſez ou diminuez en ſimple nom: ſçauoir eſt multipliãt touſiours par le reſpondant contraire, ainſi que dit eſt cy deſſus, iuſques à ce que l'on ſoit paruenu à vn ſimple nombre.

De la diuiſion des nombres irrationaux compoſez & diminuez.

CHAP. XX.

POVR diuiſer vn nombre irrationel compoſé par vn ſimple nombre radical, il faut diuiſer chaſque particule par ledit ſimple nombre radical, obſeruant la regle de + & de —. Comme pour diuiſer $\sqrt{24}+\sqrt{9}$ par $\sqrt{6}$, ie diuiſe chaſque particule du diuidande par le diuiſeur $\sqrt{6}$, & le quotient eſt $\sqrt{4}+\sqrt{\frac{9}{6}}$, ou $2+\sqrt{1\frac{1}{2}}$, comme il appert en ceſte formule.

$$\begin{array}{l} \sqrt{24}+\sqrt{9} \\ \sqrt{6}\quad\sqrt{6} \end{array} \left[\begin{array}{l} 3 \\ \sqrt{4}+\sqrt{1\frac{1}{2}} \end{array} \right.$$

Ainſi diuiſant $\sqrt{c}28+\sqrt{c}20$, par $\sqrt{c}4$, vient au quotient $\sqrt{c}7+\sqrt{c}5$.

Que s'il faut diuiſer vn nombre irrationel compoſé par vn nombre ſimple & abſolu. Comme pour exemple, $\sqrt{20}-\sqrt{c}10$ par le nombre abſolu 3; il faut premierement reduire iceluy nombre 3 en l'eſpece de la premiere particule $\sqrt{20}$, & ſeront $\sqrt{9}$; par leſquels eſtant diuiſée ladite particule, viendra au quotient $\sqrt{2\frac{1}{9}}$: en apres il faudra auſſi reduire ledit diuiſeur 3 en l'eſpece de la racine de la ſeconde particule $\sqrt{c}10$, & ſeront $\sqrt{c}27$, qui diuiſant icelle patticule, le quotient ſera $\sqrt{c}\frac{10}{27}$: tellement que tout le quotient de la diuiſion ſera $\sqrt{2\frac{1}{9}}-\sqrt{c}\frac{10}{27}$. Ainſi auſſi diuiſant $\sqrt{\sqrt{8}}+\sqrt{\beta 3}$ par $\sqrt{2}$, il faut reduire iceluy diuiſeur en la meſme denomination que chaſque particule du diuidande, & on trouuera pour le quotient de la diuiſion $\sqrt{\sqrt{2}}+\sqrt{q\beta\frac{9}{32}}$: Car $\sqrt{\sqrt{8}}$, & $\sqrt{2}$ eſtãt reduites à meſme denomination, feront $\sqrt{\sqrt{64}}$, & $\sqrt{\sqrt{16}}$; & celle-là diuiſee par ceſte-cy donne $\sqrt{\sqrt{4}}$, c'eſt à dire $\sqrt{\sqrt{2}}$. Et pour la ſeconde particule ſeront reduits $\sqrt{\beta 3}$ & $\sqrt{2}$, à $\sqrt{q\beta 9}$ & $\sqrt{q\beta 32}$; & celle-là eſtant diuiſee par ceſte-cy, le quotient eſt $\sqrt{q\beta\frac{9}{32}}$.

Mais pour diuiſer vn ſimple nombre par vn compoſé ou diminué de racines quarrees, ou cenſicenſiques; comme pour exemple, 42 par $\sqrt{25}+\sqrt{4}$, c'eſt à dire 7; il faut multiplier l'vn & l'autre nombre par $\sqrt{25}-\sqrt{4}$, le reſpondant contraire du diuiſeur, & viendrõt

$\gamma 44100 - \gamma 7056$, & 21, ou $\gamma 441$; puis apres ſoit diuiſé $\gamma 44100 - \gamma 7056$ par $\gamma 441$, & viendront $\gamma 100 - \gamma 16$, c'eſt à dire 6, qui ſera le quotient de 42 diuiſé par $\gamma 25 + \gamma 4$. Qu'il faille encore diuiſer 54 par $2 + \gamma 16$, c'eſt à dire par 6: ſoit donc multiplié le diuiſeur $2 + \gamma 16$, par $2 - \gamma 16$, & ſera produit le nombre diminué $4 - 16$, pource que la derniere particule eſt plus grande que la premiere: parquoy ſoient trãſpoſees les particules dudit diuiſeur en ceſte maniere $\gamma 16 + 2$, afin qu'eſtant multiplié par ſon reſpõdant contraire $\gamma 16 - 2$, ſoit fait vn nombre ſimple 12. En apres ſoit auſſi multiplié le nombre diuidande 54 par le meſme nombre $\gamma 16 - 2$, & viendra pour nouueau diuidande $\gamma 46656 - 108$, qui diuiſé par le nouueau diuiſeur 12, le quotient ſera $\gamma 324 - 9$, c'eſt à dire $18 - 9$, qui ſont 9. Voulant encore diuiſer 20 par $\gamma\gamma 16 + \gamma\gamma 81$, c'eſt à dire par 5: ſerõt premieremẽt tranſpoſees les particules d'iceluy diuiſeur, afin que la plus grande ſoit la premiere; puis ſera trouué vn nouueau diuiſeur & diuidande, qui ſera 5, & $\gamma\gamma 12960000 - \gamma\gamma 2560000$, & la diuiſiõ faicte, le quotiẽt ſera $\gamma\gamma 20736 - \gamma\gamma 4096$, c'eſt à dire $12 - 8$, c'eſt aſſauoir 4. Or ceſte maniere de diuiſer viẽt de ce que par la 17.p.7. il y a meſme raiſon du nouueau diuidãde trouué au nouueau diuiſeur, que du diuidande propoſé au diuiſeur donné par la 17.p.7. & partãt viendra touſiours vn meſme quotient, ſoit qu'on diuiſe le nombre diuidande propoſé par le diuiſeur propoſé, ſoit qu'on diuiſe le nouueau diuidande trouué par le nouueau diuiſeur.

Que ſi tant le diuidande que diuiſeur, ſont nombres compoſez, ou diminuez de racines quarrees, il faut reduire le diuiſeur en ſimple nombre, comme il a eſté dit au chap. precedent: puis multiplier le diuidande par les meſmes nombres par leſquels on aura multiplié le diuiſeur pour le conuertir à ſimple nombre, & ce qui viendra ſoit diuiſé par le ſimple nombre trouué, comme dit eſt cy deſſus, & ainſi qu'il appert en l'exemple cy deſſous.

Pour exemple, ſoit propoſé à diuiſer $18 + \gamma 36$, qui ſont 24, par $7 - \sqrt{16}$, (c'eſt à dire par 3.) Il faut premierement multiplier le diuiſeur $7 - \sqrt{16}$ par ſon reſpondant contraire $7 + \sqrt{16}$, & viendront 33 pour vn nouueau diuiſeur: puis par le meſme nombre $7 + \sqrt{16}$ ſoit auſſi multiplié le diuidande $18 + \gamma 36$, & viendront $198 + \gamma 4356$, pour le nouueau diuidande, qui diuiſé par les 33 trouuez, viendrõt au quotient $6 + \gamma 4$, c'eſt à dire 8.

Soit

Soit encore proposé à diuiser $\sqrt{41+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, par $\sqrt{5+\sqrt{2}}$. Il faut donc premierement multiplier le diuiseur $\sqrt{5+\sqrt{2}}$ par son respondant contraire $\sqrt{5-\sqrt{2}}$, & viendra vn simple nombre 3 pour nouueau diuiseur: en apres soit multiplié le nombre diuidande $\sqrt{41+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ par le mesme nombre $\sqrt{5-\sqrt{2}}$, afin d'auoir vn nouueau diuidande, & le produit sera $\sqrt{205+\sqrt{15}-\sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{4}}$. Lequel il faut diuiser par 3, c'est à dire par $\sqrt{9}$, & le quotient sera $\sqrt{22\frac{7}{9}+\sqrt{1\frac{6}{9}}-\sqrt{1\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{6}{9}}+\frac{2}{3}}$, ou bien $\sqrt{\frac{205}{9}+\sqrt{\frac{15}{9}}-\sqrt{\frac{10}{9}}-\sqrt{\frac{82}{9}}-\sqrt{\frac{6}{9}}+\sqrt{\frac{4}{9}}}$.

Que si le diuiseur auoit deux parcelles de racines cubiques, il faudroit aussi trouuer vn diuiseur simple, comme sera dit en ceste exemple. Qu'il faille diuiser 10 par $\sqrt{c5}+\sqrt{c3}$. Premierement il faut trouuer suiuant ce qui est enseigné en la 2.p.8. trois nombres continuellement proportionnaux (à cause de 3 exposant du cube) en la raison des particules du diuiseur, c'est assauoir de $\sqrt{c5}$ à $\sqrt{c3}$, & ce comme il ensuit. Premierement soit multiplié $\sqrt{c5}$ en soy, & viendra $\sqrt{c25}$ pour le premier nombre; puis apres soit multiplié $\sqrt{c5}$ en $\sqrt{c3}$, & viendront $\sqrt{c15}$ pour le second nombre; tiercement soit multiplié $\sqrt{c3}$ en soy, & sera produit $\sqrt{c9}$ pour l'autre nombre: & par ainsi nous aurons ces trois nombres $\sqrt{c25}$, $\sqrt{c15}$, & $\sqrt{c9}$, continuellemẽt poportionnaux, en la raison de $\sqrt{c5}$, à $\sqrt{c3}$, comme il est demonstré en la susdite 2.p.8. Or estant apposé le signe + aux deux nombres extremes, & le signe − à celuy du milieu, en ceste sorte $\sqrt{c25}-\sqrt{c15}+\sqrt{c9}$, soit multiplié par ce nombre, tant le diuidande proposé 10, que le diuiseur $\sqrt{c5}+\sqrt{c3}$, & viendra $\sqrt{c25000}-\sqrt{c15c00}+\sqrt{c9000}$ pour le nouueau diuidande; mais pour nouueau diuiseur $\sqrt{c125}+\sqrt{c27}$, c'est à dire 8: lequel simple diuiseur on obtiendra aussi en adiouſtant seulement les nombres des parcelles du diuiseur 5 & 3.

Il faut proceder en la mesme maniere lors que le diuiseur est composé de deux racines censicensiques, sursolides, quarrees cubiques, &c. trouuant autant de nombres continuellement proportionnaux, en la raison des parcelles du diuiseur qu'il y a d'vnitez en l'exposant du signe cossique qq, $ß$, qc, &c. c'est assauoir quatre au diuiseur des racines censicensiques; cinq pour le diuiseur des sursolides, &c. Lesquels nombres estans trouuez, soit apposé le signe + au premier, & le signe − au second: mais au troisiesme derechef +, au 4e encore −, & ainsi alternatiuement iusques au dernier; telle-

ment que tous les nombres des lieux impairs soient nottez du signe +, & ceux des lieux pairs, du signe —. Nous poserons pour exemple qu'il faille diuiser 10 par $\sqrt{\sqrt{5}}+\sqrt{\sqrt{3}}$. d'autant que l'exposant de qq est 4, il faut trouuer quatre nombres continuellement proportionnaux en la raison de $\sqrt{\sqrt{5}}$ à $\sqrt{\sqrt{3}}$, en ceste sorte.

$$\sqrt{\sqrt{5}}+\sqrt{\sqrt{3}}$$
$$\sqrt{\sqrt{125}}.\ \sqrt{\sqrt{15}}.\ \sqrt{\sqrt{9}}$$
$$\sqrt{\sqrt{125}}-\sqrt{\sqrt{75}}+\sqrt{\sqrt{45}}-\sqrt{\sqrt{27}}$$

Maintenant si par ce nombre de quatre particules on multiplie tant le diuidande 10, que le diuiseur $\sqrt{\sqrt{5}}+\sqrt{\sqrt{3}}$, on trouuera pour nouueau diuidande $\sqrt{\sqrt{1250000}}-\sqrt{\sqrt{750000}}+\sqrt{\sqrt{450000}}-\sqrt{\sqrt{270000}}$, & pour nouueau diuiseur $\sqrt{\sqrt{625}}-\sqrt{\sqrt{81}}$, c'est à dire 2. lequel diuiseur 2 on obtiendra aussi sans multiplication, en soustrayãt seullement le nombre de la moindre particule du diuiseur de la plus grande, c'est assauoir 3 de 5. Car les Algebraistes enseignent que quand le nombre exposant des racines est pair, comme q, qq, &c. le simple diuiseur est donné en ostant le nombre de la moindre particule de celuy de la grande: mais en les adioutans ensemble lors que ledit exposant est impair, comme c, β, &c.

Mais il est à noter que les particules du diuiseur estans denommées, de diuerses racines, il les faut reduire à vne mesme denomination auparauant que proceder à l'operation.

Est pareillement à noter que l'on peut donner le quotient de la diuision en fraction, faisant numerateur le nombre diuidãde; & denominateur le nombre diuiseur. Comme le quotient de $\sqrt{41}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$, diuisé par $\sqrt{5}+\sqrt{2}$. se peut donner ainsi $\frac{\sqrt{41}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$. Semblablement s'il faut diuiser $\sqrt{48}+\sqrt{c3}$ par $\sqrt{15}+\sqrt{c6}-\sqrt{3}$, le quotient sera ceste fraction $\frac{\sqrt{48}+\sqrt{c3},}{\sqrt{15}+\sqrt{c6}-\sqrt{3},}$.

Or d'autant qu'il est quelquefois necessaire de cognoistre quel de deux nõbres irrationnaux cõposez est le plus grand, nous enseignerons icy la maniere de ce faire, lors que la chose sera douteuse. Soit pour exemple les deux nombres composez $3+\sqrt{8}$, & $8-\sqrt{5}$, le

plus grand desquels ie desire sçauoir. Ie soustrais 3 de chaque nombre, & restent $\sqrt{8}$, & $5-\sqrt{5}$, desquels ie prend les quarrez, & sont 8 & $30-\sqrt{500}$, de chacun desquels i'oste 8, & restent 0; & $22-\sqrt{500}$; & à chacun d'iceux i'adiouste $\sqrt{500}$, & viennent $\sqrt{500}$ & 22, c'est à dire $\sqrt{484}$, qui sont moindre que $\sqrt{500}$: & partant ie dis que $3+\sqrt{8}$ est plus grand que $8-\sqrt{5}$.

Des fractions des nombres irrationnaux, & de leur Algorithme.

CHAP. XXI.

LA numeration d'icelles fractions est facile: Car quand le signe radical est posé deuant le milieu de la fraction, iceluy signe est referé à l'vn & à l'autre terme, c'est à sçauoir, tant au numeratur qu'au denominateur. Comme ceste fraction $\sqrt{\frac{9}{16}}$, signifie $\sqrt{9}$ estre diuisée par $\sqrt{16}$; & vaut $\frac{3}{4}$. Ainsi $\sqrt{c\frac{8}{27}}$ signifie $\sqrt{c8}$ estre diuisée par $\sqrt{c27}$; & icelle equiuale à $\frac{2}{3}$. Ainsi aussi $\sqrt{\frac{6}{8}}$, denote $\sqrt{6}$ estre diuisée par $\sqrt{8}$.

Mais quand le signe radical est posé deuant vn nombre entier auec la fraction, il faut reduire tout le nombre à vne seule fraction, afin de pouuoir exprimer sa valeur. Comme $\sqrt{c\,1\frac{67}{125}}$ sera reduit à $\sqrt{c\frac{192}{125}}$, & signifie $\sqrt{c192}$ estre diuisée par $\sqrt{c125}$, c'est à dire par 5, & peut estre representée ainsi $\frac{\sqrt{c192}}{5}$, tellement qu'il signifie $\sqrt{c192}$ estre diuisée par 5. Que si les termes de ceste fraction $\sqrt{c\frac{192}{125}}$ sont multipliez par vn mesme nombre, c'est à sçauoir par $\sqrt{c192}$, sera produict la fract. $\sqrt{c\frac{36864}{24000}}$ equiuallāt à la fraction $\frac{192}{125}$. Et si derechef les termes produicts de la fraction sont multipliez par la mesme $\sqrt{c192}$, sera produit la fraction $\sqrt{c\frac{7077888}{4608000}}$, c'est à dire $\frac{192}{\sqrt{c4608000}}$, & signifie le cube 192 (qui est produict de $\sqrt{c192}$ multipliée en soy cubiquement) estre diuisé par $\sqrt{c4608000}$; pource que la racine cubique du numerateur 7077888 est 192. Derechef la fraction $\sqrt{\frac{16}{64}}$, signifie $\sqrt{16}$, c'est à sçauoir 4, estre diuisée par $\sqrt{64}$, c'est à dire par 8; & est equiualente à $\frac{1}{2}$. Et la fraction $\frac{\sqrt{16}}{64}$ signifie $\sqrt{16}$, c'est à dire 4

eſtre diuiſé par 64; & eſt equiualente à $\frac{4}{64}$, ou $\frac{1}{16}$. Ainſi $\frac{16}{\sqrt{64}}$, ſignifie que le nombre 16 eſt diuiſé par $\sqrt{64}$, c'eſt à dire par 8; & eſt equiualente au nombre 2.

Quand la raiſon des numerateurs aux denominateurs eſt vne meſme, les fractions ſont egales, tout ainſi qu'és fractions vulgaires: Parquoy toutes ces fractions $\sqrt{\frac{64}{4}}$, $\frac{\sqrt{64}}{2}$, $\frac{64}{\sqrt{256}}$ ſont de méme valeur; pource qu'en toutes, le numerateur eſt quadruple du denominateur.

Les fractions irrationelles ſe reduiſent à minimes termes, (quand elles peuuent eſtre reduites,) tout ainſi qu'és fractions vulgaires. Comme ceſte fraction $\sqrt{qc\frac{4}{8}}$ ſe reduira à ceſte-cy $\sqrt{qc\frac{1}{2}}$: & $\sqrt{\frac{144}{36}}$ à $\sqrt{\frac{4}{1}}$. Elles peuuent auſſi eſtre quelquesfois reduites à moindres ſignes radicaux: Comme $\sqrt{qc\frac{4}{8}}$ ſe reduit à $\frac{\sqrt{c2}}{\sqrt{2}}$. Pource que le numerateur 4 a racine quarrée 2, mais elle n'a pas racine cubique: Et le denominatur 8 a racinè cubique 2, mais elle n'a pas la quarrée. Or que ces fractions $\sqrt{qc\frac{4}{8}}$ & $\frac{\sqrt{c2}}{\sqrt{2}}$ ſoient egales, on le peut prouuer par la multiplication en croix.

Quant à l'addition & ſubſtraction, elles ſe font en ceſte maniere. Si le denominateur eſt vn meſme, ſoient adiouſtez les numerateurs, comme il a eſté dit cy deuant, ou ſoit ſouſtrait l'vn de l'autre, & à la ſomme, ou au reſte, ſoit appoſé le denominateur commun, ainſi qu'il appert és exemples ſuiuans.

Addition

$\frac{\sqrt{4}}{7}$ adiouſtez à $\frac{\sqrt{9}}{7}$

$\frac{\sqrt{25}}{7}$ font —— ou $\frac{5}{7}$

Subſtraction

$\frac{\sqrt{4}}{7}$ oſtée de $\frac{\sqrt{9}}{7}$

$\frac{\sqrt{1}}{7}$ reſte —— ou $\frac{1}{7}$

Mais quand les denominateurs ſont diuers, ſoit faicte la reduction à vn meſme denominateur par la multiplication en croix, ain-

si qu'és fractions vulgaires: puis soit fait ainsi que cy dessus, & comme il apert en ces formules.

Reduction	*Addition*	*Soustraction*
$\sqrt{144}.\ \sqrt{196}$	$\sqrt{\frac{144}{441}}$ & $\sqrt{\frac{196}{441}}$	$\sqrt{\frac{144}{441}}$ de $\sqrt{\frac{196}{441}}$
$\sqrt{\frac{16}{49}}$ & $\sqrt{\frac{4}{9}}$	font $\sqrt{\frac{676}{441}}$ ou $1\frac{5}{41}$	reste $\sqrt{\frac{4}{441}}$ ou $\frac{2}{21}$
$\sqrt{441}$.		

En la mesme maniere s'il faut adiouster $\frac{\sqrt{50}+\sqrt{c24}}{5}$ à $\frac{\sqrt{c24}+\sqrt{8}}{2}$ on reduira premierement icelles fractions à méme denomination, c'est à sçauoir à $\frac{\sqrt{200}+\sqrt{c19}}{10}$ & $\frac{\sqrt{c3000}+\sqrt{200}}{10}$: puis apres adioustãt les numerateurs on aura $\frac{\sqrt{800}+\sqrt{c8232}}{10}$: Mais si on soustraict la moindre d'icelles fractions de la plus grande, restera $\frac{\sqrt{c\,648}}{10}$.

Quand les numerateurs sont incommensurables, l'addition d'iceux se fait par l'interposition du signe +, mais la subtraction par l'interiection du signe —. Comme la somme de $\sqrt{\frac{7}{8}}$ & $\sqrt{\frac{5}{8}}$ est $\sqrt{\frac{7}{8}}+\sqrt{\frac{5}{8}}$. Et $\sqrt{\frac{5}{8}}$ ostée de $\sqrt{\frac{7}{8}}$ reste $\sqrt{\frac{7}{8}}-\sqrt{\frac{5}{8}}$.

En la multiplication & diuision des fractions irrationelles, il faut seulement les reduire à mesme signe radical, & acheuer comme és fractions vulgaires. Parquoy multipliant $\frac{\sqrt{3}}{4}$ par $\frac{\sqrt{6}}{7}$ viendra $\frac{\sqrt{18}}{28}$. Et $\frac{\sqrt{36}}{3}$ diuisée par $\frac{\sqrt{c27}}{2}$ fera $\frac{4}{3}$: & aussi $\frac{\sqrt{3}}{4}$ diuisée par $\frac{\sqrt{6}}{7}$, viendra $\sqrt{\frac{147}{196}}$ c'est à dire $\sqrt{1\frac{51}{96}}$.

Quant à la preuue de chacune de ces operations, elle se fait par sa contraire, c'est à dire que l'addition se preuue par la subtraction; & la subtraction par l'addition, &c.

Des nombres coſſiques irrationaux, & de leur Algorithme.

TOut ainſi que les nombres abſolus ſe font irrationaux, eſtans precedez de ſignes radicaux: comme de 5, ſe fait √c5: Ainſi auſſi les nombres coſſiques ſe font irrationaux, quand on leur prepoſe quelqu'vn d'iceux ſignes radicaux: Comme de 20 ℞, ſe fait √ 20℞, nombre coſſique irrationel, qui ſe prononce, la racine quarrée de 20 racines: Item de 6c, ſe fait √6c; qui ſignifie la racine quarrée de 6c. Item de 9℞, ſe fait √√9℞, &c. Or tels nõbres peuuent eſtre quelquesfois rationaux, & quelquesfois irrationaux ſelon la valeur d'vne racine. Car ſi 1℞ vaut 5, 20 ℞ vaudront 100, duquel la racine quarrée eſt 10: partant √20 ℞ eſt vn nombre rationel equiuallant 10: Et √c20 ℞ ſera irrationel, puis que 100 n'a pas racine cubique. Il eſt donc euident qu'on ne peut iuger ſi tels nombres ſont rationaux ou irrationaux, inſques à ce que l'eſtimation & valeur d'vne ſeule racine apparoiſſe.

Or l'addition & ſouſtraction d'iceux nombres ſe fait par l'interpoſition des ſignes + & — Comme √36 ℞ adiouſtée à √12q, fait √ 36 ℞ +√12q, ou √12q+√36 ℞. Et 36 eſtans oſtez de √36 ℞, reſtera √ 36 ℞—36: & ainſi des autres.

Que ſi les ſignes coſſiques ſont ſemblables, & les nombres irrationaux (conſiderez ſans leurs ſignes coſſiques) ſont commenſurables; l'addition & ſubſtraction ſe feront en la meſme maniere des racines ſimples, enſeignées és chap. 15. & 16. appoſant apres l'operation le meſme ſigne coſſique. Ainſi √ 8 ℞ adiouſtée à √18 ℞, fera √50 ℞. Mais oſtant √8℞ de √18℞, reſtera √2℞.

La preuue ſera facile & euidente, ſi on poſe la valeur d'vne ſeule racine eſtre quelque nombre, comme 2. Car 8 ℞ ſeront 16, dont la racine quarrée eſt 4: & 18 ℞ ſeront 36, dont la racine quarrée eſt 6: Or 4 & 6 font 10: comme auſſi √50 ℞, puis que 50 ℞ font 100. dont la racine eſt 10. Mais 4 oſtez de 6, reſte 2, valeur de √2 ℞, puis que 2℞ font 4, dont la racine eſt 2.

Mais afin que les nombres coſſiques irrationaux ſoient multipliez entr'eux, ou diuiſez, ils doiuent eſtre premierement reduits à meſme ſigne radical, comme nous auons enſeigné au chap. 13.

Comme s'il faut multiplier ℽc 4 ℘ par ℽ8 ℘: icelles estans reduites à mesme signe radical, seront ℽqc 16q, & ℽqc 512c: lesquels deux nombres multipliez entr'eux produisent ℽqc 8192ß: mais ℽqc 512c diuisee par ℽqc 16q, le quotient sera ℽqc 32℘.

La preuue se fera, posant la valeur d'vne racine, comme dit est cy dessus: ou bien chasque operation par sa contraire.

Quant aux autres nombres rompus, il n'est besoin d'en traicter particulierement, pource qu'ils suiuent l'Algorithme de leurs entiers, joinct à celuy des nombres communs.

Or vne equation se rencontrant entre vn nombre cossique irrationel & vn nombre absolu, il la faudra reduire en ceste maniere. Soit pour exemple vne equation entre ℽ24℘ & 12. Il y aura pareillement equation entre 24℘ & 144 leurs quarrez: soit donc diuisé 144 par 24, & sera produit 6 au quotient pour la valeur d'vne racine: ce qui est manifeste, puis que 24℘ font 144, dont la racine quarrée est 12.

Item s'il y a equation entre ℽ10q & 20: il y aura aussi equation entre 10q & 400: diuisant donc 400 par 10, viendront 40 pour la valeur d'vne racine. Finalement si vne equation est trouuée entre ℽc12q, & 30: il y aura aussi equation entre 12q & 27000, les cubes d'iceux: parquoy diuisant 27000 par 12, viendront 2250 pour la valeur d'vne seule racine.

Que si quelqu'vn proposoit vne equation entre ℽc 8 & 3, il y auroit aussi equation entre leurs cubes 8 & 27; Ce qui est impossible. Parquoy en ces equations il est necessaire que le nombre absolu soit la racine du nombre auec lequel est le signe radical: telle qu'est l'equation d'entre ℽc 8 & 2. Item entre ℽc64 & 4: Item entre ℽ81 & 9, &c. Autrement l'equation sera impossible.

Des racines vniuerselles, & de leur Algorithme.

CHAP. XXIII.

LA racine d'vn nombre composé ou diminué est appellée racine vniuerselle: Comme la racine quarrée de ce nombre composé ℽ9+22, est dicte racine vniuerselle, d'autãt que de tout le nombre il faut extraire la racine, laquelle sera 5; car ℽ9, qui est 3

eſtant adiouſtée à 22 fait 25, dont la racine quarrée eſt 5. Ainſi auſſi par la racine vniuerſelle de cet autre nombre compoſé 10+√7, il faut entendre que la racine quarrée du nombre 7, ſi elle ſe peut auoir, eſtant adiouſtée à 10, on doit prendre la racine de tout le nombre.

Or ces racines ſont notées diuerſement par les Autheurs; mais nous les figurerons appoſans le ſigne radical √, ou √c au-deuant du nombre dont la racine deura eſtre extraicte, & enfermant tout ledit nombre entre deux parentheſes, en ceſte maniere, √(√9+22) ou ainſi, √(22+√9) qui eſt le meſme. Item √c(10+√7.) Item √(49 +18.) Item √(10+√16+3+√64.) Item √c(√25— √4+24.) Item √(10+√36)+√(70+√121), laquelle vaut 13.

Or tout ainſi que le quarré d'vne ſimple racine quarrée ſourde eſt le meſme nombre, delaiſſant ſeulement le ſigne radical √, tellement que le quarré de √5 eſt 5, & celuy de √12 eſt 12: mais le cube d'vne racine cubique ſimple eſt le meſme nombre, delaiſſant le ſigne radical √c, tellement que le cube de √c9 eſt 9, & le cube de √c 12 eſt 12: Ainſi auſſi, le quarré de la racine quarrée de quelque nombre compoſé, eſt le meſme nombre, eſtant delaiſſé le ſigne radical √. Comme le quarré de √(11+√9+√4, eſt 11+√9+√4, c'eſt à dire 16; tellement qu'icelle racine valoit 4. Le quarré de √(√c216+√c27) eſt √c216+√c27, c'eſt à dire 9, dont la racine eſt 3. Le quarré de √(√c216—√c27) eſt √c216—√c27, c'eſt à dire 3, & la valeur de ſa racine eſt √3. Et ſemblablemēt le cube de la racine cubique d'vn nombre compoſé eſt le meſme nombre, eſtant oſté le ſigne radical √c. comme le cube de √c(√25+√9,) eſt √25+√9, c'eſt à dire 8, tellemēt que ceſte racine là valoit 2. Le cube de √c(√25—√9) eſt √25—√9, c'eſt à dire 2, & la racine d'iceluy eſt √c2. Le cube de √c(64+√c27) eſt √c64+√c27, c'eſt à dire 7, dont la racine eſt √c7. Et faut entendre le meſme de quarré de quarrez, & ſurſolides, &c. En ceſte maniere on multiplie la racine de quelconque nombre compoſé en ſoy, c'eſt à dire qu'on a le produit de ſon quarré, ou cube, &c.

Mais pour multiplier la racine d'vn nombre compoſé, par vne racine ſimple, ou par vn nombre ſimple, ou compoſé, ou finalement par vne autre racine de nombre compoſé, il faut reduire l'vn & l'autre nombre à quarré ou cube; puis faire la multiplication comme dit eſt cy deſſus. Comme pour exemple, ſoit √(7+√3) qu'il

faut

faut multiplier par 2. Les quarrez sont $7+\sqrt{3}$; & 4. Multipliant donc 7 par 4 viendront 28; mais $\sqrt{3}$ par 4, c'est à dire par $\sqrt{16}$, viendront $\sqrt{48}$. Donc tout le nombre produit est $\sqrt{(28+\sqrt{48}.)}$ Item $\sqrt{c}(\sqrt{c}64+\sqrt{c}27)$ multipliée par 2, le produit est $\sqrt{c}(\sqrt{c}32768+\sqrt{c}13824)$ ou $\sqrt{c}(32+24,)$ c'est à dire $\sqrt{c}56$.

$7+\sqrt{3}.$
$4.$
$28+\sqrt{48}.$

$\sqrt{c}64+\sqrt{c}27.$
$8.$
$\sqrt{c}32768+\sqrt{c}13824$

Item soit $\sqrt{.}(7+\sqrt{4})$ qu'il faut multiplier par $\sqrt{9}$. Les quarrez des nombres sont $7+\sqrt{4}$, & 9. Ie multiplie dõc $\sqrt{4}$ par 9, c'est à dire par $\sqrt{81}$, & vient $\sqrt{324}$; puis 7 par 9, & font 63. Donc le nombre produit sera $\sqrt{(63+\sqrt{324})}$ c'est à dire $\sqrt{81}$, ou 9.

$7+\sqrt{4}$
9
$63+\sqrt{324}$

Soit aussi $\sqrt{(6+\sqrt{9})}$ qu'il faut multiplier par le nombre composé $\sqrt{4}+\sqrt{16}$. Le quarré du premier nombre est $6+\sqrt{9}$; & du posterieur $20+\sqrt{256}$, estant donc faicte la multiplication, comme il se void icy, le produit sera $\sqrt{(\sqrt{9216}+\sqrt{3600}+\sqrt{2304}+120)}$ c'est à dire $\sqrt{324}$, ou 18.

$6+\sqrt{9}$
$20+\sqrt{256}$
$\sqrt{9216}+\sqrt{2304}$
$120+\sqrt{3600}$
$\sqrt{9216}+\sqrt{3600}+\sqrt{2304}+120.$

Item qu'il faille multiplier $\sqrt{(13+\sqrt{9})}$ par $\sqrt{(5+\sqrt{16})}$ c'est à dire 4 par 3. Les quarrez des nombres sont $13+\sqrt{9}$, & $5+\sqrt{16}$: & multipliant $\sqrt{9}$ par $\sqrt{16}$, est fait $\sqrt{144}$; & 13, c'est à dire $\sqrt{169}$ par $\sqrt{16}$, vient $\sqrt{2704}$; puis apres $\sqrt{9}$ par 5, c'est à dire par $\sqrt{25}$, est fait $\sqrt{225}$; & 13 par 5, donnent 65. Donc tout le nombre produit est $\sqrt{(\sqrt{2704}+\sqrt{225}+77)}$ c'est à dire 12. Car la racine de $\sqrt{2704}$ est 52, & celle de $\sqrt{225}$ est 15; & ces trois nombres 77, 52 & 15 adiouſtez ensemble font 144, dont la racine quarrée est 12.

$13+\sqrt{9}.$
$5+\sqrt{16}.$
$\sqrt{2704}+\sqrt{144}.$
$65+\sqrt{225}.$
$\sqrt{2704}+\sqrt{225}+77$

Qu'il faille encore multiplier $\sqrt{}(\sqrt{}18000+30)-\sqrt{}(\sqrt{}450+15)$ par

$$\begin{array}{r} \sqrt{}(\sqrt{}1800+30)-\sqrt{}(\sqrt{}450+15) \\ \sqrt{}(\sqrt{}450+15)\quad \sqrt{}(\sqrt{}450+15) \\ \hline \sqrt{}4050000+450-\sqrt{}450+15 \\ \sqrt{}810000+\sqrt{}4050000 \\ \hline \sqrt{}810000+\sqrt{}1620000+450 \end{array}$$

$\sqrt{}(\sqrt{}450+15.)$ Ayant posé ces nombres comme tu vois icy, multiplie premierement $\sqrt{}(\sqrt{}450+15)$ en soy, & viendra son quarré $\sqrt{}450+15$, auquel il faut preposer le signe $-$ à cause que de $+$ en $-$ est faict $-$. En apres de $\sqrt{}(\sqrt{}1800+30)$ en $\sqrt{}(\sqrt{}450+15)$ sera faict $\sqrt{}810000+\sqrt{}1620000+450$; (c'est à sçauoir en multipliant leurs quarrez entr'eux) c'est à dire $1350+\sqrt{}1620000$, pource que $\sqrt{}810000$ vaut autant que 900, lequel nombre adiousté à 450, fait 1350, & prepofant le signe $\sqrt{}$, le produit sera le nombre $\sqrt{}(1350+\sqrt{}1620000)$ Mais la racine de ce nombre sera $\sqrt{}900+\sqrt{}450$, (comme il apparoistra au chapistre 24.) c'est à dire $30+\sqrt{}450$; duquel nombre estant osté le premier produit $-\sqrt{}450+15$, fait de $\sqrt{}(\sqrt{}450+15)$ en soy, restera seulement 15 pour tout le produit de la multiplication proposée.

Et afin de rendre cecy plus manifeste, nous adiousterons encore vn exemple en nombres rationnaux. Soit proposé à multiplier

$$\begin{array}{r} \sqrt{}(\sqrt{}4+14)-\sqrt{}(\sqrt{}9+6) \\ \sqrt{}(\sqrt{}9+6)\quad \sqrt{}(\sqrt{}9+6) \\ \hline \sqrt{}144+84-\sqrt{}9+6 \\ \sqrt{}36+\sqrt{}1764 \\ \hline \sqrt{}144-9 \end{array}$$

$\sqrt{}(\sqrt{}4+14)-\sqrt{}(\sqrt{}9+6)$ par $\sqrt{}(\sqrt{}9+6)$ c'est à dire 1 par 3, & viendront 3. Car de $\sqrt{}(\sqrt{}9+6)$ en $\sqrt{}(\sqrt{}9+6)$ est fait son quarré $\sqrt{}9+6$ auec le signe $-$, qui luy doit estre prepose: puis apres de $\sqrt{}(\sqrt{}4+14)$ en $\sqrt{}(\sqrt{}9+6)$ est faict $\sqrt{}144$, c'est à dire 12: Car $\sqrt{}36$ est 6, & $\sqrt{}144$ est 12, & $\sqrt{}1764$ est 42; tous lesquels nombres auec 84 font iceluy nombre 144, & luy prepofant le signe $\sqrt{}$, sera le pro-

duit $\sqrt{144}$, c'eſt à ſçauoir 12, duquel nombre eſtant oſté l'autre produict $\sqrt{9}+6$, ſçauoir 9, reſtera 3 pour tout le nombre produict ainſi qu'il deuoit eſtre.

Or quand il faut multiplier la racine quarrée d'vn nombre compoſé enſemble auec la racine quarrée d'vn nombre diminué ſemblable en ſoy-meſme, comme $\sqrt{(12+\sqrt{6})}+\sqrt{(12-\sqrt{6})}$; ſoit poſé le nombre 2 fois, ainſi qu'il appert icy, & ſoient pris les quarrez des parties, leſquels ſeront $12+\sqrt{6}$, & $12-\sqrt{6}$, qui font enſemble 24: (car $+\sqrt{6}$ ruine $-\sqrt{6}$.) Et ſoit multipliée vne partie par l'autre, & ſera fait $\sqrt{138}$, (pource que 6, quarré de $\sqrt{6}$, oſté de 144, quarré du nombre 12, reſte 138, auquel faut appoſer le ſigne $\sqrt{}$) dont le double eſt $\sqrt{552}$: & $24+\sqrt{552}$ ſera le nombre produit cherché. Or la racine de ce produit eſt auſſi la ſomme des deux racines $\sqrt{(12+\sqrt{6})}$ & $\sqrt{(12-\sqrt{6})}$ recueillie en vne ſeule ſomme. Car quand la ſomme de deux nombres eſt multipliée en ſoy, la racine quarrée du nombre produit eſt la ſomme des meſmes deux nombres: & partant puis que les deux racines propoſées enſemble, multipliées en ſoy, font $24+\sqrt{552}$, la racine de ce produit, ſçauoir eſt $\sqrt{(24+\sqrt{552})}$ ſera la ſomme de ces deux racines-là. Ce que nous rendrons manifeſte par vn autre exemple en nombres rationaux. Soit $\sqrt{(10+36)}+\sqrt{[10-\sqrt{36}]}$ c'eſt à dire 6, qu'il faut multiplier en ſoy. Il eſt euident que le nombre qui ſera produit doit eſtre 36.

$\sqrt{(12+\sqrt{6})}+\sqrt{(12-\sqrt{6})}$
$\sqrt{(12+\sqrt{6})}+\sqrt{(12-\sqrt{6})}$

$12+\sqrt{6}+12-\sqrt{6}.$
$\sqrt{138}.$
$\sqrt{138}.$

$\sqrt{552}.$
$24+\sqrt{552}.$

Soient donc trouuez les quarrez des parties, leſquels ſeront $10+\sqrt{36}$, & $10-\sqrt{36}$, qui adiouſtez enſemble font 20: & ſoit multipliée vne partie en l'autre, & viendra $\sqrt{64}$, dont le double ſera $\sqrt{256}$, c'eſt à dire 16: & partant le nombre produit eſt $20+16$, c'eſt à dire 36. & la racine de

$\sqrt{(10+\sqrt{36})}+\sqrt{(10-\sqrt{36})}$
$\sqrt{(10+\sqrt{36})}+\sqrt{(10-\sqrt{36})}$

$10+\sqrt{36}+10-\sqrt{36}.$
$\sqrt{64}$
$\sqrt{64}$

$\sqrt{256}$
$20+\sqrt{256}.$

ce nombre, ſçauoir 6, eſt pareillement la ſomme de l'addition de ces deux racines-là propoſées, comme il eſt manifeſte.

Or quand il faut multiplier vn nombre compoſé de racine ſimple, & de racine vniuerſelle, par vn nombre diminué ſemblable; a auſſi lieu le compendium que nous auons enſeigné au chap. 19. Comme pour exemple, ſ'il faut multiplier le nombre $\sqrt{20+\sqrt{(20-\sqrt{5})}}$ par le nombre $\sqrt{20-\sqrt{(20-\sqrt{5})}}$: Il n'y a qu'à ſouſtraire $20-\sqrt{5}$, quarré de la derniere particule du nombre compoſé ou diminué, de 20 quarré de la premiere particule, & le reſte $\sqrt{5}$, ſera le produit de la multiplication.

Mais s'il falloit multiplier $\sqrt{(2q+8)+5}$ en ſoy, il n'y auroit qu'à quarrer chaque particule, & viendroient $2q+8$, & 25: puis multiplier l'vne par l'autre, & le double du produit eſtant adiouſté auec les ſuſdits deux quarrez des particules, donneroit $2q+33+\sqrt{(200q+800)}$ pour tout le produit de la multiplication.

Si on vouloit encore multiplier $\sqrt{(5q-4\text{R})}+8$ en ſoy, il ne faudroit auſſi que prendre les quarrez de chaque particule, qui ſeroient $5q-4\text{R}$, & 64, puis les adiouſter au double du produit d'vne particule en l'autre, & viendroient $5q-4\text{R}+\sqrt{(1280q-1024\text{R})}$ pour tout le produit de la multiplication.

Semblablement s'il faut multiplier $\frac{1}{2}q+\sqrt{\left[\frac{1}{4}qq+1q\right]}$ par $\frac{1}{2}q-\sqrt{\left[\frac{1}{4}qq-1q\right]}$: Il n'y a qu'à ſouſtraire le quarré de la derniere particule, du quarré de la premiere particule, ſçauoir eſt $\frac{1}{4}qq+1q$, de $\frac{1}{4}qq$, & le reſte $-1q$, ſera le produit de la multiplication.

Pour faire la diuiſion des racines vniuerſelles, ſoit reduit à quarré, tant le nombre diuidande que diuiſeur: puis apres ſoit faicte la diuiſion comme il a eſté enſeigné cy deuant, & la racine du nombre produit ſera le quotient. Comme pour exemple, ſoit $\sqrt{[13+\sqrt{7}]}$ qu'il faut diuiſer par $\sqrt{5}$. Les quarrez des nombres ſont $13+\sqrt{7}$, & 5. Le diuiſe donc 13 par 5, & vient $2\frac{3}{5}$: & $\sqrt{7}$ par 5, c'eſt à dire par $\sqrt{25}$, & vient $\sqrt{\frac{7}{25}}$: tellement que tout le quotient eſt $\sqrt{(2\frac{3}{5}+\sqrt{\frac{7}{25}})}$.

$13+\sqrt{7}\ [2\frac{3}{5}+\sqrt{\frac{7}{25}}$.
$\not{5}\ \sqrt{25}$

Item ſoit $\sqrt{(432+\sqrt{7776})}$ qu'il faut diuiſer par 6. Les quarrez des nombres ſont $432+\sqrt{7776}$, & 36, eſtans diuiſez 432 par 36, viennent 12: & $\sqrt{7776}$ eſtant diuiſée par

1
1 7 1 9 3
4 3 2 + √ 7 7 7 6 [12 + √6
3 6 6 1 2 6 6
3

36, c'eſt à dire par $\surd 1296$, vient $\surd 6$: & partant tout le quotient ſera $\surd(12+\surd 6.)$

Item ſoit $\surd 15$, qu'il faut diuiſer par $\surd(3+\surd 5.)$ Afin de trouuer vn nouueau diuiſeur nous multiplierons $\surd(3+\surd 5)$ par $\surd(3-\surd 5)$ & viendra vn nouueau diuiſeur $\surd 4$. Que ſi le diuidande $\surd 15$, eſt auſſi multiplié par $\surd(3-\surd 5)$ nous aurons vn nouueau diuidande $\surd(45-\surd 1125)$: le quarré d'iceluy ſera $45-\surd 1125$, & le quarré du nouueau diuiſeur ſera 4. Si donc on diuiſe 45 par 4, le quotient ſera $11\frac{1}{4}$: & ſi nous diuiſons $-\surd 1125$, par 4, c'eſt à dire par $\surd 16$, le quotient ſera $-\surd 70\frac{5}{16}$. Donc tout le quotient eſt $\surd(11\frac{1}{4}-\surd 70\frac{5}{16})$.

Item ſoit diuiſé 20 par $(10-\surd 5.)$ Nous multiplierons l'vn & l'autre nombre par $\surd(10+\surd 5)$, afin d'auoir vn nouueau diuidande $\surd(4000+\surd 800000)$ & vn nouueau diuiſeur $\surd 95$. les quarrez d'iceux nombres ſont $4000+\surd 800000$, & 95. Si dõc on partit 4000 par 95, ſeront donnez $42\frac{2}{19}$: & de la diuiſion de $\surd 800000$, par 95 c'eſt à dire par $\surd 9025$, ſera produit $\surd 88\frac{232}{361}$. Donc tout le quotient de la diuiſion eſt $\surd(42\frac{2}{19}+\surd 88\frac{232}{361})$.

Item ſoit diuiſée $\surd c(\surd c 32768+\surd c 13824)$ par 2. Les cubes de ces nombres ſont $\surd c 32768+\surd c 13824$, & 8. le diuiſe donc $\surd c 32768$ par 8, c'eſt à dire par $\surd c 512$, & vient au quotient $\surd c 64$: & de la diuiſion de $\surd c 13824$ par 8, c'eſt à dire par $\surd c 512$, vient $\surd c 27$. Tout le quotient eſt donc $\surd c(\surd c 64+\surd c 27)$ c'eſt à dire $\surd c 7$.

Item ſoit $\surd(588+\surd 34848)$, qu'il faut diuiſer par $\surd(12+\surd 8.)$ Les quarrez des nombres ſont $588+\surd 34848$, & $12+\surd 8$. Nous multiplierons l'vn & l'autre nombre par $12-\surd 8$, afin d'auoir nouueau nombre diuidande, & diuiſeur: le diuidande ſera $\surd(7056+\surd 5018112-\surd 2765952-\surd 278784,)$ ou pluſtoſt par reduction $\surd(6528+\surd 332928,)$ & le diuiſeur ſera 136. Si donc on diuiſe 6528, par 136, viendront 48: & $\surd 332928$ par 136, c'eſt à dire par $\surd 18496$, viendront $\surd 18$: & partant tout le quotient ſera $\surd(48+\surd 18.)$

Nous auons dit cy deſſus comment il faut adiouſter vne racine vniuerſelle à vne ſemblable ayãt le ſigne contraire: cõme $\surd(2+\surd 3)$ auec $\surd(2-\surd 3)$ dont la ſomme eſt $\surd 6$. Mais telles racines ſe peuuent encore adiouſter enſemble comme enſuit.

Le quarré de la derniere particule de l'vne ou l'autre d'iceſſes racines ſoit oſté du quarré de la premiere particule, & à la racine quarrée du reſte ſoit adiouſtée la premiere particule; puis ſoit doublé

ce qui viendra, & la racine de ce double là, ſera la ſomme de l'addition. Comme en l'exemple cy deſſus, le quarré de la derniere particule eſt 3, lequel i'oſte de 4 quarré de la premiere particule, & reſte 1, que i'adiouſte à icelle premiere particule, & ſont 3, dont le double eſt 6, & la racine de 6, eſt $\surd 6$, & autant eſt la ſomme de l'addition des deux racines propoſées.

Mais quand les deux racines qu'il faut adiouſter ſont diſſemblables, il faut diuiſer la plus grande par la moindre, & au quotient adiouſter par regle vne vnité; (ſinon que leſdites racines fuſſent incommenſurables: car alors l'addition d'icelles ſe fera plus commodément par l'interpoſition du ſigne +.) puis par le produict ſoit multipliée la plus petite racine; & le produict de la multiplication ſera la ſomme de l'addition. Comme pour exemple: ſoit $\surd (8 + \surd 48)$ à laquelle il faut adiouſter $\surd (2 + \surd 3.)$ Ie diuiſe celle-là par ceſte-cy, & vient au quotient $\surd 4$, c'eſt à dire 2, auquel i'adiouſte 1, & ſont 3, par leſquels ie multiplie $\surd (2 + \surd 3)$ & vient $\surd (18 + \surd 243)$ pour la ſomme des deux racines propoſées à adiouſter.

Item ſoit $\surd (10 + \surd 36)$ qu'il faut adiouſter à $\surd (11 + \surd 25.)$ Ie diuiſe ceſte-cy par celle-là, & vient 1 au quotient, auquel i'adiouſte vne vnité, & ſont 2, par leſquels ie multiplie $\surd (10 + \surd 36)$ & vient $\surd 64$, c'eſt à dire 8, pour la ſomme de l'addition des deux racines propoſées.

Maintenant ſi d'vne racine vniuerſelle de nombre compoſé, il en faut ſouſtraire vne autre ſemblable de nombre diminué: Le quarré de la derniere particule ſoit oſté du quarré de la premiere, & la racine du reſte ſoit oſtée d'icelle premiere particule; puis ſoit doublé ce dernier reſidu, & la racine de ce double ſera le reſte requis. Comme pour exemple, ſoit $\surd (12 + \surd 6)$ de laquelle il faut ſouſtraire $\surd (12 - \surd 6.)$ Le quarré de la premiere particule eſt 144, duquel i'oſte 6, quarré de la derniere particule, & reſte 138, dont la racine eſt $\surd 138$, que ie ſouſtrais de la premiere particule 12, & reſte $12 - \surd 138$, que ie double, & viennent $24 - \surd 552$, dont la racine eſt $\surd (24 - \surd 552)$ qui eſt le reſte requis.

Mais ſi les racines ſont diſſemblables; pour faire la ſouſtraction, il faut diuiſer la plus grande par la moindre, & du quotient oſter 1 par regle; (ſinon que les racines propoſées fuſſent incommenſurables: Car alors la ſouſtraction ſe fera plus commodément par l'in-

terpoſition du ſigne —.) Puis par le reſte ſoit multipliée la moindre racine, & le produict ſera le reſte requis. Comme pour exemple, ſoit $\gamma(2+\gamma 3)$ qu'il faut ſouſtraire de $\gamma(8+\gamma 48.)$ Ie diuiſe ceſte-cy par celle-là, & vient au quotient $\gamma 4$, c'eſt à dire 2, dont i'oſte vne vnité, & reſte 1, par lequel ie multiplie la moindre racine $\gamma(2+\gamma 3)$ & vient la meſme $\gamma(2+\gamma 3)$ pour le reſte de la ſouſtraction.

Item ſoit $\gamma(486-\gamma 162)$, de laquelle faut ſouſtraire $\gamma(\gamma 6-\gamma 2)$ ie diuiſe celle-là par celle-cy, & vient au quotient $\gamma 9$, c'eſt à dire 3, dont i'oſte 1, & reſte 2, par leſquels ie multiplie la moindre racine $\gamma(\gamma 6-\gamma 2)$ & vient au produict $\gamma(\gamma 96-\gamma 32)$ pour le reſte de la ſouſtraction requis.

De l'extraction des racines des binomes & reſidus.

CHAP. XXIIII.

QVAND deux quelconques nombres ſont conioints par le ſigne +, ils ſont ordinairement nommez Binome : comme $\gamma 12+\gamma 3$: & $\gamma 18+\gamma 8$. Mais eſtans accouplez par le ſigne —, ils ſont appellez Apoteme ou Reſidu: Comme $\gamma 12-\gamma 3$: & $\gamma 18-\gamma 8$. Et plus de deux nombres ainſi accouplez, ſont nommez Trinome, Quatrinome, &c. Comme $\gamma 17+\gamma 10-\gamma 3$: ou $\gamma 17-\gamma 10+\gamma 3$, ſont dits Trinome: & $\gamma 17+\gamma 10+\gamma 3+\gamma 2$: ou $\gamma 17-\gamma 10+\gamma 3+\gamma 2$, ſont appellez Quatrinome, &c. Mais Euclide au 10. liure, prop. 37 & 74 appelle ſeulement Binome, ou reſidu, quand les deux nombres conioints par le ſigne + ou —, ſont rationels commenſurables en puiſſance ſeulement: il conſtituë de ſix ſortes de binome, & autant de reſidu : chacun deſquels il definit, & enſeigne à trouuer au meſme liure. Or pour extraire la racine quarrée d'iceux binomes & reſidus, il y a diuerſes manieres, deux deſquelles nous enſeignerons icy, & au prealable le probleme ſuiuant.

Coupper vn nombre donné en deux parties, telles que le nombre produit d'icelles ſoit egal à vn nombre donné, qui ne ſoit plus grand que le quarré de la moitié d'iceluy nombre proposé à diuiſer, ou (qui eſt le meſme) que le quatrieſme partie du quarré dudit nombre.

Qu'il faille coupper le nombre 20 en deux parties, telles que mul-

tipliées entr'elles, leur produict soit 75, qui est moindre que 100, quart du quarré d'iceluy nombre proposé 20. Soit osté 75 de 100, quarré de la moitié de 20, & resteront 25, dont soit pris la racine quarrée, laquelle sera 5, & soit icelle adiousteé à 10, moitié du nombre proposé à diuiser, & viendra 15, qui sera le plus grand nombre cherché, mais icelle racine 5 estant ostée d'icelle moitié 10, resteront 5, qui sera le moindre nombre requis: tellement donc que les deux nombres 15 & 5, sont parties du nombre 20, telles que multipliées entr'elles, elles produisent 75, ainsi qu'il estoit requis.

Maintenant soit le binome $38+\sqrt{288}$, duquel il faut extraire la racine quarrée. Soit couppé le plus grand nom 38 en deux parties, telles que leur produict soit le nombre 72, quatriesme partie du quarré du moindre nom, sçauoir de 288, lesquelles parties seront trouuées par le prob. cy dessus, estre 36 & 2: d'iceux deux nombres soient prises les racines quarrées, & icelles seront 6 & $\sqrt{2}$, qui conioinctes par le signe + feront $6+\sqrt{2}$, qui sera la racine quarrée du binome proposé. Mais icelles racines 6 & $\sqrt{2}$ estans accouplées par le signe — feront $6-\sqrt{2}$, qui sera la racine quarrée du residu $38-\sqrt{288}$. Item la racine quarrée du binome $\sqrt{32}+\sqrt{24}$, sera trouuée en la mesme maniere estre $\sqrt{\sqrt{18}}+\sqrt{\sqrt{2}}$. Car $\sqrt{32}$ plus grand nom d'iceluy binome estant couppé en deux parties, telles que leur produit soit 6, quatriesme partie de 24, quarré du moindre nom: icelles parties seront trouuées estre $\sqrt{18}$, & $\sqrt{2}$, dont les racines conioinctes par le signe +, sont $\sqrt{\sqrt{18}}+\sqrt{\sqrt{2}}$.

Pour autrement extraire la racine quarrée du binome $38+\sqrt{288}$, il faut du quarré du plus grand nom, oster le quarré du moindre nom, & resteront 1156, desquels soit pris le quart, qui sera 289, duquel soit pris la racine quarrée, laquelle sera 17, qu'il faut adiouster, & soustraire de la moitié du plus grand nom, sçauoir de 19, & viendront 36, & 2, desquels deux nombres soient prises les racines quarrées, & seront 6, & $\sqrt{2}$, qui accouplées par le signe +, feront $6+\sqrt{2}$ pour la racine quarrée du binome $38+\sqrt{288}$, comme deuant. Par la mesme maniere la racine quarrée du residu $\sqrt{60}-\sqrt{12}$ sera trouuée estre $\sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{12})}-\sqrt{(15-\sqrt{12})}$.

Quant à la preuue, elle se fait comme en l'extraction des nombres absolus, sçauoir est, multipliant la racine trouuée par soy-

Or

Or voila ſommairement les operations vſitées en l'Algebre: Et afin de donner à l'apprenty tant plus de cognoiſſance en la practique d'icelles operations, nous finirons ce traicté par quelques queſtions & ſolutions d'icelles.

Diuerſes queſtions, auec leurs ſolutions.

CHAP. XXV.

1 *TRouuer deux nombres, deſquels l'excés ſoit donné, & en raiſon donnée.*

Soit donné l'excés 20, & la raiſon quintuple donnée. Soit poſé le moindre nombre eſtre 1 ℛ. Donc le plus grand ſera 5 ℛ, ſçauoir eſt le quintuple d'iceluy: l'excés d'iceux eſt 4 ℛ. Il y a donc equation entre 4 ℛ & 20: & diuiſant 20 par 4, viendra 5 pour 1 ℛ. Parquoy le moindre ſera 5, & le plus grand 25, qui eſt quintuple d'iceluy 5, & l'excede de 20.

2. *Eſtans donnez deux nombres, en trouuer vn autre, auquel eſtant adiouſté l'vn des donnez, & ſouſtraict l'autre, la ſomme ſoit au reſte en raiſon donnée.*

Les nombres donnez ſoient 100 & 20: & il faut premierement trouuer vn nombre auquel ſi on adiouſte 100, & du meſme on oſte 20, la ſomme ſoit triple du reſte. Soit poſé ce nombre là eſtre 1 ℛ, & la ſomme ſera 1 ℛ + 100: mais le reſte 1 ℛ — 20. Afin donc que ceſte ſomme là ſoit triple de ce reſidu, l'equation ſera entre 1 ℛ + 100. & 3 ℛ — 60. Et adiouſtant à chacun 60, elle ſera entre 1 ℛ + 160, & 3 ℛ. & oſtant 1 ℛ, icelle equation ſera entre 160 & 2 ℛ. Diuiſant donc 160 par 2, ſera trouué 80 pour 1 ℛ, qui eſt le nombre cherché. Car ſi à iceluy on adiouſte 100, on aura 180; mais ſi on en oſte 20, reſteront 60; & 180 eſt à 60 en raiſon triple.

Qu'il faille maintenant trouuer vn nombre, auquel ſi on adiouſte 20, & du meſme on ſouſtraict 100, ceſte ſomme-là ſoit triple de ce reſte cy. Soit poſé ce nombre là eſtre 1 ℛ, & ſera fait la ſomme 1 ℛ + 20, & reſtera 1 ℛ — 100. Afin donc que ceſte ſomme ſoit triple de ce reſte, l'equation ſera entre 1 ℛ + 20 & 3 ℛ — 300. Et adiouſtant 300 à chacun, elle ſera entre 1 ℛ + 320 & 3 ℛ: & oſtant 1 ℛ de chacun, l'equation ſera entre 320 & 2 ℛ. Diuiſant donc 320 par

2, viendra pour 1ℛ 160, nombre cherché. Car ſi à iceluy on adiouſte 20, on aura 180, & ſi on oſte 100, reſteront 60; & entre 180 & 60 eſt la raiſon triple.

3. *Trouuer deux nombres en raiſon donnée, & qui multipliez entr' eux facent vn nombre ayant raiſon donnée à la ſomme d'iceux.*

Qu'il faille donc trouuer deux nombres en raiſon ſeſquialtere, tels que leur produit ſoit duodecuple de la ſomme d'iceux. Soient poſez les deux nombres eſtre 4ℛ, & 6ℛ, qui eſt raiſon ſeſquialtere. Eſtans multipliez entr'eux ils font 24q, & leur ſomme eſt 10ℛ. Afin donc que 24q ayent raiſon duodecuple à 10ℛ; l'equation ſera entre 24q, & 120ℛ. Diuiſant donc 120 par 24, viendra 5 pour la valeur de 1ℛ, pource que les denominations coſſiques q, & ℛ, ſont collaterales. Veu donc que le premier nombre a eſté poſé 4ℛ, & le ſecond 6ℛ, celuy-là ſera 20, & ceſtuy-cy 30, & iceux multipliez entr' eux font 600, qui eſt duodecuple de 50, ſomme d'iceux.

4. *Trouuer deux nombres tels que le nombre produit de la multiplication d'iceux, eſtant diuiſé par leur difference, le quotient ſoit égal à vn nombre donné.*

Qu'il faille trouuer deux nombres, tels que leur produit eſtant diuiſé par leur difference, le quotient ſoit 30. Soit poſé pour le moindre nombre, quelconque nombre moindre que le quotient donné 30, ſçauoir eſt 20, & ſoit poſé le plus grand eſtre 20+1ℛ, afin que la difference d'iceux ſoit 1ℛ: de 20 en 20+1ℛ, ſera fait le nombre 400+20ℛ, lequel diuiſé par 1ℛ difference d'iceux, le quotient eſt $\frac{400+20ℛ}{1ℛ}$, egal au nombre propoſé 30. Ceſte equation ſera reduite par la multiplication en croix, à l'égalité d'entre 30ℛ, & 400+20ℛ: oſtant donc 20ℛ de chacun, l'equation ſera entre 10ℛ & 400: & 400 eſtans diuiſez par 10, viendront 40 pour la valeur de 1ℛ, difference des nombres cherchez: veu donc que le moindre eſt 20, le plus grand ſera 60, c'eſt à ſçauoir 20+1ℛ. Maintenant 60 multipliez par 20, font 1200, qui diuiſez par 40 difference d'iceux nombres, le quotient eſt 30.

5. *Eſtans donnez deux nombres inégaux, en trouuer deux autres en raiſon donnée, tels que le plus grand oſté du plus grand donné, & le moindre du moindre, les reſtes ſoient égaux: mais il faut que la raiſon des nombres don-*

nez soit moindre que celle des cherchez.

Soient deux nombres donnez 100, & 60, & il en faut trouuer deux autres en raiſon ſeptuple, & que le plus grand oſté de 100, & le moindre de 60, les reſtes ſoient égaux.

Soient poſez pour les nombres en raiſon ſeptuple 1℞, & 7℞. Les nombres égaux reſtans ſeront 100—7℞, & 60—1℞. Adiouſtant donc 7℞ à chacun, l'equation ſera entre 100 & 60+6℞. & oſtant 60 de chacun, elle ſera entre 40, & 6℞. Et diuiſant 40 par 6, viendra pour 1℞, $6\frac{2}{3}$ moindre nombre, & le plus grand ſeptuple de ceſtuy-cy ſera $46\frac{2}{3}$. Et oſtant celuy-là de 60, & celuy-cy de 100, les nombres reſtans ſeront égaux, ſçauoir $53\frac{1}{3}$.

6. *Trouuer deux nombres en raiſon donnée, & que le quarré du plus grand ſoit au moindre auſſi en raiſon donnée.*

Que les nombres cherchez ayent la raiſon triple, & le quarré du plus grand ait au moindre la raiſon ſextuple. Soit poſé le moindre 1℞, & le plus grand 3℞. Le quarré du plus grand, ſçauoir 9 *q*, doit auoir raiſon ſextuple au moindre 1℞ : Donc l'equation ſera entre 9 *q*, & 6℞. Et diuiſant 9 par 6, viendra $\frac{2}{3}$ pour 1℞, pource que les nombres coſſiques ſont collateraux. Les nombres cherchez ſont donc $\frac{2}{3}$ & 2, ayans raiſon triple, & le quarre du plus grand, ſçauoir 4, eſt en raiſon ſextuple au moindre, ſçauoir à $\frac{2}{3}$.

7. *Eſtant donné vn nombre composé de deux quarrez, le diuiſer en deux autres quarrez.*

Soit le nombre donné 34 compoſé de deux quarrez 9 & 25, qu'il faut diuiſer en deux autres quarrez. Les coſtez des quarrez donnez ſont 3 & 5 : ſoit poſé le coſté du premier quarré cherché eſtre 1℞ +3, ſçauoir vne racine plus que le coſté du premier quarré donné : mais le coſté du ſecond quarré cherché, ſoit poſé quelconque nombre de racines moindre que le coſté du ſecond quarré donné, ſçauoir 2℞—5. Les quarrez d'iceux coſtez ſeront 1*q* + 6℞ + 9, & 4*q*—20℞ + 25, qui adiouſtez enſemble ſont 5*q* + 34—14℞ egal au nombre donné 34. adiouſtant donc 14 ℞ à chacun, l'equation ſera entre 5*q*+34, & 14℞ + 34 : & oſtant 34 de chacun, reſtera l'equation entre 5 *q*, & 14℞. Diuiſant donc 14 par 5, viendront $\frac{14}{5}$ pour 1℞, pource que les nombres coſſiques ſont collateraux. Donc le coſté du premier quarré, lequel nous auons poſé eſtre 1℞+3, ſera $\frac{29}{5}$: & le coſté du ſecond quarré, lequel a eſté poſé 2℞—5, ſera $\frac{18}{5}$—5, c'eſt à

dire $\frac{3}{5}$. Les quarrez d'iceux coſtez trouuez ſont $\frac{851}{25}$ & $\frac{9}{25}$, qui font enſemble $\frac{85^{1}0}{25}$, c'eſt à dire 34, nombre donné.

8. *Coupper vn nombre donné en trois parties, telles que la premiere diuiſee par vn nombre donné, & la ſeconde multipliee par vn autre nombre donné: & la tierce diuiſee par quelque autre nombre, prouienent trois nombres egaux.*

Soit le nombre donné 178, qu'il faut diuiſer en trois parties, telles que la premiere diuiſee par 5, vienne autant que de la ſeconde multipliee par 8, & autant que de la tierce diuiſee par 6. Soit poſé la premiere partie 1 ℛ, laquelle diuiſee par 5, le quotient ſera $\frac{1}{5}$ ℛ. Et pource que la ſeconde partie en 8 doit faire autant, nous diuiſerons $\frac{1}{5}$ ℛ par 8. Car le quotient $\frac{1}{40}$ ℛ, ſera la 2. partie, qui multipliee par 8, faict $\frac{1}{5}$ ℛ. Et pource que la 3. partie diuiſee par 6, doit faire autant, nous multiplierons $\frac{1}{5}$ ℛ, par 6: & le produict $\frac{6}{5}$ ℛ, ſera icelle 3. partie, qui diuiſee par 6. le quotient eſt $\frac{1}{5}$ ℛ. Maintenant reſte que ces trois parties 1 ℛ, $\frac{1}{40}$ ℛ, & $\frac{6}{5}$ ℛ, faſſent 178, nombre donné. Or elles font $2\frac{9}{40}$ ℛ. Donc l'equation ſera entre 178, & $2\frac{9}{40}$ ℛ. Et ſi on diuiſe 178 par $2\frac{9}{40}$, viendra 80, pour 1 ℛ, qui eſt la premiere partie: & la ſeconde ſera 2, & la tierce ſera 96, leſquelles parties font 178, nombre donné: & la premiere diuiſee par 5: mais la ſeconde multipliee par 8; & la tierce diuiſee par 6, eſt touſiours produict vn meſme nombre 16.

9. *Diuiſer vn nombre donné en trois parties continuellement proportionneles, telles que le produit de la premiere en la tierce ait vne raiſon donnee au produit de la premiere en la ſeconde.*

Soit le nombre donné 30, qu'il faut diuiſer en trois parties continuellement proport. tellement que le produit de la premiere multipliee par la tierce, ſoit au produit d'icelle premiere en la ſeconde, en raiſon quadruple. Soit poſé la ſecõde partie eſtre 1 ℛ, & partant la ſomme de la premiere & tierce ſera 30—1 ℛ. Et pource que 1 ℛ en ſoy fait 1 q, la premiere en la tierce fera auſſi 1 q. Veu donc que ce produit doit eſtre quadruple du produit de la premiere en la ſeconde, ſera produit $\frac{1}{4}q$ de la premiere en la ſeconde, ſçauoir en 1 ℛ. Si donc on diuiſe $\frac{1}{4}q$ par 1 ℛ, le quotient ſera $\frac{1}{4}$ ℛ, qui multiplié par 1 ℛ, nombre diuiſant, faict $\frac{1}{4}q$, nombre diuiſé: & partant la premiere partie ſera $\frac{1}{4}$ ℛ, qui auec la ſeconde faict $1\frac{1}{4}$ ℛ, laquelle ſomme oſtee du nombre donné 30, reſtera la tierce partie 30—$1\frac{1}{4}$ ℛ. Maintenant pource que la premiere en la tierce doit faire 1 q, c'eſt à ſçauoir vn

nombre egal à celuy de la moyenne 1 ℛ en ſoy-meſme: ſi on diuiſe 1 *q* par la premiere, c'eſt à dire par $\frac{1}{4}$ ℛ, le quotient ſera 4 ℛ, qui multiplié par $\frac{1}{4}$ ℛ, produit 1 *q*, & partant la tierce partie ſera 4 ℛ, egales à l'autre tierce partie trouuee 30 — $1\frac{1}{4}$ ℛ. Adiouſtant donc $1\frac{1}{4}$ ℛ à chacun, l'egalité ſera entre $5\frac{1}{4}$ ℛ & 30: & diuiſant 30 par $5\frac{1}{4}$, viendra $5\frac{5}{7}$ pour la valeur de 1 ℛ, ſçauoir eſt pour la ſeconde partie: donc la premiere partie, laquelle nous auions trouuée eſtre $\frac{1}{4}$ ℛ, ſera $1\frac{3}{7}$: & la tierce partie, qui a eſté trouuee de 30 — $1\frac{1}{4}$ ℛ, ſera $22\frac{6}{7}$ Et ces trois parties $1\frac{3}{7}$, $5\frac{5}{7}$, $22\frac{6}{7}$, ſont enſemble 30, nombre donné: & la premiere $1\frac{3}{7}$ multipliee par la tierce $22\frac{6}{7}$, faict $32\frac{32}{49}$, qui eſt quadruple de $8\frac{8}{49}$, faict de la premiere partie en la ſeconde. Et il eſt euident qu'icelles trois parties ſont continuellement propo. puis qu'vn meſme nombre eſt produict de la premiere en la tierce, que de la moyenne en ſoy, c'eſt à ſçauoir $32\frac{32}{49}$.

10 *Trouuer trois nombres continuellement proportionnaux, en vne raiſõ donnee, deſquels les quarrez enſemble faſſent vn nombre donné.*

Qu'il faille trouuer trois nombres continuellement en raiſon ſeſquitierce, deſquels les quarrez faſſent 4329. Soiẽt poſez les nombres cherchez eſtre 9 ℛ, 12 ℛ, 16 ℛ, qui ſont en proportion ſeſquitierce. Les quarrez d'iceux, ſçauoir 81 *q*, 144 *q*, 256 *q*, ſont enſemble 481 *q*, egaux à 4329. Diuiſant donc 4329 par 481, viendra 9 pour la valeur de 1 *q*, & par conſequent 1 ℛ ſera 3. Donc le premier nombre poſé 9 ℛ, ſera 27: le ſecond 36, & le tiers 48, deſquels les quarrez 729, 1296, 2304, font enſemble 4329.

11 *Eſtant donnez deux nombres, en trouuer vn autre, qui adiouſté à l'vn d'iceux, & la ſomme multipliee par iceluy trouué, produiſe le quarré de l'autre nombre donné.*

Soient les deux nombres donnez 10, & 12: & il en faut trouuer vn autre qui adiouſté au premier 10, faſſe vn nombre, qui multiplié par iceluy adiouſté, produiſe le quarré de l'autre nombre 12, ſçauoir 144. Soit poſé le nombre cherché 1 ℛ, l'adiouſtant à 10, viendra 1 ℛ, +10, qui multiplié par 1 ℛ, faict 1 *q* +10 ℛ, lequel doit eſtre egal à 144. Oſtant donc 10 ℛ de chacun, l'equation ſera entre 1 *q*, & 144 —10 ℛ, laquelle ſe reſoudra ainſi: La moitié du nombre des racines 5, faict le quaré 25, auquel adiouſtant 144, vient 169, dont la racine quarree eſt 13, de laquelle ſoit oſtee la ſuſdite moitié 5, à cauſe du ſigne —, & reſtera la valeur de 1 ℛ, ſçauoir 8, nombre cherché.

Car iceluy estant adiousté à 10, faict 18, qui multipliez par 8, le produict est 144, quarré de l'autre nombre 12.

12 *Coupper vn nombre donné en deux parties, telles que le nombre produict de l'vne en l'autre, multiplié par le quarré du nombre donné, face vn autre nombre donné.*

Soit le nombre donné 20, qu'il faut coupper en deux parties, telles que le nombre procreé de la multiplication d'icelles, estãt multiplié par 400, quarré du nombre donné, soit 300. Soit posé l'vne d'icelles parties estre 1 ℞, & l'autre 20—1 ℞, icelles multipliees entr'elles, viendra 20 ℞—1 *q*: & ce nombre multiplié en 400, fait 8000 ℞—400 *q*, qui doit estre egal à 300: adiousstant 400 *q* à chacun, l'equation sera entre 8000℞, & 300+400*q*; & ostãt 300, l'estera equation entre 400 *q*, & 8000 ℞—300; & diuisant par 400, l'equation sera entre 1 *q*, & 20℞—$\frac{3}{4}$. La moitié des racines est 10, dont le quarré est 100, ou $\frac{400}{4}$, desquels ostant $\frac{3}{4}$ resteront $\frac{397}{4}$, qui adiousstez à la susdite moitié 10, la plus grande racine sera $10+\sqrt{\frac{397}{4}}$; & ostant les mesmes $\frac{397}{4}$, d'icelle moitié, restera la moindre racine $10-\sqrt{\frac{397}{4}}$ qui sont les parties requises. Car l'vne multipliée par l'autre faict $\frac{3}{4}$; & $\frac{3}{4}$ en 400, quarré du nombre donné 20, faict $\frac{1200}{4}$, c'est à dire 300.

Or és 12 questions cy dessus, les nombres sont abstrais de la matiere, mais és 13 suiuantes, les nombres sont accordez aux choses materieles.

13 *Il y a vn rectangle duquel les costez sont en raison septuple, & les quarrez d'iceux pris ensemble, ont raison centuple à la somme d'iceux costez: Trouuer les costez, l'aire, & le diametre dudit rectangle.*

Soit posé le moindre costé 1 ℞, & le plus grand 7 ℞, desquels la somme sera 8 ℞, & leurs quarrez 1 *q*, & 49 *q*, adiousstez ensemble feront 50*q*, centuple de 8 ℞. Il y a donc equation entre 50*q*, & 800℞. Et diuisant 800 par 50, viendront 16, pour 1 ℞, moindre costé: le plus grãd qui est en raison septuple sera donc 112, & l'aire sera 1792, produit d'vn costé par l'autre. Et le diametre sera $\sqrt{12800}$. Car les quarrez des costez sont 256, & 12544, la somme desquels est 12800, centuple de 128, qui est la somme d'iceux costez, & partant le quarré du diametre sera 12800, dont la racine quarrée, sçauoir est $\sqrt{12800}$ sera ledit diametre,

14 *Il y a vne colomne quadrangulaire rectangle, de laquelle la base a les*

coſtez en raiſon ſeſquitierce; & ſa hauteur eſt au plus grand coſté de la baſe en raiſon double ſuperbipartiente tierce; & la ſolidité d'icelle colomne contient 93312 toiſes: il faut trouuer chacune dimenſions.

Le moindre coſté de la baſe ſoit poſé 3 ℞, & le plus grand 4 ℞: mais la hauteur $10\frac{2}{3}$ ℞, afin qu'elle ſoit au plus grand coſté 4 ℞, en raiſon double ſuperbipartiente tierce, & le plus grand coſté au moindre en raiſon ſeſquitierce. Ces trois nombres multipliez entr'eux produiſent 128 *c*, egaux à 93312 ſolidité de la colõne. Diuiſant donc 93312 par 128, viennent 726 pour 1 *c*, & 9 pour 1 ℞: donc le moindre coſté de la baſe, lequel nous auons poſé eſtre 3 ℞, ſera 27: & le plus grand 4 ℞, ſera 36; & la hauteur $10\frac{2}{3}$ ℞ ſera 96. Et ces trois dimenſions multipliees entr'elles produiſent la ſolidité 93312.

15 *Il y a vn rectangle, duquel l'aire eſt 30, & les coſtez d'iceluy ſont en raiſon ſeſquialtere: il faut trouuer iceux coſtez, & le diametre.*

Soit poſé le moindre coſté 2 ℞, & partant le plus grand 3 ℞, ſeſquialtere à iceluy: de la multiplication des coſtez entr'eux, ſera produict 6*q* egaux à 30, aire donné. Diuiſant donc 30 par 6, 1*q*, ſera 5, & 1℞, √5. Et pource que nous auons poſé le moindre coſté eſtre 2℞, iceluy ſera √20, nombre double de √5; & le plus grand coſté 3℞ ſera √45, nombre triple de √5. Et pource que les quarrez des coſtez 20 & 45 ſont enſemble egaux au quarré du diametre, le quarré d'iceluy diametre ſera 65, & iceluy diam. √65.

16 *Il y a vne armee compoſee de François, Allemans & Anglois: les François ſont 25000: les Allemans ſont moitié des François & Anglois, & les Anglois ſont la 8. partie des François & Allemans: il faut trouuer le nombre tant des Allemans que des Anglois, & combien il y a d'hommes en toute l'armee.*

Soit poſé 1 ℞ pour les Allemans: donc les François & les Anglois enſemble ſeront 2℞, & toute l'armee ſera 3℞. Et puis que les Anglois ſont la 8. partie des François, & des Allemans enſemble: & que les Allemans & François ſont enſemble 1 ℞ + 25000: les Anglois ſeront $\frac{1}{8}$ ℞ + 3125. Parquoy veu que les François ſont 25000; les Allemans 1℞, & les Anglois $\frac{1}{8}$ ℞ + 3125, toute l'armée ſera $1\frac{1}{8}$℞ + 28125 egale à 3℞. Oſtant donc $1\frac{1}{8}$ ℞ de chacun, l'equation ſera entre 28125, & $1\frac{7}{8}$ ℞: & diuiſant 28125 par $1\frac{7}{8}$, le nombre 15000, ſera la valeur de 1 ℞, qui eſt le nombre des Allemans; & partant les Fran-

çois & Allemans feront enſemble 40000, dont la 8 partie eſt 5000 pour le nombre des Anglois: & toute l'armee ſera de 45000 hommes.

17 *Il y a vn quarré duquel le diametre, & le coſté enſemble ſont 6: trouuer iceux coſté & diametre.*

Soit poſé le coſté 1℞, & partant le diametre 6—1℞. Et pource que le quarré du diametre eſt double du quarré du coſté: & le quarré du coſté eſt 1q; & le quarré du diametre eſt 36—12℞+1q, il y aura equation entre 2q, & 36—12℞+1q: & oſtãt 1q de chacũ, demeurera equation entre 1q, & 36—12℞: maintenant la moitié du nombre des racines eſt 6, dont le quarré eſt 36, qui adiouſtez à 36, viennent 72, dont la racine eſt √ 72, de laquelle eſtant oſtee la ſuſdite moitié 6, reſtera √ 72—6, pour la valeur de 1℞, & autant ſera le coſté du quarré: lequel eſtant oſté de 6, reſtera 12—√ 72 pour le diametre.

18 *Il y a vn autre quarré duquel le diametre ſurpaſſe le coſté de* 3: *trouuer leſdits coſté & diametre.*

Pour le coſté ſoit poſé 1℞, & partant le diametre ſera 1℞+3. Et pource que le quarré du diametre eſt double du quarré du coſté; & le quarré du coſté eſt 1q; & le quarré du diametre 1q+6℞+9. L'equation ſera entre 2q, & 1q+6℞+9; & oſtant 1q de chacun, reſtera l'equation entre 1q, & 6℞+9. La moitié du nombre des racines eſt 3, dont le quarré eſt 9, qui adiouſté à 9, faict 18, dont la racine eſt √ 18, à laquelle ſoit adiouſté la ſuſdite moitié 3, & ſera √18+3, valeur de 1℞, qui eſt pour le coſté du quarré: & partant le diametre ſera √18+6.

19. *Il y a vn quarré duquel le coſté multiplié par le diametre faict* 10: *trouuer leſdits coſté & diametre.*

Soit poſé le coſté de 1℞: & partant le diametre ſera $\frac{10}{1℞}$. Car 1℞ multiplice par $\frac{10}{1℞}$ faict 10, lequel nombre eſt quotient, ſi 10 eſt diuiſé par 1℞. Et ainſi le quotient multiplié par le diuiſeur 1℞, produit le nombre diuiſé 10. Et pource que le quarré du diametre eſt double du quarré du coſté, ſçauoir eſt de 1q, & le quarré du diametre eſt $\frac{100}{1q}$, il y aura equation entre 2q & $\frac{100}{1q}$, laquelle par

la

la multiplication en croix sera reduitte à celle d'entre $2qq$, & 100. Diuisant donc 100 par 2, viendra 50. valeur de $1qq$: & $1\mathfrak{R}$ sera $\sqrt{\sqrt{}}$ 50. pour le costé. Et pource que le diametre a esté posé $\frac{10}{1\mathfrak{R}}$, c'est à dire 10 diuisez par $1\mathfrak{R}$: si on diuise 10 par $\sqrt{\sqrt{}}$ 50, sçauoir est par la valeur de $1\mathfrak{R}$, viendra au quotient $\sqrt{\sqrt{}}$ 200 pour le diametre.

20. *Il y a vn rectangle, duquel l'aire est* 80, *& la difference des costez est* 2: *trouuer le diametre, & les costez d'iceluy rectangle.*

Soit posé le moindre costé de $1\mathfrak{R}$; & partant le plus grand sera $1\mathfrak{R}+2$. Ces costez multipliez entr'eux font l'aire $1q+2\mathfrak{R}$. egal à l'aire donné 80. Ostant donc $1\mathfrak{R}$ de chacun, l'equation sera entre $1q$. & $80-2\mathfrak{R}$. La moitié du nombre des racines est 1, dont le quarré est 1, qui adiousté à 80, sera 81, dont la racine quarrée est 9, de laquelle ostant la susdite moitié 1, restera 8, estimation de $1\mathfrak{R}$. pour le moindre costé. Donc le plus grand sera 10, excedant iceluy de 2. Iceux costez multipliez entr'eux produisent 80 aire donné, & les deux quarrez des costez sont 64 & 100, egaux au quarré du diametre: & partant le quarré du diametre sera 164, & iceluy diametre $\sqrt{}$ 164.

21. *Il y a vn rectangle duquel le diametre est* 30, *& la somme des costez* 42; *trouuer iceux costez, & l'aire du rectangle.*

Soit posé vn costé de $1\mathfrak{R}$. & partant l'autre $42-1\mathfrak{R}$. Leurs quarrez seront $1q$, & $1764-84\mathfrak{R}+1q$, qui sont ensemble egaux au quarré du diametre. Parquoy l'equation sera entre $2q+1764-84\mathfrak{R}$ & 900. Et adioustant $84\mathfrak{R}$ à chacun, elle sera entre $84\mathfrak{R}+900$, & $2q+1764$. Et ostant 900 de chacun, restera equation entre $84\mathfrak{R}$, & $2q+864$. Et derechef ostant 864 de chacun, elle sera entre $2q$, & $84\mathfrak{R}-864$. Et diuisant tout par 2, l'equation viendra entre $1q$ & $42\mathfrak{R}-432$. La moitié du nombre des racines est 21, dont le quarré est 441, duquel ostant 432, restera 9, dont la racine quarrée est 3, qui adioustée à la susdite moitié 21, viendra 24, pour le plus grand costé: & partant restera 18 pour le moindre: & iceux costez multipliez entr'eux, produisent 432 pour laire du rectangle.

Vn marchant estant allé trafiquer à trois foires; il a autant gaigné à la premiere qu'il y auoit porté d'argent, tellement qu'apres ceste premiere negotiation il auoit le double de son argent: à la seconde son gain estoit 6 *liures dauantage que la racine quarree de ce double; mais à la troisiesme son gain estoit* 4 *liures dauantage que le quarré du gain faict à la seconde fois: & apres toutes ces negotiations, il trouue qu'il a gaigné à ces trois foires* 1786 *liures. On*

demande quelle somme d'argent ce marchand auoit au commencement, & combien il a gaigné à chaque foire?

Supposons qu'à la seconde foire il ait gaigné 1ℛ: dõc puis que ce gain est 6 dauantage que la racine quarree du double de ce qu'il auoit porté ou gaigné à la premiere foire, si nous multipliõs 1ℛ—6 en soy, viendront 1q—12ℛ+36, pour iceluy double; & pourtãt le gain de la premiere foire sera $\frac{1}{2}q$—6ℛ+18: mais le gain de la troisiesme est 4 dauantage que le quarré du gain de la seconde que nous auons posé estre 1ℛ: donc iceluy gain sera 1q+4. Adiouſtons ces trois gains ensemble 1q+4,1ℛ,& $\frac{1}{2}q$—6 ℛ+18,& viẽdront $1\frac{1}{2}q$—5ℛ +22 pour tous lesdits gains, qui partant sont egaux à 1786. Oſtons de part & d'autre 22, & l'equation viendra entre $1\frac{1}{2}q$—5ℛ, & 1764; adiouſtons les 5ℛ, & nous aurons l'equation entre $1\frac{1}{2}q$, & 5ℛ + 1764. Puis à cauſe de la fraction reduisons & multiplions en croix, & l'equation viendra entre 3q, & 10 ℛ+3528: & diuisons tout par 3, viendra equation entre 1q, & $3\frac{1}{3}$ℛ + 1176. Maintenant prenõs la moitié du nombre des racines, qui sera $\frac{5}{3}$, & son quarré $\frac{25}{9}$ ou $2\frac{7}{9}$, qui adiouſtez au nombre abſolu 1176, font $1178\frac{7}{9}$, dont la racine quarree est $34\frac{1}{3}$, à laquelle seroit adiouſté la moitié des racines, ſçauoir $\frac{5}{3}$, & nous aurõs 36 pour la valeur d'vne racine. Parquoy la ſomme du gain faict à la ſeconde foire ſera 36 liures; & puis qu'elle vaut 6 liures dauantage que la racine quarree du double de la ſomme gaignee à la premiere foire, oſtons 6 liures, & resterons 30, dont le quarré 900, est le double de la ſomme, tant de l'argent porté à la premiere foire, que du gain fait à icelle, parquoy, le marchãd auoit porté 450 liures à ladite foire, & y gaigna autant. Mais puis que le gain faict à la troiſieſme foire est 4 liures dauantage que le quarré de la ſomme du gain faict à la ſeconde, multiplions le gain 36 en ſoy, & viendront 1296, à quoy adiouſtons 4, & nous aurons 1300 liures pour le gain faict à ladite troiſieſme foire: & que cela ſoit, adiouſtons enſemble tous ces trois gains 450,36 & 1300 liures; viendront 1786. liures pour tout le gain faict aux trois foires ſuſdites, ainſi que veut la propoſition.

23. *Il y a vn quarré duquel le coſté multiplié par la difference d'entre iceluy coſté, & le diametre faict* 15; *trouuer le diametre, & le coſté dudict quarré.*

Soit poſé le coſté de 1ℛ, & partant la difference d'entre le coſté & le diametre ſera $\frac{15}{1ℛ}$, laquelle eſt trouuée diuiſant 15 par 1ℛ, ſçauoir eſt afin que le quotient multiplié par le diuiſeur 1ℛ, produi-

ſe le nombre diuiſé 15. Et pource que le diametre excede le coſté de ceſte differance, le diametre ſera $1\mathfrak{R}+\frac{15}{1\mathfrak{R}}$. Et d'autant que le quarré du diametre eſt double du quarré du coſté; & le quarré d'iceluy coſté eſt $1q$, & le quarré du diametre eſt $\frac{1qq+30q+225}{1q}$, il y aura equation entre $2q$, & $\frac{1qq+30q+225}{1q}$, qui par multiplication en croix ſera reduite à l'equation d'entre $2qq$, & $1qq+30q+225$. Oſtant donc $1qq$ de chacun, lequation ſera entre $1qq$, & $30q+225$. La moitié du nombre des quarrez eſt 15, dont le quarré eſt 225, qui adiouſté à 225, vient 450, dont la racine quarree eſt $\sqrt{450}$, à laquelle adiouſtant la ſuſdite moitié 15, viendra $\sqrt{450}+15$ pour $1q$; & partant $1\mathfrak{R}$ ſera $\sqrt{(\sqrt{450}+15)}$: & autant eſt le coſté requis, dont le quarré $\sqrt{450}+15$ eſtant doublé donnera $\sqrt{1800}+50$, pour le quarré du diametre; & partant iceluy diametre ſera $\sqrt{(\sqrt{1800}+30)}$, duquel eſtant ſouſtrait le coſté, reſtera la difference $\sqrt{(\sqrt{1800}+30)}-\sqrt{(450+15)}$, qui multipliee par le coſté $\sqrt{(\sqrt{450}+15)}$ ſera produit le nombre 15.

24 *Deux hommes mettant leur argent enſemble, la ſomme eſt 200 eſcus, mais diuiſant l'argent du ſecond par celuy du premier, le quotient eſt* $1\frac{1}{2}$: *Il faut trouuer l'argent de chacun.*

Soit poſé $1\mathfrak{R}$ pour le premier, & pour le ſecond 1A: il faut donc reſoudre la ſeconde racine en premiere ainſi. Pource que les deux enſemble ont 200 eſcus; il y aura equation entre $1\mathfrak{R}+1A$, & 200. Oſtant $1\mathfrak{R}$ de chacun, reſtera l'equation entre 1A, & $200-1\mathfrak{R}$: donc 1A ſera reduite en $200-1\mathfrak{R}$. Parquoy ie poſe derechef le nombre du premier eſtre $1\mathfrak{R}$, & celuy du ſecond $200-1\mathfrak{R}$, qui font enſemble 200 eſcus. Ie diuiſe maintenant le nombre du ſecond par celuy du premier, & vient $\frac{200-1\mathfrak{R}}{1\mathfrak{R}}$ egal à $1\frac{1}{2}$, laquelle equation, par la multiplication en croix, ſera reduite à l'equation d'entre $400-2\mathfrak{R}$, & $3\mathfrak{R}$. Et adjouſtant $2\mathfrak{R}$ à chacun, l'equation ſera entre 400 & $5\mathfrak{R}$: diuiſant donc 400 par 5, le quotient ſera 80 pour le nombre du premier: & partant le ſecond aura 120, qui diuiſez par 80, le quotient eſt $1\frac{1}{2}$.

25. *Trois hommes ayans de l'argent, le premier dit aux deux autres, que s'il auoit encore 100 eſcus, il auroit autant qu'eux: le ſecond dit auſſi aux*

deux autres, que s'il auoit encore 100 *escus il auroit le double de leur argent: pareillement le troisiesme dit aux deux autres, que s'il auoit encore* 100 *escus, il auroit le triple de leur argent: sçauoir combien à chacun.*

Soit posé l'argent du premier estre 1ℛ: donc auec 100, il aura 1ℛ+100, & autant sera la somme du second & troisiesme, & tous les trois auront 2ℛ+100. Soit posé la somme du second estre 1A: Donc auec 100, il aura 1A+100, lequel nombre est double de la somme du premier & tiers, laquelle est 2ℛ+100—1A: (Pource que ayans tous trois 2ℛ+100, si on oste 1A, c'est à sçauoir l'argent du second, restera 2ℛ+100—1A pour la somme du premier & troisiesme.) Partant il y aura equation entre 1A+100, & 4ℛ+200—2A. Et adjoustant 2A à chacun, l'equation sera entre 3A+100, & 4ℛ+200: & ostant 100 de chacun, demeurera l'equation entre 3A, & 4ℛ+100. Si donc les touts sont diuisez par 3, l'equation viendra entre 1A, & $\frac{4}{3}$ℛ+$\frac{100}{3}$. Finalement la somme du tier soit posée estre 1E. Donc auec 100, il aura 1B+100, qui est nombre triple de la somme du premier & second, laquelle est $\frac{7}{3}$ℛ+$\frac{100}{3}$, composée de 1ℛ somme du premier, & $\frac{4}{3}$ℛ+$\frac{100}{3}$ somme du second: Il y aura donc equation entre 1B+100, & $\frac{21}{3}$ℛ+$\frac{300}{3}$; c'est à dire entre 1B+100, & 7ℛ+100, & ostant 100 de chacun, l'equation sera entre 1B, & 7ℛ: & partant la somme du tier, qui a esté posée 1B, sera 7ℛ. Parquoy puis que le premier a 1ℛ, le second $\frac{4}{3}$ℛ+$\frac{100}{1}$; & le tier 7ℛ; tous les trois ensemble auront $9\frac{1}{3}$ℛ+$\frac{100}{1}$. Mais tous les trois auoient aussi 1ℛ+100: Il y a donc equation entre $9\frac{1}{3}$ℛ+$\frac{100}{3}$, & 2ℛ+100: & ostant 2ℛ de chacun, restera equation entre $7\frac{1}{3}$ℛ+$\frac{100}{3}$, & 100: & ostant derechef $\frac{100}{3}$, c'est à dire $33\frac{1}{3}$ de chacun, demeurera equation entre $7\frac{1}{3}$ℛ, & $66\frac{2}{3}$: diuisant donc $66\frac{2}{3}$ par $7\frac{1}{3}$, viendra $9\frac{1}{11}$ pour 1ℛ, somme du premier: & le second ayant $1\frac{1}{3}$ℛ+$33\frac{1}{3}$, aura $45\frac{5}{11}$: & le tier ayãt 7ℛ, aura $63\frac{7}{11}$. Car ainsi le premier auec 100, aura $106\frac{1}{11}$, egale à la somme du secõd & tier; & le second auec 100, aura $145\frac{5}{11}$, qui est le double de la somme du premier & tier: & finablement le tier auec 100, aura $163\frac{7}{11}$, qui est le triple de la somme du 1 & 2.

Or i'estime que ces 25 questions ioinctes aux preceptes precedens, peuuent suffire pour l'intelligence de la doctrine Algebraique, que nous nous estions proposé d'enseigner en ce traicté; c'est pourquoy nous ne nous arresterons dauantage sur ce sujet.

Fin du traicté de l'Algebre.

QVATRE LIVRES DE LA GEOMETRIE PRATIQVE.

Par D. HENRION *Mathemat.*

A PARIS.

M. DC. XX.

A

REVEREND PERE ENDIEV, MESSIRE HENRY DESCOVBLEAV,

EVESQVE ET SEIGNEVR DE Maillezais, Abbé de Sainct Ioüin de Marnes, & Conſeiller du Roy en ſes Conſeils d'Eſtat & Priué.

MONSEIGNEVR,

C'eſt à bon droict qu'en vos eſtudes vous auez ioinct les diuines Mathematiques auec la ſaincte Theologie, puis que les Saincts docteurs de l'Egliſe Iuſtin, Hieroſme, Auguſtin & autres, teſmoignent qu'il y à beaucoup de choſes és ſainctes eſcritures, qui ne peuuent eſtre entendues de pluſieurs par l'ignorance des nombres, de la Geographie, Aſtronomie, & Geometrie, principales parties des Mathematiques, pour la cognoiſſance deſquelles S. Baſile eſt grandement loüé de Gregoire Nazianzene, & auſsi ſans elles, les Theologiens n'auroient pas ce docte commentaire ſur Ezechiel faict par le pere Villalpandus de la compagnie de IESVS, *œuure certes remplie d'autant belles conceptions Theologiques que ſubtiles demonſtrations Mathematiques. Ce que i'ay rapporté, Monſeigneur, à fin qu'aucun n'ignore combien les ſciences Mathematiques ſont vtiles aux Theo-*

logiens, & qu'à voſtre exemple les autres Prelats & docteurs de l'Egliſe s'addonnent tant plus volontiers à l'eſtude d'icelles, qu'ils ſçauront eſtre vtiles, voire meſme neceſſaires pour auoir vne droicte & entiere intelligence des ſainctes Eſcritures. Et iugeant que cette Geometrie pratique leur pourroit donner quelque addreſſe en ceſte eſtude, ie me ſuis reſolu de la laiſſer aller au iour eſclairée de voſtre illuſtre nom, m'aſſurant que fauoriſée de vos merites elle agrera au public. Receuez donc s'il vous plaiſt, Monſeigneur, ſous voſtre protection, & l'eſcrit & l'autheur: que ſi l'vn eſt peu propre à vous aider aux ſuſdites ſciences, au moins croyez que l'autre eſt deſireux de vous teſmoigner qu'il ſera à iamais

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeiſſant ſeruiteur,

D. HENRION.

LA GEOMETRIE PRATIQVE.

NOvs auons diuisé ce traicté Geometrique en quatre parties, en la premiere desquelles sont diuers problesmes, partie extraicts des plus doctes Geometres, & l'autre partie de nostre inuention, au prealable desquels nous auons mis les deffinitions des mots, & termes de l'Art.

En la deuxiesme partie sera traicté de la dimention des lignes droictes, c'est à dire du moyen de prendre auec quelque instrument la distance ou interualle des lieux, la haulteur des tours, édifices, arbres, & montagnes, la profondité des puits, vallées, & fossez; & est ceste partie appellée par les Autheurs Altimetrie: Sera aussi monstré en icelle la maniere de prendre & rapporter sur le papier le plan de quelque place ou ville, ensemble la scituation de tous les villages, & autres choses qui se presenteront à la veuë.

En la troisiesme partie sera traicté de la dimension des superficies, appellée par les Geometres Planimetrie.

Et en la quatriesme & derniere sera traicté de la dimension des corps, appellée par les Geometres Stereometrie.

Et d'autant que les traducteurs des Elements d'Euclides de Latin en François ont traduict ſimplement iceux Elements, delaiſſant beaucoup de choſes, belles & neceſſaires, qui ſe pouuoient colliger & ſchollier à iceux : nous auons annexé en ce traicté és lieux où nous l'auons iugé eſtre à propos les principaux & plus neceſſaires Theoremes d'Euclide, & ce tout ſimplement, comme ſi c'eſtoiẽt ſimples Axiomes, attendu qu'ils ſont demonſtrez en leur lieu ; en ſuitte deſquels auons exprimé & declaré les conſequences qui ſe tirent de leurs demonſtrations, afin de ne renuoyer ceux qui n'entendent la langue Latine (en faueur deſquels auons faict ce traicté François) en vn Autheur qu'ils ne peuuent entendre, lors que nos demonſtratiõs s'apuyerõt ſur aucũs d'iceux Corrollaires ; & auſſi pour ce que quelqu'vnes de noſdites demõſtrations s'appuyent ſur autres Theoremes que ceux d'Euclides, nous auons eſpars & demonſtré iceux par cy par là, où nous auons trouué qu'il eſtoit beſoin d'iceux Theoremes.

PREMIERE PARTIE.

DEFFINITIONS.

GEometrie eſt l'Art & ſcience de bien meſurer ; & bien meſurer eſt conſiderer la nature ou quantité d'vne ou pluſieurs choſes meſurables, & en comparant icelles entr'elles recognoiſtre quelle proportion elles ont l'vne auec l'autre, & leur difference.

Le ſubject de ceſt Art eſt magnitude, laquelle eſt vne quantité continuë, comprenant trois eſpeces, ſçauoir eſt ligne, ſuperficie & corps.

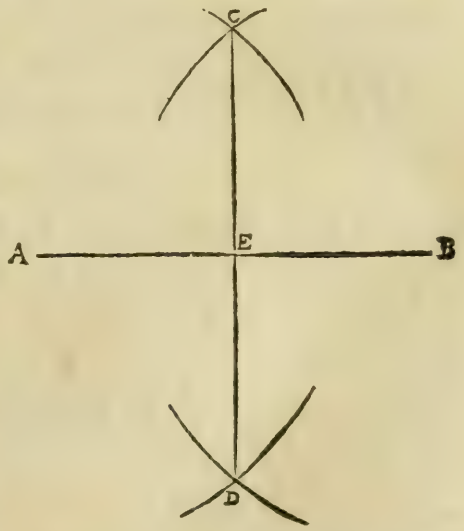
La ligne eſt ce qui a longueur ſans largeur, les extremitez de laquelle ſont poincts ; & y en a de trois ſortes, ſçauoir eſt droiſte, courbe & mixte : la ligne droicte eſt celle qui eſt eſgallement compriſe entre ſes poincts ;

ou bien c'eſt vn traict le plus court qui ſe puiſſe faire d'vn poinct à l'autre. Mais la ligne courbe eſt celle qui eſt conduicte par circuit, depuis vn poinct iuſques à l'autre. Et quant aux lignes mixtes, elles ne ſont en vſage en la Geometrie; c'eſt pourquoy nous ne dirons rien d'icelles.

PROBLEME I.

Coupper vne ligne droicte donnée & terminée en deux égallement.

Soit la ligne droicte A B, qu'il faut coupper en deux parties égalles: du poinct A, & de quelque interualle que ce ſoit (plus grande toutesfois que la moitié de ladite ligne A B) ſoient deſcris deux arcs, l'vn au deſſus d'icelle ligne, & l'autre au deſſoubs; puis du poinct B, & du meſme interualle ſoient deſcris deux autres arcs qui couppent les deux premieres en C & D; puis ſoit menée d'vne interſection à l'autre la ligne C D, & icelle couppera ladite ligne A B en deux parties égalles au poinct E, comme il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faicte en la 10. p. 1. d'Euclides.



SCHOLIE.

Nous ferons auſſi la meſme choſe auec le compas de proportion, comme il enſuit.

Soit prise ladite ligne A B proposée à coupper en deux parties égalles, auec vn simple compas, & soit transferée sur le compas de proportion du costé de la ligne droicte, ouurant iceluy iusques à ce que l'ouuerture de 100. ou autre nombre pair soit precisément la grandeur de ladite ligne, puis apres estant ledit compas de proportion ainsi ouuert, soit pris l'ouuerture du nombre 50, moitié de 100, à l'ouuerture duquel a esté posée ladite ligne A B, & transferant icelle ouuerture sur ladite ligne A B, on la couppera en deux également, au poinct E, comme il estoit requis.

DEFFINITIONS.

Angle plan est l'inclination de deux lignes l'vne vers l'aure, se touchant en vn plan non directement: & quand les lignes qui contiennent iceluy sont droictes, il se nomme rectiligne : Mais quand l'vne d'icelles lignes tombant sur l'autre faict les angles d'vne part & d'autre égaux, l'vn & l'autre des angles se nomme droict, & la ligne tombante se nomme perpendiculaire, à la ligne sur laquelle elle tombe, & si elle faict vn angle plus grand qu'vn droict, il s'appelle obtus, & celuy qui est plus petit qu'vn droict se nomme aigu.

Superficie, est ce qui a longueur & largeur tant seulement, & les extremitez d'icelle sont ligne ou lignes.

Cercle, est vne figure plane, compriſe d'vne seule ligne appellée circonference, au milieu de laquelle figure il y a vn poinct, qui s'appelle le centre du cercle, duquel estant menées des lignes droictes vers la circonference, elles sont toutes égalles entr'elles, & vne ligne droicte passant par ledit centre, & laquelle diuise iceluy cercle en deux également, s'appelle diametre du cercle.

Section de cercle, est vne figure contenuë d'vne partie de circonference du cercle, & d'vne ligne droicte, qui s'appelle base de la section.

Et vn angle se dict estre en la section, lors qu'à vn poinct pris en la circonference sont menées deux lignes droictes des deux extremitez de la ligne, qui sert de base à la section, & c'est l'angle compris d'icelles deux lignes.

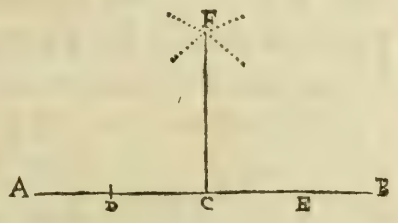
AXIOME I. Demonstré en la 31. p. 3.

Dans le cercle l'angle qui est au demy cercle est droict, & celuy qui est en la plus grande section est plus petit qu'vn droict; mais celuy qui est en la plus petite, est plus grand qu'vn droict.

PROBLEME II.

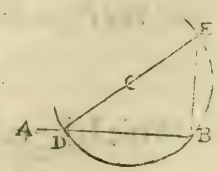
Sur vne ligne droicte donnee, & d'vn poinct en icelle, tirer vne ligne perpendiculaire.

Soit la ligne droicte A B, & le poinct donné en icelle soit C, duquel il faut leuer vne perpendiculaire: Soient pris deux poincts distants également de C, comme D & E, & d'iceux soient descris deux arcs de cercles, s'entrecouppans en F, de laquelle interfection soit tirée la ligne F C, qui sera perpendiculaire à ladite ligne A B, ainsi qu'il estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 11. p. 1.

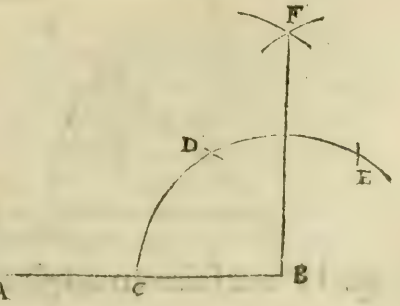


SCHOLIE.

Si le poinct donné estoit à l'extremité de la ligne, il faudroit continuer ladite ligne, & sur icelle estant continuée faire comme dessus: Ou bien nous prendrons vn poinct au dessus d'icelle ligne, cõme C; & apres auoir posé le pied du compas sur ledit poinct C, nous l'ouurirons iusques au poinct donné B, & descrirons l'arc D B E, puis nous tirerons la ligne droicte D C E, passant par le centre C; puis du poinct E nous tirerons E B, qui sera la perpendiculaire demandée: car l'angle D B E, dans le demy cercle est droict par la 31. p. 3. en axiome 1. & par consequent E B, est perpendiculaire.



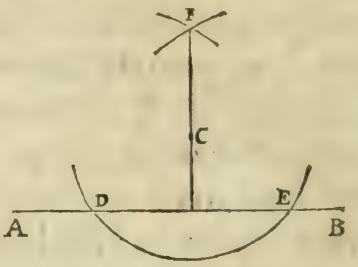
Autrement: du poinct donné B, & de quelconque interualle B C, moindre que la ligne donnée nous descrirons vn arc C D E plus grand que le tiers de la circonference de tout le cercle; puis sur iceluy arc soit pris deux interualles C D, D E, chacun égal au semidiametre B C; & des poincts D & E soient descris deux arcs s'entrecouppans au poinct F; duquel soit tirée à B la ligne droicte F B, qui sera perpendiculaire à A B, ainsi que dessus.



PROBL. III.

Sur vne ligne droicte donnée & interminée, & d'vn poinct hors icelle, mener vne ligne perpendiculaire.

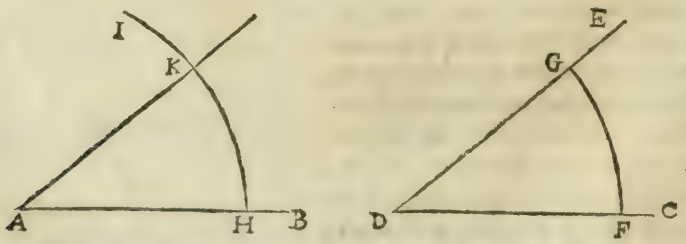
Soit donné la ligne A B, & vn poinct C hors icelle, duquel il faut mener vne perpendiculaire à A B. Du poinct C soit descrit vn arc qui coupe la ligne donnée en D & E, & d'iceux poincts cõme centres, soient descrits deux arcs de cercle d'égale estenduë qui s'entrecouppent au poinct F, duquel poinct & par celuy doné soit tirée la ligne F C G, laquelle sera perpendiculaire à la ligne A B comme il se deuoit faire, dont la demonstration est faite en la 12. p. 1.



PROBL. IV.

Sur vne ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle, faire vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne donnée A B, & le poinct en icelle A, sur le-



quel il faut faire vn angle rectiligne égal au donné C D E.

DU

Du centre D ſoit fait l'arc F G, & du meſme interualle du centre A ſoit auſſi deſcrit l'arc H I, puis ſoit pris l'ouuerture de l'arc F G, & ſoit tranſportée ſur l'arc HI; & du poinct A par le poinct I ſoit tirée la ligne A I, & ſera fait l'angle H A I égal au donné C D E comme il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faite à la 23. p. 1.

SCHOLIE.

L'angle C D E eſtant donné en nombres il ſera facile d'en faire vn égal à iceluy par le moyen du compas de proportion, comme enſuit.

Soit donné la ligne A B ſur laquelle il faut faire vn angle de trente-ſept degr. du centre A & de quelque interualle, comme A H ſoit deſcrit l'arc H I & porté la meſme interualle A H au compas de proportion à l'ouuerture de 60. deg. & eſtant ledit compas de proportion ainſi ouuert, ſoit pris l'ouuerture de 37. deg. & portée ſur l'arc H I, & icelle ſe terminant au poinct I ſoit tirée à icelluy du poinct A la ligne A I, laquelle faict l'angle H A I de 37. deg. ainſi qu'il eſtoit requis.

Or par cecy il eſt manifeſte qu'eſtant cogneu l'vn des coſtez d'vn tri. & les deux angles de deſſus icelluy l'on deſcrira facilement iceluy triangle, & par conſequent ſeront auſſi cogneus les deux autres coſtez dudit tri. Car prenant ledit coſté cogneu ſur le compas de proportion, & deſcriuant ſur chacune extremité d'iceluy coſté vn des deux angles cogneus, les lignes faiſant iceux ang. eſtans tirées iuſques à ce qu'elles s'entrecouppent l'vne l'autre formeront le tri. dont les deux coſtez incogneus eſtans portés ſur le compas de parties ils ſeront cogneus: mais il ſera enſeigné cy apres vn autre moyen plus commode pour cognoiſtre iceux coſtez incogneus deux angles & vn coſté d'vn tri. eſtans cogneus.

D'auantage s'il eſtoit requis ouurir le compas de proportion d'vn angle égal au donné C D E, il faudroit ayant fait l'arc F G tranſporter ſur la iambe la diſtance D F, & notter où elle ſe terminera, puis prendre la diſtance F G, & faire que l'ouuerture du nombre où ſe ſera terminé l'interualle D F ſoit d'icelle diſtance F G, & lors le compas de prop. ſera ouuert de l'angle donné C D E.

Que s'il eſtoit auſſi requis d'ouurir le comp. de prop. de quelque ang. prop. en nombre de deg. il faudroit prendre ſur la iambe d'iceluy compas la diſt. du centre iuſqu'au nombre de deg. de l'angle prop. & faire que l'ouuerture de 60. degrez ſoit d'icelle diſtance.

Il eſt donc manifeſte par cecy qu'iceluy comp. eſtant ouuert, on ſçaura facilement de combien de deg. ſera ladite ouuerture; car prenant l'ouuerture de 60. deg. & la poſant ſur l'vne des iambes, ſera monſtré le nomb. des degrez de ladite ouuerture.

Nous ſçaurons auſſi eſtant donné vn angle combien il contient de deg. ſçauoir eſt faiſant vn arc ſur iceluy angle, puis ayant transferé le demy diam. d'iceluy arc à l'ouuerture de 60. deg. & la grandeur de l'arc ſur l'vne & l'autre iambe, nous verrons quelle ouuerture elle ſera.

Or d'autant que les Sinus ſont de tres-grands vſages, nous mettrons icy la maniere de trouuer le Sinus droict d'vn angle donné, le total Sinus eſtant poſé de 200. ce que nous ferons en trois manieres, dont la premiere eſt qu'il faut ouurir le compas de proportion de l'angle donné, puis ſouſtraire de 180. deg. le double des deg. d'iceluy angle prop. & ce qui reſtera ſera le nombre des degr. ſur lequel doit tomber la perpendicul. de 180. deg. de la iambe oppoſite, & portant icelle perpendiculaire ſur la iambe du coſté de la ligne droicte on trouuera le nombre d'icelle, qui ſera le Sinus requis.

L'autre maniere, eſt qu'il faut ſeulement ouurir le compas de proportion de l'angle donné, puis prendre la perpendic. tombant de l'extremité de l'vne des iambes ſur l'autre, laquelle ſera le Sinus requis.

La troiſiéme maniere, eſt qu'il faut ſeulement prendre ſur la ligne des cordes, ou degrez la grandeur de la corde du double des deg. de l'angle propoſé, & la porter ſur la ligne droicte pour voir la valeur d'icelle corde.

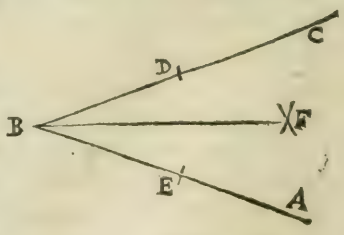
Mais il eſt à notter que ſi l'angle donné eſtoit obtus il faudroit premierement ſouſtraire iceluy de 180. degrez, afin d'auoir ſon complement du demy cercle, puis auec iceluy complement pourſuiure comme dit eſt cy deſſus.

Au contraire, le Sinus d'vn angle eſtant donné, nous trouuerons iceluy angle, prenant le Sinus donné auec le ſimple compas, ſur l'vne des iambes du compas de proportion, & ayant poſé l'vne des poinctes d'iceluy ſimple compas ſur 180. deg. du compas de proportion, & ouurant iceluy iuſques à ce que l'autre poincte du ſimple compas tombe perpend. ſur l'autre iambe dudit compas de proportion, & alors iceluy compas ſera ouuert de l'angle du Sinus donné. Mais beaucoup plus promptement, portant ledit Sinus donné ſur la ligne des degrez: Car la moitié du nombre des degrez qui ſeront trouuez ſera la valeur de l'angle requis.

PROBL. V.

Coupper en deux également vn angle rectiligne donné.

Soit donné l'angle rectiligne A B C qu'il faut coupper en deux également: du centre B & de quelque interualle que ce ſoit, ſoient couppées les lignes BD, BE égales, puis des poincts D & E cõme centres, ſoient deſcrits deux arcs ſe couppant l'vn l'autre en F, & d'icelle interſection par le poinct B ſoit tirée la ligne B F laquelle couppera l'angle donné en deux ég. comme



il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faite à la 9. p. 1.

AXIOME II. demonſtré en la 13. p. 1.

Vne ligne droicte tombant ſur vne autre ligne droicte, fait deux angles droicts, ou bien égaux à deux droicts.

COROLLAIRE.

Il eſt donc manifeſte que l'vn des angles eſtant cogneu, l'autre ne ſera ignoré, car ſouſtrayant les degrez de l'angle cogneu de 180. degrez, reſteront les degrez de l'autre angle.

AXIO. III. demonſtré en la 15. p. 1.

Si deux lignes droictes ſe couppent l'vne l'autre, elles feront les angles oppoſés au ſommet égaux.

COROLL.

Il eſt donc manifeſte que deux lignes droictes s'entrecouppans l'vne l'autre feront à leur interſection quatre angles droicts ou égaux à quatre droicts, l'vn deſquels eſtant cogneu, l'on aura facilement cognoiſſance des autres trois : car premierement l'oppoſé ſera égal à iceluy, & le ſouſtrayant de 180. degrez, reſteront les degrez de chacun des deux autres.

DEFF.

Les lignes leſquelles eſtant conſtituées ſur vn meſme plan & prolongées de part & d'autre à l'infiny ne ſe rencontrent jamais, ſont appellées lignes paralleles.

AXIO. IV. demonſtré en la 27. p. 1.

Si vne ligne droicte tombant ſur deux lignes droictes fait les angles oppoſez alternatiuement ég. icelles lignes ſeront paralleles.

AXIO. V. demonſtré en la 28. p. 1.

Si vne ligne droicte tombant ſur deux lignes droictes fait l'angle

exterieur égal à ſon oppoſé interieur du meſme coſté, ou bien les deux interieurs de meſme coſté ég. à deux droicts, icelles lignes ſeront paralleles.

AXIO. VI. demonſtré en la 29. p. 1.

Si vne ligne droicte tombe ſur deux lignes paralleles, elle fera les angles oppoſez alternatiuement ég. & l'exterieur ég à ſon oppoſé interieur du meſme coſté, & les deux interieurs de meſme coſté égaux à deux droicts.

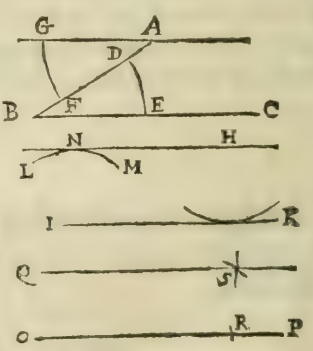
AXIO. VII. demonſtré en la 30. p. 1.

Les lignes droictes paralleles à vne meſme ligne droicte, ſont paralleles entr'elles.

PROBL. VI.

Par vn poinct donné mener vne ligne droicte parallele à vne ligne droicte donnée.

Soit le poinct donné A, duquel il faut mener vne ligne parallele à la dõnée BC. Du poinct A ſoit menée la ligne AB faiſant l'angle ABC, puis de A & B comme centres & d'vn meſme interualle ſoient deſcrits les deux arcs DE, FG, leſquels eſtans faits égaux ſoit tirée par les poincts A, G, la ligne AG, qui ſera telle qu'il eſtoit requis, comme il eſt demonſtré à la 31. p. 1.



SCHOLIE.

D'autant que la maniere cy deſſus n'eſt guieres vſitée en la pratique, nous adiouſterons deux autres manieres, dont la premiere eſt celle dont l'on vſe le plus ſouuent en pratiquant.

Soit le poinct H duquel il conuient tirer vne ligne parallele à la donnée I K. Du centre H soit fait vn arc qui touche la ligne I K, puis du centre I & du mesme interualle soit fait l'arc L M, & du poinct H soit tirée la ligne H N, qui touche l'arc L M, & icelle ligne H N sera la parallele requise.

Soit encore donnée la ligne O P, à laquelle & du poinct Q il conuient tirer vne autre ligne parallele.

Soit pris en la ligne O P quelque poinct comme R, puis du centre Q & interualle O R soit descrit vn arc, en soit aussi descrit vn autre du centre R & interualle O Q, lequel couppe le premier au poinct S, & d'icelle intersection & du poinct Q soit menée la ligne Q S, laquelle sera parallele à O P, comme il estoit requis.

DEFF.

Les figures planes rectilignes sont celles contenuës de lignes droictes, & icelles sont triangulaires, quadrangulaires, ou polligones.

Les triangul. sont considerées ou selon leurs costez ou selon leurs angles.

Selon leurs costez, il y a trois sortes de triangles, sçauoir est, équilateral, Isoscelle & Scalene.

Le triangle équilater. est celuy qui a ses trois costez égaux.

L'Isoscelle a deux costez égaux seulement.

Le Scalene est celuy qui a ses trois costez inégaux.

Selon les angles il y a aussi de trois sortes de triangles, sçauoir est rectangle ou orthogone, oxigone & ambligone.

Le triangle rectangle ou orthogone est celuy qui a vn angle droict.

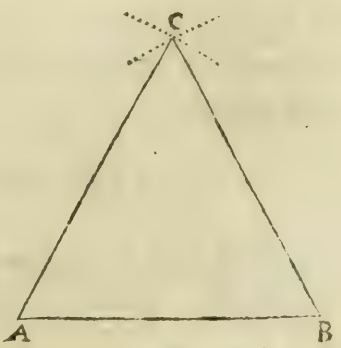
L'oxigone celuy qui a ses trois angles aigus.

Mais l'ambligone est celuy qui a vn angle obtus.

PROBL. VII.

Sur vne ligne droicte donnée & terminée descrire vn triang. équil.

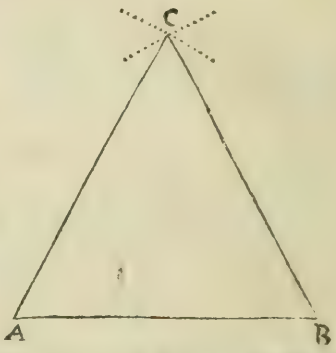
Soit donné la ligne AB, sur laquelle se doiue descrire vn triang. équilat. des poincts A & B comme centres, & de l'interualle de la ligne A B soient descrits deux arcs qui s'entrecouppent en C; puis des poincts A & B à ladite intersection C, soient menées les lignes A C & BC, & sera fait le triangle A C B équil.



ainſi qu'il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faite à la premiere prop. du premier liure d'Euclide.

PROBL. VIII.

Sur vne ligne droicte donnée & terminée, deſcrire vn triangle Iſoſcelle.



Soit donnée la ligne droicte A B; & il faut deſcrire ſur icelle vn triãgle Iſoſcelle : des poincts A & B comme centres, & d'vne interualle plus grande ou moindre que A B, ſoient deſcrits deux arcs qui s'entrecouppent en C; puis des poincts A & B à ladite interſection C ſoient menées les lignes A C & B C, & ſera fait le triangle A C B Iſoſcelle, ainſi qu'il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt manifeſte par la deffinition du cercle, & celle du triangle Iſoſcelle.

AXIO. VIII. demonſtré en la 5. p. 1.

Les triangles Iſcoſcelles ont les angles ſur la baſe égaux, & les coſtez égaux eſtant continuez, les angles exterieurs ſous la baſe ſont égaux.

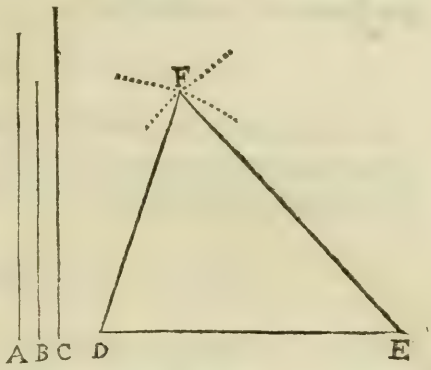
AXIO. IX. demonſtré en la 6. p. 1.

Les triangles qui ont les deux angles ſur la baſe ég. ont les deux autres coſtez égaux.

PROBL. IX.

Faire vn triangle de trois lignes droictes égalles à trois autres données, mais il faut que deux d'icelles prises ensemble, soient plus grandes que l'autre.

Soient trois lignes droictes données A, B, C, deux desquelles prises ensemble sõt plus grandes que l'autre, & il faut faire vn triangle d'icelles ou de trois autres à eux égalles. Soit prise la ligne droicte D E égale à quelconque des données cõme à A, puis apres de D & interualle de la ligne B soit décrit vn arc, pareillement de E & interualle de la ligne C soit descrit vn autre arc couppant le premier au poinct F, puis soient tirées à ladite intersection les deux lignes D F, E F & sera fait le triangle D E F de trois lignes droictes égalles aux trois premieres données, comme il estoit requis, dont la demonstration est faite à la 22 p. 1.



SCHOLIE.

En la mesme maniere que dessus estant proposé vn triangle, nous constituerons vn autre triangle qui aura les costez & les angles égaux au proposé, & partant qui luy sera aussi égal en superficie.

Que si les lignes ou costez d'vn triangle estoient données, & que les angles d'iceluy triangle feussent requis, nous les trouuerons en cette maniere: Il faudra prendre sur l'vne des iambes dudit compas de proportion la base du triangle, puis poser l'vne des poinctes du simple compas sur l'vne des iambes, au nombre de l'vn des

coſtez du triangle, & ouurir ledit compas de proport. iuſques à ce que l'autre poincte du ſimple compas puiſſe tomber ſur le nombre de l'autre coſté, & alors ledit compas de proportion ſera ouuert d'autant de degrez que ſera l'angle ſouſtenu de la baſe, & ainſi faut-il faire pour trouuer les autres angles.

AXIO. X. demonſtré en la 4. p. 1.

Si deux triang. ont deux coſtez égaux à deux coſtez chacun au ſien, & les angles compris d'iceux coſtez, égaux; ils auront les baſes égales, & les autres angles auſſi égaux, chacun au ſien, & le triangle ſera égal au triangle.

AXIO. XI. demonſtré en la 8. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & la baſe égale à la baſe, ils auront auſſi l'angle égal compris d'iceux coſtez égaux.

AXIO. XII. demonſtré en la 24. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & l'angle d'iceux coſtez plus grand que l'angle, ils auront la baſe plus grande que la baſe.

AXIO. XIII. demonſtré en la 25. p. 1.

Si deux triangles ont deux coſtez égaux à deux coſtez, chacun au ſien, & la baſe plus grande que la baſe, ils auront auſſi l'angle compris d'iceux coſtez plus grand que l'angle.

AXIO. XIV. demonſtré en la 26. p. 1.

Si deux triangles ont deux angles égaux à deux angles, chacun au ſien, & vn coſté égal à vn coſté, ſçauoir ſon correſpondant l'autre angle, & les autres coſtez ſeront égaux chacun au ſien.

AXIO. XV. demonſtré en la 16. p. 1.

Vn coſté d'vn triangle eſtant prolongé, l'angle exterieur eſt plus grand

grand que l'vn ou l'autre des opposez interieurement.

AXIO. XVI. demonstré en la 17. p. 1.

Tout triangle à deux angles moindres que deux droicts de quelle façon qu'ils soient pris.

AXIO. XVII. demonstré en la 18. p. 1.

De tout triangle, le plus grand costé soustient le plus grand angle.

AXIO. XVIII. *demonstré en la 19. p. 1.*

En tout triangle le plus grand angle est soustenu du plus grand costé.

AXIO. XIX. *demonstré en la 20. p. 1.*

En tout triangle les deux costez de quelle façon qu'ils soient pris, sont plus grands que le troisiéme.

AXIO. XX. *demonstré en la 21. p. 1.*

Si des extrémitez d'vn costé de quelque triangle, on meine deux lignes droictes se rencontrans au dedans; icelles seront plus petites que les deux autres costez du triangle, mais elles feront vn plus grand angle.

AXIO. XXI. *demonstré en la 32. p. 1.*

En tout triangle, l'vn des costez estant prolongé, l'angle exterieur est égal aux deux opposez interieurs: & de chacun triangle les trois angles interieurs sont égaux à deux droicts.

COROLLAIRE I.

Il s'ensuit donc que de tout triangle, desquels deux angles seront don-

nez, le troiſieſme ſera cogneu: Car la ſomme des deux angles donnez eſtant ſouſtraite de demy cercle, c'eſt à dire de 180. degrez, reſtera la valeur du troiſieſme angle.

II.

Il s'enſuit encore qu'eſtant prolongé l'vn des coſtez du triangle, & cogneu l'angle exterieur, & l'vn des oppoſez interieurs; les deux autres interieurs ſeront auſſi cogneu: car ſouſtrayant de l'exterieur l'opposé interieur cogneu, reſtera l'autre opposé: & quant au troiſiéme angle, il ſera cogneu par le Coroll. precedent, ou par celuy de la 13. p. 1. qui eſt l'Axiome 2.

III.

Outre ce s'enſuit, que ſi d'vn triangle rectiligne vn ſeul angle aigu eſt dõné, l'autre angle aigu le ſera auſſi. Et auſſi que d'autant que les triangles égaux ſont équiangles, que chacun angle ſera de 60. degré, qui eſt le tiers de deux droicts.

IIII.

Auſſi ſe peut neceſſairement inferer que les triangles Iſoſcelles ayans vn ſeul angle cogneu, les deux autres le ſeront auſſi: Car ſi l'angle cogneu eſt l'vn de ceux de deſſus la baſe du triangle, le doublant & oſtant ce double de 180. degrez reſtera l'angle du ſommet. Mais ſi ledit angle cogneu eſt celuy du ſommet, iceluy eſtant oſté de 180. degrez, reſtera la ſomme des deux angles de deſſus la baſe, qui eſtant partie en deux égallemẽt, on aura la ſomme d'vn chacun d'iceux angles de deſſus la baſe. Et d'auantage, ſi auec l'vn des angles eſtoit auſſi cogneu l'vn des coſtez, ou bien la baſe, que tout le reſte ſera auſſi facilement cogneu auec le compas de proportion: Car ſi la baſe eſt donnée; le compas de proportion eſtant ouuert de l'angle du ſommet, transferant ladite baſe ſur vne ouuerture d'iceluy compas de proportion, on trouuera aiſément les coſtez: ou bien ſi les coſtez ſont cognus, le compas de proportion eſtant ouuert comme deſſus, l'ouuerture de l'extremité d'iceux coſtez, donnera la baſe.

Or en la meſme maniere on aura la baſe de quelque triangle, dont deux coſtez & l'angle qu'ils compreignent ſeront cogneus.

DEFF.

Les figures ou ſuperficies quadrilateres ſont quarré, quarré long ou parallelogramme rectangle, Rhombe, Rhomboide, trapeſe trapeſoide.

Le quarré eſt vne ſuperficie plaine de quatre coſtez égaux, & de quatre angles droicts.

Le quarré long ou parallelogramme rectangle eſt ce quadrilatere là qui a quatre angles droicts; mais les coſtez inegaux.

Le Rhombe eſt celuy là qui a les angles non droicts, & les coſtez égaux.

Et le Rhomboïde eſt celuy là qui a les angles & les coſtez oppoſites égaux ſans eſtre rectangle ny equilateral.

Or eſt icy à notter que toutes les quatre figures quadrilateres cy deſſus definies, ſont appellées parallelogramme; d'autant qu'elles ont chacunes les coſtez oppoſez parallels. Et eſtant mené vne ligne droicte de l'vn des angles à l'autre opposé en quelqu'vne d'icelles figures, elle s'appelle diagonalle.

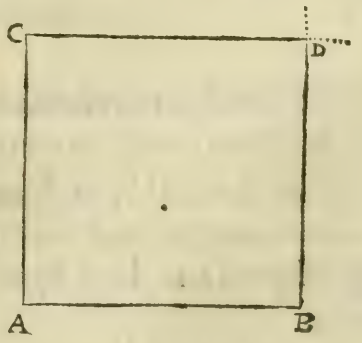
Trapeſe eſt vne figure des quatre coſtez, deſquels deux oppoſez ſont égaux, & les deux autres parallels & inégaux.

Et Trapeſoïde ou tablette, eſt toute autre ſorte de figure quadrilatere que celles cy deſſus, ayant tous les coſtez & les angles inégaux.

PROBL. X.

Sur vne ligne droicte donnée, deſcrire vn quarré.

Soit la ligne droicte donnée A B, ſur laquelle il faut deſcrire vn quarré. Au poinct A ſoit éleuée perpendiculaire A C égale à A B, & des poincts B & C comme centres, & de l'interualle A B, ſoient faits deux arcs s'entrecoupans au poinct D, & d'iceluy ſoient tirées D B, D C: & la figure A C D B ſera le quarré requis, dont la demonſtration eſt faite à la 46. p. 1.



AXIO. xxij. demonſtré en la 33. p. 1.

Les lignes droictes qui conjoignent deux lignes droictes égales & paralleles, & de meſme coſté, ſont auſſi égales & paralleles.

AXIO. *xxiij. demonſtré en la 34. p. 1.*

En tout parallelogramme, les coſtez & les angles oppoſez ſont

égaux,& la diagonale le couppe en deux égallement.

AXIO. xxiiij Demonſtré en la 35.p.1.

Les parallelogrammes conſtitués ſur meſme baſe, & entre meſmes paralleles ſont égaux entr'eux.

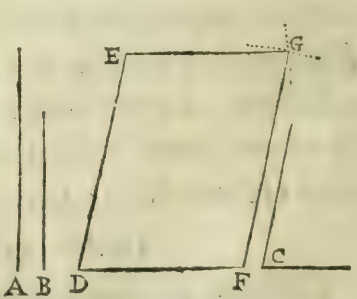
AXIO. xxv. Demonſtré en la 36.p.1.

Les parallelogrammes conſtitués ſur baſes égales,& entre meſmes paralleles ſont égaux entr'eux.

PROBLEME XI.

Eſtans données deux lignes droictes, & vn angle rectiligne, conſtruire vn parallelogrãme,ayant vn angle égal au donné,& les coſtez comprenant iceluy angle égaux aux lignes droictes données.

Soient données les deux lignes droictes A, B,& l'angle C,& il faut conſtruire vn parallelogrãme,ayant vn angle égal au donné C, & les deux coſtez comprenant iceluy angles égaux aux deux lignes dõnées.



Soit pris D E égale à A, puis ſur l'extremité D ſoit faict l'angle E D F egal au donné C,faiſant D F égale à B,puis du centre E, & interualle B ſoit faict vn arc de cercle,& auſſi du centre F, & interualle A vn autre arc de cercle,qui couppe le premier en G, & d'iceluy poinct eſtans tirées vers

E,F les lignes droictes EG,GF,le quadrilatere DG ſera le parallelogramme requis,dont la demonſtration eſt manifeſté par la conſtruction, & deffinition des parallelogram.

AXIO. xxvj. demonſtré en la 43. p. 1.

En tout parallelogramme, les ſupplémens qui ſont ſur le diametre ſont égaux entr'eux.

AXIO. xxvij. demonſtré en 37. & 38. p. 1.

Les triangles conſtituez ſur meſme baſe, ou ſur baſe gales, & entre meſmes paralleles, ſont égaux entr'eux.

AXIO. xxviij. demonſtré en la 39. p. 1.

Les triangles égaux conſtituez ſur meſme baſe, & de meſme part, ſont auſſi entre meſme paralleles.

AXIO. xxix. demonſtré en la 40. p. 1.

Les triangles égaux conſtituez ſur baſes égales, & de meſme part, ſont auſſi entre meſme paralleles.

AXIO. xxx. demonſtré en la 41. p. 1.

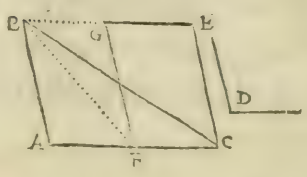
Si vn parallelogrãme, & vn triangle ont vne meſme baſe, & ſont entre meſme paralleles, le parallelogrãme ſera double du triangle.

PROBL. XII.

Faire vn parallelogramme égal à vn triangle donné, & ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit le triangle donné A B C, auquel il faut faire vn pa-

rallelog. égal, & ayant vn angle égal au donné D. Du poinct B ſoit menée la ligne B E, parallele à la baſe A C, & ſi longue qu'il ſera



de beſoin, puis ſoit couppée A C en deux égalem. en F, & à iceluy ſoit fait l'angle C F G égal au donné D, & eſtãt menée la ligne C E parallele à F G, la figure quadrilatere F E, ſera vn parallelograme égal au triangle donné, & ayant vn angle égal au donné, comme il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faite à la 42. p. 1.

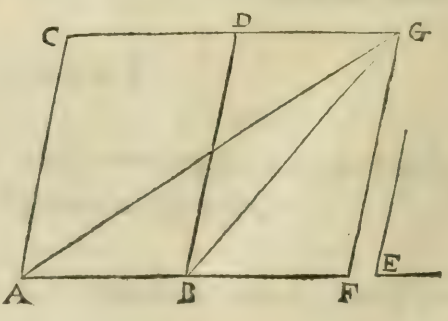
SCHOLIE.

Les coſtez du parallelograme F E, ſeront auſſi trouuez par le moyen du compas de proportion: car eſtant pris la hauteur du triangle A B C, & le compas eſtant ouuert de l'angle donné D, s'il eſtoit aigu, ou du ſupplément s'il eſt obtus, d'où tombera ladite hauteur du triangle donné, ce ſera l'extremité du coſté F G, & quant à l'autre F C, c'eſt la moitié de la baſe A C.

PROBL. XIII.

Faire vn triangle égal à vn parallelogramme donné, & qui ait vn angle égal à vn angle donné.

Soit donné le parallelograme A D, & il conuient faire vn triangle égal à iceluy, ayant vn angle égal au donné E. Soient prolongées A B, tellement que B F ſoit égale à icelle A B, & C D tant qu'il ſera de beſoin, puis au poinct A, ſoit fait l'angle F A G égal



au donné E, tirant A G jusques à ce qu'elle rencontre C D prolongée, & estant joinct F G, le triangle A G F sera le requis : Car l'angle A est égal au donné E, & estant tirée B G, les triangles A G B, B G F, seront égaux par la 38. p. 1. & partant le total A G F est double de A G B : mais par la 41. p. 1. le parallelograme A D, est aussi double d'iceluy triangle A B G : donc le triangle A G F, & le parallelograme A D, sont aussi égaux entr'eux : ce qu'il falloit faire.

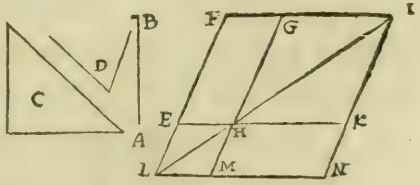
SCHOLIE.

Les costez du triangle seront aussi trouuez auec le compas de proportion, sçauoir est prenant la hauteur du parallelograme donné, & la portant sur ledit compas, iceluy estant ouuert de l'angle donné s'il est aigu, ou du supplément, s'il est obtus, & d'où tombera perpendiculairement ladite hauteur, ce sera l'vn des costez du triangle requis : le double de A B, sera le deuxiéme costé : & quant à l'autre, il sera aisément trouué.

PROBL. XIV.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn parallelogrãme égal à vn triangle donné, ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut descrire vn parallelograme ég. au triangle donné C, & qui ait vn angle égal au donné D. Soit fait le parallelograme E G, égal au triangle C, & ayant l'angle H E F égal au donné D ; puis soient prolongés les costez F G, E H, jusques en I & k, tellement que G I, H k, soient esgales à la



ligne AB; puis par les poincts I, H, ſoit menée, I H L rencõtrant F E prolongée en L: en apres d'iceluy poinct L, ſoit menée L M N égale & parallele à E H k, & ſoit prolongée G H, juſques en M: & finalement ſoit menée N k I, & le parallelograme M k, ſera égal au triangle C, ſera conſtruit ſur H k égale à A B, & aura l'angle M égal au donné D, comme il eſt demonſtré en la 44. p. 1.

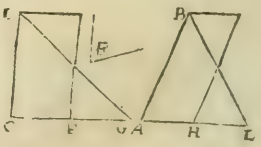
SCHOLIE.

Il ſera auſſi aiſé de trouuer le coſté H M auec le compas de proportion: Car eſtans trouuez les deux coſtez du parallelograme E G, il ne faudra que trouuer la quatriéme proportionelle aux trois lignes A B, G H, H E.

PROBL. XV.

Sur vne ligne droicte donnée, conſtruire vn triangle égal à vn parallelogramme donné, & qui ait vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, ſur laquelle il faut deſcrire vn triang. ég. au parallelograme donné D C E, & qui ait vn angle ég. à l'angle donné F. Soit prolongé C E juſques en G, tellement que C E & E G, ſoient égales, puis eſtant tirée D G, le triangle C D G ſera ég. au parallelograme D E, en apres ſoit ſur A B conſtruit le parallelogrãme B H, égal au triangle C G D, ayant l'angle A égal à l'angle F, puis A H eſtant prolongé juſques en L, & fait H L égale à A H, ſoit tirée B L: & le triangle A B L, ſera tel qu'il eſtoit requis. Car la 41. p. 1.



ou

ou axiome 30. iceluy triangle A B I, eſt égal au parallelogramme B H, veu qu'ils ſont entre meſme paralleles & que la baſe du triangle eſt double de la baſe du parallelogramme: mais iceluy parallelogramme B H, par la conſtruction eſt égal au triangle C D G, & iceluy triangle C D G égal au parallelogramme D E, par le ſuſdit 30. axiome: donc le triangle A B I, ſera auſſi égal à iceluy parallelogr. C E, & a l'angle A égal au donné F. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Eſtans bien entenduës les choſes dites és Scholies precedents, il ſera aiſé de trouuer auec le compas de proportion, les coſtez du triangle A B I.

DEFFINITIONS.

Partie eſt vne grandeur plus petite tirée d'vne plus grande, lors que la plus petite meſure la plus grande.

Multiplice eſt vne grandeur plus grande qu'vne plus petite, quand la plus grande eſt meſurée de la plus petite.

Raiſon eſt vne habitude de deux grandeurs de meſme genre, comparées l'vne à l'autre ſelon la quantité.

Les grandeurs ſont dictes auoir raiſon l'vne à l'autre, leſquelles eſtans multipliées, ſe peuuent exceder l'vne l'autre.

Les grandeurs ſont dictes eſtre en meſme raiſon, & la premiere eſtre à la deuxiéme, comme la troiſiéme à la quatriéme, quand les equemultiplices de la premiere & troiſiéme excedent, ſont égales ou defaillent enſemble aux equemultiplices de la deuxiéme & quatriéme en quelque multiplication que ce ſoit.

Proportion eſt vne ſimilitude de raiſons.

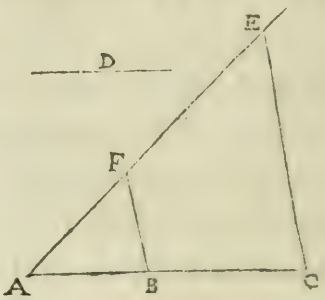
Les grandeurs qui ſont en meſme raiſon, ſont appellées proportionelles.

PROBL. XVI.

Eſtans données deux lignes droictes, trouuer vne troiſieſme proportionelle à icelles.

Soient données les lignes droictes A B & D, auſquelles il

faut trouuer vne troiſiéme proportionelle: ſoit prolongée A B juſques en C, tellement que B C ſoit égale à D, puis ſoit tirée A E tant grande qu'il ſera de beſoin, & d'icelle ſoit priſe A F, auſſi égale à D, & apres auoir mené B F, du poinct C, ſoit menée C E parallele à B F, & la ligne F E ſera la troiſiéme proportionelle requiſe, dont la demonſtration eſt faite à la 11. p. 6.



SCHOLIE.

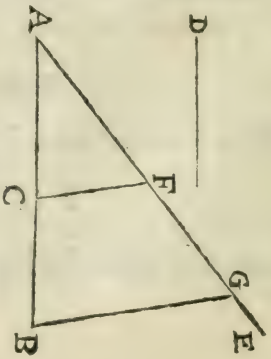
Le meſme ſe fera auſſi auec le compas de proportion en cette ſorte.

Soit pris auec le ſimple compas la premiere ligne A B, & ſoit transferée ſur l'vne des iambes du compas de proportion, & trouuant qu'elle ſe termine au nombre 60, ie fais l'ouuerture d'icelluy nombre telle qu'eſt la deuxiéme ligne D, puis ie transfere icelle ligne D auſſi ſur la iambe dudit compas de proportion, & icelle ſe terminant au nombre 75, ie prend l'ouuerture d'iceluy nombre, laquelle me donne la troiſiéme proportionelle requiſe.

PROBL. XVII.

Eſtans données trois lignes droictes, en trouuer vne quatriéme proportionelle à icelles.

Soient données les lignes droictes A C, C B, D: & il en faut trouuer vne quatriéme proportionelle à icelles: ſoient poſées A C, B C directement, puis ſoit tirée A E, faiſant angle auec A B & ſi longue qu'il ſera de beſoin, & d'icelle ſoit pris A F égale à D; & ayant conjoint C F, du poinct B, ſoit menée B G parallele à C F;



& F G ſera la quatriéme ligne proportionelle requiſe, cõme il eſt demonſtré en la 12. p. 6.

SCHOLIE.

Nous ferons auſſi la meſme operation auec le compas de proportion, en cette maniere: Soit priſe auec le ſimple compas la premiere ligne A C, & ſoit transferée ſur l'vne des iambes du compas de proportion, & trouuant qu'elle ſe termine au nombre 60, nous ferons l'ouuerture d'iceluy nombre telle qu'eſt la ſeconde ligne B C, puis nous tranſporterons pareillement ſur ladite iambe du compas de proportion la troiſiéme ligne D, & trouuant qu'elle ſe termine au nombre 70, prenant l'ouuerture d'iceluy nombre, nous aurons F G proportionnelle requiſe.

Or eſtans donnés trois nombres, nous en trouuerons en la meſme maniere que deſſus vn quatriéme propotionnel à iceux, & à quatre vn cinquiéme, & ainſi conſequem. tant qu'on en voudra: Car eſtant mis le deuxiéme nombre à l'ouuerture du premier, l'ouuerture du troiſiéme donnera le quatriéme proportionnel: & derechef ſi on prend l'ouuerture du quatriéme, on aura le cinquiéme, & ainſi conſequemment.

AXIO. xxxj. demonſtré en la 17. p. 6.

Si trois lignes ſont proportionelles, le rectangle des extremes ſera égal au quarré de la moyenne: & ſi le rectangle des extremes eſt égal au quarré de la moyenne, les trois lignes ſeront proportionnelles.

AXIO. xxxij. demonſtré en la 6. p. 6.

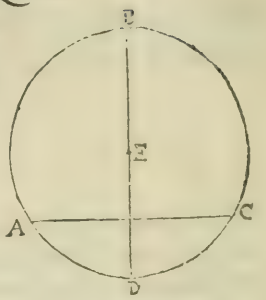
Si quatre lignes ſont proportionnelles, le rectangle des extremes ſera égal au rectangle des moyennes: & ſi le rectangle des extremes eſt égal à celuy des moyennes, les quatre lignes ſont proportionnelles.

PROBL. XVIII.

Trouuer le centre d'vn cercle donné.

Soit le cercle donné A C B, le centre duquel il faut trouuer.

Soit tirée la ligne droicte AC, & soit icelle couppée en deux égalemẽt, & à droicts angles par la ligne B D, laquelle si on couppe en deux également, on aura le centre au poinct d'intersection E, ainsi qu'il est demonstré en la 1. p. 3.



COROLLAIRE.

Il est manifeste que si en vn cercle, vne ligne droicte diuise également & à angles droicts vne autre ligne droicte, qu'en la ligne diuisante est le centre du cercle.

AXIO. xxxiij demonstré en la 3. p. 3.

Si dans le cercle quelque ligne droicte passe par le centre &, couppe en deux également vne autre ligne droicte ne passant point par le centre, elle la couppera à droicts angles: & si à droicts angles, aussi en deux également.

AXIO. xxxiiij. demonstré en la 4. p. 3.

Si dans le cercle deux lignes droictes ne passant point par le centre s'entrecouppent, elles ne se coupperont point l'vne l'autre en deux également.

AXIO. xxxv. demonstré en la 5. p. 3.

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre, ils n'auront pas vn mesme centre.

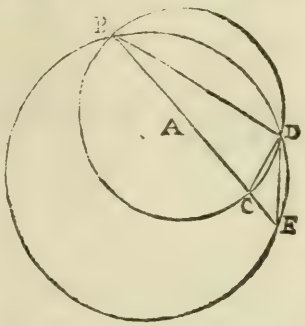
SCHOLIE.

Nous demonstrerons icy le Theoreme suiuant.

Si deux cercles se couppent mutuellement, & du poinct de la section, on mene vne ligne droicte par le centre de

Pvn des cercles, elle ne paſſera pas par le centre de l'autre cercle.

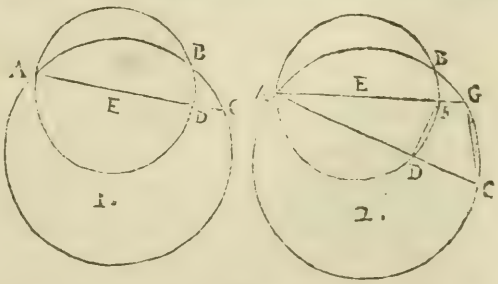
Soient les deux cercles BC & B D E s'entrecouppans en B & D, & le centre du cercle B C ſoit A, par lequel de l'interſection B ſoit menée la ligne B A C E, couppant le cercle BDE en E. Ie dis qu'icelle ligne ne paſſe point par le centre du cercle B D E: Car eſtans ioinctes les lignes B D, C D, E D, l'angle B D C eſt droict par la 31. p. 3. parquoy l'angle B D E ne ſera droict, ains plus grand ou moindre qu'vn droict. Donc la ligne droicte B A C E n'eſt pas diametre du cercle B D E, & partant ne paſſe par le centre d'iceluy. Ce qu'il falloit demonſtrer.



Nous demonſtrerons encores ce Theoreme.

Si deux cercles s'entrecouppent, & du poinct de la ſection on mene vne ligne droicte couppant l'vn & l'autre cercle, les ſegmens d'iceux cercles ne ſeront ſemblables.

Or nous appellons ſemblables ſegmens de cercle, ceux deſquels les angles ſont égaux. Soient donc les deux cercles A B C, A B D s'entrecouppans en A & B, & ſoit tirée de la ſection A, la ligne A D C couppant le cercle A B C, és poincts A & C, & le cercle A B D en A & D. Ie dis que les ſegmens A B C, A B D, ne ſont point ſemblables: Car ou la lig. droicte ADC *paſſe par le centre de l'vn des cercles ou non. Qu'elle paſſe donc premierement par l'vn des centres E, qui eſt centre du cercle A B D, elle ne paſſera donc point par le centre de l'autre cercle A B C, par le precedent Theoreme: parquoy A D ſera diametre du cercle A B D, mais A C ne ſera diametre de l'autre cercle A B C, & partant les ſegmens A B D,* A B C *ne ſeront ſemblables.*



Secondement, que la ligne A D C ne paſſe point par le centre d'aucun d'iceux cercles. Soit tirée par E centre du cercle A B D, la ligne A E F G, couppant ledit cercle en F: donc A F ſera diametre d'iceluy, & eſtans ioinctes D F & C G, l'angle A D F ſera

droict par la 31 p. 3. mais d'autant que AG n'eſt diametre du cercle A B C, l'angle A C G ne ſera pas droict: donc plus grand ou moindre que l'angle droict A D F, & partant les angles A F D, A G C és ſegmens de cercle A B D, A B C: ſeront inégaux, veu que l'angle A eſt commun aux deux triangles A F D, A G C: donc les ſegmens A B D, A B C, ne ſeront ſemblables: ce qu'il falloit demonſtrer.

DEFF.

Les cercles ſont dits ſe toucher l'vn l'autre, quand en ſe touchant ils ne ſe couppent point.

AXIO. xxxvj. demonſtré en la 6. p. 3.

Si deux cercles ſe touchent l'vn l'autre, ils n'auront pas meſme centre.

AXIO. xxxvij. demonſtré en la 7. p. 3.

Si au diametre du cercle ſe prend quelque poinct qui ne ſoit pas le centre, & d'iceluy poinct tombent quelques lignes droictes en la circonference; la plus grande ſera celle en laquelle eſt le centre, & la plus petite eſt celle qui reſte: mais des autres, touſiours la plus proche de celle qui eſt menee par le centre, eſt plus grande que la plus eſloignee: & deux lignes droictes tant ſeulement venant d'iceluy poinct de part & d'autre du diametre ſont eſgales.

AXIO. xxxviij. demonſtré en la 8. p. 3.

Si on prend quelque poinct hors le cercle, & d'iceluy ſoient menees quelques lignes droictes dans la circonference, deſquelles l'vne paſſe par le centre, & les autres où l'on voudra, celle qui paſſe par le centre ſera la plus grande de toutes celles qui ſerõt menees dans la circonf. concaue. Quant aux autres, touſiours la plus proche de celle qui paſſe par le centre eſt plus grande que la plus eſloignee. Mais de celles qui paſſent par la circonference conuexe, la plus petite eſt celle qui eſt compriſe entre le poinct & le diametre. Quant aux autres, la plus eſloignee eſt plus grande que la plus proche de la plus petite; & n'y a que deux lignes droictes qui puiſſent tomber eſgales de part & d'autre de la plus petite.

AXIO. xxxix. demonſtré en la 9. p. 3.

Si on prend quelque poinct au cercle, & d'iceluy poinct vers la circonferẽce tombent plus de deux lignes droictes égales, le poinct pris eſt le centre du cercle.

AXIO. xxxx. demonſtré en la 10. p. 3.

Vn cercle ne couppe pas vn autre cercle en plus de deux poincts.

AXIO. xxxxj. demonſtré en la 11. p. 3.

Si deux cercles ſe touchent l'vn l'autre au dedans, la ligne droicte menée par les deux centres paſſera par l'attouchement des cercles.

AXIO. xxxxij. demonſtré en la 12. p. 3.

Si deux cercles ſe touchent l'vn l'autre au dehors, la ligne menée d'vn centre à l'autre, paſſera par l'attouchement.

AXIO. xxxxiij. demonſtré en la 13. p. 3.

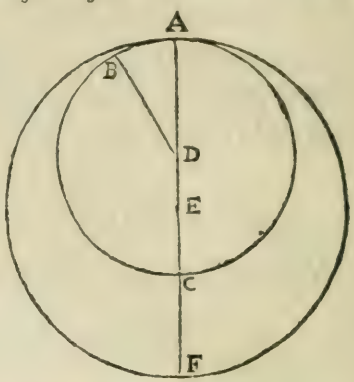
Vn cercle ne touche pas vn autre cercle à plus d'vn poinct, tant dehors que dedans.

SCHOLIE.

Nous demonſtrerons icy apres Clauïus, le ſuiuant Theoreme.

Si on prend au demy diametre d'vn cercle prolongé vn poinct par delà le centre, & d'iceluy poinct comme centre, on deſcrit vn cercle par le poinct extreme du ſemidiametre, il touchera le premier cercle au ſuſdit poinct extreme du demy diametre, & tombera tout dehors le meſme premier cercle.

Soit le cercle A B C, le centre duquel eſt D, & au demy diametre A D prolongé, ſoit pris le poinct E, duquel & de l'interualle E A, ſoit deſcrit le cercle A F. Ie dis qu'iceluy cercle A F touche le cercle A B C au ſeul poinct A. Or le poinct E eſt dedans, ou dehors le cercle A B C. S'il eſt dedans, d'autant que A E eſt plus grand que A D, c'eſt à dire que D C, & à plus forte raiſon que E C, pareillement E F, qui eſt égale à A E, eſt plus grande que E C: & partant le poinct F ſera hors le cercle A B C, & le cercle A F hors le meſme cercle A B C. Que ſi on prend le poinct E hors le cercle A B C, il eſt euident que le poinct F ſera encores hors le meſme cercle A B C, & tout le cercle A F ſera hors le cercle A B C, & le touchera au ſeul poinct A: autrement qu'il le touche ou couppe s'il eſt poßible en vn autre poinct B, & ſoit tirée la ligne D B. Donc puis qu'au diametre du cercle A F eſt pris le poinct D, hors le centre E; D A ſera la plus petite de toutes les lignes droictes tombant de D à la circonference par la 7. p. 3. ou Axiome 37. donc D A eſt moindre que D B: ce qui eſt abſurde. Car D A, D B ſont égales, veu qu'elles tombent du centre D à la circonference d'vn meſme cercle A B C. Donc le cercle A F ne touche ny couppe le cercle A B C en autre poinct que A, ce qu'il falloit demonſtrer.



Que ſi au demy diametre non prolongé, on prend vn poinct hors le centre, le cercle deſcrit d'iceluy poinct comme centre, par le poinct extreme du ſemidiametre touchera auſſi le premier cercle au ſuſdit poinct extreme, & tombera tout dedans le meſme premier cercle: comme ſi au ſemidia. A E du cercle A F, on prend le poinct D, & d'iceluy on deſcrit de l'interu. D A le cercle A B C, iceluy tombera tout dedans celuy là, & le touchera au ſeul poinct A: car puis qu'il a eſté demonſtré cy deſſus, que tout le cercle A F tombe hors le cercle A B C, pareillement tout cétuy-cy tombe dedans celuy là; tellement qu'ils ſe touchent mutuellement au ſeul poinct A.

DEFF.

Les lignes droictes ſont dictes eſtre également diſtantes du centre, lors que les perpendiculaires tirées du centre ſur icelles ſont égales, mais celle eſt plus esloignée du centre ſur laquelle tombe la plus grande perpendiculaire.

AXIOME xxxxiiij. demonſtré en la 14. p. 3.

Dans vn cercle, les lignes droictes égales ſont également diſtantes du centre: & les également diſtantes du centre, ſont égales entr'elles.

AXIO.

AXIO. xxxxv. demonſtré en la 15. p. 3.

Dans le cercle, la plus grande ligne eſt le diametre: quant aux autres, touſiours la plus proche du centre eſt plus grande que la plus eſloignée.

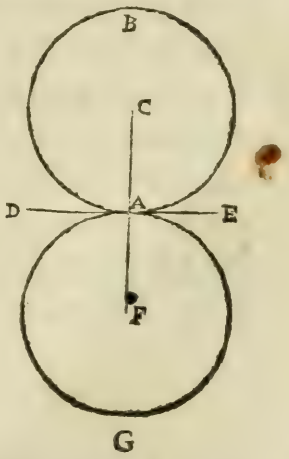
AXIO. xxxxvj. Demonſtré en la 16. p. 3.

Si à l'extremité du diametre d'vn cercle on léve vne ligne perpendiculaire, icelle tombera dehors le cercle, & entre icelle perpendiculaire & la circonference ne tombera pas vne autre ligne droicte: & l'angle du demy cercle eſt plus grand que tout angle rectiligne aigu, & celuy qui reſte plus petit.

COROLLAIRE.

Il eſt manifeſte par cecy, qu'vne ligne droicte tirée perpendiculairement ſur l'extremité du diametre du cercle touche iceluy cercle.

Parquoy eſtant requis de tirer vne ligne droicte par le poinct A en la circonference du cercle AB, qui touche le cercle en A, nous tirerons de A au centre C la ligne droicte AC, & tirerons perpendiculairement à icelle la ligne DAE, & icelle touchera le cercle AB en A, cõme il a eſté demonſtré en la propoſition.



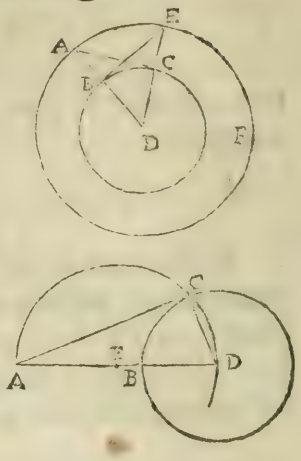
Il eſt auſſi manifeſte que deux cercles ayans leurs deux centres en vne ligne droicte, & deſcris par vn meſme poinct, ſe touchent mutuellement en dehors: Car les cercles AB & AG ayans leurs centres C & F en la lig. droicte CAF, & deſcris tous deux par le poinct A, tirant perpendiculairement par le poinct A, la ligne DAE, elle touchera le cercle AB en A, & auſſi le cercle AG au meſme poinct A, extremité de l'vn & l'autre diametre d'iceux cercles: donc iceux cercles ſe touchent mutuellement en A.

PROBL. XIX.

D'vn poinct donné mener vne ligne droicte qui touche vn cercle donné.

Soit donné le poinct A hors du cercle B C le centre du-

quel eſt D, & il faut mener de A vne ligne droicte qui touche iceluy cercle donné. Soit tirée A D couppant le cercle donné en B, puis du centre D & interualle D A, ſoit deſcrit le cercle A E F, & de B ſoit tirée perpendiculairement B E ſur A D, & eſtant tirée E D couppant le cercle B C en C, ſoit menée A C, laquelle ſera la ligne requiſe. Comme il eſt demonſtré en la 17. p. 3.



AVTREMENT.

Ayant mené la ligne A D, ſoit couppé icelle en deux eſgalement en E, & de E comme centre, & de l'interualle E A ou E D, ſoit deſcrit le demy cercle A C D, couppant le cercle donné en C, & à iceluy eſtant mené de A la ligne A C, elle touchera le cercle B C en C: car eſtant tirée C D, l'angle A C D au demy cercle eſt droict par la 31. p. 3. ou Axiome 1. & parãt par le Corollaire de la 16. p. 3. ou Axiome 46. la lig. A C touchera le cercle B C en C. Ce qu'il falloit faire.

AXIO. xxxxvij. Demonſtré en la 18. p. 3.

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & du centre à l'attouchement, on mene vne ligne droicte, elle ſera perpendiculaire à la touchante.

AXIO. xxxxviij. demonſtré en la 19. p. 3.

Si vne ligne droicte touche vn cercle, & au poinct de l'attouche-

ment eſt levée vne perpendiculaire, icelle paſſera le centre du cerc.

AXIO. xxxix. demonſtré en la 20. p. 3.

Dans le cercle, l'angle du centre eſt double de l'angle de la circonference, quant iceux angles ont vne meſme circonference pour baſe.

AXIO. L. demonſtré en la 21. p. 3.

Dans le cercle, les angles qui s'appuyent ſur vne meſme ſection ſont égaux entr'eux.

AXIO. LI. demonſtré en la 22. p. 3.

Les figures de quatre coſtez inſcrites au cercle, ont les angles oppoſez égaux à deux angles droicts.

AXIO. LII. demonſtré en la 23. p. 3.

Deux ſections de cercles ſemblables, & inégales ne ſe mettront pas deſſus vne meſme ligne droicte, & de meſme part.

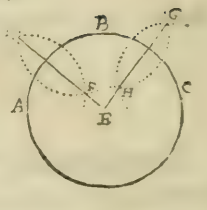
AXIO. LIII. demonſtré en la 24. p. 3.

Semblables ſections de cercles eſtans conſtituées ſur lignes droictes égales, ſont égales entr'elles.

PROBLEME XX.

La ſection d'vn cercle eſtant donnée, deſcrire le cercle duquel elle eſt ſection.

Soit donnée la ſection de cercle A B C, de laquelle il faut trouuer le centre pour acheuer le cercle d'icelle ſection. Soient pris en icelle ſection les trois poincts A, B,



C, & des deux poincts A & B, ſoient, faits les deux arcs s'entrecouppans és poincts D, F, & par icelles interſections, ſoit menée la ligne droicte D E, puis des poincts B & C, ſoient auſſi faits deux autres arcs qui s'entrecouppẽt aux poincts G, & H, & par iceux poincts menée la ligne droicte G H, qui couppera D E en E, & iceluy poinct ſera le centre du cercle requis, comme il eſt demonſtré en la 25. p. 3.

COROLL.

Par cecy il eſt euident comme ſe doit deſcrire la circonference d'vn cercle paſſant par trois poincts donnez, qui ne ſoient en ligne droicte.

DEFF.

Cercles égaux, ſont ceux deſquels les diametres ſont égaux, ou deſquels les lignes menées du centre à la circonference ſont égales.

AXIO. LIV. demonſtré en la 26. p. 3.

Dedans cercles égaux, les angles égaux tant aux centres qu'aux circonferences, ont pour baſes circonferences égales.

AXIO. LV. demonſtré en la 27. p. 3.

Dedans cercles égaux, les angles ſont égaux qui ont pour baſes circonferences égales, ſoit au centre ou en la circonference.

AXIO. LVI. demonſtré en la 28. p. 3.

Dedans cercles égaux, les lignes droictes égales couppent circonferences égales, ſçauoir la plus grande, à la plus grande, & la plus petite, à la plus petite.

AXIO. LVII. demonſtré en la 29. p. 3.

Dedans cercles égaux, les circonferences égales comprennent lignes droictes égales.

DEFF.

Secteur de cercle eſt vne figure de deux lignes droictes embraſſant quelque circonference, & faiſant angle au centre du cercle.

AXIO. LVIII. demonſtré en la 33. p. 6.

Aux cercles égaux, les angles tant au centre qu'en la circonference ſont entr'eux comme les circonferences qui les ſouſtiennent: les ſecteurs ſont auſſi de meſme.

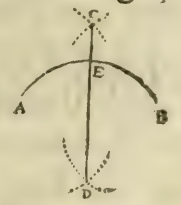
COROLL.

De cecy il s'enſuit, que le ſecteur eſt au ſecteur comme l'angle eſt à l'ang. Et auſſi que comme l'angle du centre eſt à quatre angles droicts, ainſi eſt l'arc ſubtendant iceluy angle à toute la circõference. Et au contraire, comme quatre angles droicts ſont à l'angle du centre, ainſi eſt toute la circonference à l'arc ſubtendant iceluy angle du centre.

PROBL. XXI.

Coupper vne partie de circonference en deux également.

Soit donné l'arc A E B, qu'il faut coupper en deux également: des deux poincts A & B, ſoient deſcris deux arcs de cercles s'entrecouppans aux poincts D, C, & par icelles interſections ſoit menée la ligne droicte CD, laquelle couppera l'arc donné en deux également au poinct E, dont la demonſtration eſt faicte en la trentiéme propoſition du 3.



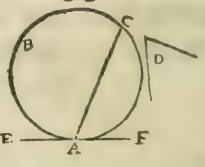
AXIO. *LIX. demonſtré en la 32. p. 3.*

Si quelque ligne droicte touche le cercle, & de l'attouchement on mene quelque ligne droicte couppant le cercle, les angles qu'elle fait à la touchante, ſont égaux à ceux qui ſont alternatiuement aux ſections du cercle.

PROBL. XXII.

D'vn cercle donné, oſter vne ſection capable d'vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

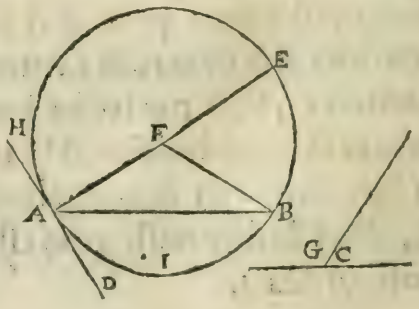
Soit le cercle donné A B C, duquel il faut couppper vne ſection capable d'vn angle égal au donné D: ſoit menée la ligne droicte EF touchant le cercle donné en A, & à iceluy poinct ſoit fait l'angle FA C égal à l'angle donné D, & la ſection A B C ſera capable d'vn angle égal au donné D. Comme il eſt demonſtré en la 34. p. 3.



PROBL. XXIII.

Sur vne ligne droicte donnée, deſcrire la ſection d'vn cercle capable d'vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, ſur laquelle il faut deſcrire vne ſection de cercle capable d'vn angle égal à l'angle donné C. Sur la ligne donnée & au poinct A, ſoit fait l'angle B A D égal au donné C, & du meſme poinct A, ſoit levée perpen-



diculairement A E, puis au poinct B, ſoit fait l'angle A B F égal à l'angle E A B, & F ſera le centre, duquel & de l'interu. F A, ſi on deſcrit la ſection A E B ſur la ligne A B, icelle ſera capable de l'angle donné C, comme il eſt dem. en la 33. p. 3.

Que ſi l'angle donné euſt eſté obtus comme G, il euſt fallu conſtruire l'angle B A H égal à iceluy, & chercher le centre F comme deſſus, duquel & de l'interualle F A, ſi on deſcrit la ſection A I B, elle ſera capable de l'angle G.

Que ſi l'angle donné eſtoit droict, ne faudroit que deſcrire vn demy cercle ſur la ligne donnée.

SCHOLIE.

Que ſi l'angle eſtoit donné par nombre, il ſeroit facile de trouuer le demy diametre A F, auec le compas de proportion, comme eſt dit au quatriéme Corollaire du vingt & vniéme Axiome, & par conſequent le centre F pour deſcrire le cercle A F B. *Car alors les trois angles du triangle A F B ſeroient cogneus, & la baſe* A B *donnée.*

AXIO. LX. *demonſtré en la 35. p. 3.*

Si dans vn cercle, deux lignes droictes s'entrecouppent, le rectangle des deux pieces de l'vne, eſt égal au rectangle des deux pieces de l'autre.

AXIO. LXI. *demonſtré en la 36. p. 3.*

Si dehors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy vers le cercle tombent deux lignes droictes, l'vne deſquelles couppe le cercle, & l'autre le touche, le rectangle de toute la couppante & de la partie priſe dehors entre le poinct & la circonference conuexe, eſt égal au quarré de la touchante.

COROLL. I.

Il eſt manifeſte, que ſi de quelque poinct pris hors le cercle, on mene pluſieurs lignes droictes couppans le cercle, les rectangles compris ſous toutes les lignes & les parties exterieures, ſont égaux entr'eux.

II.

Il eſt auſſi euident que deux lignes droictes tirées d'vn meſme poinct, leſquelles touchent vn cercle, ſont égales entr'elles.

III.

Pareillement il appert que d'vn meſme poinct pris hors le cercle, on peut ſeulement mener deux lignes droictes qui touchent le cercle.

IIII.

Finalement eſt manifeſte que ſi de quelque poinct tombent en la circonference conuexe deux lignes droictes égales, & l'vne d'icelles touche le cercle, pareillement l'autre le touchera.

AXIO. LXII. *demonſtré en la 37. p. 3.*

Si dehors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy poinct tombent deux lignes droictes vers iceluy cercle, l'vne deſquelles couppe le cercle, & l'autre tombe aupres; ſi le rectangle de toute la couppante & de la partie priſe entre le poinct & la circonference conuexe, eſt égal au quarré de celle qui tombe aupres; icelle tombante touchera le cercle.

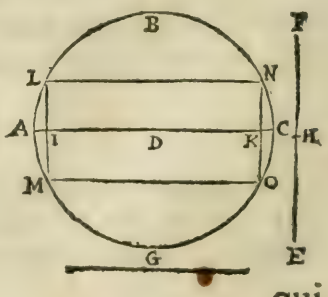
DEFF.

Vne ligne droicte ſe dit eſtre accommodée au cercle, quant les extremitez d'icelle ſont en la circonference.

PROBL. XXIV.

En vn cercle donné, accommoder vne ligne droicte égale à vne ligne droicte donnée, qui ne ſoit pas plus grande que le diametre du cercle, & parallele à vne autre ligne droicte donnée.

Soit le cercle donné A B C, le centre duquel eſt D, auquel il faut accõmoder vne ligne droicte égale à la ligne droicte donnée E F, qui n'eſt pas plus grande que le diametre du cercle, &



qui

qui ſoit parallele à la ligne droicte G. Soit tiré par le centre D le diametre A D C parallel à G. Que ſi E F eſt égale au diametre A C, ſera fait ce qui eſtoit requis: mais ſi elle n'eſt égale à iceluy diametre, ſoit icelle couppée en deux également en H, & ſoit couppée D I égale à E H, & D K égale à H F, afin que la toute I k ſoit égale à la toute E F, & par I & k ſoient tirées à angles droicts L M, N O, & ſoit joint M O: & icelle M O ſera égale à E F, & parallele à G. Car puis que L M, N O ſont également diſtantes du centre, elles ſeront égales entr'elles par la 14. p. 3. ou Axiome 44. & par la 3. p. 3. ou Axiome 33. elles ſeront diuiſées en deux également en I & k, eſtans couppées à angles droicts par le diametre A C, & partant I M, k O ſont égales: & pource qu'elles ſont auſſi paralleles par la 28. p. 1. ou Axiome 5, pareillement I k, M O ſeront égales & paralleles par la 33. p. 1. ou Axiome 22. parquoy veu que I k eſt égale à E F, & parallele à G, auſſi M O ſera égale à icelle E F, & parallele à G par la 30. p. 1. ou Axiome 7. Par meſme raiſon ſi on tire L N, elle ſera égale à E F & parallele à G. Ce qu'il falloit faire.

DE FF.

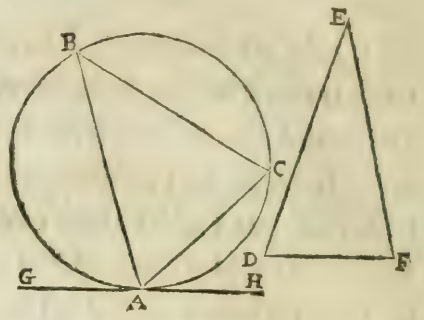
Vne figure rectiligne ſe dit eſtre inſcrite au cercle, quand vn chacun angle de la figure inſcrite touche la circonference du cerle.

PROBL. XXV.

Dans vn cercle donné, inſcrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le cercle donné A B C, dans lequel il faut faire vn

triangle equiangle au triangle donné DEF. Soit meneé la ligne GH touchant le cercle au poinct A, auquel poinct ſoient faits les deux angles GAB égal à D, & HAC égal à F, puis ſoit menée la ligne BC: & le triangle ABC deſcrit dans le cercle ſera equiangle au triangle donné DEF, comme il eſt demonſtré en la 2. p. 4.



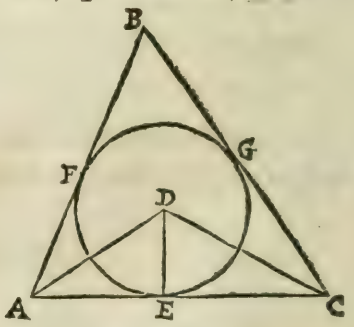
DEFF.

Le cercle ſe dit eſtre inſcrit en vne figure rectiligne, quand la circonference du cercle touche vn chacun coſté de la figure en laquelle il eſt inſcrit.

PROBL. *XXVI.*

Dans vn triangle donné, inſcrire vn cercle.

Soit le triangle donné ABC, dans lequel il faut inſcrire vn cercle. Soient couppés en deux également les angles A & C par les lignes AD, CD s'entrecouppans en D, & d'iceluy poinct D ſoit menée DE perpendiculaire à AC, puis du meſme poinct D & interualle DE, ſoit deſcrit le cercle EFG, lequel touchera les trois coſtez du triangle donné, & partant ſera le cercle requis, dont la demonſtration eſt faite en la 4. propoſition du 4.



SCHOLIE.

En la mesme maniere on descrira vn cercle qui touchera trois lignes droictes données non paralleles, d'autant que si elles ne se touchent, elles le feront estans continuées, & partant formeront vn triangle.

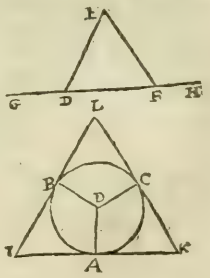
DEFF.

Vne figure rectiligne se dit estre descrite à l'entour d'vn cercle, quand vn chacun des costez d'icelle touche la circonference du cercle.

PROBL. *XXVII.*

A l'entour d'vn cercle donné, descrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit le triangle donné DEF, & le cercle ABC, le centre duquel est D, & il faut descrire à l'entour d'iceluy cercle vn triangle equiangle au donné. Soit prolongé DF l'vn des costez du triangle donné de part & d'autre, jusques en G, H, & du centre D soit menée AD, sur laquelle & au poinct D soient construits les deux angles ADB égal à l'angle EDG, & ADC égal à l'angle EFH, puis soient menées les trois lignes Ik, KL, LI perpendiculairement aux trois AD, CD, BD, lesquelles se rencontreront aux trois poincts I, k, L, & feront vn triãgle à l'entour du cercle dõné, equiangle au triangle donné DEF, comme il est demonstré en la 3. proposition du 4.

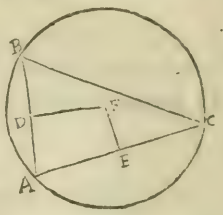


PROBL. *XXVIII.*

A l'entour d'vn triangle donné, descrire vn cercle.

Soit le triangle donné ABC, à l'entour duquel il faut

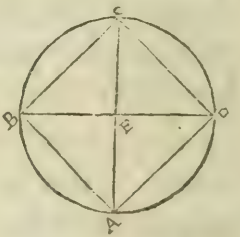
deſcrire vn cercle. Soiét couppez en deux égalem. les deux coſtez AB, A C, & à angles droicts, par les lignes D F, F E ſe rencontrans au poinct F, & d'iceluy poinct comme centre, & de l'interuale F A, ſoit deſcrit le cercle ABC, & iceluy ſera le cercle requis, comme il eſt demonſtré en la 5. p. 4.



PROBL. XXIX.

Dans vn cercle donné deſcrire vn quarré.

Soit donné le cercle A B C D, dans lequel il faut deſcrire vn quarré. Soient menées les diametres A C, & B D ſe couppans au centre E à angles droicts, puis ſoient menées les quatre lignes droictes A B, B C, C D, D A, leſquels feront le quarré requis, comme il eſt demonſtré en la ſixiéme propoſition du 4.



SCHOLIE.

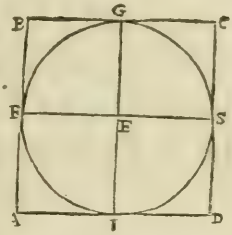
Il eſt euident qu'eſtant donné le diametre du cercle, ou bien le demy diametre. Il eſt aiſé de trouuer auec le compas de proportion le coſté du quarré inſcrit au cercle, veu que le quarré du diametre A C eſt double du quarré de A B, & iceluy double du quarré du demy diametre A E.

PROBL. XXX.

A l'entour d'vn cercle donné, deſcrire vn quarré.

Soit le cercle donné F G S I, à l'entour duquel il faut

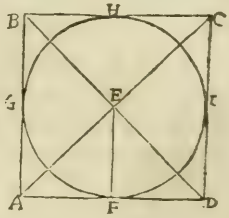
descrire vn quarré. Soient menés les deux diametres F S, & G I se couppans au centre E à angles droicts, & par les deux poincts G & I, soient menées les deux lignes B G C, A I D paralleles au diametre F S: & pareillement par les deux poincts F & S, soient menées les deux lignes A F B, C S D paralleles au diametre G I, & icelles quatre lignes paralleles, se rencontrans és poincts A, B, C, D, font le quarré requis, comme il est demonstré en la 7. p. 4.



PROBL. XXXI.

Dans vn quarré donné, descrire vn cercle.

Soit le quarré donné A B C D, dans lequel il faut descrire vn cercle: soient tirées les diagonales A C & B D, s'entrecouppans en E, & d'iceluy poinct E, soit menée E F perpendiculairement à A B, puis du centre E & interualle E F, soit descrit le cercle F G H I, lequel sera inscrit au quarré donné, comme il est demonstré en la 8. proposition du 4.



SCHOLIE.

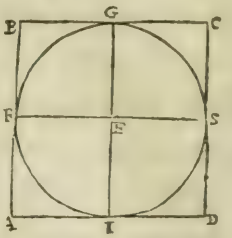
D'autant que le demy diametre E F est égal à la moitié du costé du quarré donné, iceluy demy diametre E F sera aisément trouué auec le compas de proportion, & aussi le centre E, attendu que le quarré de B E, est moitié du quarré du costé A B.

PROBL. XXXII.

A l'entour d'vn quarré, descrire vn cercle.

Soit le quarré donné A B C D, à l'entour duquel il faut

deſcrire vn cercle. Soient menées les deux diagonales AC, BD, ſe couppans en E, duquel poinct & interualle EA, ſoit deſcrit le cercle ABCD, qui ſera le requis, comme il eſt demonſtré en la neufiéme propoſition du 4. d'Euclide.



SCHOLIE.

Veu que le quarré donné eſt double du quarré du demy diametre AE, on trouuera auſſi aiſément auec le compas de proportion le centre. E.

AXIO. LXIV. *demonſtré en la* 47. *p.* 1.

Au triangle rectangle, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle droict eſt égal aux deux quarrés des deux autres coſtez.

COROLL.

Il eſt donc manifeſte que ſi deux coſtez d'vn triangle rectangle ſont cogneus, que l'autre le ſera auſſi fort aiſément: Car ſi les deux coſtez donnez ſont ceux comprenant l'angle droict, quarrant chacun d'iceux, puis adiouſtant les deux quarrez enſemble, la racine quarrée du produict ſera le coſté oppoſé à l'angle droict: mais ſi ledit coſté oppoſé à l'angle droict eſt l'vn des donnés, alors il faudra quarrer chacun d'iceux; puis du plus grand nombre en ſouſtraire le moindre, & la racine quarrée du reſte ſera le contenu de l'autre coſté du triangle.

AXIO. LXV. *demonſtré en la* 48. *p.* 1.

Si le quarré de l'vn des coſtez d'vn triangle eſt égal aux quarrez des deux autres coſtez, le triangle ſera rectangle.

SCHOLIE.

Or nous deſcrirons icy deux manieres par leſquelles nous pourrons deſcrire vn triangle rectangle ayant les coſtez commenſurables, en nombre de parties égales, ſans fraction, dont la premiere maniere qui enſuit, eſt attribuée à Pithagore. Soit pris pour le moindre coſté vn

nombre de parties nõpair, & iceluy nombre eſtant quarré, ſoit oſté l'vnité de ſondit quarré, & la moitié du reſte d'iceluy quarré, ſera le moyen nombre, auquel adiouſtant l'vnité prouiendra le plus grand nombre: comme pour exemple, prenãt 3 pour le nombre des parties du moindre coſté, ſon quarré eſt 9, duquel oſtans l'vnité reſtent 8, dont la moitié eſt 4, pour le nombre des parties du moyen coſté, mais adiouſtant à iceluy l'vnité, viendront 5, pour le nombre des parties du plus grand coſté.

La deuxiéme maniere qui eſt attribuée à Platon enſuit. Soit pris vn nombre pair, & du quarré de la moitié d'iceluy ſoit oſté l'vnité, & nous aurons l'vn des deux autres nombres: mais adiouſtant ladite vnité, nous aurõs le troiſiéme nombre: comme pour exemple, prenant 4 pour l'vn des nombres, le quarré de la moitié d'iceluy eſt 4, dont l'vnité eſtant oſtée, reſté 3 pour l'vn des deux autres nombres: mais adiouſtant ladite vnité à iceluy quarré, nous aurons 5 pour le troiſiéme nombre.

Or nous mettrons encores icy la maniere de diuiſer vn nombre quarré en tant de nombres quarrez qu'on voudra, & pour ce faire; poſons que nous voulions partir 36, nombre quarré en 5 quarrez. Premierement donc nous trouuerons comme eſt enſeigné cy deſſus trois nombres quarrez, dont l'vn ſoit égal aux deux autres, que nous poſons eſtre 5, 4, 3. Maintenant nous dirons ſi 5 donnent 4, que donneront 6, qui eſt la racine de 36, nombre quarré propoſé. Item ſi 5 donnent 3, que donneront 6; & ſeront trouuez $4\frac{4}{5}$ & $3\frac{3}{5}$ pour les racines des deux quarrez égaux au quarré 36 dõné. Derechef ſoit fait cõme 5 eſt à 4, & à 3, ainſi $3\frac{3}{5}$ à vn autre, & ſeront trouuez $2\frac{22}{25}$ & $2\frac{4}{25}$ racines de deux nombres quarrez égaux au nombre quarré de $3\frac{3}{5}$, & partant nous auons déja trois nombres, deſquels les quarrez ſont égaux au nombre quarré donné: & iceux nombres ſont $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$ & $2\frac{4}{25}$: ſi derechef nous faiſons, que comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi $2\frac{4}{25}$ à vn autre, ſeront trouuez deux autres nombres $1\frac{91}{125}$ & $1\frac{37}{125}$: parquoy delaiſſant $2\frac{4}{25}$ auquel ſont égaux les deux derniers trouués: nous auons quatre racines $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$ & $1\frac{37}{125}$ deſquels les nombres quarrez ſont égaux au quarré 36 propoſé: & finalement ſi on fait derechef comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi $1\frac{37}{125}$ à vn autre, ſeront trouuées deux autres racines $1\frac{23}{625}$ & $\frac{486}{625}$: parquoy delaiſſant $1\frac{37}{125}$ au lieu de laquelle nous auons trouué les deux dernieres racines, nous aurons trouué cinq racines, $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$, $1\frac{23}{625}$ & $\frac{486}{625}$, les nombres quarrez deſquels ſçauoir eſt, $23\frac{1}{25}$, $8\frac{184}{625}$, $2\frac{154406}{356625}$, $1\frac{29279}{1906625}$ & $\frac{236196}{3906625}$ feront enſemble le nombre quarré prop. 36. & en cette maniere pourront eſtre trouuez d'auantage de quarrez égaux au nombre 36, ſi on fait comme 5 eſt à 4 & à 3, ainſi la derniere racine trouuée $\frac{486}{625}$, qui eſt la moindre, à vne autre, &c.

AXIO. LXVI. *demonſtré en la* 12. *p.* 2.

Aux triangles ambligones, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle obtus, eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez de la quantité de deux fois le rectangle, compris du coſté contenant l'angle obtus, ſçauoir celuy ſur lequel eſtant prolongé, tombe la perpendiculaire, & de la ligne priſe dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

COROLLAIRE.

Il eſt donc manifeſte que les deux coſtez comprenant l'angle obtus d'vn triangle ambligone eſtans cogneus, enſemble la ligne priſe dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus, que l'autre coſté du triangle ſera auſſi cogneu, & encores la perpendiculaire. Car quarrant chacun coſté donné, & adiouſtant les deux quarrez auec deux fois le produit du coſté ſur lequel tombe la perpendiculaire, multiplié par la ligne d'entre ladite perpendiculaire & l'angle obtus, viendra le coſté oppoſé à l'angle obtus: & ſi on quarre la ligne priſe dehors entre l'angle obtus & la perpendiculaire, & auſſi le coſté de l'extremité duquel tombe ladite perpendiculaire, & on oſte le moindre quarré du plus grand, reſtera vn nombre duquel la racine quarrée ſera ladite perpendiculaire.

Que ſi le coſté oppoſé à l'angle obtus, & le coſté ſur lequel tombe la perpendiculaire, enſemble la ligne priſe entre icelle perpendicul. & l'angle obtus eſtoient cogneus, il eſt euident par ce que dit eſt cy deſſus, que l'autre coſté du triangle, & auſſi la perpendiculaire ſeront pareillement cogneus.

Que ſi le coſté oppoſé à l'angle obtus, & le coſté de l'extremité duquel tombe la perpendiculaire ſont cogneus, & auſſi ladite ligne d'entre ladite perpendiculaire & l'angle obtus; la perpendiculaire & le troiſiéme coſté du triangle ſeront pareillement cogneus. Car premierement nous cognoiſtrons la perpendiculaire, puis apres ledit troiſiéme coſté, comme dit eſt au Corrolaire de la 47. p. 1. ou Axiome 64.

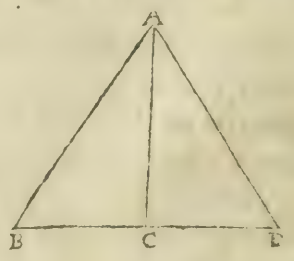
Et finalement il appert encores qu'eſtans cogneus deux coſtez, quels qu'ils ſoient dudit triangle ambligone, & la perpendiculaire; l'autre coſté, & la ligne d'entre la perpendiculaire & l'angle obtus, ſeront pareillement cogneus.

SCHOLIE.

Nous domonſtrerons icy ce Theoreme.

Si le quarré du coſté d'vn triangle eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez, l'angle oppoſé à iceluy coſté ſera obtus.

Soit le triangle A B C, dont le quarré du coſté A B eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez A C, C B. Ie dis que l'angle A C B oppoſé au coſté A B eſt obtus. Car ſoit tiré de C perpendiculairement à AC, la ligne CD égale à B C, *& ſoit ioincte* AD; *donc puis que par la 47. propoſition 1. ou Axiome 64. le quarré de AD eſt égal aux quarrez de AC, CD: c'eſt à dire de* A C, B C, *& le quarré de A B a eſté poſé plus grãd que les quar. de* A C, C B, *le quarré de AD ſera moindre que le quarré de* A B, *& partant la ligne A D moindre que la ligne A B. Parquoy puis que les coſtez* B C, A C *du triangle A B C ſont égaux aux coſtez CD, AC,*



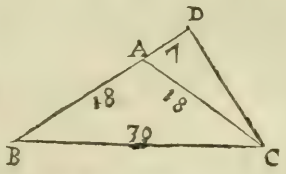
du

du triangle ACD, vn chacun au ſien, & la baſe A B, *plus grande que la baſe* A D, *par la 25.p.1. ou Axiome 13. l'angle* A C B *ſera plus grand que l'angle* A C D, *mais iceluy* A C D *eſt droit: donc* A C B *eſt plus grand qu'vn droit, & partant obtus. Ce qu'il falloit demonſtrer.*

Or nous mettrons icy certaines regles, par leſquelles nous pourrons conſtruire vn triangle ambligone, ayant les coſtez commenſurables, & auſſi la ligne d'entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

REGLE PREMIERE.

Pour conſtruire vn triangle ambligone Iſoſcelle ayant les coſtez & la ligne priſe dehors, entre la perpendiculaire & l'angle obtus commenſurables. Soit fait le ſegment exterieur d'autant de parties égales que le nombre d'icelles parties, ſe puiſſe diuiſer par 7, comme de 7, ou 14, ou 21, ou 28, ou 35, &c. puis apres ſoit poſé pour l'vn & l'autre coſté égal, le double d'iceluy ſegment, & outre ce $\frac{4}{7}$ d'iceluy, mais pour le plus grand coſté, le quadruple & $\frac{1}{7}$ dudit ſegment exterieur: comme au triangle A B C, où le ſegment A D eſt poſé de 7, & l'vn & l'autre des coſtez A B, A C de 18, qui eſt double & $\frac{4}{7}$ de 7: mais le plus grand coſté B C de 30, parties, qui eſt quadruple & $\frac{1}{7}$ de 7. Or que ce triangle A B C compoſé comme deſſus ſoit ambligone, il eſt euident: Car le quarré du coſté B C eſt 900, auquel eſt égale la ſomme des quarrez des coſtez A B, A C, & deux fois le rectangle de A B, A D, c'eſt à dire à la ſomme de ces quatre nombres, 324, 324, 126, 126: donc le quarré de A B, enſemble celuy de A C, ſont moindres que le quarré de B C, & partant par le precedent Theoreme, l'angle B A C eſt obtus: donc le triangle A B C, duquel les coſtez & la ligne exterieur A D ſont commenſurables, eſt ambligone. Ce qu'il falloit demonſtrer.



Que ſi on multiplie chacun nombre de ce triangle par quelconque nombre, prouiendront les nombres d'vn autre triangle proportionnel à ceſtuy-cy.

Nous conſtituerons pareillement vn triangle comme deſſus, poſant le ſegment A D de quelconques parties qui ne ſe puiſſent diuiſer premieremẽt par 7, mais alors les coſtez ſeront nombres entiers auec fractions.

REGLE II.

Pour conſtruire vn triangle ambligone ſcalene, duquel les coſtez & la ligne priſe dehors entre la perpendiculaire tombant ſur le moindre coſté prolongé, & l'angle obtus, ſoient commenſurables. Soit poſé le ſegment exterieur d'autãt de parties qu'on voudra qui ſe puiſſent nombrer par 5, com-

me 5,10,15,20,&c, & adiouſtãt à icelles parties $\frac{3}{5}$ d'icelles, on aura le moindre coſté, & le double d'iceluy donnera le moyen coſté, mais le quadruple du ſegment exterieur ſera le plus grand coſté. Comme ſi nous poſons que le ſegment exterieur ſoit de 10 parties egales, adiouſtant à icelles les $\frac{3}{5}$, viendront 16 pour le moindre coſté du triangle, & doublant 16, nous aurons 32 pour le moyen coſté; & finablement quadruplant 10 du ſegment exterieur, nous aurons 40 pour le plus grand.

REGLE III.

Pour conſtruire vn triangle ambligone ſcalene, duquel les coſtez & le ſegment exterieur du moyen coſté prolongé iuſques à la rencontre de la perpendiculaire tombant ſur iceluy coſté ſoient commenſurables. Soit pris encores ledit ſegment exterieur d'autant de parties egales qu'on voudra qui ſe puiſſent nombrer par 5, & adiouſtant au triple d'icelles $\frac{1}{5}$, ſera donné le moindre coſté, le double duquel donnera le moyen coſté, mais multipliant ledit ſegment par 8, nous aurons le plus grand coſté: comme ſi nous poſons 5 pour le ſegment exterieur, & adiouſtons $\frac{1}{5}$ au triple d'iceluy ſegment, nous aurons 16 pour le moindre coſté, & doublant iceluy coſté, viendront 32 pour le moyen coſté: & finablement multipliant ledit ſegment par 8, nous aurons 40 parties pour le plus grand coſté du triangle.

AXIO. LXVII demonſtré en la 13. p. 2.

Aux triangles oxigones, le quarré du coſté qui ſouſtient l'angle aigu eſt plus petit que les quarrez des deux autres coſtez de deux fois le rectãgle, de l'vn des coſtez qui font l'angle aigu, ſçauoir celuy ſur lequel tombe la perpendiculaire, & de la ligne priſe au dedans entre la perpendiculaire & l'angle aigu.

COROLLAIRE.

Il eſt donc manifeſte par cecy, que ſi vn coſté d'vn triangle oxigone eſt cogneu, & auſſi les ſegmens de la baſe faicts par la perpendiculaire, que l'autre coſté ſera ſemblablement cogneu, & auſſi la perpendiculaire.

Or nous mettrons icy la maniere de conſtruire vn triangle oxigone, ayant les coſtez & les ſegmens de la baſe commenſurables en nombre entier, afin de pouuoir par le moyen des nombres faire paroir la verité de cet axiome, & d'autãt que les triangles oxigones ſont diuers, & la perpendiculaire peut tomber ſur diuers coſtez, nous deſcrirons certaines regles, par le moyen deſquelles nous paruiendrons à ce que nous auons ſouuent propoſé.

REGLE I.

Or d'autant qu'au triangle équilateral, & à l'isoscelle, la perpendiculaire tombant de l'angle compris des deux costez egaux, fait les segmens de la base egaux, il ne sera difficile de construire tel triangle, ayant les costez & les segmens commensutables en nombre entier. Mais quand le triangle est requis isoscelle, & que la perpendiculaire tombe sur l'vn des costez egaux, & que la base du triangle soit plus grande que chacun d'iceux costez egaux, il faut poser le moindre segment d'autant de parties qu'on voudra; & icelles estans multipliees par 8, produiront le plus grand segment; mais si elles sont multipliees par 12, sera produit la base; & les deux segmens estans adiousteż, on aura l'vne & l'autre des iambes: ce qu'on aura aussi multipliant le moindre segment par 9.

REGLE II.

Que s'il est requis que le triangle soit isoscelle, ayant la base moindre que chacune iambe, & que sur l'vne d icelle tombe la perpendiculaire, il faudra poser le moindre segment d'autant de parties qu'on voudra en nombre pair, & multipliant la $\frac{1}{2}$ d'iceluy nombre par 7, on aura le plus grand segment; mais multipliant ledit moindre segment par 3, on aura la base; & finalement la somme des deux segmens sera chacune des iambes, qu'on aura aussi multipliant la $\frac{1}{2}$ du moindre segment par 9.

REGLE III.

Que s'il est requis que le triangle soit scalene, & la perpendiculaire tombe sur le moindre costé, il faudra poser le moindre segment d'vn nombre de parties qui se nombre par 70, ou 140, ou 210, &c. & adiousțant à icelles parties $\frac{10}{70}$, on aura le plus grand segment, & la somme de ces deux segmens sera le moindre costé; mais si les parties du moindre segment sont doublees, & au produit on adiouste $\frac{21}{70}$, c'est à dire $\frac{3}{10}$ d'iceluy segment, sera procreé le moyen costé: & finalement si à ce double du moindre segment, on adiouste $\frac{55}{70}$, c'est à dire $\frac{11}{14}$, on aura le plus grand costé.

REGLE IV.

Que si au triangle scalene est requis que la perpendiculaire tombe sur le moyen costé: Soit posé le moindre segment d'vn nombre de parties qui se nombre par 5, ou par 10, ou 15, &c. & adiousțant à iceluy $\frac{4}{5}$, on aura le plus grand segment, & la somme d'iceux sera le moyen costé; mais si on adiouste $\frac{3}{5}$ au double d'iceluy moindre segment, on aura le moindre costé, mais

le triple d'iceluy moindre ſegment ſera le plus grand coſté.

REGLE V.

Et finalement s'il eſtoit requis que la perpendiculaire tombe ſur le plus grand coſté, ſoit poſé le moindre ſegment d'vn nombre de parties qui ſe nombre par 33, ou 66, ou 99, &c. & adiouſtant $\frac{9}{33}$, c'eſt à dire $\frac{3}{11}$, on aura le plus grand ſegment, & la ſomme d'iceux ſegmens ſera le plus grand coſté; & ſi au double du moindre ſegment on adiouſte $\frac{4}{33}$, on aura le moyen coſté: mais ſi à iceluy moindre ſegment on adiouſte $\frac{2}{33}$, on aura le moindre coſté.

Or nous mettrons encores icy, qu'eſtans cogneus les coſtez d'vn triangle obliqu'angle, nous ſçaurons facilemẽt les ſegmens de la baſe faits par la perpendiculaire, tombant ſur icelle par le moyen d'vne regle de trois: car la baſe eſt à la ſomme des coſtez, comme la difference d'iceux coſtez eſt à la difference des ſegmens de ladite baſe, ſi les deux angles qui ſont ſur icelle baſe ſont aigus, ou à la ſomme d'iceux ſegmens, ſi l'vn deſdits angles eſt obtus.

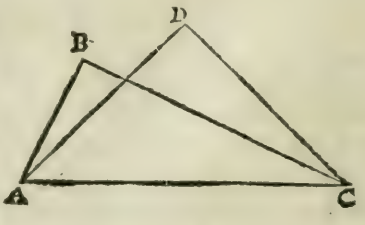
PROBLEME XXXIII.

Eſtans propoſees deux lignes droictes inegales, en trouuer vne autre, deux quarrez de laquelle ſoient egaux aux deux quarrez des deux propoſees.

ou bien

Eſtans propoſez deux quarrez inegaux, en trouuer deux autres qui ſoient egaux entr'eux; & pris enſemble, ſoient auſſi egaux aux deux propoſez pris enſemble.

Soient AB & BC, cottez de deux quarrez inegaux, & il faut trouuer les coſtez de deux autres quarrez egaux entr'eux, & les deux enſemble egaux aux deux propoſez. Eſtans conioints les coſtez AB, BC à angles droits, ſoit tiree AC, & ſur icelle ſoient



tirees les deux lignes AD, CD, faisant sur AC les angles egaux, & demy droicts; & icelles seront les deux costez des quarrez requis: car AD, CD seront egaux par la 6.p.1. ou axiome 9, attendu que les angles D A C, A C D sont egaux, & partant les quarrez d'iceux costez aussi egaux, & par la 32.p.1. ou axiome 21. l'angle D est droict; & partant par la 47p1. ou axiome 64, le quarré de AC est egal aux deux quarrez de AD, CD: mais par la mesme 47.p.1. iceluy quarré de AC est aussi egal aux deux quarrez de AB, BC: donc les quarrez de AD, CD sont egaux aux quarrez de AB, CB: ce qu'il falloit faire.

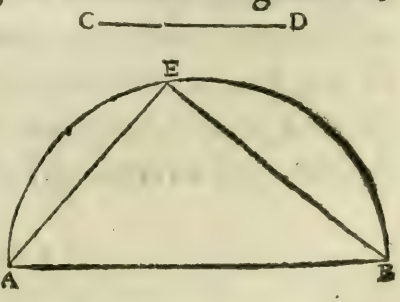
SCHOLIE.

La mesme chose se fera aussi aisément auec le compas de proportion. Car iceluy estãt à angle droict, nous trouuerons AC; puis par le moyen d'icelle les deux costez AD, CD.

PROBL. XXXIIII.

Estans proposees deux lignes droictes inegales, en trouuer vne autre de laquelle le quarré, auec celuy de la moindre des données, soient egales au quarré de la plus grande donnee.

Soient données les deux lignes droictes inegales AB, CD, dont AB est la plus grande, & il faut trouuer vne autre ligne droicte, le quarré de laquelle, & celuy de CD soient egaux au quarré de AB. Sur AB soit descrit le demy cercle AEB, & dans iceluy soit accommodee



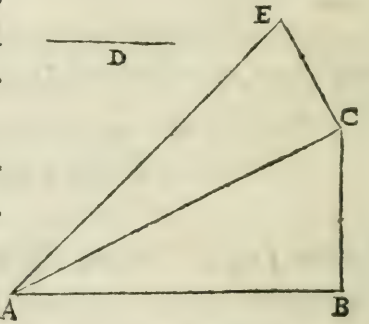
AE egale à CD, & ſoit ioinct BE. Ie dis que le quarré de BE & celuy de AE ſont egaux au quarré de AB : car l'angle AEB eſt droict par la 31. p. 3. ou axiome 1. & par la 47. p. 1. ou axiome 64, les quarrez de AE, égale à CD BE ſont egaux au quarré de AB, ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le meſme ſe fera auſſi facilement auec le compas de proportion : Car iceluy eſtant ouuert à angle droict, nous aurons incontinent BE, 3e coſté du triangle rectangle.

PROBL. XXXV.

Eſtans propoſez tant de quarrez qu'on voudra, trouuer vn autre quarré egal à tous les donnez.



Soient donnez AB, BC & D, les coſtez de trois quarrez : & il conuient trouuer le coſté d'vn autre quarré egal à iceux.

Ayant diſpoſé AB & BC à angles droicts, ſoit tiree AC, le quarré de laquelle ſera egal aux quarrez de AB, BC par la 47. p. 1. ou axiome 64, & ſur l'extremité C, ſoit leuee EC perpẽdiculaire à AC, & egale à D : & eſtãt mené la ligne AE, le quarré d'icelle ſera egal aux trois quarrez de AB, BC, & D : car puiſque le quar. de AC eſt egal aux quarrez de AB, BC, & le triangle ACE à l'angle C droict, & le coſté CE egal à D, le quarré de AE eſt egal aux quarrez de AC, CE, c'eſt à dire de AB, BC & D : ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

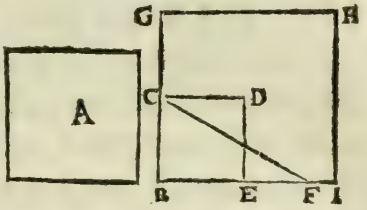
Le compas de proportion eſtant ouuert à angle droict, nous trouuerons incontinent le coſté AE.

Or d'autant que par la 2. p. 12. les cercles ſont entr'eux comme les quarrez de leurs diametres, il eſt euident qu'eſtant propoſez tant de cercles qu'on voudra, il ſera trouué en la meſme maniere que deſſus, le diamettre d'vn cercle egal à tous les donnez.

PROBL. XXXVI.

Eſtans propoſez deux quarrez, adioindre à l'vn ou à l'autre d'iceux vne figure egale à l'autre quarré: tellement que toute la figure compoſee ſoit auſsi quarree.

Soient propoſez les deux quarrez A & BD, & il faut adioindre à BD vne figure egale à A, en ſorte qu'icelle figure, & iceluy quarré BD faſſent auſſi vn quarré. Soit prolongé BE tant qu'il ſera de beſoin, & eſtãt pris d'icelle, B F egale au coſté de A, ſoit tiree CF, & faict BG egale à icelle CF: & eſtant paracheué le quarré BGHI, la figure CGHIED ſera egale au quarré A, mais luy adioignãt le quarré BD, toute la figure BGHI ſera quarree: car puis qu'elle eſt egale au quarré de CF, elle ſera auſſi egale aux quarrez de BF, & de BC, c'eſt à dire aux quarrez A & BD, & ſi on en oſte le quarré commun BD, reſtera le quarré A egal à la figure CGHIED: ce qu'il falloit faire.



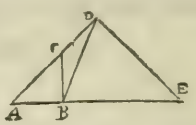
SCHOLIE.

Le meſme ſe fera auſsi auec le compas de proportion fort facilement, car il n'y a qu'à trouuer le coſté d'vn quarré egal aux deux quarrez donnez.

PROBL. XXXVII.

Eſtant donné l'excez du diametre d'vn quarré par deſſus le coſté d'iceluy quarré, trouuer le coſté dudit quarré.

Soit donné AB l'excez du diametre d'vn quarré par deſſus le coſté d'iceluy quarré, & il faut trouuer le coſté de ce quarré là. Sur l'extremité B ſoit leuee perpendiculairement BC egale à AB: puis ſoit menee AC, & prolongee iuſques en D: tellement que CD ſoit egale à BC: & AD ſera le coſté du quarré, dont le diametre excede iceluy coſté AD de la ligne AB: car eſtant tiré DE perpendiculaire à AD, qui rencontre AB prolongee en E, les coſtez AD, DE ſeront egaux par la 6. p. 1. ou axiome 9, attendu que les angles A, E, ſont egaux & demy droicts: car d'autant qu'au triangle ACB, l'angle ABC eſt droict, & les coſtez AB, BC egaux, les angles A, & BCA ſont egaux & demy droicts par les 5 & 32. p. 1. ou axiomes 8 & 21: donc AE eſt diametre du quarré de AD: maintenant ſoit menee BD, & par la 5. p. 1. les angles CBD, CDB ſeront egaux; parquoy ſi on les oſte des angles droicts CBE, CDE, reſteront les angles DBE, BDE egaux; & partant les coſtez BE, DE, ſeront egaux par la 6. p. 1. ou axiome 9: mais veu que le diametre AE ſurpaſſe BE de la ligne donnee AB, le meſme diametre AE ſurpaſſera le coſté du quarré de DE, ou AD, de la grandeur de ladite ligne AB: ce qu'l falloit faire.



SCHOLIE

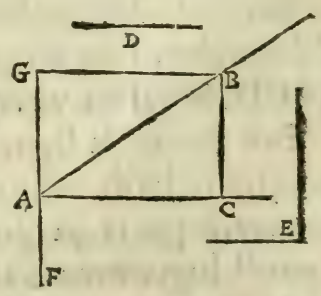
SCHOLIE.

Le meſme ſe fera auſsi auec la compas de proportion ſçauoir eſt, le mettant à angle droict puis ayant transferé ſur la iambe l'exces AB, l'ouuerture de l'extremité adiouſtée a iceluy exces ſera la ligne AD: Ou bien ſans mettre ledict compas de proportion a angle droict ſoit mis l'exces AB ſur 60. deg. ou ſur le premier quarré, & l'ouuerture de 90. deg. ou du 2. quarré donnera AC, qui adiouſté a l'exces donné, donnera le coſté AD.

PROBL. XXXVIII.

Entre deux ligne droictes faiſant angle, & infinies, colloquer vne ligne droicte egale à vne ligne droicte donnée, qui faſſe auec l'vne d'icelles, vn angle égal à vn angle donné: mais il faut qu'iceluy angle donné, & celuy compris des lignes données, ſoient moindres que deux droits.

Soient deux lignes droictes infinies AB, AC contenant langle BAC, & ſoit donnée la ligne droicte D, & l'angle E, lequel auec l'ang. BAC ſont moindres que deux droits, & il faut colloquer entre les lignes AB, AC, vne ligne droicte egale à la ligne D, faiſant auec AC vn angle egal au donné E. Soit fait l'angle CAF, egal à l'angle E, prolongeant FA, tellement que AG ſoit egale à D, & par G ſoit menee GB parallele à AC couppãt AB en B, & finalement de B ſoit mené BC parallele à GA couppant AC en C, & icelle BC ſera telle qu'il eſtoit requis. Car puis que par la conſtruction le quadrilataire ACBG eſt parallelog. BC ſera egalé à GA par la 34. p. 1. ou axiome 23. c'eſt à dire à D, & puis que par la 29.



p. 1. ou axiome 6. l'angle B C A eſt egal à l'angle alterne C A F, & iceluy C A F eſt egal à l'angle E, les angles BCA & E ſont egaux : Ce qu'il falloit faire.

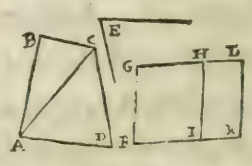
SCHOLIE.

Nous trouuerons les lignes AB, AC terminées auec le compas de proportion. Car nous ſont donnez deux angles, & vn coſté du triangle ABC, & partant ſera donné l'autre angle reſtant de deux droicts : deſcriuant donc ſur la ligne donnee vn triangle ayant l'vn des angles de deſſus icelle ligne donnée égal à l'angle donné, & l'autre angle egal au reſtant des deux donnez : nous trouuerons les coſtez AB, AC.

PROBL. XXXIX.

Faire vn parallelogramme égal à vne figure rectiligne donnée, ayant vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Soit le rectiligne donné A B C D, & l'angle donné E; & il conuient faire vn parallelogramme egal au rectiligne ABCD, & qui ait vn angle egal à E.



Soit menée la ligne A C, faiſant deux triangles de la figure rectiligne donnee, & par la 42. prop. 1. ſoit fait le parallelogramme G I egal au triangle A C D ayant vn angle egal au donné E, puis ſur H I ſoit fait le parallelogramme HK egal au triangle A B C, ayant vn angle egal au donné E, & le parallelogramme G K ſera egal au rectiligne A B C D, & aura l'angle F egal à E, comme il eſt demonſtré en la 45. p. 1.

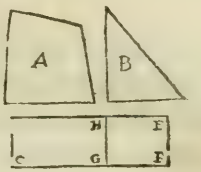
SCHOLIE.

Les costez G F, & G L du parallelogramme G K égal au rectiligne donné, seront aussi trouués par le compas de proportion, par les choses dites és Scholies des problemes precedens : & sera encores aisé de trouuer les costez d'vn triangle egal audit rectiligne donné, & qui ait vn angle egal au donné E.

PROBL. XL.

Estant données deux figures rectilignes inegales, trouuer l'excez de la plus grande par dessus la moindre.

Soient donnees deux figures rectilignes A & B, dont A est la plus grande, & il fait trouuer l'excez de A par dessus B. Soit fait le parallelogramme C E egal au rectiligne A, puis sur la ligne CD soit fait le parallelogramme C H egal au rectiligne B, ayant l'angle C commun, & le parallelogramme G E sera l'excès du rectiligne A, par dessus le rectiligne B: car puis qu'iceluy est l'excés du parallelogr. C E par dessus le parallelog. C H. Iceluy parallelogr. G E sera aussi l'excés du rectilig. A, par dessus le rectilig. B. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

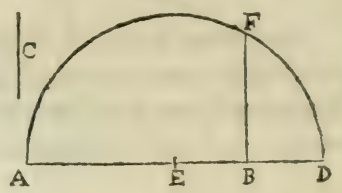
Les costez G H & G F du parallelogramme G E excés du rectiligne A, par dessus le rectiligne B seront aussi trouués comme dit est és Scholies des precedents Problemes.

PROBL. XLI.

Estans données deux lignes droictes, trouuer leur moyenne proportionelle.

Soient les deux lignes données A B & C, & il faut trou-

uer leur moyenne proportionelle. Soit prolongée A B jusques en D, en sorte que B D soit egale à C, puis soit A D couppée en deux egalement en E, & d'iceluy poinct comme centre & interualle E A, soit descrit vn demy cercle, puis du poinct B, soit esleuée la perpendiculaire B F, jusques à ce qu'elle rencontre la circonference du cercle en F, & icelle perpendiculaire B F, sera la moyenne proportion. requise, comme il est demonstré en la 13. p. 6.



SCHOLIE.

Nous ferons aussi la mesme operation auec le compas de proportion, comme il ensuit. Soit premierement ouuert le compas de proportion à angle droict, puis soient transferées les lignes données AB & C sur l'vne des iambes, afin de sçauoir combien chacune d'icelles lignes contient de parties, telles que celles contenuës en iceluy compas : ce que faisant, ie trouue que A B en contient 64. & C 16, que i'adiouste ensemble, & font 80, dont ie prend sur la iambe la moitié qui est 40. & posant l'vne des poinctes du simple compas sur 24, qui est la diff. desdits 40, & des 16 que contient la ligne C, l'autre poincte dudit simple compas va tomber sur l'autre iambe du compas de proportion, au nombre 32, & prenant la grandeur desdites 32 parties, i'ay la ligne BE pour la moyenne proportionelle requise.

Or il est manifeste par ce que dessus, qu'estant donné vn nombre, il aisé d'auoir la racine quarrée d'iceluy auec ledit compas de proportion. Car trouuant deux nombres qui multipliez l'vn par l'autre, produisent le donné, puis paracheuant auec lesdits deux nombres, tout ainsi qu'il a esté fait cy-dessus auec les deux lignes AB & C, on aura le nombre radical requis. Comme pour exemple, soit donné le nombre 10000, la racine quarrée duquel il faut trouuer: premierement donc ayant trouué que 200 & 50 multipliés ensemble, produisent ledit nombre donné, i'adiouste iceux ensemble, & font 250 dont la $\frac{1}{2}$ est 125. que ie prend sur la iambe du compas de proportion, iceluy estant au preallable ouuert à angle droict, & pose l'vne des poinctes du simple compas au nombre 75. qui est la difference d'entre 125 & 50, & l'autre poincte va tom-

ber ſur l'autre iambe, au nombre 100. *& partant je dis que* 100 *eſt racine quarrée du nombre donné* 10000.

Que ſi le nombre donné eſt plus que 40000, *il faut faire comme deſſus, excepté qu'au lieu de proceder auec la* $\frac{1}{2}$ *il faut proceder auec le* $\frac{1}{4}$, *& le double du nombre qui prouiendra, ſera la racine requiſe.*

Autrement, ladite racine ſe pourra plus aiſément trouuer ſur la ligne des plans, & pour ce faire vſerons de deux manieres: la premiere, quant le nombre propſé ne ſera plus grand que 6400 *& alors ſoit pris ſur la ligne droicte dudit compas,* 40 *parties, & ſoient posées à l'ouuerture du* 16. *plan, & iceluy compas eſtant ainſi ouuert, ſoit reietté les deux dernieres figures du nombre donné, & pris l'ouuerture du nombre des figures reſtantes, laquelle ouuerture eſtant portée ſur la ligne droicte, on aura le nombre radical: Obſeruant que ſi on prend à peu pres l'ouuerture du reſte (c'eſt à dire des deux dernieres figures retranchées comme parties d'vn entier, dont le denominateur eſt* 100.) *auec les figures priſes, que l'on aura le nombre radical plus precis.*

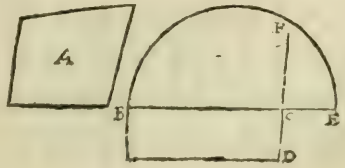
Que ſi le nombre proposé eſt plus grand que 6400; *il faudra apres auoir retranché les deux dernieres figures prendre la moitié, tiers ou quart &c. du reſte, & prendre l'ouuerture d'icelle* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *ou* $\frac{1}{4}$ *&c. puis poſer ladite ouuerture à l'ouuerture de quelque plan qui ait ſur le compas double, triple, quadruple &c. & l'ouuerture d'iceluy double, triple, quadruple &c. eſtant transferée ſur la ligne droicte, monſtrera le nombre radical requis.*

Que ſi le nombre proposé eſtoit fort grand, l'on n'auroit qu'à retrancher les trois dernieres figures, & proceder comme deſſus, ayant au preallable ouuert le compas de proportion, en ſorte que le dixiéme plan ſoit ouuert de 100 *parties, au lieu que cy-deſſus le ſeziéme plan eſtoit ouuert de* 40 *parties ſeulement.*

PROBL. *XLII.*

Faire vn quarré egal à vne figure rectiligne donnée.

Soit donnée la figure rectiligne A, à laquelle il faut faire vn quarré egal.



Soit fait premierement le rectangle BCD egal au rectiligne A, puis eſtant prolongé le

coſté BC juſques en E, tellement que CE ſoit egale à CD, & deſcrit ſur BE le demy cercle BFE, ſoit tirée perpendiculairement CF, laquelle ſera le coſté du quarré egal au parallelogramme rectangle BD, & par conſequent au rectiligne A, comme il eſt demonſtré en la derniere propoſition du deuxiéme d'Euclide.

SCHOLIE.

Le meſme ſe fera auſſi auec le compas de proportion : ſçauoir eſt trouuans les coſtez du parallelogramme BD egal au rectiligne A : puis prenant la moyenne proportionnelle entre iceux coſtez.

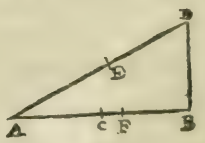
DEF.

Vne ligne droicte, eſt dite eſtre diuiſée en la moyenne & extreme raiſon, quand la toute eſt au plus grand ſegment, comme iceluy plus grand ſegment eſt au moindre.

PROBL. XLIII.

Couppper vne ligne droicte donnée & terminée en la moyenne & extreme raiſon.

Soit la ligne droicte donnée AB, qu'il faut couppper en la moyenne & extreme raiſon. Soit icelle AB couppée en deux egalement au poinct C, puis au poinct B ſoit eſleuée perpendiculairement BD egale à CB, & apres auoir mené la ligne AD, ſoit couppé d'icelle, DE egale à BD, puis de AB, ſoit couppé AF egale à AE, & icelle AB ſera couppée en la moyenne & extreme raiſon, dont la demonſtration eſt faite en la 30. prop. du 6.



SCHOLIE.

La meſme operation ſe fera auſsi auec le compas de proportion en ceſte maniere. Soit premierement ouuert ledit compas à angle droict, puis ſur l'vne des iambes, ſoit transferé ladite ligne AB, laquelle ſe termine au nombre 60, & partant la moitié d'icelle eſt 30, l'ouuerture deſquels deux nombres, ſçauoir eſt 60. & 30. eſtant transferée ſur la iambe va ſe terminer au nombre 67 peu plus, la diſtance deſquels iuſques à 30, moitié de la ligne donnée, eſtant posée ſur icelle ligne AB, on l'a couppera au poinct F, ainſi qu'il eſtoit requis.

Autrement, ſoit posé AB à l'ouuerture de 60. degr. & l'ouuerture de 36. degr. donnera AF, comme deſſus.

AXIO. LXVIII. demonſtré en la 1. p. 13.

Si vne ligne eſt couppée en la moyenne & extreme raiſon, le quarré de la moitié de la toute & du plus grand ſegment, comme d'vne ligne, eſt quadruple du quarré de la moitié d'icelle ligne totale.

AXIO. LXIX. demonſtré en la 2. p. 13.

Si le quarré d'vne ligne eſt quintuple du quarré d'vne partie d'icelle, le double d'icelle partie eſtant couppée en la moyenne & extreme raiſon, le plus grand ſegment ſera l'autre partie de la donnée.

AXIO. LXX. demonſtré en la 3. p. 13.

Si vne ligne droicte eſt couppée en la moyenne & extreme raiſon, le quarré du plus petit ſegment, & de la moitié du plus grand ſegment, comme d'vne, eſt quintuple du quarré de la moitié du plus grand ſegment.

AXIO. LXXI. demonſtré en la 4. p. 13.

Si vne ligne eſt couppée en la moyenne & extreme raiſon, le quarré de la toute, & le quarré du petit ſegment enſemble, ſont triples du quarré du plus grand ſegment.

AXIO. LXXII. demonſtré en la 5. p. 13.

Si vne ligne droicte eſt couppée en la moyenne & extreme raiſon, & à icelle on adjouſte directement le plus grand ſegment, la toute composée, ſera couppée en la moyenne & extreme raiſon, & la toute ſimple ſera le plus grand ſegment.

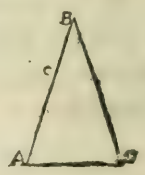
AXIO. LXXIII. demonſtré en la 4. p. 14.

Si vne ligne eſt couppée en la moyenne & extreme raiſon, les ſegmens d'icelle, ſeront prop. aux ſegmens de toute autre ligne couppée de meſme.

PROBL. XLIV.

Deſcrire vn triangle iſoſcelle, ayant vn chacun des angles de la baſe double de l'autre.

Soit la ligne droicte A B, couppée en la moyenne & extreme raiſon au poinct C, puis ſur A B, ſoit fait le triangle ABD, ayant le coſté B D egal à A B, & la baſe A D egale à A C, & iceluy ſera le triangle requis, dont la demonſtration eſt faite à la 10. p. 4.



SCHOLIE.

Veu que par la 32. p. 1. ou axiome 21, les trois angles du triangle ABD ſont egaux à deux droicts, & que l'angle B n'eſt que la moictié d'vn chacun de ceux de la baſe: il eſt euident qu'iceluy angle B eſt la cinquieſme partie de deux droicts, c'eſt à dire 36. deg. & chacun de ceux de la baſe $\frac{2}{5}$ de deux droicts: c'eſt à dire 72. deg. & par conſequent ſi ſur les extremitez de la ligne A B donnée, on fait au poinct B, vn angle de 36. deg. auec le compas de proportion, & à A vn angle de 72. deg. on aura le meſme triangle ABD. Et par ceſte meſme maniere mecanique, il ſera aiſé de deſcrire vn triangle iſoſſele, ayant chacun angle de la baſe autant multiple de celuy du ſommet qu'on voudra.

DEF.

DEFF.

Les polligones ou figures de plusieurs angles ou costez, sont celles qui ont plus de 4 angles ou costez, & chacune d'icelles prend son nom du nombre de ses angles ou costez, comme la figure de 5 angles se nomme pentagone; de 6 angles, hexagone; de 7, heptagone; de 8, octogone, &c.

Or iceux polligones sont reguliers ou irreguliers.

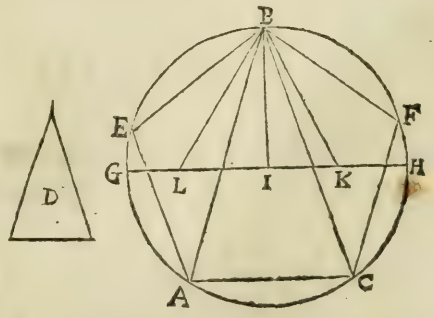
Les reguliers, sont ceux qui ont tous les angles, & les costez egaux.

Mais les irreguliers, sont ceux qui ont les angles, & les costez inegaux.

PROBL. XLV.

Dans vn cercle donné, descrire vn pentagone equiangle, & equilateral.

Soit le cercle donné A B C, dans lequel il faut inscrire vn pentag. equiang. & equilateral. Soit premierement par le precedent probleme fait le triangle D, ayant vn chacun des angles de la base doub. de l'autre, puis soit inscrit au cercle dõné le triãg. A B C, equiangle au triangle D. Ce fait, soient tirées les lignes A E, E B, B F, F C egales à A C, & on aura le pentagone A E B F C tel qu'il estoit requis, comme il est demonstré en la 11. p. 4.



COROLL.

Il est manifeste par la demonstration de ce Probleme, que l'angle C A E du pentagone, est les $\frac{3}{5}$ de deux droicts. Dont s'ensuit qu'estant donnée vne

ligne droicte, il ſera aiſé de faire ſur icelle vn pentagone equilateral, & equiangle auec le compas de prop. car deſcriuant ſur l'vne & l'autre extremité de la ligne donnée, vn angle de 108 deg. qui ſont les $\frac{3}{5}$ de deux droicts, on aura incontinent le pentagone : mais ſera enſeigné au Probleme ſuiuant vne autre maniere pour ce faire.

SCHOLIE.

Le coſté du pentagone, & decagone eſt trouué bien plus facilement comme enſeigne Ptolomée en ſon Al. Car il ne faut que tirer le diametre G H, & ſur iceluy la perpendiculaire B I, puis eſtant couppé en deux egalement le demy diametre I H au poinct k, & fait k L egale à B k, la ligne B L ſera le coſté du pentagone, & I L celuy du decagone.

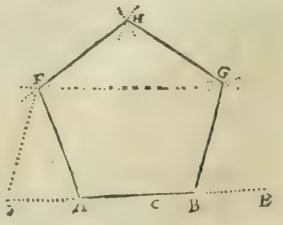
Le meſme ſe peut faire encore plus facilement auec le compas de proportion : car ayant transferé le demy diametre du cercle donné à l'ouuerture de 60 degrés, l'ouuerture de 72 deg. donnera le coſté du pentagone.

Or non ſeulement ſe trouuera iceluy coſté du pentagone auec le compas de proportion, mais auſsi le coſté de quelconque polligone inſcriptible au cercle donné : car diuiſant 360 degrés par le nombre des coſtez du polligone requis, on aura au quotient le nombre des degrés, dont l'ouuerture ſera le coſté du polligone.

PROBL. *XLVI.*

Sur vne ligne droicte donnée, deſcrire vn pentagone equilatèral & equiangle.

Soit la ligne droicte donnée AB, ſur laquelle il faille deſcrire vn pentagone equilat. & equiang. Soit couppé AB en C, en la moyenne & extreme raiſon, puis ſoit prolongée de part & d'autre, juſques en D, E, tellement que A D, B E ſoient egales au plus grand ſegment A C ; en apres de D, A, & interuale AB ſoient deſcrits deux arcs s'entrecouppans en F. Item de B, E, & du meſme interuale deux au-



tres arcs s'entrecouppans en G, & finalement de F,G, deux autres arcs s'entrecouppans en H, & soient iointes les lignes AF,FH,HG,GB. Ie dis que le pentagone AFHGB descrit sur la ligne droicte donnée AB est equilat. & equiang. Or qu'il soit equilat. il appert par la construction, puis que toutes les lignes sont prises egales à AB. Et qu'il soit equiangle, nous le demonstrerons ainsi. Soit tirée la ligne DF, & le triangle ADF sera isoscelle, ayant vn chacun des angles de dessus la base AD double de l'autre, puis que AD est le plus grand segment de la ligne AB, & l'vn l'autre des autres costez egaux à icelle AB. Parquoy l'angle DAF contiendra $\frac{2}{5}$ de deux droicts, & partant l'autre angle BAF contiendra $\frac{3}{5}$ de deux droicts. Veu donc que l'angle du pentagone equilateral & equiangle contient les $\frac{3}{5}$ de deux droicts, l'angle BAF, sera l'angle du pentagone equileteral & equiangle. Par la mesme raison, ABG sera angle d'vn pentagone equilateral & equiangle. Dont s'ensuit que tout le pentagone est equiangle. Car si on l'acomplit ou qu'on l'imagine estre complet, c'est à dire, que sur FG on descriue deux autres costez, ils tomberont necessairement au poinct H, autrement s'ils se rencontrent au dessus de H, ou au dessous, iceux costez seroient plus grands ou moindres que FH, GH, par la 21.p.1. ou Axiome 20. & partant ne seroient egaux aux autres costez, ce qui est absurde. Donc le pentagone ABGHF est equilateral & equiangle. Ce qu'il falloit faire.

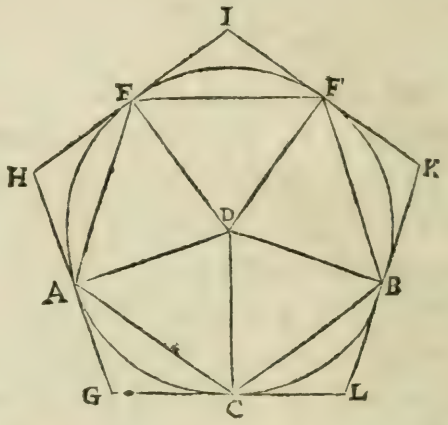
SCHOL.

Il sera aussi aisé de descrire iceluy pentagone auec le compas de proportion, d'autant que le triangle BAF est isoscelle, dont vn costé est donné, & l'angle BAF de 108 degrés, partant sera trouuée la base BF, auec laquelle sera facilement descrit le pentagone.

PROBL. XLVII.

Deſcrire vn pentagone equilateral, & equiangle à l'entour d'vn cercle donné.

Soit le cercle donné A B C, à l'entour duquel il faut deſcrire vn pentagone equilateral & equiangle: dans iceluy cercle, ſoit deſcrit le pentagone A E F B C; & apres auoir mené du centre D les 5 lignes D A, D E, D F, D B, D C, ſoient menées ſur icelles, les 5 perperpendiculaires G H, H I, I k, k L, G L leſquelles ſe rencontrans és cinq poincts G, H, I, k, L, feront le pentagone G H I k L, tel qu'il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faite en la 12. p. 4.



SCHOLIE.

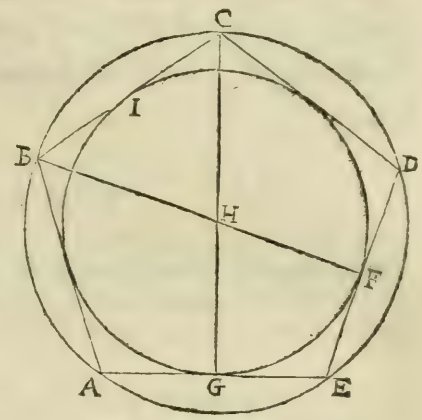
Eſtant donné le demy diametre d'vn cercle, il ſera aiſé de trouuer auec le compas de proportion le coſté du pentagone, tant inſcriptible que circonſcriptible au cercle, d'autant que du triangle A D E, les angles & deux coſtez ſeront donnés, & partant le troiſiéme coſté A E ſera aiſément trouué, & par conſequent H E coſté du triangle A H E, ſera auſſi trouué, dont le double H I eſt coſté du pentagone circonſcriptible au cercle.

Par meſme maniere ſe trouueront auſſi les coſtez de quelque polligone que ce ſoit inſcriptible ou circonſcriptible audit cercle, & la perpendiculaire tirée du centre, ou de l'vn des angles au coſté oppoſite.

PROBL. XLVIII.

Dans vn pentagone equiangle & equilateral, deſcrire vn cercle, & vn autre à l'entour.

Soit le pentagone A B C D E, dans & à l'entour duquel il faut deſcrire vn cercle. des deux angles B & C, ſoient menées perpendiculairement aux coſtez oppoſites, les lignes B F, C G, leſquelles s'entrecouppent au poinct H, qui ſera le centre du pentagone, duquel & de l'interuale H B, eſtant deſcrit le cercle A B C D E, il ſera à l'entour du pentagone, mais de l'interuale H G eſtãt deſcrit le cercle G I F, il ſera dãs le pentagone, comme il eſt demonſtré és 13. & 14. p. 4.



SCHOLIE.

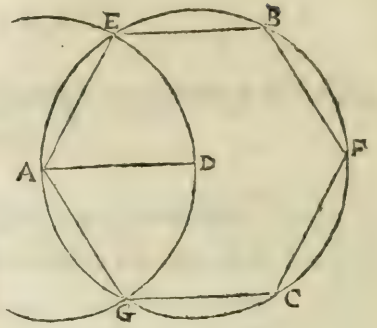
Eſtant donné le coſté du pentagone, il ſera fort aiſé de trouuer auec le compas de proportion le diametre ou demy diametre du cercle inſcriptible ou circonſcriptible audit pentagone: car les angles d'vn triangle ſeront cogneus, & vn coſté donné.

PROBL. XLIX.

Dans vn cercle donné, inſcrire vn hexagone equilateral, & equiangle.

Soit le cercle A B C, le centre duquel eſt D, & il faut inſ-

crire en iceluy vn hexagone equilat. & equiang. Soit pris la distance du centre D iusques à A, & soit faict A E egale à icelle interualle de A D, & soient pareillement tirées les lignes E B, B F, F C, C G, G A egale à la mesme interualle, & sera faict l'hexagone A E B F C G tel qu'il estoit requis, dont la demonstration est faicte en la 15. p. 4.



COROLL.

De la demonstration de ce Probl. appert que le costé de l'hexagone est egal au demy diametre du cercle, dont s'ensuit qu'estant donnée vne ligne droicte, il sera tres-aisé de descrire sur icelle vn hexagone.

AXIO. LXXIIII. Demonstré en la 7. p. 13.

Si en vn pentagone equilateral, trois angles pris comme on voudra, sont egaux, il sera equiangle.

AXIO. LXXV. Demonstré en la 8. p. 13.

Si en vn pentagone equiangle & equilateral, deux lignes droictes tirées d'angle en angle s'entrecouppent, ce sera en la moyenne & extreme raison, & leurs plus grands segmens seront egaux aux costez du pentagone.

AXIO. LXXVI. Demonstré en la 9. p. 13.

La ligne droicte composée du costé de l'hexagone, & du costé du decagone, tous deux inscrits en vn mesme cercle, est couppée en la moyenne & extreme raison, de laquelle le plus grand segment est le costé de l'hexagone.

AXIO. LXXVII. *Demonſtré en la* 10. *p.* 13.

Le quarré du coſté du pentagone inſcrit en vn cercle, eſt egal aux deux quarrez des coſtez du decagone, & hexagone inſcrit au meſme cercle.

AXIO. LXXVIII. *Demonſtré en la* 11. *p.* 13.

Si dans vn cercle ayant le diametre rationel, on inſcrit vn pentagone equilateral, le coſté d'iceluy pentagone eſt irrationel, appellé ligne mineure.

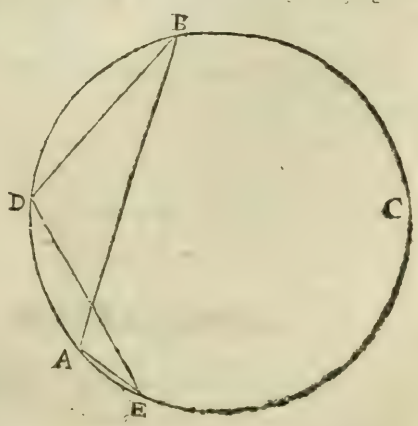
AXIO. LXXIX. *Demonſtré en la* 1. *p.* 14.

La ligne perpendiculaire menée du centre vers le coſté du pentagone inſcrit au cercle, eſt la moictié des deux coſtez de l'hexagone & decagone inſcrit au meſme cercle.

PROBL. L.

Dans vn cercle donné, deſcrire vn quindecagone equilateral & equiangle.

Soit le cercle donné ABC, dans lequel il faut deſcrire vn quindecagone equilateral & equiangle. Soit premierement trouué A B coſté du triangle equilateral inſcrit dans iceluy cercle, puis BD, DE deux coſtez du pentagone, & eſtant menée A E, elle ſera vn coſté du quindecagone inſcrit au meſme



cercle,& partant ſi on meine encores 14 lignes dans iceluy cercle égales à icelle A E,on aura le quindecagone requis, dont la demonſtration eſt faicte en la 16. p. 4.

DEFF.

Semblables figures rectilignes,ſont celles qui ont les angles egaux, & les coſtez qui ſont au long des angles egaux proportionaux.

AXIO. LXXX. *Demonſtré en la* 1. *p.* 12.

Les polligones ſemblables inſcris aux cercles, ſont l'vn à l'autre comme les quarrez deſcrits des diametres des cercles.

AXIO. LXXXI. demonſtré en la 7. *p.* 5.

Les grandeurs egalles ont meſme raiſon l'vne que l'autre à vne troiſieſme,& ceſte troiſieſme aura meſme raiſon à deux grandeurs egalles.

AXIO. LXXXII. demonſtré en la 11. *p.* 5.

Les raiſons qui ſont de meſme à vne ſont de meſmes entr'elles.

AXIO. LXXXIII. demonſtré en la 3. *p.* 13.

Les grandeurs ſont entr'elles, comme ſont leurs equemultipliplices entr'elles.

DEFF.

La haulteur d'vne chacune figure,eſt la perpendiculaire tirée du ſommet à la baſe.

AXIO. LXXXIIII. *demonſtré en la* 1. *p.* 6.

Les triangles,& les parallelogrammes de meſme hauteur ſont l'vn à l'autre,comme leurs baſes.

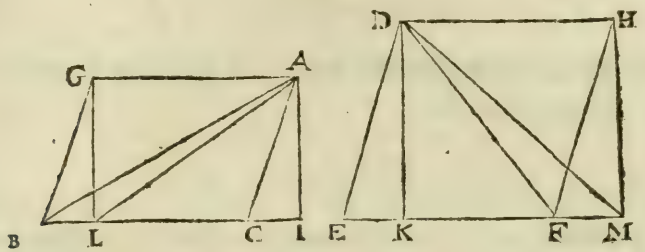
SCHOL.

SCHOLIE.

Nous demonſtrerons icy le Theoreme ſuiuant.

Les triangles & parallelogrammes conſtituez ſur baſes egales, ou ſur meſme baſe, ſont entr'eux comme leurs hauteurs.

Soient deux triangles ABC, DEF, & les parallelogrammes AGBC,



DEFH ayans les baſes BC, EF egales. Ie dis que le triang. ABC eſt au triangle DEF, & le parallelogramme GC au parallelogramme EH, comme la hauteur AI à la hauteur DK. Car ſi on prend les lignes IL, KM egales aux baſes BC, EF; & ſont tirées les lignes AL, DM, le triangle ALI ſera egal au triangle ABC, & le triangle DKL egal au triangle DEF. Parquoy par la 7. p. 5. ou Axiome 81. comme ABC ſera à DEF, ainſi ALI à DKM, mais par la 1. p. 6. ou Axiome 84. comme ALI eſt à DKM, ainſi AI à DK: (car ſi on poſe les baſes eſtre AI, Dk, les lignes LI, kM, ſeront les hauteurs:) donc auſſi ABC ſera à DEF, comme AI à Dk. Ce qu'il falloit prouuer.

Or par la 15. p. 5. ou Axiome 83. comme ABC eſt à DEF, ainſi le parallelog. AGBC *ſera au parallelog. DEFH: donc par la 11. p. 5. ou 82 axiome, AGBC ſera pareillement à DEFH, comme AI à Dk. Ce qu'on peut auſſi confirmer en la meſme maniere, ſi on tire les lignes LG, MH. Le meſme s'enſuiuroit ſi les triangles & les parallelogrammes auoient meſme baſe.*

AXIO. 85. *Demonſtré en la 7. p. 5.*

Si l'on mene vne ligne parallele à l'vn des coſtez d'vn triangle, icelle couppera les autres coſtez d'iceluy prop. & ſi les coſtez ſont couppez proportionnellement, la ligne couppante ſera parallele à l'autre coſté.

AXIO. 86. *Demonſtré en la 3. p. 6.*

Si l'angle d'vn triangle eſt couppé en deux egalement, tombant la ligne couppante ſur la baſe, les ſegmens de la baſe ſeront l'vn à l'autre comme les autres coſtez: & ſi les ſegmens de la baſe ſont l'vn à l'autre comme les autres coſtez, la ligne tombante couppera l'angle en deux egalement.

AXIO. 87. *Demonſtré en la 4. p. 6.*

LEs triangles equiangles ont les coſtez qui ſont au long des angles egaux, proportionaux.

COROLL.

De cecy s'enſuit, que ſi on mene vne ligne droicte parallele à vn coſté d'vn triangle, elle couppera vn triangle ſemblable à tout le triangle.

AXIO. 88. *Demonſtré en la 5. p. 6.*

LEs triangles qui ont les coſtez prop. ont auſſi les angles egaux, qui ſont compris des coſtez proportionaux.

AXIO. 89. *Demonſtré en la 6. p. 6.*

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les coſtez au long d'iceux angles egaux proportionnaux, ils ſeront equiangles.

AXIO. 90. *Demonſtré en la 7. p. 6.*

Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & les coſtez au long des autres angles proportionaux, eſtans iceux autres angles de meſme eſpece; Iceux triangles ſeront equiangles.

AXIO. 91. *Demonſtré en la 8. p. 6.*

Si de l'angle droict d'vn triangle rectangle on tire vne perpendiculaire ſur la baſe, les triangles au long de la perpendiculaire ſont ſemblables au tout & entr'eux.

COROL.

Par cecy eſt manifeſte que la perpendiculaire tombant de l'angle droict d'vn triangle rectangle ſur la baſe, eſt moyenne prop. entre les ſegmens de la baſe. Item que l'vn ou l'autre coſté comprenant l'angle droict, eſt moyen proportionel entre toute la baſe, & le ſegment d'icelle baſe adjacent à icelluy coſté.

AXIO. 92. *Demonſtré en la 31. p. 6.*

Aux triangles rectangles, la figure deſcrite ſur le coſté qui ſouſtient l'angle droict, eſt egale aux deux autres figures qui luy ſont ſemblables, & ſemblablement poſées ſur les deux autres coſtez.

AXIO. 93. *Demonſtré en la 32. p. 6.*

Si deux triangles ont deux coſtez proport. à deux coſtez, & ſont diſpoſez faiſant vn angle de telle façon que les coſtez prop. ſoient parall. les deux autres coſtez ſe rencontreront directement.

DEF.

Figures reciproques, ſont celles deſquelles les coſtez ſont alternatiuement proportionaux.

AXIO. 94. *Demonſtré en la 14. p. 6.*

LES parallelogrammes egaux ont les coſtez reciproques: & les parallelogrammes qui ont les coſtez reciproques, ſont egaux, moyennant qu'ils ayent vn angle egal.

AXIO. 95. *Demonſtré en la 15. p. 6.*

LES triangles egaux ont les coſtez reciproques: & les triangles qui ont les coſtez reciproques ſont egaux, moyennant qu'ils ayent vn angle egal.

DEF.

Raiſon egale, eſt lors qu'il y a pluſieurs grandeurs d'vn coſté, & autant de

l'autre en multitude, prise de deux en deux en mesme raison, & que la premiere des premieres grandeurs est à la derniere des mesmes, comme la premiere des secondes est à la derniere des mesmes.

Ou bien, c'est lors qu'on prend les extremes delaissant les moyennes.

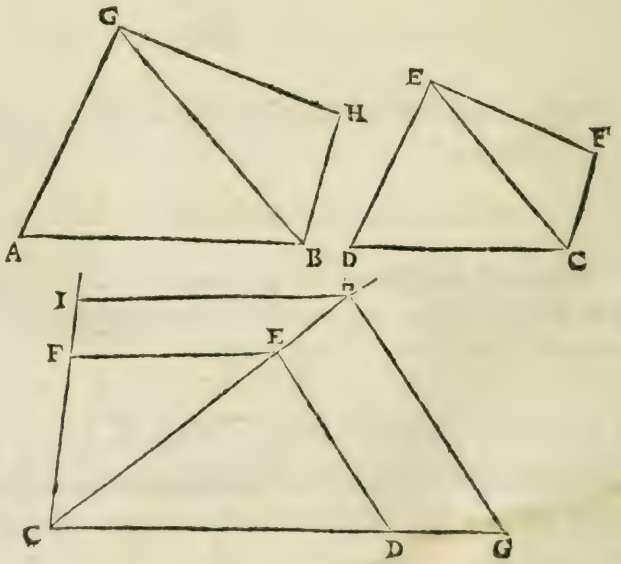
AXIO. 96. *Demonstré en la 22. p. 5.*

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & autant d'autres, prises de deux en deux en mesme raison; icelles en raison egale seront proportionnelles.

PROBL. *LI.*

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vne figure rectiligne semblable & semblablement posée à vne figure rectiligne donnée.

Soit la ligne droicte donnée A B, sur laquelle il faut faire vne figure semblable & semblablement posée à la figure rectiligne dõnée C D E F.



Soit diuisée la figure donnée en triangl. par la ligne CE, puis soit fait sur la ligne AB & au poinct A, l'angle B A G egal à l'angle C D E: & au poinct B, l'angle A B G egal à l'angle D C E, tellement que B G rencontre A G en G: puis sur la ligne B G & au poinct B, soit fait l'angle G B H

egal à E C F, & au poinct G l'angle B G H egal à l'angle C E F: & cela fait la figure A B H G ſera deſcrite ainſi qu'il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt faicte en la 18. p. 6.

AVTREMENT.

Soit fait C G egale à A B, puis eſtant produictes les lignes C H, C I, de G ſoit menée G H parallele à D E, & de H ſoit auſſi menée H I parall. à E F, & ainſi conſequemment s'il y auoit d'auantage de coſté: quoy fait la figure C G H I ſera deſcrite ſur C G egale à A B, ſemb. & ſemblablement poſee à la figure C D E F. Car puis que l'angle D C F eſt commun, & les angles C D E, C F E ſont egaux aux angles CGH, CIH par la 29. p. 1. ou axiome 6. Item, les angles CED, CEF, aux angles CHG, CHI: c'eſt à dire, que tout l'angle DEF eſt egal à tout l'angle GHI, les rectilignes CDEF, C G H I, ſeront equiangles: Mais auſſi les coſtez d'alentour les angles egaux ſont prop. Car d'autant que les triangles C D E, C E F ſont equiangles aux triangles CGH, CHI, comme CD ſera à DE, ainſi CG à G H par la 4. p. 6. ou axiome 87. Item, comme C F à F E, ainſi C I à I H. Item, comme D E eſt à E C, ainſi G H eſt à H C, & comme E C eſt à E F, ainſi H C eſt à H I, & partant en raiſon egalle, comme D E eſt à E F, ainſi GH à HI. Item, comme D C eſt à C E, ainſi G C à C H, & comme E C eſt à C F, ainſi H C à C I, & partant par raiſon egalle, comme D C eſt à C F, ainſi G C à C I: donc les figures rectilignes C D E F, C G H I ſont ſembl. & ſemblablement poſées. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Le meſme ſe pourra auſſi faire auec le compas de proportion, trouuant premierement G H 4. proportion. aux trois CD, DE, AB : puis CH 4. proportion. aux trois CD, CE, AB, & d'icelles GH, CH, auec AB eſtant deſcrit le triangle CGH ſoit trouué la 4. prop. pour former des triangles ſemblables à ceux de la figure donnée.

DEF.

Quand trois grandeurs ſont proportionelles, la premiere eſt dite auoir à la troiſiéme, la raiſon doublée de celle de la deuxiéme : s'il y en a 4. la premiere eſt dite eſtre à la quarte, en raiſon triplée de la premiere à la ſeconde.

AXIO. 97. demonſtré en la 19. p. 6.

Les triangles ſemblables ſont l'vn à l'autre en raiſon doublée de leurs coſtez proportionaux.

COROLL.

De cecy eſt manifeſte, que ſi trois lignes droictes ſont proportion. comme la premiere eſt à la troiſieſme, ainſi le triangle deſcrit ſur la premiere au triangle ſembl. & ſemblablement deſcrit ſur la deuxieſme, ou le triangle deſcrit ſur la deuxieſme au triangle ſemblable & ſemblablement deſcrit ſur la troiſieſme.

AXIO. 98. Demonſtré en la 20. p. 6.

Les polligones ſemblables ſont l'vn à l'autre en raiſon doublée de leurs coſtez prop. & peuuent eſtre diuiſez en nombre egal des triangles ſemblables entr'eux, & proportionaux à leur tout.

COROLL.

De cecy eſt manifeſte, que s'il y a trois lignes proportion. comme la pre-

miere eſt à la troiſieſme, ainſi le polligone deſcrit ſur la premiere ſera au polligone ſemb. & ſemblablement deſcrit ſur la deuxieſme, où ainſi le polligone deſcrit ſur la deuxieſme au polligone ſemb. & ſemblablement deſcrit ſur la troiſieſme.

AXIO. 99. Demonſtré en la 21. p. 6.

Les figures rectilignes ſemblables à vne, ſont ſemblables entr'elles.

AXIO. 100. Demonſtré en la 22. p. 6.

Si quatre lignes ſont proportion. les figures rectilignes ſembl. & ſemblablement deſcrites ſur icelles, ſeront auſſi prop. & ſi icelles figures ainſi deſcrites ſont proportionelles, icelles lignes ſeront auſſi proportionelles.

DEF.

Vne raiſon eſt dicte eſtre composée de raiſons, quand elle eſt produicte d'icelles raiſons multipliées l'vne par l'autre.

AXIO. 101. Demonſtré en la 23. p. 6.

Les parallelogrammes equiangles ſont l'vn à l'autre en raiſon composée de leurs coſtez.

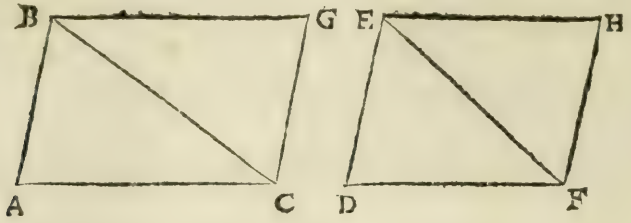
SCHOLIE.

Nous demonſtrerons icy deux theoremes, leſquels nous ſeront neceſſaires pour appuyer quelqu'vnes de nos demonſtrations.

Les triangles ayans vn angle egal à vn angle, ſont l'vn à l'autre en la raiſon compoſée des coſtez comprenant l'angle egal.

Soient les triangles ABC, DEF ayans l'angle A egal à l'angle D. Ie dis que la proportion du triangle ABC au triangle DEF eſt composée de celle des coſtez, comprenant iceux angles egaux: c'eſt à dire, de la raiſon de AB *à* DE,

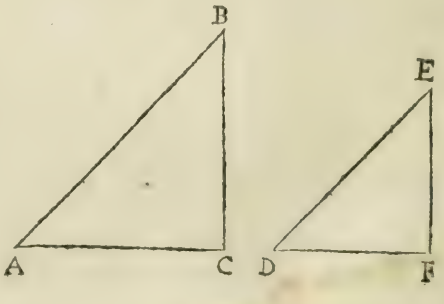
& de celle de AC à DF, ou bien de la raiſon de AB à DF, & de celle de AC



à DE. Car eſtant paracheué les parallelogrammes AG, DH, ils ſeront equiangles, & pārtant ils ſeront en raiſon composée de leurs coſtez par la 23.p.6. ou axiome 101. donc puis que les triangles ABC, DEF ſont moitiez d'iceux par la 34.p.1. ou axiome 23. Ils ſeront en meſme proportion par la 15.p.5. ou axiome 93. & partant la proportion du triangle ABC au triangle DEF ſera auſſi composée de la raiſon de AB à DE, & de la raiſon de AC à DF, &c. Ce qu'il falloit prouuer.

Les triangles ayans vn angle egal à vn angle, ont meſme proportion entr'eux, que les rectangles contenus des coſtez comprenans l'angle egal.

Soient les triangles ABC, DEF ayans l'angle B egal à l'angle E. Ie dis que le triangle ABC eſt au triangle DEF, comme le rectangle de AB, BC eſt au rectangle de DE, EF. Car par le precedent theoreme la proportion du triangle ABC au triangle DEF eſt composée des proportions de AB à DE, & de BC à EF: mais par la 23.p.6. la proportion du rectangle de AB, BC, au rectangle de DE, EF eſt auſſi composée des meſmes raiſons de AB à DE, & BC à EF. Donc le triangle ABC ſera au triangle DEF, comme le rectangle de AB, BC au rectangle de DE, EF. Ce qu'il falloit demonſter.



AXIO.

AXIO. 102. Demonſtré en la 24. p. 6.

En tout parall. les parallelogrammes deſcrits ſur le diametre ayant vn angle commun au total, ſont ſemblables entr'eux & au total.

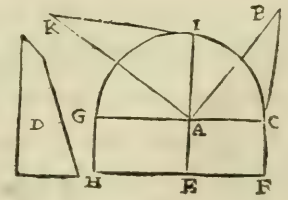
AXIO. 103. Demonſtré en la 26. p. 6.

Si d'vn parallelogramme on oſte vn parallelogramme ſemblable & ſemblablement posé au tout, ayant vn angle commun auec le tout, l'oſté ſera auec le tout ſur vn meſme diametre.

PROBL. *LII.*

Deſcrire vne figure rectiligne ſemblable à vne autre donnée, & egale à vne autre proposée.

Soient donnnées deux figures rectilignes A B C & D: & il conuient faire vne figure ſemblable à celle de A B C: mais egale à celle de D. Sur la ligne A C ſoit fait le parallelogramme rect. A F egal à la figure rectilig. A B C. Item ſur la ligne A E ſoit deſcrit le parallelogramme rect. H A egal à la figure D. puis ſoit trouué A I moyenne proportionelle entre G A, A C: & finalement ſoit deſcrit ſur ladite ligne A I vne figure ſemblable à la donnée A B C, & on aura A I k pour la figure requiſe, comme il eſt demonſtré en la 25. p. 6.



SCHOLIE.

Les coſtez de la figure A I k ſe trouueront auſſi auec le compas de proportion, ſçauoir eſt trouuant le coſté A E du rectangle egal à A B C, & auſſi A G autre coſté du rectangle H A egal à D, puis la moyenne proportionelle A I, & finalement les coſtez A k, I k.

DEFI.

Vn parallelogramme appliqué ſelon quelque ligne droicte, eſt dit deffaillir d'vn parallelogramme, lors qu'il ne peut occupper entierement la ligne; mais excedder quand il occuppe vne plus grande ligne que celle ſelon laquelle il eſt appliqué, en telle ſorte toutesfois que le parallelogramme deffaillant ou exceddant, ait vne meſme hauteur que le parallelogramme appliqué, & conſtituë auec iceluy vn ſeul parallelogramme.

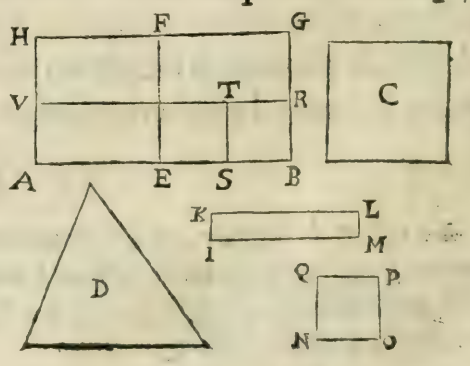
AXIO. 104. *Demonſtré en la* 27. *p.* 6.

De tous les parallelogrammes deſcrits ſur vne meſme ligne, & deffaillant à icelle d'vn parallelogramme ſemblable à vn autre deſcrit ſur la moitié de la meſme ligne, le plus grand eſt celuy qui eſt deſcrit ſur l'autre moitié de la ligne.

PROBL. *LIII.*

Sur vne ligne droicte donnée, appliquer vn parallelogramme deffaillant d'vn parallelogramme ſemblable à vn autre donné, & egal à vne figure rectiligne donnée, laquelle ne ſoit plus grande que le parallelogramme deſcrit ſur la moitié de la ligne & ſemblable au donné.

Soit la ligne droicte donnée A B, ſur laquelle il faut appliquer vn parallelogr. deffaillant d'vn parallogramme ſemblable au parallelogramme C, mais egal au rectiligle donné D. Soit la ligne A B couppée en deux egalement en E, & ſur



la moitié E B, soit descrit le parallelogramme E G semblable à C, puis soit accomply le parallelogramme A B G H: maintenant si A F est egal à D, on a ce qu'on demande: (ce qui se cognoistra reduisant D en parallelogramme, & sur la ligne A E) Que s'il n'est egal à D, il sera plus grand, car il ne peut estre moindre par l'hypot. soit alors trouué l'excés I k L M, puis soit descrit le parallelog. *N P* semblable & semblablement posé à C ou à E G, mais egal à l'excez trouué *I L*. En apres de *B G*, *B E*, soient couppées *B R*, *B S*: egales aux costez *O P*, *O N*: puis soit paracheué le parallelogramme *B R T S*, lequel sera egal à iceluy *N P*, mais semblable & semblablement posé au tout *E G*: & apres auoir continué *R T* iusques en *V*, le parallelogramme *A T* sera celuy requis, comme il est demonstré en la 28. p. 6.

SCHOLIE.

Les costez du parallelogramme A T seront aussi trouuez auec le compas de proportion. Car estant A B couppée en deux egalement, & trouuée B G 4. prop. à celles de C, & E B, sera trouué puis apres l'vn des costez de l'excez I k, & l'autre est egal à A E: puis estant trouué par le Scholie du Probl. precedent, les deux costez N O, O P, soient retranchées de B A, B G, les lignes B S, B R egales à O P, N O, & on aura A S, & S T, qui est egale à B R, pour les costez du parallelogramme requis.

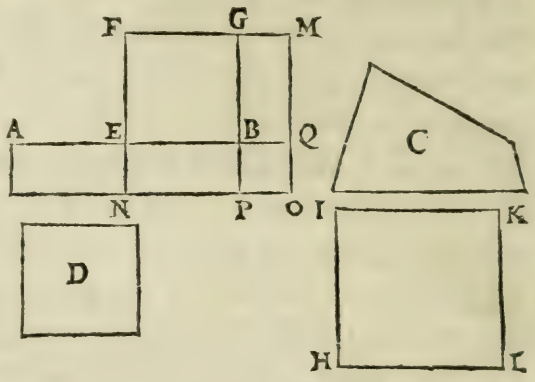
PROBL. *LIV.*

Sur vne ligne droicte donnée, appliquer vn parallelogramme egal à vn rectiligne donné, excedant d'vn parallelogramme semblable à vn autre donné.

Soit A B la ligne donnée, & le rectiligne donné soit C: & il faut sur icelle A B appliquer vn parallelogramme egal

au rectiligne C, excedant d'vn parallelogramme semblable au parallelogramme donné D.

Soit A B couppée en deux egalement en E, & sur la moitié E B soit descrit le parallelogrâme E G semblable à D, puis soit fait le parallelogram. H K egal aux deux D & E G, & semblable à l'vn d'iceux : & d'autant que les costez d'iceluy sont plus grands que F G, F E, soient iceux prolongez à l'egal de K L, L H, & estant acheué le parallelogramme F O, soit prolongé G B & A B jusques en *P*, *Q*, & paracheuant le parallelogramme A O, iceluy sera egal au rectiligne C, & appliqué selon la ligne A B, excedant du parallelogramme B O semblable au donné D, comme il est demonstré en la 24. prop. 6.



SCHOLIE.

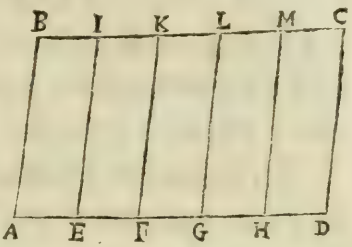
Il est euident que les costez du parallelogramme A O *seront aussi trouués auec le compas de proportion : Car premierement sera trouué* B G *quatriéme proportionelle aux costez de* D, & A E B: *puis seront trouués les costez* H I, I K, *du parallelogramme* H K: & *estant osté de* H L, B E, *restera le costé* F N *ou* Q O *son egal, mais estant adiointé* H L *à* A E, *on aura l'autre costé* A Q.

PROBL. *LV.*

Estant donné vn parallelogramme, le diuiser en tant de parties egales qu'on voudra par lignes paralleles aux deux costez opposites.

Soit le parallelogramme donné A B C D, qu'il faut diui-

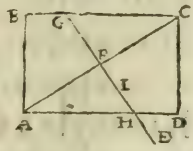
uiſer en cinq parties egales par lignes paralleles aux deux coſtés oppoſites AB, DC. Soit diuiſé l'vn des deux autres coſtés, ſçauoir AD en 5. parties egales aux points E, F, G, H, puis d'iceux ſoient menées EI, Fk, GL, & HM, paralleles à icelle AB, & le parallelogrãme AC ſera couppé par icelles paralleles ainſi qu'il eſtoit requis: car les parallelogrammes AI, Ek, FL, GM & HC, ſont egaux par la 38. p. 1. ou 1. p. 6. qui ſont les Axiomes 27. & 84. Ce qu'il falloit faire.



PROBL. *LVI.*

Diuiſer vn parallelogramme en deux egalement par vne ligne droicte tirée d'vn poinct donné, ſoit ou dehors ou dedans iceluy, ou au coſté.

Soit le parallelogramme ABCD, qu'il faut premierement couppper en deux egalement par vne ligne droicte tirée du poinct E hors d'iceluy. Soit tiré le le diametre AC, & ſoit couppé iceluy en deux egalement en F, puis de E par F ſoit menée EG, & elle couppera le parallelogramme donné en deux egalement: Car d'autant que par la 29. p. 1. ou Axiome 6. l'angle CGF eſt egal à l'angle AHF, & par la 15. p. 1. ou Axiome 3. l'angle CFG eſt egal à l'angle AFE, & le coſté AF egal au coſté CF, les coſtez GF, FH, ſeront egaux par la 26. p. 1. ou Axiome 14. & par la 4. p. 1. les triangles GFC, AFH ſeront auſſi



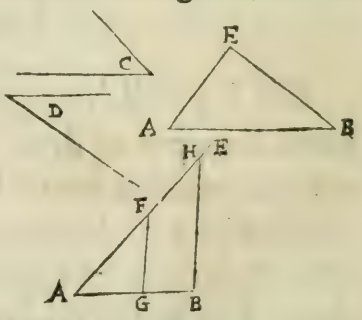
egaux, donc leur adiouſtant le trapeſe commun A B G F, le triangle A B C ſera egal au trapeſe A B G H: mais le triangle B A C eſt moitié du parallelogramme A B C D, par la 34. p. 1. ou 23. Axiome, donc auſſi le trapeſe A B G H ſera moitié d'iceluy parallelogramme.

En la meſme maniere on diuiſera le parallelogramme en deux egalement, par la ligne H I G, menée par le poinct interieur I, ou bien du poinct H au coſté.

PROBL. *LVII.*

Sur vne ligne droicte donnée, deſcrire vn triangle ayant deux angles egaux à deux angles donnez, mais il faut qu'ils ſoient moindres que deux droicts.

Or les deux angles donnez ſe deuront faire tous deux ſur la baſe, ou bien vn ſeulement: qu'il faille donc premierement faire ſur la ligne A B donnée, vn triangle ayant les deux angles ſur la baſe egale aux deux dónez C & D. Soient faits ſur ladite lig. A B les deux angles B A E, A B E, egaux aux deux donnez, continuant les lign. juſques à ce qu'elles ſ'entrecouppent en E, & ſera fait le triangle A E B, tel qu'il eſtoit requis, comme il eſt manifeſte par la conſtruction.



Secondement, qu'il faille faire ſur A B vn angle egal à C, & celuy du ſommet egal à D. Soit fait au poinct A l'angle *B A E* egal à C, puis ſur *A E* comme au poinct *F*, ſoit fait l'angle *A F G* egal à *D*: & d'autant que la ligne *F G* ne s'eſt rencontrée à l'extremité *B*, ſoit d'iceluy poinct *B* me-

née *B H* parallele à *G H*, & le triangle *A H B* ſera tel qu'il eſtoit requis. Car par la conſtruction l'angle *A* eſt egal à *C*: & veu que les lignes *F G*, *H B*, ſont paralleles, les angles *A F G*, *A H B*, ſont egaux par la 29. p. 1. ou 6. Axiome, mais *A F G* par la conſtruction eſt egal à *D*. Donc auſſi l'angle *A H B* eſt egal à *D*. Ce qu'il falloit faire.

SCHOL.

Les donnés eſtans en nombres, on deſcrira auſſi facilement le triangle: car les trois angles d'iceluy ſeront cogneus, & par conſequent on n'aura qu'à deſcrire ſur A & B *deux angles egaux à ceux de deſſus la baſe, & on formera le triangle.*

Or nous mettrons icy comment eſtans cogneus deux angles & vn coſté d'vn triangle, nous cognoiſtrons les deux autres coſtez.

Soient premierement trouués les Sinus d'vn chacun angle du triangle, puis apres ſoient faites deux regles de trois au premier terme de chacune deſquelles ſoit mis le Sinus de l'angle oppoſé au coſté donné, au deuxiéme lieu iceluy coſté donné, & au troiſieme terme le Sinus de l'angle oppoſé au coſté qu'on voudra trouuer, & viendra au produict de chacune regle de trois le coſté requis.

Autrement, ſi le triangle donné eſt oxigone, ou bien s'il eſt ambligone, & que le coſté donné ſoit l'vn des deux comprenant l'angle obtus, vous ouurirez le compas de proportion de la grandeur de l'vn des angles aigus, puis ſoit trouué la perpendiculaire tombant du nombre des parties du coſté donné ſur la iambe oppoſite, & ayant ouuert le compas de proportion de la grandeur de l'autre angle aigu, ſoit pris la perpendiculaire trouuée auec le ſimple compas, & ſoit poſé l'vne des poinctes d'iceluy ſur l'vne des iambes dudit compas de proportion, ſur tel nombre que l'autre poincte tombe perpendiculairement ſur l'autre iambe, & ce nombre là ſera le nombre des parties de l'vn des coſtez incogneus, & prenant auec le ſimple compas le nombre du coſté donné, & poſant l'vne des poinctes ſur l'vne des iambes au dernier nombre trouué, le nombre ſur lequel ira tomber l'autre poincte dudit ſimple compas ſur l'autre iambe, ſera celuy des parties de l'autre coſté demandé. Mais le triangle eſtant ambligone, & que le coſté oppoſite à l'angle obtus ſoit celuy donné, il faudra trouuer la perpendiculaire, puis ayant ouuert le compas du complément, ache-

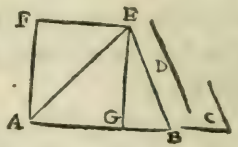
uer comme dessus.

Autrement, il faudra doubler les nombre des angles donnés, (obseruant que s'il y en a d'obtus, de prendre le complément au lieu d'iceluy) puis faire deux regles de trois sur le costé des degrés, mettant au premier terme de chacune d'icelle le double de l'angle opposé au costé donné, au deuxiesme terme iceluy costé donné, & au troisiesme terme le double de l'angle opposé au costé qu'on voudra trouuer, & viendront les costez requis: c'est à dire, qu'ayant mis le costé cogneu à l'ouuerture du double des degrez desdits angles opposez, l'ouuerture du double de chacun des deux autres angles, donnera son costé opposé.

PROBL. *LVIII.*

Estant donnée la base d'vn triangle, vn angle de dessus icelle, & la hauteur d'iceluy triangle, trouuer le triangle.

Soit donné A B, sur laquelle il faut descrire vn triangle ayant vn angle au dessus d'icelle egal à l'angle C, & que la hauteur d'iceluy triangle soit egale à D.



Soit fait au poinct A l'angle B A E egal au donné C, puis soit à iceluy poinct A esleuée la perpendiculaire A F egale à D, & du poinct F soit menée E F parallele à A B, jusques à ce qu'elle rencontre A E interminée, & estant tirée E B, le triangle A E B sera le requis. Car par la construction, l'angle B A E est egal à C, & ayant mené E G parallele à F A, elle luy sera aussi egale par la 34. p. 1. ou axiome 23. mais icelle F A est egale à D, donc aussi E G qui est la hauteur du triangle A B E. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

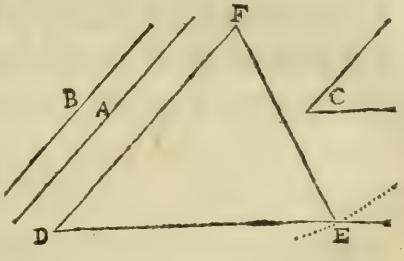
Nous pourrons trouuer aussi les costez du triangle auec le compas de proportion, soit que les données soient declarées en lignes simplement, ou qu'ils soient

ſoient ſpecifiées par nombres, comme pour exemple. Soit A B *de* 50, D *de* 29, *& l'angle* C *de* 45 *deg. & il faut trouuer les deux autres coſtez du triangle: premierement ſoit ouuert le compas de proportion de* 45 *degrés, puis ſoit portée* D *à tel poinct de l'vne des iambes, qu'elle tombe perpendiculairement ſur l'autre iambe, & trouuant que c'eſt du nombre* 41, *tel ſera le coſté* A E; *& prenant l'ouuerture de* 41 *&* 50, *on aura le coſté* E B *de* 30 $\frac{1}{3}$, *ou enuiron.*

PROBL. LIX.

Eſtans donnés les deux coſtés d'vn triangle, & l'vn des angles de deſſus la baſe; trouuer le triangle.

Soient A & B les deux coſtez d'vn triangle, & C l'vn des angles de deſſus la baſe: & il faut deſcrire le triangle, ſoit tirée la ligne D E indeterminée, & ſur icelle au poinct D, ſoit fait l'ang. EDF egal à C, puis ayant fait D F egale à A, du centre F, & interuale B, ſoit deſcrit vn arc, qui couppe D E en E: quoy fait ſoit tirée la ligne droicte F E, & le triangle D E F ſera le requis, comme il eſt manifeſte par la conſtruction.



SCHOL.

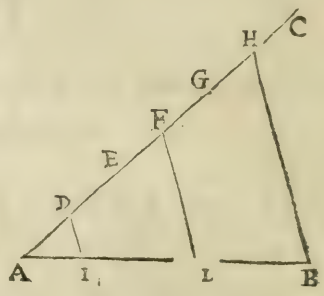
La baſe D E ſera auſſi trouuée auec le compas de proportion: car iceluy compas eſtant ouuert de l'angle donné, il ne faudra que prendre le coſté oppoſé à l'angle donné, & poſant l'vne des poinctes du ſimple compas à l'extremité de l'autre coſté, ou l'autre poincte ira tomber ſur l'autre iambe, ſera monſtré la grandeur de la baſe.

Que ſi les deux angles cogneus eſtoient auſſi requis, ils ſeront aiſément trouués, par ce qui a eſté enſeigné au Scholie du Probleme 9.

PROBL. LX.

D'vne ligne droicte donnée, oſter la partie demandée.

Soit la ligne droicte donnée AB, de laquelle il faut oſter la cinquiéme partie. Du poinct A ſoit menée la ligne A C tant grande qu'on voudra, faiſant angle auec A B, & en icelle A C ſoiẽt priſes cinq grandeurs egales, ſçauoir A D, D E, E F, F G & G H, & apres auoir mené B H du poinct D, ſoit menée la ligne D I parallele à H B, & A I ſera la cinquiéme partie de la ligne A B requiſe à coupper. Ce qui eſt demonſtré à la 9. p. 6.



SCHOLIE.

Nous ferons la meſme choſe auec le compas proportion, prenant ladite ligne AB & la portant à l'ouuerture d'vn nombre qui ait la partie requiſe, comme en cét exemple, où eſt requis la cinquiéme partie, ſoit poſée icelle AB à l'ouuerture de 100, *& prenant l'ouuerture de* 20, *qui eſt la cinquiéme partie de* 100: *nous aurons la cinquiéme partie d'icelle AB.*

Que s'il euſt fallu oſter de ladite ligne AB pluſieurs parties, comme pour exemple $\frac{3}{5}$, *il euſt fallu tirer la parallele FL, & le ſegment AL euſté les* $\frac{3}{5}$ *parties de ladite AB. Ou bien prendre au compas de proportion l'ouuerture de* 60, *qui ſont les* $\frac{3}{5}$ *de* 100, *à l'ouuerture deſquels a eſté transferée ladite ligne AB.*

COROLL.

Par les choſes deſſuſdites, il eſt euident qu'eſtant proposé à coupper vne ligne droicte en tant de parties egales qu'on voudra, il ſera aiſé de ce faire tant Geometriquement que mechaniquement, auec le compas de prop.

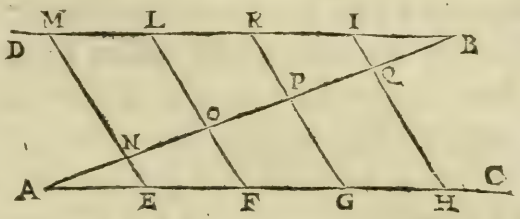
Or outre la maniere cy deſſus declarée, pour coupper vne ligne droicte

en tant de parties egales qu'on voudra,& delaiſſant pluſieurs autres manieres,nous adjouſterons encore la ſuiuante.

PROBL. *LXI.*

Eſtant donnée vne ligne droicte, la coupper en tant de parties egales qu'on voudra.

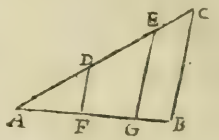
Soit la ligne donnée *AB*, qu'il faut coupper en cinq parties egales: de l'extremité *A* ſoit menée la ligne *AC* tant qu'il ſera de beſoin, faiſant ang. auec *AB*, puis de l'extremité *B* ſoit menée *BD* parallele à *AC*, & de *AC* ſoient couppées quatre parties egales *AE*, *EF*, *FG* & *GH*, qui eſt vne partie moins que celles eſquelles il faut coupper la ligne donnée, & du poinct *B* en *BD*, ſoient prinſes auſſi les quatre parties *BI*, *IL*, *LM*, *MN*, egales à celles de la ligne *AC*: puis eſtant menées les lignes *EM*, *FL*, *GK* & *HI*, elles coupperont la ligne *AB* en cinq parties egales. Car puis que les lignes *EF*, *ML* ſont paralleles entr'elles, par la 33. p. 1. *ME*, *LF*, ſeront auſſi paralleles entr'elles: & par meſme raiſon *LF*, *KG*, *HI*, ſeront pareillement paralleles. Veu donc que *AH* eſt couppée en quatre parties egales, *AQ* le ſera auſſi. par meſme raiſon *BN* ſera encore diuiſée en quatre parties egales, par ce que *BM* a eſté couppée en autant de parties egales. Parquoy veu que tant *AN* que *BQ* ſont egales à chaſque parties, *NO*, *OP*, *PQ*; toutes les cinq parties *AN*, *NO*, *OP*, & *QB*, ſeront egales entr'elles. Ce qu'il falloit faire.



PROBL. LXII.

Coupper ſemblablement vne ligne droicte donnée non couppée, à vne autre ligne droicte donnée & couppée.

Soit la ligne droicte donnée & couppée *A C*, ſçauoir eſt en *D*, *E*, & la ligne non couppée *A B*, laquelle il faut coupper en parties ſemblables & proportionelles aux parties de la couppée. Soient accommodées icelles lignes données, en ſorte qu'elles faſſent vn angle *B A C*, & apres auoir conioint *B C*, ſoient menées *DF*, *EG*, paralleles à *BC*, & *AB* ſera ſemblablement couppée en *F* & *G*, comme eſt couppée *AC* en *D* & *E*, ainſi qu'il eſt demonſtré en la 10. p. 6.



SCHOLIE.

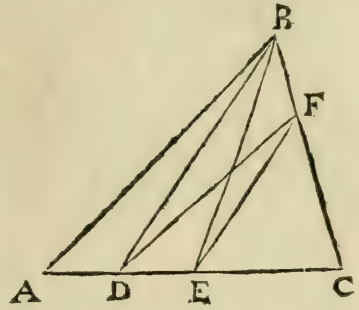
Le meſme ſe fera aiſément auec le compas de proportion, appliquant la ligne couppée ſur iceluy, & faiſant l'ouuerture de l'extremité d'icelle ligne couppée de la grandeur de la non couppée, & prenant puis apres les ouuertures des parties de la ligne couppée, & les transferant ſur la non couppée.

PROBL. LXIII.

D'vn poinct donné en l'vn des coſtez d'vn triangle propoſé, tirer vne ligne droicte qui couppe le triangle en deux egalement.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D au coſté A C: & il faut de D mener vne ligne droicte qui couppe le triangle en deux parties egales.

Que ſi le poinct D couppe A C en deux egalement, ayant mené D B, elle couppera le triangle en deux parties egalement: Mais ſi D ne diuiſe A C en deux egalement, ſoit icelle A C couppée en deux egalement en E, & d'iceluy ſoit menée E F parallele à D B, couppant B C en F, & ayant conjoint D F, le triãgle A B C ſera couppé en deux egalement par icelle D F. Car ayant mené B E, les triangles F D E, E B F, ſeront egaux, par la 38. p. 1. ou Axiome 27, puis qu'ils ſont ſur meſme baſe E F, & entre meſmes paralleles E F, D B: Adjouſtant donc le commun C E F, les tous B E C, C D F, ſeront egaux: mais B E C eſt la moitié du tout A B C, donc auſſi C D F eſt la moitié du meſme triangle A B C. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

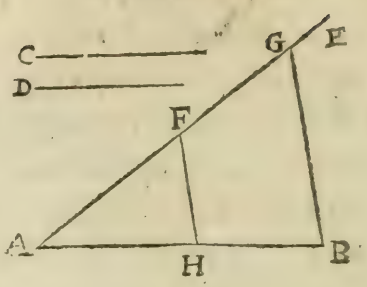
Il ſera auſſi fort aiſé de trouuer le poinct F, par le moyen du compas de proportion: Car ayant couppé A C en deux egalement en E. Il ne faut que trouuer C F 4. proportionelle aux trois C D, C E, B C.

PROBL. *LXIV.*

Couppper vne ligne droicte donnée en deux parties, qui ſoient entr'elles ſelon vne raiſon donnée.

Soit la ligne droicte donnée A B, qu'il faut couppper en deux parties, qui ayent telle raiſon entr'elles, que C à D: du poinct A, ſoit menée A E faiſant angle auec A B, & d'i-

celle A E ſoit couppée A F egale à C, & F G egale à D, en apres ſoit menée B G, & eſtant tirée H F parallele à icelle G B, la ligne A B ſera couppée en H ſelon la raiſon de C à D : comme il eſt euident par la 2. p. 6. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

Le meſme ſe fera auſſi auec le compas de proportion, ſçauoir eſt transferant la raiſon donnée ſur l'vne des iambes, & poſant à l'ouuerture de l'extremité d'icelle, la ligne A B, & l'ouuerture de l'extremité de C donnera le ſegment A H.

DEF.

Raiſon composée, eſt lors qu'on prend l'antecedent auec le conſequent comme vne meſme choſe, pour le comparer au meſme conſequent.

Mais raiſon diuisée, eſt lors qu'on prend l'excés par lequel l'antecedent ſurpaſſe le conſequent pour le comparer à icelny meſme conſequent.

AXIO. 105. *Demonſtré en la 17. p. 5.*

Si les grandeurs composées ſont proportionelles, icelles diuisées ſeront auſſi proportionelles.

AXIO. 106. *Demonſtré en la 18. p. 5.*

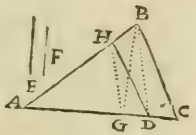
Si les grandeurs diuisées ſont proportionelles, icelles composées ſeront auſſi proportionelles.

PROBL. *LXV.*

D'vn poinct donné au coſté d'vn triangle, mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle en deux ſegmens, ſelon vne raiſon donnée.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D, duquel il

faut mener vne ligne droicte qui diuiſe ledit triangle en deux ſegmens, ſelon la raiſon de E à F. Soit diuisée A C ſelon la raiſon donnée en G, puis ayant mené D B ſoit menée G H parallele à icelle, & ſoit tirée D H, & icelle couppera le triangle en deux ſegmens, qui ſeront entr'eux ſelon la raiſon donnée: Car eſtant tirée G B, les triangles G H D, G H B, ſeront egaux par la 37. p. 1. ou Axiome 37: veu qu'ils ſont ſur meſme baſe, & entre meſmes paralleles, & adjouſtant le commun A H G, les touts A H D, A B G, ſeront auſſi egaux: parquoy comme A B C ſera à A B G, ainſi auſſi à A H D, par la 7. p. 5. ou Axiome 81. Donc en diuiſant G B C ſera à A B G, ainſi que le trapeſe C D H B, au triangle D H A, par la 17. p. 5. qui eſt l'Axiome 105. & en changeant comme A B G à G B C, ainſi A H D au trapeſe C D H B. mais par la 1. p. 6. ou Axiome 84. A B G eſt à *G B C*, comme *A G* à *G C*: donc auſſi *A H D* ſera au trapeſe *C D H B*, comme A G à G C, c'eſt à dire comme E à F. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

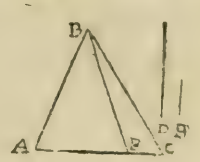
Il ſera aiſé de trouuer auec le compas de proportion le poinct H, pour d'iceluy tirer la ligne HD requiſe: Car il ne faudra que couppper A C en G, ſelon la raiſon donnée: puis trouuer A H quatrieme proportionelle aux trois A D, A G, A B.

PROBL. *LXV.*

D'vn angle d'vn triang. mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle ſelon vne raiſon donnée.

Soit le triangle ABC, & il faut de l'angle B mener vne li-

gne droicte qui diuiſe le triangle ſelon la raiſon de D à E. Soit couppé A C coſté oppoſite à l'angle B en F, ſelon la raiſon de D à E, puis ſoit menée B F, & icelle diuiſera le triangle, ſelon le requis, comme il eſt euident par la 1. p. 6. Ce qu'il falloit faire.



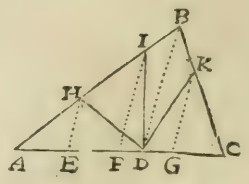
SCHOLIE.

Le poinct F ſera auſſi trouué auec le compas de proportion, veu qu'auec iceluy ſe peut faire la meſme conſtruction que deſſus.

PROBL. *LXVII.*

Diuiſer vn triangle en tant de parties egales qu'on voudra, d'vn poinct donné en l'vn de ſes coſtez.

Soit le triangle A B C, & le poinct donné D au coſté A C, & il faut d'iceluy poinct D diuiſer le triangle en quatre parties egales. Soit menée D B, & couppé A C en quatre parties egales és poincts E, F, G, & d'iceux ſoient menées E H, F I, & G k paralleles à D B, & ayant mené D H, I D, D k, le triangle A B C ſera diuiſé en quatre parties egales. Car il eſt manifeſte par ce qui a eſté demonſtré au 65. Probleme, que le triangle A D H eſt vn quart de tout le triangle donné: c'eſt à dire que le triangle A D H eſt au triangle A B C, comme A E à A C: mais que le triangle A I D eſt la moitié de tout le triangle A B C, c'eſt à dire que le triangle A I D eſt au triangle A B C, comme A F à A C. Finalement que le quadrilataire A B k D comprend les trois quarts de tout le triangle;



c'eſt

c'eſt à dire que A B k D eſt au triang. A B C comme A G à A C, dont s'enſuit que D k C eſt vn quart du meſme triangle A B C. Ce qu'il falloit faire.

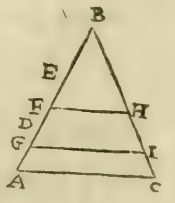
SCHOL.

Les trois poincts H, I, k, ſeront auſſi trouuez auec le compas de proportion, ſçauoir eſt, couppant A C en quatre parties egales és poincts E, F, G, puis trouuant la quatriéme proportionelle A H, aux trois A D, A E, A B; & A I aux trois A D, A F, A B; & C k aux trois C D, C G, C B.

PROBL. *LXVIII.*

Diuiſer vn triangle donné en autant de parties egales qu'on voudra, par lignes paralleles à l'vn de ſes coſtez.

Soit le triangle *A B* C, qu'il faut diuiſer en trois parties egales par lignes paralleles au coſté A C: ſoit couppé A B en trois parties egales és poincts D & E: puis par le 41. Probleme ſoit trouué B F moyenne proportionelle, entre A B & B E, puis derechef *B* G, moyenne proportionelle entre A *B* & *B D*. Finalement ayant tiré de F & G les lignes F H, G I paralleles à A C, le triangle A *B* C ſera diuiſé en trois parties egales:



Car d'autant que le triangle *F B H* eſt ſemblable au triangle A *B* C, par le Corollaire de la 4. p. 6. les triangles A B C, F B H, ſeront entr'eux comme A B à B E, par le Cor. de la 19. p. 6. pource que les trois A B, B F, B E, ſont coſtez proportionels: mais B E eſt vn tiers de A B, donc auſſi le triangle F B H eſt le tiers du triangle A B C. Nous demonſtrerons en la meſme maniere, que le triangle A B C eſt au triang. G *B* I comme A *B* à *B* D: car les trois

A B, B G, B D, ſont auſſi coſtez proportionels. Parquoy, veu que B D contient les deux tiers de A B, auſſi le triangle G *B I* contiendra les deux tiers du triang. ABC, & partant puis que le triangle FBH eſt vn tiers du triang. A B C, le quadrilataire G F H I eſt auſſi vn tiers du meſme triangle A B C, & par conſequent l'autre quadrilataire AGIC eſt l'autre tiers d'iceluy triangle ABC. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

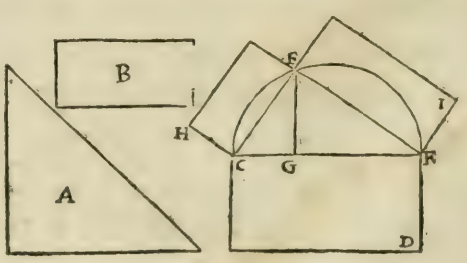
Faiſant la meſme conſtruction auec le compas de proportion, on trouuera auſſi les poincts F & G, deſquels eſtans tirées les paralleles F H, G I, on aura le requis.

Que ſi on vouloit diuiſer le triangle ſelon quelque raiſon donnée, il ne faudroit que coupper A B ſelon icelle raiſon, puis apres paracheuer le tout comme deſſus.

PROBL. *LXIX.*

D'vn rectiligne donné, oſter vne partie demandée en telle ſorte toutesfois, que l'oſté & auſſi ce qui reſtera ſoit ſemblable & ſemblablement poſé à vn rectiligne donné.

Soit le rectiligne donné A, duquel il faut oſter la troiſiéme partie, laquelle ſoit ſemblable & ſemblablement poſée au rectiligne B, & le reſte ſoit auſſi ſemblable & ſemblablement poſé au meſme rectiligne B. Soit conſtruict le rectiligne CD egal à A, mais ſemblable & ſemblablement



posé à B, & ſur ſon coſté CE ſoit deſcrit vn demy cercle CFE; puis ayant pris CG troiſiéme partie de CE, ſoit tirée GF perpendiculaire à CE, & eſtant tirées les lignes CF, EF, ſoient conſtruits ſur icelles les rectilignes HF & FI ſemblables & ſemblablement posés à B ou CD. Ie dis que le rectiligne HF eſt la troiſiéme partie de CD ou de A, & le rectiligne FI le reſte; & icelles figures eſtre ſemblables & ſemblablement posées à B: Car puis que par la 31. p. 3. ou 1. Axiome, l'angle CFE eſt droict, le rectilig. CD ſera egal aux rectilignes HF, FI, par la 31. p. 6. qui eſt l'Axiome 92. & partant ſi on oſte le rectiligne HF ſemblable & ſemblablement posé à B de CD, c'eſt à dire de A, reſtera le rectiligne FI, auſſi ſemblable & ſemblablemẽt posé à iceluy B. Or par la 8. p. 6. & 91. Axiome, les triangles EGF, CFE, ſont ſemblables, & partant par la 4. p. 6. ou Axiome 87. comme EG à GF, ainſi EF à CF: mais EG eſt à GC en raiſon doublée de EG à GF; car les trois lignes EG, GF, CG, ſont proportionelles par le Corollaire de ladite 8. p. 6. Item le rectiligne IF eſt auſſi au rectiligne HF en raiſon doublée des coſtez homologues EF, CF, par la 20. p. 6. qui eſt l'Axiome 98. & partant comme EG à CG, ainſi le rectiligne FI au rectilig. HF: donc en compoſant comme CE à CG, ainſi les deux rectilignes FI, HF enſemble: c'eſt à dire CD au rectiligne HF; mais CE eſt triple de CG par la conſtruction: donc auſſi le rectiligne CD ſera triple du rectiligne HF; & partant iceluy HF eſt la troiſiéme partie de CD, ou de A. Ce qu'il falloit faire.

SCHOL.

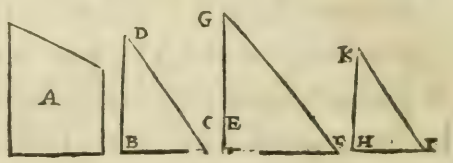
Les coſtez des deux rectilignes HF, FI, ſeront auſſi trouuez auec le compas de proportion, ſçauoir eſt trouuant premierement les coſtez de CD, puis

ayant couppé C G, trouuant G F moyenne proportionelle, puis apres C F, & F E: & finablement C H, & E I.

PROBL. LXX.

Eſtans données deux figures rectilignes, en trouuer vne troiſiéme à icelles proportionelles.

Soient donnés les deux rectilignes *A* & *B C D*, auſquels il en faut trouuer vn troiſieſme proportionel, ſoit conſtitué le rectiligne *E F G*, egal à *A*, mais ſemblable & ſemblablement posé à *B C D*, puis ſoit trouué *H I* troiſieſme proportion. aux coſtez homologues E *F*, *B C*, & eſtans ſur icelle *H I* conſtitué le rectiligne *H I K*, ſemblable & ſemblablement posé à *B C D*; iceluy ſera troiſiéme proportionel aux donnés: Car puis que *E F*, *B C*, *H I*, ſont proportionels, les rectilignes *E F G*, *B C D*, *H I K*, deſcrites ſur icelles lignes, ſeront auſſi proportionels par la 22. p. 6. qui eſt le 100. Axiome: donc puis que *E F G* eſt egal à *A*, les rectilignes *A*, *B C D*, *H I K* ſeront auſſi proportionels. Ce qu'il falloit faire.



SCHOLIE.

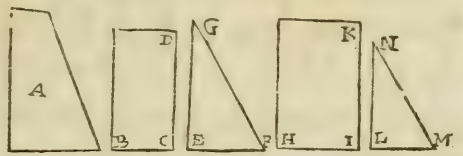
Veu que la meſme conſtruction que deſſus, ſe peut faire auec le compas de proportion, les coſtez du rectiligne H I k ſeront trouués auec iceluy.

PROBL. LXXI.

Eſtans donnés trois rectilignes, en trouuer vn 4. proport. à iceux.

Soient les trois rectilign. donnés A, BCD, EFG, auſquels

il en faut trouuer vn quatriéme proportionel. Soit cõſtruit le rectiligne H K I egal à A, mais ſemblable & ſemblablement posé à B D, puis eſtant trouué L M quatriéme proportionel aux trois lignes I H, B C, E F, ſoit conſtruit ſur icelle L M, le rectiligne L N M ſemblable & ſemblablemẽt posé à E G F, & iceluy ſera le quatriéme proportionel requis : Car puis que les 4. lignes H I, B C, E F, L M, ſont proportioneles, les figures sẽblables & ſemblablement posées ſur icelles, ſeront auſſi proportionelles par la 22. p. 6. ou Axiome 100. Veu donc que H K eſt egal à A, les quatre rectilignes A, B D, E G F, L N M, ſeront auſſi proportionels. Ce qu'il falloit faire.



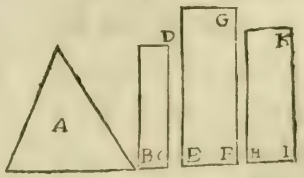
SCHOLIE.

Veu que la meſme conſtruction que deſſus, ſe peut faire auec le compas de proportion, les coſtez du rectiligne N O P ſeront trouuez auec iceluy.

PROBL. *LXXII.*

Eſtans donnés deux rectilignes, en trouuer vn moyen proportionel.

Soient donnés les deux rectilignes A & B D, auſquels il en faut trouuer vn moyen proportionel. Soit conſtruit le rectiligne E F G ſemblable & ſemblablement posé au rectiligne B D, mais egal au rectiligne A ; puis eſtant



trouué H I moyen proportionel entre E F, B C, ſoit conſtruit ſur icelle HI, le rectiligne H I K ſemblable & ſemblablement posé à B D : & iceluy rectiligne ſera le requis: Car puis que les trois lignes E F, H I, B C, ſont proportionelles, les rectilignes E F G, H I k, B C D, deſcrits ſur icelles, ſemblables & ſemblablement posés ſeront auſſi proportionels par ce qui eſt demonſtré en la 22. p. 6. ou Axiome 100. Veu donc que le A & E G ſont egaux, les rectilignes A, HI k, B D, ſont pareillement proportionaux, & partant HK eſt moyen proportionel entre A & B D. Ce qu'il falloit faire.

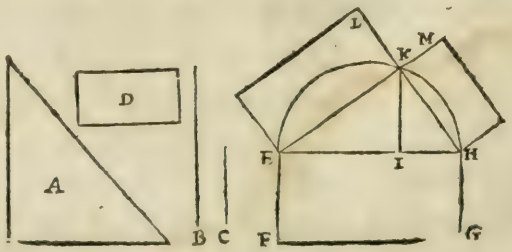
SCHOLIE.

Veu que la meſme conſtruction que deſſus ſe peut faire auec le compas de proportion, les coſtez du rectiligne H I K, ſeront auſſi trouués auec iceluy compas.

PROBL. *LXXIII.*

Conſtruire deux rectilignes egaux à vn rectiligne donné, leſquels ſoient ſemblables & ſemblablement deſcrits à vn autre rectiligne donné, & qui ayent entr'eux vne raiſon proposée.

Soient donnés le rectiligne *A*, & la raiſon de *B* à C : & il faut conſtituer deux rectilignes qui ſoient egaux à iceluy A, & qui ſoient entr'eux ſelon la raiſon de B à C, mais ſemblables & ſemblablement posés au rectilig.



D. Soit construit le rectiligne E G egal à A, mais semblable & semblablement posé à D, puis estant diuisé E H en I selon la raison de *B* à C, soit descrit sur icelle *E* H le demy cercle E K H, & de I soit menée perpendiculairement I k, puis estant menées les lignes E k, H k, soient descrits sur icelles les rectilignes E L, H M, semblables & semblablement posés à D, & icelles seront les rectilignes requis: Car l'angle E k H, estant droict par la 31. p. 3. les rectilignes E L, H M, seront egaux au rectiligne E G par la 31. p. 6. ou Axiome 92. puis qu'ils sont entr'eux semblables & semblablement descrits, & par la 4. p. 6. ou Axiome 87. comme E I est à I k, ainsi E k à k H: car les triangles sont semblables, mais E I est à I H en raison doublée de la raison de E I à I k, d'autant que E I, I k, I H, sont proportionelles par le Corollaire de la 8. p. 6. Item E L est à H M en raison doublée des costez homologues E K, K H, par la 20. p. 6. ou 98. Axiome: donc comme E I sera à I H; c'est à dire B à C, ainsi E L à H M. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

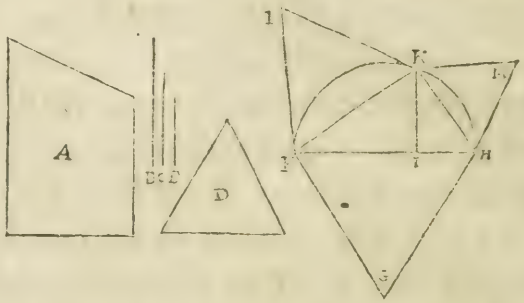
Les costez des deux rectilignes E L, H M, seront aussi trouués auec le compas de proportion, sçauoir est premierement les costez de E G, puis ayant couppé E H selon la raison de B à C, sera trouué la moyenne proportionelle I K, puis apres les costez E k, H k, & finalement les costez k L, K M.

PROBL. *LXXIV.*

Construire deux rectilignes egaux à vn rectiligne donné, mais semblables & semblablement descrits à quelconque rectiligne, & que les costez homologues d'iceux, soient entr'eux selon vne raison donnée.

Soient donnés le rectiligne A, & la raison de *B* à C, & il

faut construire deux rectilignes egaux à *A*, mais semblables & semblablement descrits à D, desquels les costez homologues soient entr'eux comme *B* à *C*. Soit trouué *E* troisiéme proportionele à *B*, C, & descrit le rectiligne *FGH* egal à *A*, mais semblable & semblablement posé à D, puis le costé *FH* estant diuisé en *I*, selon la raison de *B* à *E*, soit descrit sur *FH* le demy cercle *FKH* & de *I* menée perpendiculairement *IK*; soient puis apres menées les lignes F*K* & *HK*, & sur icelles descrit les rectilignes *FLK*, & H*Mk*, semblables & semblablement posées à D, lesquelles figures rectilignes seront les requises: Car d'autant que par la 31. p. 3. ou Axiome 1. l'angle F k H est droict, les rectilignes F k L, H k M, seront egaux au rectiligne F G H, par la 31. p. 6. ou Axiome 92. & partant au rectiligne A, mais par la 4. p. 6. ou Axiome 87. comme F I est à I k, ainsi F k à k H: car les triangles sont semblables par la 8. p. 6. ou 91. Axiome, & pour ce que par le Coroll. d'iceluy, les lignes *FI*, *I*K, *I* H, sont proportionelles, *FI* est à *I*H en raison doublée de *F*I à I k, & partant en raison doublée des costez homologues *FK*, K H. Or la raison de *B* à *E* est telle que de *F*I à IH: c'est à dire en raison doublée de *B* à *C*, donc il y aura mesme raison de *F*k à k H, que de *B* à *C*, puis que les raisons doublées d'icelles *F*I à I*K*, & *B* à *E* sont egales, mais par la 19. p. 6. ou Axiome 97. les rectilignes *Fkl*, H k M, sont aussi en raison doublée de *F*K à k H; donc



comme

comme B à C, ainsi F k L, à H k M. Ce qu'il falloit faire.

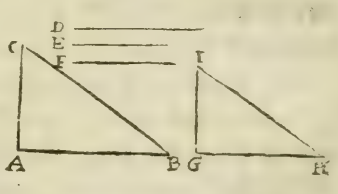
SCHOLIE.

Les costez des rectilignes F k L, H k M, seront aussi trouuez auec le compas de proportion, faisant auec iceluy la mesme construction que dessus, & estans bien entendus les Scholies des Problemes precedens.

PROBL. LXXV.

Descrire vn rectiligne semblable & semblablement posé à vn rectiligne donné, plus grand ou moindre selon vne raison donnée.

Soit le rectiligne donné A B C: & il en faut descrire vn plus grand, semblable & semblablement posé, selon la raison de D à E. Soit trouué F quatrieme proportionele aux trois D, E, A B, puis G H moyen proportionele entre AB, F, sur laquelle G H, soit descrit le rectiligne G H I semblable & semblablement posé à A B C; & il sera le rectiligue requis: Car puis que les trois lignes AB, GH, & F sont proportionelles, comme A B sera à F; c'est à dire comme D à E, ainsi le rectiligne ABC au rectilig. GHI, par la 19. p. 6. ou 97. Axiome. Ce qu'il falloit faire.



Non autrement, faudroit-il proceder pour descrire le rectiligne G H I moindre que A B C, selon la raison de E à D, & semblable & semblablement posé à iceluy A B C.

SCHOL.

Veu que la mesme construction que dessus se peut faire auec le compas

de proportion, il eſt manifeſte qu'auec iceluy ſeront trouuez les coſtez du rectiligne G H I.

Or par cette meſme maniere, nous conſtituerons vn quarré, ou quelconque autre rectiligne, double d'vn autre donné, ou triple, ou quadruple, &c. ou bien qui ſoit moitié, tiers, ou quart, &c. Car ſi on prend la raiſon de D à E, comme 1 à 2, ou 1 à 3, ou 1 à 4, ou bien comme 2 à 1, ou 3 à 1, ou 4 à 1, &c. en paracheuant comme deſſus, on aura vn rectiligne ſemblable & ſemblablement poſé au donné, & double, ou triple, ou quadruple, &c. ou bien moitié, tiers, ou quart, &c. d'iceluy

Cette augmentation ou diminution ſe fera encore plus promptement, comme enſuit. Si on veut deſcrire vn rectiligne ſemblable, & ſemblablement poſé à A B C, mais moitié d'iceluy. Soit priſe la ligne D, moitié de A B, (ou bien tiers, quart, double, triple, &c. ſelon le requis) & ayant trouué G H, moyenne proportionelle entre A B & D, ſoit deſcrit ſur icelle le rectiligne G H I, ſemblable, & ſemblabl. poſé à A B C, & iceluy ſera moitié de A B C.

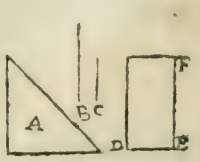
Car puis que les trois lignes A B, G H, D ſont proportionelles, A B ſera à D en raiſon doublée de A B à G H: mais les rectilignes A B C, G H I ſont auſſi en raiſon doublée de leurs coſtez homologues A B, G H; il y a donc meſme raiſon de A B à D, que de A B C à G H I: mais A B eſt double de D: Donc A B C, eſt auſſi double de G H I, ainſi qu'il falloit faire.

Cecy ſe fera auſſi facilement auec le compas de proportion, s'aidant de la ligne des plans en cette maniere. Soit pris A B, & ſoit poſée à l'ouuerture du deuxiéme plan, (puis que nous voulons vn plan qui ſoit moitié de A B C) & l'ouuerture du premier plan donnera G H, mais ayant poſé A C, à ladite ouuerture du deuxiéme plan, l'ouuerture du premier donnera G I, & ainſi des autres coſtez.

PROBL. *LXXVI.*

Eſtant donné vn rectiligne, en trouuer vn autre egal à iceluy, & dont les coſtez ſoient entr'eux ſelon vne raiſon donnée.

Soit donné le rectiligne A: & il en faut conſtruire vn autre egal à iceluy, mais dont les coſtez ſoient entr'eux ſelon la raiſon de B à C.



Soit fait vn parallelogramme de B & C; puis soit descrit le parallelogramme D E F egal au rectiligne A, mais semblable à celuy de B & C, & iceluy sera le requis, comme il est euident par la construction.

SCHOLIE.

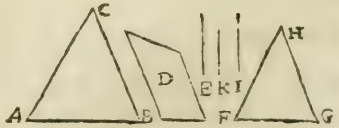
D'autant que la mesme construction se peut faire auec le compas de proportion, les costez de D F seront trouuez auec iceluy.

Or en la mesme maniere, nous descrirons vn rectiligne egal à vn rectiligne donné, & dont les costez soient entr'eux selon vne proportion donnée, sçauoir est, constituant le rectiligne, d'autant de costez qu'il y aura de termes en la proportion, & proportionnaux ausdits termes.

PROBL. *LXXVII.*

Estans donnez deux rectilignes, & vne ligne droicte; trouuer vne autre ligne droicte, à laquelle soit la donnée comme l'vn des rectilignes donnez à l'autre.

Soient donnez les deux rectilignes A B C & D, & aussi la ligne droicte E: & il faut trouuer vne autre ligne droicte, à laquelle soit E, comme le rectiligne A B C, au rectilig. D.



Soit construit le rectiligne F G H egal à D, mais semblable à A B C; puis soit trouuée I, troisiéme proportionelle aux costez homologues *A B, F G*; & *K* quatriéme proportionele aux trois *A B, I, E*, laquelle sera la ligne requise.

Car puis que par la construction *A B, F G, I*, sont proportionelles, *A B* sera à *I*, comme le rectiligne *A B C* est au rectiligne F G H, par le Corollaire de la 19. p. 6. mais *ABC*

eſt à *I*, comme *E* à *K*: donc comme le rectiligne *A B C* eſt au rectiligne *F G H*, c'eſt à dire *D*, ainſi la ligne *E* eſt à la ligne *K*. Ce qu'il falloit faire.

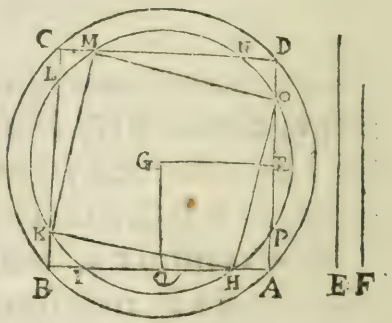
SCHOL.

La meſme ligne k ſera auſſi trouuée auec le compas de proportion: veu que la meſme conſtruction que deſſus ſe peut faire auec iceluy.

PROBL. LXXVIII.

Eſtant donné vn quarré, deſcrire dans iceluy vn autre quarré ſelon vne raiſon donnée d'inegalité majeur, laquelle ne ſoit toutesfois plus grande que double.

Soit donné le quarré *A B C D*, dans lequel il faut deſcrire vn autre quarré auquel celuy dõné, ſoit ſelon la raiſon de *E* à *F*. Soit trouué vn quarré, auquel le dõné ſoit comme E à F. Du centre G & interuale de la ſemidiagonalle d'iceluy quarré trouué, ſoit deſcrit vn cercle lequel couppera les coſtez du quarré donné, és poincts H, I, K, L, M, N, O, P, & eſtans menées les quatre lignes droi-



Hk, kM, MO, OH, le quadrilatere H k M O, ſera le requis. Car eſtant deſcrit du centre G vn cercle à l'entour du quarré *A B C D*, & tiré de G aux coſtez *A B*, *A D*, les perpendiculaires *G Q*, *G R*, tant les lignes *AB*, *AD*, que *H I*, *O P*, ſeront couppées par la 3. p. 3. ou AXIOME 33. en deux egalement en *Q* & *R*: & pour ce que *AB*, *AD*, ſont egales elles ſe-

ront par la 14. p. 3. ou Axio. 44. egalem. distãtes du centre *G*: & partant aussi *HI, OP*, egalement distantes du mesme centre: donc aussi egales par la mesme 14. p. 3. & partant aussi egales leurs moitiés: mais aussi egales sont les moitiés de *AB, AD*: ostant donc ces moitiés là de celles-cy, resteront *AH, AF BI, DO*, egales. Par mesmes raisons, on prouuera que *BK, CL, CM, DN*, sont aussi egales entr'elles, & à icelles *AH, AP, BI, DO*. Item, puis que *HI, OP*, sont egales, si on leur adjouste les egales IB, *PA*, les toutes BH, AO, seront egales: & pour mesme cause Ck & DM seront aussi egales entr'elles, & à icelles BH, AO, & puis que les deux costez AO, AH, sont egaux aux deux costez BH, Bk, & les angles compris d'iceux, egaux: les bases HO, Hk, seront egales par la 4. p. 1. ou Axiome 10. & en la mesme maniere seront demonstrées kM, MO, egales entr'elles & aux deux HO, Hk: donc le quadrilat. Hk, MO, est equilateral. Ie dis qu'il est aussi rectangle: Car puis que les costez HK, *K* M, MO, OH, sont egaux, les arcs qu'ils soustiennent seront aussi egaux, par la 2. p. 3. ou Axiome 56. & partant ils seront chascun la quatriéme partie du cercle: donc OHK, HKM, *K*MO, MOH, sont demys cercles, & partant par la 31. p. 3. ou Axiome 1. les 4. angles H, K, M, O, sont droicts: donc H*K* M *O* est vn quarré auquel le donné est comme E à F: car iceluy H*K* M O est egal à celuy-là trouué en cette raison, veu qu'vn mesme cercle circonscriroit l'vn & l'autre. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

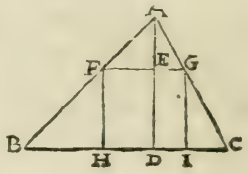
Les poincts H, K, M, O, seront aussi trouués auec le compas de proportion: Car ayant trouué auec iceluy, le costé du quarré qui soit au donné, selon la raison de E à F, & faisant la demye diagonale d'iceluy quarré trouué, l'hypothe-

nuſe d'vn triangle rectangle, & la moitié de AB, l'vn des deux autres coſtés ſera aiſément trouué le troiſiéme H 2, & par conſequent nous aurons facilement les poincts H, k, M, O.

PROBL. *LXXIX.*

Deſcrire vn quarré dans quelconque triangle donné.

Soit le triangle *ABC*, dans lequel il faut deſcrire vn quarré: de l'angle *A* ſoit tirée la ligne AD perpendiculairement à BC, qui tombe dans le triangle, & ſoit icelle AD couppée en E, tellement que AE ſoit à ED comme AD à BC, puis par E ſoit menée FG parallele à *BC*; & finalement eſtant menée de F & G, FH & GI paralleles à AD. Ie dis que le rectiligne FGIH ſera vn quarré inſcrit au triangle ABC. Car d'autant que FG eſt parallele à BC, le triangle AFG eſt ſemblable au triangle ABC, & AD couppe iceux triangles en autres triangles ſemblablables, chaſcun au ſien: c'eſt à dire, AFE à ABD, & AEG à ADC, & partant comme *BD* ſera DC, ainſi FE à EG, & en cõpoſant cõme *BC* à DC, ainſi F*G* à EG: mais comme CD à DA, ainſi *G*E à EA; donc par la 22. p. 5. ou Axiome 96. en raiſon egale, comme BC à AD, ainſi FG à AE: mais pource que par la conſtruction comme A*D* eſt à *BC*, ainſi AE à ED, derechef en raiſon egale, cõme BC à BC, ainſi *F*G à ED. Or BC eſt eg. à BC, donc FG eſt egale à ED: & pource que par la 34. p. 1. ou Axiom. 23. *FG* eſt egale à HI, & ED à icelles FH, GI, les quatre coſtez FG, GI, IH, HF, ſeront egaux entr'eux. Et par la 29. p. 1. ou 6. Axiome, les ang. EDH, FHD ſont egaux à deux droicts: mais EDH eſt droict par la conſtruction:



FHD eſt donc auſſi droict, & par conſequent les autres angles HFG,FGI,GIH,ſeront pareillement droicts,par ladite 34.p.I. & partant HG eſt quarrée. Ce qu'il falloit faire.

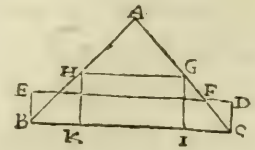
SCHOLIE.

Le coſté d'iceluy qnarré,enſemble les poincts F,G,H,I,ſeront auſſi trouués auec le compas de proportion: couppant premierement la hauteur AD en E, ſelon la raiſon de AD à BC,puis trouuant AF quatriéme proportionele à BC,BA,ED;& AG à BC,CA,ED: puis le compas eſtant à angle droict, nous trouuerons aiſément BH: & par conſequent BI.

PROBL. *LXXX.*

Dans vn triangle donnè, deſcrire vn parallelogramme rectangle egal à vn parallelogramme donné,lequel ne ſoit plus grand que la moitié du triangle donné.

Soit le triang.ABC,& le parallelog.donné BD,duquel le coſté ED couppe l'vn ou l'autre coſté du triangle, comme AC en F: (que ſi le parallelogramme BD donné n'eſtoit rectangle,& diſposé,comme il eſt icy ſur l'vn des coſtez du triangle,il luy faudroit reduire; c'eſt à dire,faire ſur BC le rectangle BD egal au donné.) Soit couppé le coſté AC en G,tellemẽt que le rectang.de AGC ſoit egal au rectangle de ACF; en apres de G ſoit tirée GH parallele à BC, puis de G,H ſoient menées les perpendiculaires GI,Hk, & le parallelogramme GHkI ſera le requis: car puis que le rectangle de ACF eſt egal au rectangle de AGC,par la 14.p.6.comme AC eſt à AG,ainſi GC à CF,& par la 4.p.6.comme AC à BC,ainſi AG à GH,& comme GC à GI,ainſi CF à CD, & comme AC à AG, ainſi



BC à GH, & comme GC à CF, ainſi GI à DC: donc par la 9. p. 5. comme BC à HG, ainſi GI à CD, & partant par la 16. p. 6. le rectangle de BCD eſt egal au rectangle de HGI. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

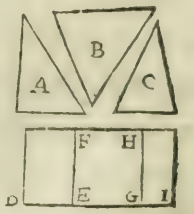
Les poincts G, H, I, k, ſeront trouuez auec le compas de proportion: Car trouuant de combien de degrez eſt l'angle ACB, nous aurons ſon ſuplément DCF, & par conſequent auſſi CFD, qui eſt egal à iceluy ACB; & partant les angles, & le coſté CD du triangle, nous ſeront cognus: donc auſſi les coſtez CF & FD: puis ayant couppé AC en G cõme dit eſt, ſoient trouuées AH quatriéme proportionele à AC, AG, AB, & CI à CF, FD, GC; & K ſera par conſequent auſſi douné.

PROBL. LXXXI.

Eſtans donnés des triangles rectangles, trouuer des lignes droictes qui ſoient entr'elles en meſme raiſon, & ordre que ſont les triangles.

Soient donnés les trois triangles rectilignes A, B, C; & il faut trouuer trois lignes droictes qui ſoient entr'elles en meſme raiſon, & ordre qu'iceux triangles.

Soit fait le parallelogramme DF egal au triangle A, puis ſur la ligne EF, ſoit fait le parallelogramme EH egal au ſecond triangle B, & ayant l'angle FEG egal à l'angle D, & finalement ſur la ligne GH, ſoit fait le parallelogramme HI egal au triangle C, & ayant l'angle HGI egal à l'ang. D, & les baſes DE, EG, GI, ſeront entr'elles comme les triang. donnez.



Car icelles baſes ſont entr'elles comme les parallelogrammes par la 1. p. 6. mais les parallelogrammes ſont par la conſtruction

ſtruction egaux aux triangles donnez A, B, C: donc comme A eſt à B, & B à C, ainſi D E eſt à E G, & E G à G I. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Les meſmes lignes ſeront auſſi trouuées auec le compas de proportion: veu qu'auec iceluy on peut faire la meſme conſtruction que deſſus.

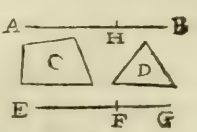
Or il eſt manifeſte qu'eſtant propoſées deux ou pluſieurs figures rectilignes, ſe pourront trouuer des lignes droictes qui ſeront entr'elles comme icelles figures rectilignes. Car icelles figures eſtans diuiſées en triangles, on trouuera les lignes d'iceux comme deſſus, & celles des triangles de l'vne deſdites figures, eſtans adjouſtées enſemble, ſeront aux lignes adjouſtées de l'autre figure, comme vne figure à l'autre.

PROBL. *LXXXII.*

Coupper vne ligne droicte donnée, tellement que les ſegmens ſoient entr'eux comme des figures rectilignes données.

Soit donnée la ligne droicte A B, qu'il faut coupper en ſorte que les ſegmens ſoient entr'eux comme les deux figures rectilignes données C & D.

Soient trouuées les deux lignes E F, & F G qui ſoient entr'elles comme C eſt à D: puis ſoit fait que comme E F eſt à F G, ainſi A H ſoit à H B, & la ligne A B ſera couppée en H, ainſi qu'il eſtoit requis. Car puis que comme C eſt à D, ainſi E F eſt à F G; & comme E F eſt à F G, ainſi A H eſt à H B; comme C eſt à D, ainſi A H eſt à H B. Ce qu'il falloit faire.



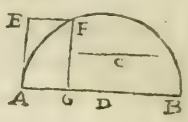
SCHOLIE.

Ladite ligne A B ſera auſſi couppée en H ſelon le requis auec le compas de proportion: veu que ſur iceluy ſe peut faire la meſme conſtruction que deſſus.

PROBL. LXXXIII.

Eſtans donnez la ſomme des extremes, & la moyenne des trois proportionelles, diſcerner les extremes.

Soient données les deux lignes A B & C, deſquelles A B eſt l'aggregé des extremes de trois proportionelles, & C la moyenne: & il faut diſcerner iceux extremes.



Soit deſcrit ſur A B vn demy cercle, puis au poinct A eſleué la perpendiculaire A E egale à C, & du poinct E, ſoit menée E F parallele à A B, couppant la circonference au poinct *F*, duquel poinct ſoit menée F G perpendiculaire à A B, & icelle diſcernera les extremes requis, qui ſeront *A* G, G B. Car il eſt manifeſte qu'elle eſt moyenne proportionelle entre icelles A G, G *B*, & egale a A E, c'eſt à dire à C.

COROLL.

Il eſt euident, que la ſomme des extremes eſtant donnée, & vn rectiligne egal au rectangle des extremes, ſeront facilement trouuez les extremes: car il n'ya qu'à trouuer le coſté d'vn quarré egal au rectiligne donné, puis faire comme deſſus.

SCHOLIE.

Les meſmes extremes A G, G B, ſeront auſſi trouuez auec le compas de proportion: Car nous auons A D, ou D F, & G F ou C, qui ſont deux coſtez d'vn triangle rectangle, & partant l'autre coſté D G ſera trouué; & par conſequent le reſte A G.

Or ce Probleme ſe propoſera encore ainſi: Eſtans données deux lignes droictes, dont l'vne ne ſoit moindre que le double de l'autre, coupper la plus grande en ſorte que la moindre ſoit moyenne proportionelle entre les ſegmens d'icelle.

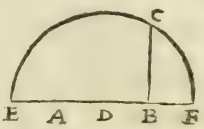
PROBL. LXXXIV.

Eſtans données la moyenne de trois proportionelles, & la difference des extremes, trouuer les extremes.

Soient données les deux lignes *A B* & B C, dont *A B* eſt

la difference des extremes de trois proportionelles, & *B C* la moyenne, & il faut trouuer les extremes.

Ayant posé icelles *A B*, *B C* à angle droict, soit prolongée *A B* de part & d'autre interminée, & couppée en deux egalement en *D*, & de ce poinct *D*, & interualle *D C* soit descrit le demy cercle *E C F*, & les lignes *E B*, *B F* seront les requises.



Car *B C* est moyenne proportionelle entre icelles, & puis que *E D*, *D F*, sont egales, & *A D*, *D B* aussi egales, *A E*, *B F* seront pareillement egales; & partant *A B* est la difference d'icelles *E B*, B F: elles sont donc les extremes requises.

COROL.

Il est manifeste que la difference des extremes estant donnée, & vn rectiligne egal au rectangle des extremes, les extremes seront facilement trouuées; car il n'y aura qu'à trouuer le costé d'vn quarré egal au rectiligne donné, puis faire comme dessus.

SCHOLIE.

Les lignes B E, B F *seront aussi trouuées auec le compas de proportion: car nous auons deux costez d'vn triangle rectangle, & partant l'autre costé D C sera trouué, duquel ostant D B, restera B F, mais l'adioustant, nous aurons B E.*

Or ce Probleme se peut encores construire & proposer en diuerses autres manieres.

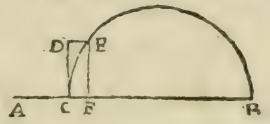
PROBL. *LXXXV.*

Estant donnée vne ligne droicte, la coupper en trois segmens inegaux proportionnaux.

Soit la ligne droite donnée *A* B, qu'il faut coupper en trois segmens inegaux proportionaux.

Soit couppé A C moindre que le tiers d'icelle A B, puis

ſoit deſcrit ſur l'autre ſegmẽt C B vn demy cercle, en apres du poinct C, ſoit menée perpendicul. C D, egale à A C, puis du poinct D ſoit menée D E parallele à C B, couppãt la circonfer. en E, duquel poinct E ſoit menée E F perpendiculaire à C B, & icelle E F couppera C B en deux ſegmẽs C F, F B, entre leſquels A C eſt moyenne proportionelle, & partant *A* B eſt couppée en trois ſegmens inegaux proportionaux és poincts C & *F*, ainſi qu'il eſtoit requis, dont la demonſtration eſt manifeſte.



SCHOLIE.

Les ſuſdits ſegmens ſeront auſſi trouuez facilement auec le compas de proportion, mettant icelle A B à l'ouuerture de quelque nombre, prouenant de l'addition de trois nombres proportionaux: comme pour exemple, ſur le nombre 190, qui eſt la ſomme de ces trois nombres 40, 60, 90, qui ſont en raiſon ſous-ſeſquialtere, & les ouuertures de 40, 60, 90, donneront les ſegmens requis.

Or il eſt manifeſte qu'il eſt aiſé de coupper vne ligne droicte auec le compas de proportion, en tant de ſegmens proportionaux & en telle raiſon qu'on voudra: car il n'y a qu'à transferer ladite ligne donnée à l'ouuerture d'vn nombre, prouenant de l'addition d'autant de nombres, qui ſoient entr'eux, ſelon la raiſon proposée, comme ſeront requis de ſegmens.

FIN.

Cette Geometrie contenoit quatre liures, dont il y auoit 200. Problemes en ce premier: mais l'Autheur d'icelle ayant découuert que l'impreſsion s'en faiſoit à ſon deſceu, en a empeſché la continuation; c'eſt pourquoy nous auons mis fin en cét endroit: Et toutesfois afin que cette Geometrie pratique ne demeuraſt imparfaicte, nous y auons joint celle d'Errard, corrigée, & de beaucoup augmentée, ainſi qu'on recognoiſtra conferant les precedentes editions à celle-cy.

LA GEOMETRIE ET PRATIQVE GENERALE D'ICELLE.

Par I. ERRARD, de Bar-le Duc, Ingenieur ordinaire de ſa Majeſté.

Reueuë, corrigée, & beaucoup augmentée.

Par D. H. P. E. M.

A PARIS,

M. DC. XX.

AV ROY.

SIRE,

Puis que voſtre Majeſté nous fait eſperer par l'Academie, qu'elle a ordonné eſtre dreſſée en ceſte ville de Paris, de voir reſſuſciter & reuiure les ſciences de long temps mortes en ce Royaume, & que les Gentils-hommes François ont eſté contraints cercher & aller mandier és pays eſtranges; I'ay penſé que ce ne ſeroit mal à propos luy dedier maintenant ceſt œuure, combien que petit, comprenant neantmoins ce qui eſt de plus beau & plus rare en la Geometrie; Eſperant que ſoubs la protection & faueur de voſtre Majeſté, il ſera veu & receu du public, & (Dieu aydant) incitera par ſa facilité & briefveté la Nobleſſe à recercher les Mathematiques, vrayes & ſeules ſciences, qui ne profitent pas ſeulement durant la paix, mais produiſent leurs plus beaux effects en temps de guerre. Ie le mets donc en lumiere, pour ſeruir d'erres de quelques autres parties, que i'eſpere traicter auec la meſme facilité & methode: Proteſtant que tout ce que ie pourray acquerir par labeur ou induſtrie, ſera touſiours dirigé à ce but d'en faire ſeruice tres-humble à voſtre Majeſté, & part à la France, en laquelle Dieu vous faſſe longuement & heureuſement regner.

I. ERRARD.

AVX LECTEVRS.

IE mets au-deuant de ce traicté les definitions des mots, & termes de l'art, pour le ſoulagement des rudes, & moins verſez és Mathematiques : les doctes ne le trouueront point mauuais, non-plus que la diſpoſition des chapitres & corollaires, ſelon leur matiere, que i'ay expres agencez de ceſte ſorte, pour la meſme fin. I'y ay entrelaſſé quelques demonſtrations des Elements d'Euclide (comme le corollaire 1. du chap. 3. du 2. liure : le corollaire 4 du chap. ſuyuant, & quelques autres, que i'ay eſtimé neceſſaires, pour la pratique parfaicte de la Geometrie) la duplication du cube, & diuiſion de la Sphere, auec ce qui en dépend, y ſont demonſtrees (combien que la pratique en ſoit mechanique) autant facilement & exactement qu'il s'eſt peu faire iuſques à preſent. Ie prie donc tous amateurs des belles ſciences, le prendre en bonne part, de celuy qui ſera tres-aiſe qu'vn autre faſſe mieux.

ADVERTISSEMENT
SVR CESTE EDITION.

LA bonne grace & accueil, dont nous receuons ce que l'on nous preſente, eſt comme vne nouuelle obligation à nous bien faire. Dieu meſme, qui n'a autre ſubiect de nous donner que pour exercer ſa bonté, ne demande pour recompence qu'vn cœur recognoiſſant: & comme il voit que nous cheriſſons ſes faueurs, il nous les multiplie. Que fera donc l'homme à l'homme, le citoyen à ſon concitoyen & patriotte, à qui il ne peut tant faire de bien qu'il ne luy en doiue d'auantage? C'eſt pourquoy (Amy Lecteur) voyant que la Geometrie D'ERRARD *auroit eſté ſi bien receuë, que deux impreſſions s'en eſtant faictes, neantmoins il ne s'en trouuoit plus, & eſtoit encore fort recherchée & deſirée de pluſieurs, ie me ſerois mis à reuoir quelques annotations qu'autrefois i'auois faicte ſur icelle Geometrie, leſquelles ayans communiquées à pluſieurs de mes amis, ils les auroient tous eſtimées vtiles & dignes d'eſtre miſes au iour pour profiter au public; mais differens neantmoins, en ce que les vns eſtoient d'aduis que i'en fiſſe vn corps à part, & ainſi les donner au public ſoubs mon nom, ſans les meſler parmy ladicte Geometrie* D'ERRARD: *& les autres au contraire diſoient, que puis que mon intention eſtoit ſeulement d'honorer la memoire dudit* ERRARD, *que ie deuois donner au public ſadite Geometrie ainſi annottée: Ces derniers l'ont emporté; mais ie n'ay voulu neantmoins y appoſer mon nom, tant pour éuiter l'enuie que certains eſprits de ce ſiecle portent à la pluspart de ceux qui taſchent obliger le public, en luy donnant ou leurs inuentions, ou bien celles d'autruy tranſlatées d'vne langue eſtrangere en la noſtre, que pour autres conſiderations à moy particulieres. Quoy que ce ſoit, ie donne au public ce mien trauail, auquel i'ay pris peine de faire voir, non les plus ſubtiles & ingenieuſes inuentions, qui ſe trouuent dans les eſcrits des plus doctes Mathematiciens, mais bien (comme i'eſtime) les plus belles, vtiles & neceſſaires aux choſes humaines, eſquelles la ſcience de meſurer eſt requiſe. Et afin de ne groſſir ce volume par re-*

dites & repetitions de choſes qu'on pourroit voir ailleurs, meſmement en noſtre langage François, & principalement és Oeuures de HENRION, *nous-nous ſommes reſolus de renuoyer ſouuent le Lecteur eſdites Oeuures, non comme à la ſource & origine des choſes là enſeignées, ains à cauſe que luy ſeul les a traictées en noſtre langage François: & auſſi que ſouuent il nous faudroit renuoyer le Lecteur à vn Autheur, que peut-eſtre il ne pourroit entendre, comme à Regiomontanus, Nonius, Viette, Ghetalde, Steuin, Ludolphe, & autres Autheurs Latins, du labeur deſquels ie me ſuis ſeruy en partie de ces annotations, leſquelles nous auons fait imprimer en plus petites lettres & carracteres que ce qui eſt dudict* ERRARD, *afin qu'on puiſſe diſtinguer & recognoiſtre ce qui eſt ſien. Reçoy donc, amy Lecteur, ce mien trauail: que s'il t'eſt agreable, cela m'obligera tant plus à te donner autre choſe de plus grande eſtude; mais non peut-eſtre ſi vtile que ces annotations, leſquelles i'ay bien voulu enuoyer deuant, afin de recognoiſtre par l'accueil & reception d'icelles, quelle eſtime tu pourrois faire du reſte. Adieu.*

DEFINITIONS.

LE poinct, eſt ce qui n'a aucunes parties.

La ligne, eſt vne longueur ſans largeur, de laquelle les extremitez ſont poincts.

La ligne droicte, eſt celle qui eſt également compriſe entre ces poincts.

La ligne oblique ou courbe, eſt celle qui eſt menée par vn circuit de poinct à autre.

Angle plan, eſt le concours de deux lignes qui s'entretouchent en vn meſme poinct, & leſquelles continuées ſe couppent au meſme poinct.

Voyez ce que Henrion a dit ſur cette definition du premier liure d'Euclide.

Angle rectiligne, eſt celuy qui eſt fait & compris de deux lignes droictes.

Angle courbeligne, eſt celuy qui eſt fait de deux lignes courbes.

Angle mixte, qui eſt compris d'vne ligne droicte & d'vne courbe.

Angle droict, eſt celuy qui eſt fait quand vne ligne tombante ſur vn autre fait de chaſque part deux angles égaux.

Angle droict rectiligne, eſt fait quand vne ligne droicte tombe ſur vne autre droicte, & fait les angles de coſté & d'autre égaux, & iceux ſont droicts.

Et la ligne ainſi tombante, eſt appellée perpendiculaire ou orthogonelle.

Angle obtus, eſt celuy qui eſt plus grand & plus ouuert que le droict.

Angle aigu, eſt celuy qui eſt plus petit & plus fermé que le droict.

Lignes droictes paralleles ou equidiſtantes, ſont celles qui prolongées ne ſe rencontrent iamais ny d'vne part ny d'autre.

DES SVPERFICIES.

SVperficie ou aire, eſt ce qui a longueur & largeur tant ſeulement, & les extremitez d'icelle ſont ligne ou lignes.

Superficie plane, eſt celle qui eſt egalement cõpriſe entre ſes lignes. Et tous les angles tirez ſur icelle, s'appellent angles plans.

Superficie courbe, eſt celle de laquelle la longueur ou largeur, ou les deux enſemble, ſont menées au long de quelque ligne, ou lignes courbes.

Superficies ou plans parallels, ſont ceux qui ſont equidiſtans, & leſquels continuez ne ſe rencontrent point.

DES SVPERFICIES RECTILIGNES.

LE triangle rectiligne, eſt vne ſuperficie fermée de trois lignes droictes, & qui a trois angles.

Les triangles, par la difference de leurs angles ſont appellez, ſçauoir rectangle, qui a vn angle droict.

Obtus-angle, ou ambligone, qui a vn angle obtus.

Aigu-angle, ou oxigone, qui a tous ſes angles aigus.

Et par la difference de leurs coſtez ſont appellez, ſçauoir Equilatere, qui a ſes trois coſtez egaux.

Iſoſcele, qui a deux coſtez ſeulement egaux enſemble.

Et Scalene, qui a les trois coſtez inegaux.

Le quarré, eſt vne ſuperficie de quatre coſtez egaux, & de quatre angles droicts.

Rectangle oblong, eſt qui a les quatre angles droicts & les coſtez oppoſez egaux, & non tous enſemble.

Rhombe ou lozange, eſt qui a tous les coſtez egaux, & les angles oppoſez auſſi egaux, mais non tous enſemble.

Rhomboïde, eſt qui a ſeulement les coſtez & les angles oppoſez egaux enſemble, & ces quatre ſortes s'appellent auſſi parallelogrammes, à cauſe que leurs coſtez ſont parallels.

Diagonale de ces quatre derniers, eſt la ligne droicte menée de l'vn des angles à l'autre oppoſé, laquelle diuiſe & couppe toute la figure en deux triangles egaux l'vn à l'autre.

Gnomon, eſt le reſidu d'vn parallelogram. duquel on aura ſouſtrait vn

vn autre parallelogramme, ayant ſes angles à la diagonalle du premier parallelogramme.

Trapeze, eſt vne figure de quatre coſtez, deſquels deux oppoſez ſeulement, ſont parallels, & a deux coſtez egaux.

Trapezoïdes ou Tablette, ſont figures quadrilateres, mais irregulieres, c'eſt à ſçauoir, de coſtez & angles inegaux. Et d'icelles ne ſe peuuent donner certains preceptes non-plus que des autres qui ont pluſieurs angles.

Figure reguliere ou composée, eſt celle de pluſieurs angles & coſtez egaux enſemble, comme Pentagone, Hexagone, Heptagone, &c.

Figure irreguliere, eſt celle de pluſieurs angles & coſtez, mais non egaux enſemble.

Aux figures irregulieres, ſçauoir celles qui ont leurs coſtez en nombre pair, ſe conſidere quelquefois vn diametre, qui eſt la ligne droicte paſſant par le centre, finiſſant en angles droicts aux deux coſtez oppoſez & parallels.

Aux figures qui ont leurs coſtez en nombre impair, ſe conſidere ſeulement le demy-diametre, qui eſt la ligne droicte procedant du centre, finiſſant à l'vn des coſtez en angles droicts.

Baſe eſt la ligne que nous preſuppoſons eſtre le fondement d'vn triangle, d'vn parallelogramme, ou de quelque autre figure, quand on a ſeulement egard aux deux coſtez.

DV CERCLE.

LE Cercle, eſt vne ſuperficie deſcripte de l'extremité d'vne ligne droicte, qui a l'autre extremité immobile, & menée iuſques à tant qu'elle ſoit retournée à l'endroit d'où elle eſt premierement partie.

Et ceſt extréme immobile, s'appelle centre du cercle.

La ligne deſcripte par l'autre extréme mobile, s'appelle circonference du cercle.

Et toutes les lignes tirées du centre à icelle circonference ſont egales.

Le Diametre du cercle, eſt vne ligne droicte paſſant par le centre finiſſant à la circonference, & coupant le cercle en deux egalement.

Secteur, eſt vne piece dans le cercle faicte de deux demy-diametres, faiſans angle au centre. Et la circonference entre ſes deux demy-

diametres, s'appelle baſe de ſecteur.

Section de cercle, eſt vne partie de la ſuperficie du meſme cercle, compriſe d'vne portion de la circonference du cercle, & d'vne ligne droicte, qui s'appelle baſe de la ſection.

Cercles parallels, ſont ceux qui ſont concentriques, c'eſt à dire, tirez ſur vn meſme centre.

Angle du centre, eſt celuy qui fait du ſecteur, c'eſt à dire, des deux demy-diametres qui cõprennent moins que la moictié du cercle.

Angle en la circonference, eſt celuy compris de deux lignes droictes touchant la meſme circonference.

DE L'OVALE.

OVale, eſt vne figure longue, compriſe d'vne ſeule ligne, non circulaire, ains courbe reguliere, ainſi appellée à cauſe de ſa forme.

Il ſe fait par la ſection du cylindre, comme il ſera dit en ſon lieu.

Centre de l'ouale, eſt le poinct du milieu.

Diametre de L'ouale, eſt la ligne droicte, paſſant par le centre, & ayant ſes extremes en la circonference, diuiſant l'ouale en deux également.

Et en ceſte figure, ſont principalement à conſiderer les deux diametres, ſçauoir le plus long & le plus court, qui ſe coupent chacun en deux parties égales, & en angles droicts.

Circonference de l'ouale, eſt le tour & circuit de la figure.

Secteur de l'ouale, eſt ce qui eſt contenu de deux demy-diametres, faiſans angle au centre, & de la portion de circonference entre leſdits demy-diametres. Icelle partie de circonference s'appele baſe du ſecteur.

Section de l'ouale, eſt vne partie de l'ouale compriſe d'vne ligne droicte, & d'vne partie de la circonference : icelle ligne droicte s'appelle baſe de la ſection.

DE LA LIGNE SPIRALE.

LA ligne ſpirale (ſelon Archimedes, & de laquelle nous entendons traicter) eſt celle, qui eſt tracée par vn poinct, qui ſe coule d'vne egale viteſſe au long d'vne ligne droicte, laquelle a l'vn des extremes immobile, & l'autre mobile, deſcriuant vn cercle. Et iceluy

poinct coulant au long de toute la ligne (en meſme temps que le cercle ſe fait) deſcrit la ſpirale.

Et ceſt extreme Immobile s'appelle commencement de la ſpirale.

Et la ligne au long de laquelle le poinct s'eſt coulé, s'appelle ligne de la premiere reuolution.

Et ſi la ligne eſt prolongée, à laquelle on faſſe faire encor vn tour ou pluſieurs, & que le poinct de meſme viteſſe ſe coule touſiours au long, deſcriuant & continuant la ſpirale, la ligne droite du ſecond tour, s'appellera ligne de ſeconde reuolution; & la troiſieſme, de la troiſieſme reuolution, & ainſi des autres infiniement.

Et la ſpirale du ſecond tour, s'appellera ſpirale de la ſeconde reuolution, & ainſi des autres ſelon leur ordre.

L'eſpace compris de la premiere reuolution de la premiere ligne, s'appelle eſpace premier: Et ainſi les autres eſpaces prendront nom ſelon l'ordre de leur reuolution.

DES CORPS.

CORps, eſt ce qui a longueur, largeur & profondeur, duquel les extremitez ſont ſuperficies ou ſuperficie.

Angle ſolide, eſt celuy qui eſt compris de plus de deux angles plans conſtituez en vn meſme poinct, n'eſtans en vn meſme plan.

Il y a de pluſieurs ſortes de corps ou ſolides, dont les premiers & plus ſimples, ſont ceux compris de ſuperficies planes.

La baſe de quelque corps compris de ſuperficies planes, eſt la ſuperficie que nous preſuppoſons eſtre le fondement dudict corps.

La pyramide, eſt vn corps ayant vne figure plane rectiligne pour baſe, lequel corps finit en vn poinct au-deſſus de la baſe.

Iceluy poinct, s'appelle ſommet ou cime de la pyramide.

Et celle qui a ſa baſe équilatere (c'eſt à dire figure reguliere comme triangle équilateral, quarré, pentagone, &c.) & le ſommet en la ligne eſleuée orthogonellement du centre de la baſe, s'appelle pyramide équilatere. Et encor celles de ceſte ſorte prennent le nom de leurs baſes, comme trilaterales, quadrilaterales, &c.

Et de ces pyramides, ſont faicts & compoſez les corps reguliers, comme L'octaëdre, qui eſt compris de huict triangles équilateres, c'eſt à dire composé de huict pyramides trilateres équicrures.

Le Dodecaëdre, compris de douze ſuperficies pentagonales, ou

composé de douze pyramides pentagonales équicrures.

L'icoſaëdre, compris de vingt triangles équilateraux, c'eſt à dire fait & composé de xx. pyramides trilateres équicrures.

Les pyramides qui ont leur ſommet hors la ligne orthogonelle, eſleuée du centre de la baſe, s'appellent pyramides rhomboïdes.

Entre les ſolides rectangles, le Cube eſt nombré le premier : c'eſt celuy qui eſt compris de ſix ſuperficies quarrées & égales enſemble.

Le ſolide rectangle, long d'vn coſté, eſt celuy qui eſt compris de ſix ſuperficies planes rectangles, deſquelles les quatre ſont oblongues & égales enſemble, & les deux autres opposées ſont quarrées & égales, & cecy s'appelle auſſi colomne quadrangulaire: car les colomnes ſont eſtimées corps oblongs par tout d'vne groſſeur, & de baſes égales, & ſemblables.

Le ſolide rectangle, long de deux coſtez, eſt celuy qui a les faces & ſuperficies rectangles, & celles opposées ſeulement égales, mais non toutes enſemble.

Le ſolide parellelipipede, eſt celuy qui eſt compris de quadrangles plans, deſquels les oppoſez ſont parallels.

La ſuperdiagonalle de ces quatre corps, eſt la ligne qu'on imagine proceder de l'vn des angles ſolide à l'autre angle ſolide opposé, laquelle paſſe par le centre de chacun corps.

Colomne triangulaire, eſt le corps duquel la baſe eſt vn triangle, & les coſtez ſont trois ſuperficies quadrangulaires rectangles. Cecy s'appelle auſſi priſme.

Et les autres colomnes regulieres (c'eſt à dire deſquelles les baſes ſont figures regulieres) ſont appellees du nom de leurs baſes.

Priſme trapeze, eſt la colomne qui a pour baſe vn trapeze, & les coſtez ſont quatre ſuperficies rectangulaires, deſquelles deux oppoſees ſeulement ſont egales.

Les colomnes irregulieres, ſont celles qui ont leurs baſes irregulieres, comme trapezoïdes, tablettes, ou autrement.

Et les colomnes qui ont leurs coſtez non en angles droicts ſur leurs baſes, ſont nommees rhomboïdes.

Celles-cy auſſi ſont regulieres ou irregulieres comme leur baſe.

DES CORPS COMPRIS DES SVPERFICIES CIRCVLAIRES.

CYlindre, eſt vne colomne ayant deux cercles egaux & parallels pour ſes deux baſes, & la ligne droicte tirée de centre à autre, tombant perpendiculairement & en angles droicts en chaſcune d'icelles baſes, & toutes les lignes droictes tirees de la circonference de l'vne des baſes à la circonference de l'autre, paralleles & egales entre elles.

Cylindre Rhomboïde, eſt celuy duquel l'axe & les coſtez ne ſont en angles droicts ſur la baſe.

Le Cone, eſt vn corps pyramidal, duquel la baſe eſt vn cercle. Et celuy qui a le ſommet en la ligne orthogonelle eſleuée du centre de la baſe, s'appelle equicrure, ou equilatere.

Mais celuy duquel le ſommet eſt hors icelle ligne orthogonelle, s'appelle Cone Rhomboïde.

Rhombe ſolide, eſt le corps qui eſt compoſé de deux Cones equicrures, leſquels ont vne meſme baſe commune.

DE LA SPHERE.

SPhere, eſt vn corps compris d'vne ſeule ſuperficie qui ſe faict par vn demy cercle tournant vn tour ſur ſon dyametre immobile.

Et le centre, eſt le poinct du milieu, duquel toutes les lignes tirees à icelle ſuperficie, ſont egales.

Le dyametre, eſt la ligne droicte qui ſe termine à icelle ſuperficie, & qui paſſe par le centre: Il eſt auſſi appellé Axe de la Sphere.

Secteur de la Sphere, eſt vn ſolide qui contiẽt plus ou moins que la moitié de la Sphere, Et eſt fait quand vn plan couppe vne partie moindre que la moitié, & ſur iceluy plan (qui eſt vn cercle) eſt eſleué vn Cone, qui a ſon ſommet au centre de ladite Sphere; Ce Cone auec ceſte partie reſcindée, s'appelle ſecteur: & ce qui reſte, s'appelle auſſi ſecteur.

Et ces parties ainſi reſcindées ſimplement par vn plan, s'appellent ſection de la Sphere.

Et le plan qui aura ainſi couppé la Spere, s'appellera cercle mineur de la Sphere.

Mais le plan qui couppera la Sphere en deux egalement, s'appellera cercle majeur.

Spheres paralleles, ſont celles qui ſont concentriques, c'eſt à dire ayãs vn meſme centre.

DES CORPS DESQVELS LES BASES SONT OVALES.

COlomne ouale, eſt qui a ſa baſe ouale, & eſt eſleuée orthogonellement ſur icelle.

Et celle qui n'eſt point eſleuée orthogonellement ſur ſa baſe, s'appellera colomne ouale Rhomboïde.

Cone ouale, eſt qui a ſa baſe ouale, & le ſommet en la ligne orthogonelle eſleuée du centre de la baſe.

Celuy qui a le ſommet hors la ligne orthogonelle, s'appellera Cone ouale Rhomboïde.

DES SPHEROIDES.

SPheroïde, eſt vn corps compris d'vne ſeule ſuperficie, faicte par vn demy ouale qui faict vn tour ſur ſon diamettre immobile.

Et celuy qui ſe faict ſur le plus grand diametre, s'appelle Spheroïde long, & de ceſte ſorte ſeulement entendons traicter, d'autant qu'elle eſt plus commune & vulgaire que tout autre ſorte: Et ne parlerons icy du Spheroïde court, pource qu'il eſt peu vſité & congneu, & ſa forme auſſi peu receüe entre les mechaniques meſmes.

Le centre du Spheroïde, eſt le poinct qui eſt iuſtement au milieu, par lequel toute ſuperficie plane trauerſant couppe le corps du Spheroïde en deux également.

Les diametres, ſont les lignes paſſantes par le centre, terminées à la ſuperficie & circonference du Spheroïde, deſquels les principaux ſont, le plus long & le plus court.

Secteur de Spheroïde, eſt le ſolide qui comprend la portion plus grande ou plus petite que la moitié dudit Spheroïde, faiſant angle (ou pour mieux dire) cime & ſommet d'vn Cone au centre d'iceluy Spheroïde.

Section de Spheroïde, eſt vne partie du Spheroïde couppée d'vne ſuperficie plane.

DES CORPS COMPRIS DE SVPERFICIES SPIRALES.

COlomne ſpirale, eſt celle qui a pour ſa baſe vne ſuperficie contenuë d'vne ſpirale, & de la ligne droicte de reuolution, eſtant ladite colomne eſleuée de tous ſes coſtez en angles droicts ſur icelle baſe.

Cone ſpiral, eſt celuy duquel la baſe eſt vne ſuperficie compriſe d'vne ſpirale & de la ligne droicte de reuolution, ayant le ſommet en la ligne orthogonelle, eſleuée du poinct du commencement de la ſpirale.

Colomne & Cone ſpiral Rhomboïde, eſt quand la ligne perpendiculaire de leur hauteur ne tombe au centre de la baſe (qui eſt le commencement de reuolution,) ains en quelque autre partie de la ſuperficie, ou hors icelle.

Meſurer vne grandeur, eſt chercher combien de fois quelque meſure commune eſt trouuée en icelle.

Meſure, eſt vne grandeur finie, par laquelle ſont meſurees toutes les grandeurs de meſme genre, Comme pied, pas, aulne, braſſe, toyſe, &c. qui ſont meſures fameuſes, eſquelles toutes les autres de meſme genre ſe rapportent: mais de ſorte que la plus petite, meſure vne égale à elle, & vne plus longue qu'elle; mais la plus longue ne peut pas meſurer la plus courte: car les lignes plus courtes ſont appellées moicties, tierces, quartes, &c. des plus longues.

Longueurs commenſurables ſont celles qui peuuent eſtre meſurees d'vne meſme meſure.

Longueurs incommenſurables, qui ne peuuent eſtre meſurees d'vne meſme meſure.

Les lignes qui ſont par puiſſance l'vne à l'autre, comme d'autres lignes ſont en longueur l'vne à l'autre, ſont celles deſquelles les quarrez ſont l'vn à l'autre, comme les longueurs des autres l'vne à l'autre.

Meſurer quelque ſuperficie, eſt chercher combien de fois quelque autre ſuperficie moindre eſt contenuë en icelle.

Et ces ſuperficies moindres, ſont appellees poulce quarré, pied quarré, pas quarré, aulne quarrée, toyſe quarrée, &c. qui ſont meſures plus fameuſes, deſquelles on a accouſtumé vſer à la meſure des ſuperficies plus grandes.

Meſurer vn corps, eſt chercher combien de fois quelque autre corps moindre peut eſtre contenu en iceluy.

Et ces corps moindres, ſont appellez poulce cube, pied cube, aulne cube, toyſe cube, &c. qui ſont meſures plus vulgaires, deſquelles on meſure les corps plus ſpacieux & grands.

Les figures planes inſcriptes au cercle, ou en l'ouale, ou en la ligne ſpirale, ſont celles deſquelles tous les angles touchent la circonference de la figure en laquelle elles ſont inſcriptes.

Les circonſcriptes, ſont celles deſquelles tous les coſtez touchent la circonference de la figure à l'entour de laquelle elles ſont circonſcriptes.

La figure ſolide inſcripte en autre figure ſolide, eſt celle de laquelle tous les angles, ou coſtez, ou ſuperficies enſemble, touchent la ſuperficie de la figure en laquelle elle eſt inſcripte.

La circonſcripte, eſt celle de laquelle toutes les lignes ou ſuperficies des coſtez touchent la ſuperficie ou angles de celle à l'entour de laquelle elle eſt circonſcripte.

Raiſon, eſt vne mutuelle habitude de deux grandeurs l'vne à l'autre de meſme genre, ſelon la quantité.

Proportion, eſt vne ſimilitude de raiſons.

COMMVNE SENTENCE.

Entre deux grandeurs inegalles, peut eſtre conſiderée vne autre grandeur plus grande que la plus petite, & plus petite que la plus grande.

LE

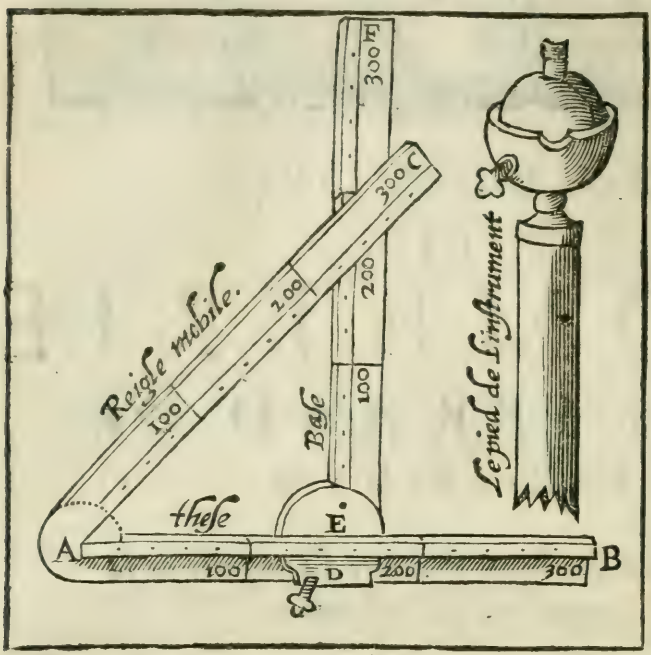
LE PREMIER LIVRE DE GEOMETRIE DE I. ERRARD DE BAR-LE-DVC.

De la meſure des lignes droictes. Et premier de la compoſition de l'inſtrument.

CHAPITRE PREMIER.

D'AVTANT que toute dimention conſiſte en longueur, ou en longueur & largeur, ou en longueur largeur & profondeur: Nous commencerons par la dimention des longueurs ſeulement, & principalemẽt des lignes droictes, qu'eſt la premiere, plus ſimple, & de laquelle dépendent les deux autres ſortes de meſures: & me ſemble eſtre expedient de mettre en auant quelque ſorte d'inſtrument, par lequel nous puiſſions auoir plus facile introduction à meſurer les lignes droictes inacceſſibles: non que ie vueille aſtraindre aucun de s'arreſter à ceſtuy (d'autant qu'on en a inuenté, ou on en peut inuenter, qui pourront eſtre plus agreables & aiſez, ſelon la diuerſité des eſprits,) mais cecy ſeruira ſeulement au lecteur (en attendant mieux) pour veoir à l'œil, & toucher les raiſons ſur leſquelles les demonſtrations ſuiuantes ſont fondées.

OR ie desirerois que la composition fust telle: Que deux reigles de leton bien droictes fussent conjoinctes en forme de compas comme AB, AC, & de lõgueur chacune d'vn pied & demy ou enuiron, & de largeur d'vn poulce, se mouuans & tournans au centre A, apres que sur la reigle AB, (que nous appellerons these) soit vne graueure pour couler vn demy anneau marqué icy D, lequel enclorra vne autre regle EF (appellée base) laquelle sera



de semblable longueur, mais de largeur egale aux autres, ou vn peu plus estroicte, & qui se coulera auec le demy anneau au long de AB, & en sorte que sur son centre E, (qui sera iustement sur la ligne droicte AB,) elle pourra s'incliner & faire tel angle qu'on voudra auec la reigle AB, au long & joignant les superficies des reigles de la these & de la regle mobile AC, & laquelle neantmoins pourra estre arrestée par le moyen de quelque vis appliquée audit demy anneau.

Cela ainsi composé, & les pinnulles estant mises aux poincts ABC (comme on a accoustumé faire à tous instrumens) Que chacune desdites trois reigles soit diuisée en 300 parties egales, ou en autre nombre tel qu'il plaira. Finalement soit attaché à la reigle de la base vn pied pour soustenir, & sur lequel se puisse mouuoir tout l'instrument de costé & d'autre en telle inclination qu'on voudra, attaché, di-je, à la base, en tel endroit qu'icelle estant en pesanteur egale aux deux autres, puisse seruir de contrepois, afin que le mouuement de l'instrument en soit plus doux & aisé. Ie laisse à discretion la fabricature du pied auec les jointures qui y doiuent estre: Seulement i'ay icy depeint audit pied vn globe enchassé dans vne concauité, parce qu'il

me semble que le mouuement qui se fera dans icelle, sera plus commode: le tout ainsi qu'il est figuré & representé en ceste endroit.

Combien que ceste instrument semble assez aisé & commode pour mesurer les lignes droictes, neantmoins ie serois d'aduis d'vser plustost de toutes autres sortes d'instrumens, par le moyen desquels on puisse obseruer les angles, que non pas de cestuy-cy; duquel si quelqu'vn se veut seruir, nous l'admonestons de faire appliquer des pinulles aux poincts E & F de la base, outre celles cy-dessus specifiées.

Comment sont mesurees les lignes droictes estenduës sur vne superficie plane.

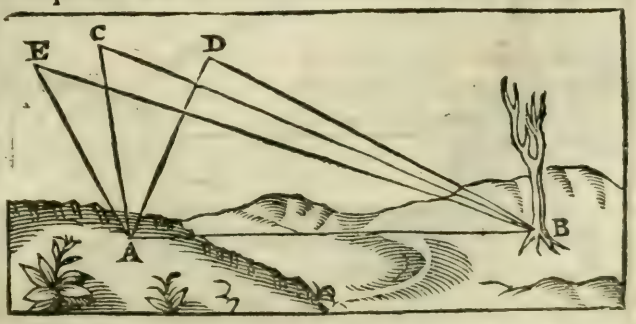
Chap. II.

POur donc entrer à la mesure des lignes droictes, il faut estre aduerty que les vnes sont accessibles du tout, comme sont celles lesquelles on peut mesurer tout & au long mechaniquement, & sans aucun empeschement.

Les autres sont seulement accessibles en partie, comme quand nous touchons l'vne des extremitez d'icelles, & ne nous est permis de passer à l'autre. Et les autres sont inaccessibles du tout, comme quand elles sont esloignées de nous en sorte qu'il ne nous est possible de les toucher, ou approcher.

Or la mesure de ces dernieres depend de la mesure des accessibles en partie: & la mesure des accessibles en partie, dépend de la mesure des accessibles du tout.

Si donc vne ligne droicte AB, estenduë sur quelque plan, est proposée à mesurer, & de laquelle des extrémes seulement soit accessible comme A: lors faut joindre vne autre ligne droicte à icelle (comme AD, de laquelle la mesure soit congnuë) & n'importe que ceste ligne certaine soit esleuée au dessus, estenduë au trauers, ou abaisée au dessous, pourueu qu'elle face angle auec la proposée au poinct A: car alors de l'autre extrême de la cer-



taine, on peut par le ray de la veüe imaginer vne ligne droicte, tendante à l'autre bout de la proposée comme D B, ou C B, ou E B, & par ce moyen former & figurer vn triangle, duquel l'vn des costez estant congneu, auec la quantité des angles, on peut facilement paruenir à la cognoissance des autres costez. Et toute la difficulté de telles mesures ne gist en autre chose qu'à chercher vne ligne parallele à celle qu'on veut mesurer, qui n'est autre chose que couper les costez d'vn triangle proportionnellement: *Comme il est monstré tant en la 2. que 4. proposition du 6. d'Euclide:* Et ce qui sera facilement pratiqué cy apres.

Soit donc la ligne A B, proposée à mesurer, sur l'extremité de laquelle A, ie tire orthogonelement, & en angle droict la ligne A C, laquelle ie mesure, & contient 5. pieds, sur laquelle & au long d'icelle ie mets la regle de la base (comme D E) laquelle base sera parallele à A B, *par la 28. du 1.* mais il faut que l'instrument soit mis en sorte qu'il y ait depuis C iusques à D, autant de petites mesures de l'instrument comme il y aura de pieds depuis C iusques à A. Ce faict, faut mouuoir la reigle mobile C F, iusques à ce que du ray visüel on puisse veoir par

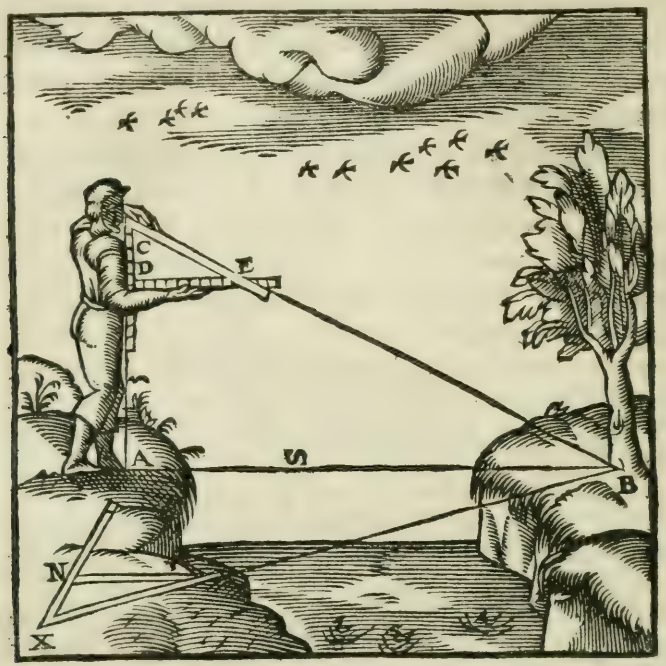
les pinnulles d'icelle, l'extremité B: alors ie dis que le petit triãgle C D E, est equiangle & proportionnel au grand A B C, *par la 4. du 6.* La ligne donc D E, couppant les costez du grand triãgle C A, & C B, aux poincts D, E, les couppe proportionnellement *par la 2. du 6.* Telle raison donc que C D a en D E, telle & semblable a C A, à A B. Or si C D contient 5. petites mesures & degrez, & ie trouue que D E en contient 10, ie concluerai, que C A contenant 5.

pieds, la ligne A B contiendra 10 pieds. Que si tu voulois encor sçauoir la longueur de C B, regarde combien de degrez aura C E, & autant aura de pieds icelle C B, *par les mesmes raisons*. Mais si plus commodément tu voulois prendre la ligne mesurée en trauers, comme A X, mets l'instrument en sorte que la reigle de la these soit directement sur la ligne X A, & que depuis X, iusques à la base N, soient autant de degrez comme X A contient de pieds, & posons qu'il y en ait quatre. Apres faicts que la base N T soit parallele à A B, & dresse la mobile au poinct & extremité B, alors le lieu où elle couppera la base (sçauoir T) monstrera la vraye longueur de A B: car autant de petites mesures que contiendra N T, autant de pieds contiendra AB. (le triangle X N T estant equiangle & proportionnel au triangle X A B) *par les prealeguées.*

D'autant qu'ayant intelligence de ce chap. tous les autres sont aisez, nous le repeterons icy, selon que i'estime qu'il doit estre, afin que les rudes & moins versez, tant en la pratique des instrumens, qu'és demonstrations d'icelles, en ayent facile intelligence: Car l'Autheur estant assez obscur en sa pratique, ne l'est pas moins és demonstrations, à cause que les propositions d'Euclide, sur lesquelles s'appuyent lesdites demonstrations, sont quelquesfois mal cottées: De ce nous aduertirons icy le Lecteur vne fois pour toutes, afin de ne repeter souuent vne mesme chose.

1. Soit donc la ligne A B proposée à mesurer, sur l'extremité de laquelle A, ie pose l'instrument sur son pied A C, en sorte que la these C D, soit orthogonelle & en angle droict à la plaine horisontalle: Ce faict ie dispose tellement la base D E qu'elle soit orthogonelle à la these C D, & qu'il y ait depuis C, iusques à D, autant de petites mesures de l'instrument, comme il y aura de pieds, ou toises depuis A iusques à C; (car encore que nous prenions icy A C pour le pied de l'instrument, lequel est ordinairement de 5. pieds, neantmoins ladite hauteur C A pourroit estre de d'auantage, pource qu'elle peut estre prise pour la hauteur de quelque fenestre, tour, ou de quelque autre edifice, du sommet duquel on voudroit mesurer la distance qu'il y a depuis le pied d'iceluy, iusques à quelque lieu qu'on voit, laquelle hauteur seroit cogneuë auec vn fillet ou fiffelle à plomb.) puis il faut mouuoir la regle mobile C E, iusques à ce que du ray visuel on puisse veoir par les pinulles d'icelle l'extremité B: alors ie dis que la distance A B proposée à mesurer contient autant de pieds, (pas ou toises, selon la mesure auec laquelle on aura mesuré la hauteur C A) cõme D E contient de petites mesures de l'instrumẽt. Or la raison de cecy est, que puisque les angles C A B, C D E, sont egaux (car ils ont esté faict droicts) & l'angle C commun aux deux triangles C A B, C D E, iceux triangles sont equiangles par le Corol. de la 32. p. 1. d'Eucl. & partant ils ont les costez au long des angles égaux proportionnaux par la 4. p. 6. d'Eucl. tellement que C A sera à A B, comme C D à D E; & en permutant C A sera à C D, comme A B sera à D E par la 16.

p.5. d'Eucl. Mais C A & C D ont eſté faictes égales en nombre de parties: donc A B & D E ſeront auſſi égales en nombre de parties; c'eſt à dire que ayant trouué C A de 5 pieds, & fait C D de 5 petites meſures de l'inſtrument,



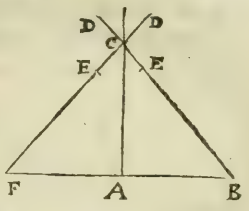
ſi on trouue que D E contienne 12 deſdites petites meſures, auſſi A B contiendra 12 pieds. Que ſi on vouloit auſſi ſçauoir la longueur ou diſtance C B, il n'y auroit qu'à regarder combien de petites meſures aura C E, car C B en contiendra autant de grandes.

2. Mais s'il eſtoit plus commode de prendre la ligne meſurée en trauers, comme A X; ayant recogneu à coſté de vous quelque lieu vers lequel vous puiſſiez aller, diſpoſez l'inſtrument à l'extremité A en ſorte que depuis le centre de la theſe, iuſques au centre de la baſe, il y ait autant de petites parties, comme vous-vous voudrez eſloigner à coſté pour faire vne ſeconde ſtation, laquelle diſtance ſoit X N, que nous poſons eſtre de 6. parties; puis faictes que par les pinulles de la theſe, vous puiſſiez voir le lieu de la ſeconde ſtation X, & par celles de la baſe l'extremité B: Ce faict, arreſtez la baſe auec ſa viz, en ſorte que l'angle ou inclination qu'elle fait auec la theſe ne ſe puiſſe changer, & comptez autant de pieds au long de la ligne A X, comme N X contient de parties, ſçauoir eſt 6. pieds, leſquels s'allant terminer au poinct X, vous y poſerez l'inſtrument, & le diſpoſerez en ſorte que par les pinulles de la theſe vous puiſſiez voir l'extremité A; puis vous remuërez la regle mobile X T, iuſques à ce que vous puiſſiez voir par les pinulles d'icelle l'extremité B: & alors le lieu où elle couppera la baſe, ſçauoir T, monſtrera la vraye longueur & quantité de

la distance A B : car autant de petites parties que contiendra N T, autant de pieds contiendra ladite A B, à cause que le petit triangle X N T est equiangle & proportionnel au grand triangle X A B, par les mesmes raisons que dessus. Mais est à notter, que si le lieu permet de prendre l'angle XNT droict, l'operation en sera beaucoup plus prompte & facile, pource qu'alors il ne sera besoin d'arrester fixement la base à certain poinct de la these, au lieu de la premiere station, ains seulement lors qu'on sera paruenu au lieu choisi pour faire la seconde station.

Or plusieurs Autheurs ont enseigné à mesurer lesditesdistances par le moyen de diuers autres instrumens, comme demy-cercle, quarré Geometrique, ray Astronomique, Holometre, Cosmometre, Henry-metre, Compas de proportion, & autres instrumens de difficile construction ; mais nous enseignerons icy le moyen de ce faire au defaut d'iceux, lors que les occasions & la necessité le requiert.

3. Si donc il faloit mesurer en vn lieu plain quelque petite longueur, comme pourroit estre la largeur d'vne riuiere, d'vn fossé, estang, ou autres choses qui ne peuuent estre mesurées actuellement, à cause de quelque empeschement, sera procedé comme ensuit. Sur le bord ou extremité de la largeur & distance proposée à mesurer A B, soit fiché vn baston C A à angle droict sur la plaine horisontalle : & en quelque endroit d'iceluy baston, comme en C, soit accommodé vn autre petit baston ou baguette DE, en sorte que le ray visuel, allant le long d'icelle, rencontre l'extremité B: Ce faict, ladite vergette D E demeurant tellement ferme & fixe que l'angle A C B ne se puisse changer en remuant le baston A C, soit tourné ledit baston A C (iceluy demeurant touiours à angle droict sur la plaine) iusques à ce que le ray visuel passant derechef le long de ladite vergette D E, rencontre sur la plaine quelque poinct F, la distance iusques auquel vous puissiez mesurer actuellement ; & lors ladite distance A F sera égale à la proposée AB. Car puisque les angles du poinct A sont égaux (estans droicts) & aussi ACB, ACF, les deux triangles B A C, FAC ont deux angles égaux à deux angles chascun au sien, & le costé A C commun ; partant les costez A B, A F, seront égaux par la 26. p. 1. d'Eucl. tellement que si on mesure actuellement A F, la distance A B sera congneuë.

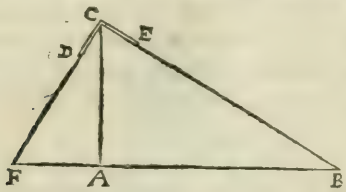


4. On obtiendra encore ladite distance A B sans la vergette DE ainsi: Ayant fiché en angle droict le baston CA, qui soit quelque peu moindre que la haulteur du mesureur, appuyez le menton sur l'extremité C, & accommodez vostre chappeau en sorte que le rayon visuel passant par l'extremité du bord d'iceluy rencontre l'extremité B ; puis ledit chappeau demeurant fixe, tournez-vous vers quelque plan mesurable, & nottez en iceluy le poinct F, auquel le ray visuel rencontre ledit plan : & alors la distance iusques audit poinct F estant mesurée actuellement, on cognoistra la distance proposée A B, qui luy est égale, comme dit est cy-dessus.

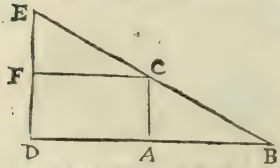
5. Autrement, Prenez vne equaire, ou plustost vne saultercelle, qui se puisse

mettre à angle droict, (on peut faire faire ceſt inſtrument par tout, car ce ne ſont que deux regles joinctes enſemble par l'vne des extremitez, ſoit à charniere ou autrement :) & ayant accommodé l'vne des branches d'icelle ſaulterelle au long du baſton A C, ouurez l'autre branche C E, iuſques à ce que le rayon viſuel paſſant le long d'icelle aille rencontrer l'extremité B: puis ladite ſaulterelle demeurant ainſi ouuerte, tournez ladite branche C E vers la plaine meſurable, en laquelle le ray viſuel C E ira rencontrer vn poinct F, comme deuant.

6. Autrement, Ayant diſpoſé l'angle droict de l'equaire D C E au ſommet d'vn baſton A C, en ſorte que le ray viſuel paſſant au long du coſté interieur de la reigle C E, aille rencontrer l'extremité B, regardez le long de l'autre regle C D, & remarquez le poinct F en la plaine. Ce faict, meſurez F A & A C; puis diuiſez le quarré de A C par F A, & viendra la diſtance A B: & ce d'autant que par le Corol. de la 8. p. 6. A C eſt moyenne proportionnelle entre F A & A B.



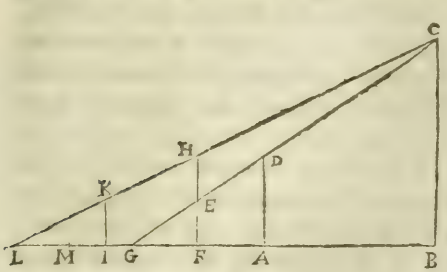
7. Autrement, Prenez deux baſtons inegaux de certaine meſure, le plus grand deſquels ſoit quelque peu moindre que la haulteur du meſureur, & ayant poſé en angle droict le moindre A C à l'extremité A de la longueur propoſée à meſurer, reculez-vous directement, iuſques à ce que poſant l'autre baſton D E auſſi en angle droict, le rayon viſuel paſſant par les extremitez E & C, aille rencontrer l'extremité B: Ce fait oſtez le moindre baſton A C du plus grand D E, & le reſte poſez-le au premier terme d'vne regle de trois, au ſecond la diſtance D A, & au troiſieſme la haulteur du petit baſton A C; & faiſant la regle, viendra la diſtance requiſe A B. Car ayant du poinct C tiré C F parallele à A D, les triangles E F C, C A B ſeront équiangles, pource que par la 29. p. 1. les angles A B C, F C E ſont égaux, & ceux des poincts A, D, & F auſſi égaux; & partant le troiſieſme angle égal au troiſieſme. Parquoy par la 4. p. 6. les coſtez au long des angles égaux E F C, C A B, ſeront proportionnaux, c'eſt à dire que comme E F ſera à F C, ainſi C A ſera à A B : Mais E F eſt la difference des deux baſtons; (car A C, D F, ſont égaux par la 34. p. 1.) Donc comme la differẽce des baſtons eſt à la diſtance d'iceux, ainſi le moindre baſton eſt à la diſtance propoſée à meſurer: dont eſt manifeſte que ſi on prend le baſton D E double du baſton A C, que la diſtance propoſée à meſurer ſe trouuerra égale à la diſtance des baſtons D A.



8. Or en toutes les manieres & façons de meſurer cy-deſſus declarées, il eſt beſoin de voir l'extremité de la choſe propoſée à meſurer: mais ſi on ne pouuoit voir ladite extremité à cauſe de quelque obſtacle, qui eſt entre nous & ladite extremité, ains ſeulement le ſommet de quelque choſe eſleuée perpendiculairement à ladite extremité, on obtiendra ladite diſtance ainſi qu'il enſuit. Soit propoſé à meſurer la diſtance A B, ayant à ſon extremité B la haul-

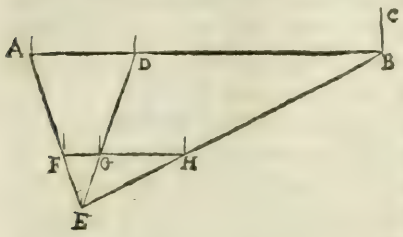
teur

teur B C eſleuée perpendiculairement. Si on peut reculer ou aduancer directement, ſoient pris comme deſſus deux baſtons inégaux, le plus grand deſquels A D, ſoit poſé en angle droict à l'extremité A, (& ce d'autant que nous voulons reculer: car ſi on vouloit aduancer vers B, il faudroit poſer à ladite extremité A le moindre baſtõ) puis reculez directement iuſques à ce que plantant auſſi en angle droict le moindre baſton E F, on puiſſe voir par les extremitez E & D le ſommet C: & alors l'œil eſtant en D, regardez où le ray viſuel paſſant par E, ira rencontrer la plaine, & ſoit en G: Ce faict, apportez le grand baſton A D en la place du moindre F E, (ou en quelque autre endroict que ce ſoit,) & ſoit F H; puis reculez directement, iuſques à ce que plantant derechef en angle droict le moindre baſton I K, le ray viſuel paſſant par les extremitez K & H, aille rencontrer le ſommet C: & lors l'œil eſtant en H, regardez où le ray viſuel paſſant par K ira rencontrer la plaine, & ſoit en L: Ce faict, meſurez la diſtance L G, L F & G A; puis oſtez A G de F L, & le reſte poſez-le au premier terme d'vne regle de trois, au ſecond terme L G, mais au troiſieſme L F; & la regle eſtant faicte, vous aurez la diſtance L B, dont L A eſtant oſtée, reſtera la diſtance propoſée à meſurer A B. Car puiſque par la 16. p. 1. l'angle B G C eſt plus grand que l'angle B L C, l'angle L H F ſera plus grand que l'angle G D A, & le coſté F L plus grand que le coſté A G: Soit donc priſe F M égale à A G, afin que L M ſoit la difference de A G à F L. Et d'autant que les triangles G D A, G C B, ont les angles A & B droicts, & l'angle G commun, ils ſont équiangles: partant par la 4. p. 6. comme A D ſera à A G, ainſi B C ſera à B G; & en changeant comme A D ſera à B C, ainſi ſera A G à B G. Par meſme raiſon les triangles L H F, L C B, ayans les angles F & B droicts, & l'angle L commun, ſont auſſi équiangles: Parquoy comme H F ſera à F L, ainſi B C ſera à B L; & en permutant comme H F ſera à B C, ainſi F L ſera à B L. Mais par la 7. p. 5. H F eſt à B C, comme A D à B C, à cauſe que A D & H F ſont égales: donc par la 11. p. 5. comme la toute F L ſera à la toute B L, ainſi la retranchée F M égale à A G ſera à la retranchée B G; partant le reſte L M ſera au reſte G L, comme la toute F L eſt à la toute B L par la 19. p. 5. Mais L M, G L & F L ſont congneuës; B L le ſera donc auſſi, de laquelle eſtant oſtée A L, reſtera A B cogneuë. Et eſt à notter que ſi on faict le grand baſton double du moindre, qu'il ne ſera beſoing d'appoſer l'œil en D, ny en H, pour trouuer les poincts G & L, pource qu'alors leſdits poincts ſont touſiours autant eſloignez du petit baſton qu'eſt la diſtance d'entre les deux: Car les triangles, rectangles A D G, F E G, eſtans équiangles, comme G A ſera à A D, ainſi G F ſera à F E par la 4. p. 6. & en permutant G A ſera à G F comme A D eſt à F E. Mais A D eſt double de F E: donc G A eſt auſſi double de G F; & partant G F & F A ſont égales. Quand donc cy apres nous-nous ſeruirons de deux baſtons inegaux, nous entendõs touſiours que l'vn ſoit double de l'autre,



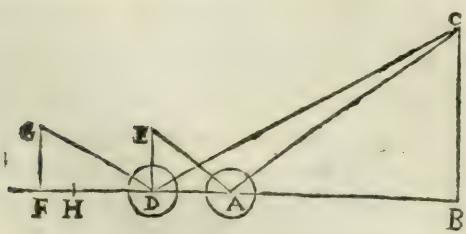
combien qu'il n'importe qu'ils feuſſent autrement, ſinon que pour rendre l'operation plus prompte & facile.

9. Autrement, Soit derechef propoſé à meſurer ladite diſtance A B, ayant à ſon extremité B la haulteur B C eſleuée perpendiculairemẽt ſur la plaine. Il faut ſur A B (ou ſur ſon prolonguement en arriere) prendre A D de telle meſure qu'on voudra, & ſoit pour exemple de 6. pieds; puis ayant planté aux poincts A & D deux baſtons ou picquets, attachez-y deux cordes de telle longueur & meſure que vous voudrez; mais les prenant égales, l'operation en ſera plus prompte: Ie les prends donc icy chaſcune de 9 pieds; & joignant les deux autres bouts enſemble, ie les tire iuſques à ce qu'elles ſoient toutes eſtenduës, & forment le triangle Iſoſcelle A D E: & ayant planté vn baſton en E, prenez la moitié, tiers, ou quart, &c. de chaſque coſté égaux; & ſoient E F, E G le tiers de chaſcun deſdits coſtez: & ayant planté vn picquet à chaſques poincts F & G, faictes aller vn homme directement ſelon F G, iuſques à ce qu'il rencontre E B en H: Ce faict, meſurez F H, (ayant pris A D ſur A B, car ſi c'eſtoit ſur ſon prolongement, il faudroit ſeulement meſurer G H) & poſons quelle ſoit de 10. pieds, le triple d'icelle F H ſera donc 30. pieds, & autant ſera la longueur de la diſtance A B, puiſque nous auons pris E F le tiers de E A, car telle partie que E F ſera de E A, auſſi F H le ſera de A B: & ce d'autant que les triangles E A B, E F H ſont équiangles; & partant comme E A eſt à A B, ainſi E F eſt à F H: & en permutant comme E A ſera à E F, ainſi A B ſera à F H. Mais E A eſt le triple de E F: donc auſſi A B ſera le triple de F H.



10. On peut encore meſurer la meſme diſtance A B auec vne équairre ou ſaulterelle, diſpoſant l'vne des branches ſelon A B, & l'autre ſelon A E: & eſtant venu en F, & diſposé l'vne des iambes ſelon F E (la ſaulterelle eſtant ouuerte cõme en A, qu'vn homme aille ſelon l'autre branche iuſques à ce qu'il rencontre E B en H: Tout le reſte ſoit faict & entendu comme deſſus.

11. La meſme diſtance A B peut encore eſtre meſurée auec vn miroir plain ainſi qu'il enſuit. Ayant poſé le centre d'vn miroir plain à l'extremité A, reculez-vous directement iuſques à ce que vous puiſſiez voir audit miroir le ſommet de la haulteur eſleuée B C, & ſoit iuſques en D, diſtant de A par 15. pieds, duquel lieu le meſureur (l'œil d'iceluy eſtant de la haulteur de D E) voye par le rayon reflechy E A C le ſommet C: en apres ſoit apporté le miroir de A en D, puis reculez-vous derechef iuſques à ce qu'eſtant paruenu en F, on voye par le rayon reflechy G D C le ſommet C: & ſuppoſons que la diſtance F D



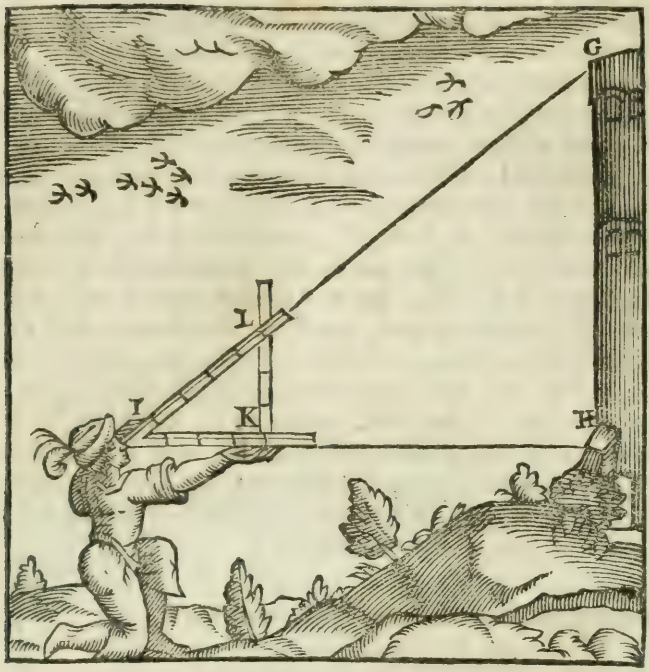
ſoit 20. pieds : icelle diſtance ſoit miſe au dernier terme d'vne regle de trois, au ſecond la diſtance D A, & au troiſieſme terme la difference d'entre F D & D A : ladite reigle eſtant faite, viendront 60. deſquels oſtez la diſtance D A, & reſteront 45. pieds pour la diſtance A B propoſée à meſurer. Car d'autant que par la 1. p. de la Catopt. d'Eucl. les angles d'incidence DAE, FDG, ſont égaux aux angles de reflexion BAC, BDA, chaſcun au ſien, les triãgles rectangles ACB, AEB, & DCB, DGF, ſont équiangles, & partant par la 4. p. 6. comme D F eſt à F G, ainſi D B eſt à B C ; & A D à D E, comme A B à B C. Mais par la 8. p. 5. il y a plus grande raiſon de D B à B C, que de A B à la meſme B C : Il y aura donc auſſi plus grande raiſon de D F à F G, que de A D à D E, égale à icelle F G : & partant par la 10. p. 5. D F ſera plus grande que D A : Parquoy de D F on pourra retrancher vne partie égale à D A, & ſoit D H. Et puiſque par la 4. p. 6. comme D E eſt à D A, ainſi B C eſt à A B : en permutant D E, ſera à B C, comme D A à A B : pour meſme raiſon F G ſera à B C, comme F D à D B. Mais F G & D E ſont égales : & partant par la 7. p. 5. comme D E ſera à B C, ainſi ſera F G à la meſme B C : Et par la 11. p. 5. comme la toute F D eſt à la toute D B, ainſi D A, ou la retranchée D H, eſt à la retranchée A B : donc le reſte F H ſera au reſte D A, comme la toute F D eſt à la toute D B par la 19. p. 5.

Par quel moyen ſont meſurées les haulteurs perpendiculaires.

CHAP. III.

POur meſurer vne haulteur perpendiculaire comme de la tour G H, laquelle on pourra approcher par le bas, regarde combien de pieds ſont depuis ton œil, ou le lieu de ta ſtation I, iuſques à ladite tour H : & poſons qu'il y ait 24. pieds, mets & colloque l'inſtrument en ſorte que la baſe K L ſoit perpendiculaire, pour eſtre parallele à G H : & auſſi que la theſe ſoit tirée de façon que depuis I, iuſques à K, ne ſoyent que 24. degrez ou petites meſures : laquelle reigle I K tu dreſſeras neantmoins droicte vers le poinct H, ou quelque autre lieu que tu auras remarqué contre icelle tour pour eſtre au plus pres du niueau. Ce faict, hauſſe la mobile I L iuſques à ce que par ſes pinulles tu découure le ſommet G : lors ſera formé le grand triangle I H G, & le petit I K L, leſquels ſeront equiangles & proportionnaux l'vn à l'autre, *par les prealeguées*, d'autant que L K eſt parallele à G H.

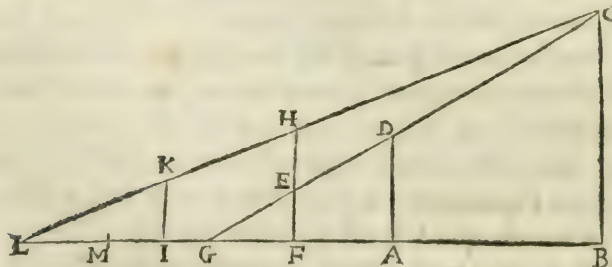
Si donc ie trouue L K contenir 18. petites meſures, deſquelles I K en contient 24. ie concluray que G H contiendra 18. pieds ou autres ſemblables meſures, deſquelles I H en contiendra 24. Car telle raiſon que L K a à I K, telle & ſemblable a G H à I H. Et pour ſçauoir la



longueur & distance I G, regarde cõbien de degrez ou petites mesures a la ligne depuis I, iusques au poinct qu'elle coupe la base L : car autant de pieds aura toute la ligne IG.

Que si on ne pouuoit approcher de la tour pour mesurer la ligne IH, tu chercheras icelle longueur ainsi qu'il a esté enseigné au chapitre precedent.

1. On peut aussi mesurer ladicte haulteur auec deux bastons inegaux : comme pour exemple, estant proposé à mesurer la haulteur BC, laquelle est accessible par le pied B, esloignez-vous d'icelle haulteur tant qu'il vous plaira, contant & mesurant la distance par laquelle vous-vous esloignez, comme iusques en A, que nous posons estre distant de BC par 20. pieds, & là soit fiché perpendicul. à la plaine horisontalle vn baston ou picquet AD de certaine mesure, & posons qu'il soit de 4. pieds ; puis ayant vn autre baston EF, qui soit moytié de AD, reculez-vous directement, iusques à ce que plantant ledit baston EF aussi perpendiculairement à la plaine, vous puissiez voir le sommet C de la haulteur proposée, par les sommitez desdicts deux bastons, lequel reculemẽt soit iusques en F, qui est distant de A par 12. pieds : Ce fait, posez au premier terme d'vne regle de trois le double de FA, c'est

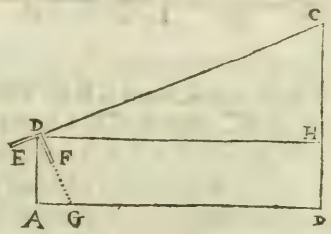


à dire GA, qui sera 24. pieds, au second terme le baston AD, sçauoir est 4. pieds, & au troisiesme terme, la distance AB ioincte auec le double de FA, c'est à dire SB, qui sera 44. pieds, & la regle estant faite viendrõt 7. pieds $\frac{1}{3}$ pour la haulteur BC proposée à mesurer : & ce d'aultant qu'és triangles équiangles

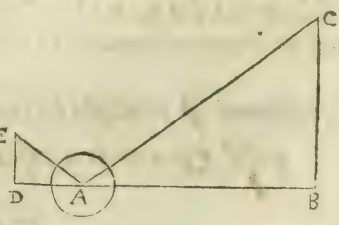
GBC, GAD, comme GA eſt à AD, ainſi GB eſt à BC, comme il a eſté plus au long demonſtré au nombre 8. du chap. precedent.

2. On obtiendroit auſſi la meſure de ladite haulteur auec vn ſeul baſton AD, ſi ayant planté ledit baſton, on recule d'iceluy iuſques à ce que l'œil eſtant abbaiſſé en terre, on voye le ſommet C de la haulteur propoſée BC: Ce qu'aduiendra l'œil eſtant en G, & lors meſure l'interualle compris entre ton œil G & le pied du baſton AD, par les meſmes meſures dont ledict baſton aura eſté meſuré: cela faict, pourſuiuez comme deſſus, & vous aurez la regle de trois eſtant faicte, ladicte haulteur propoſée à meſurer, pour-ce que comme GA eſt à AD, ainſi GB eſt à BC.

3. On peut encore meſurer ladicte haulteur BC auec vne équairre: & pour ce faire, plantez en angle droict le baſton AD, & à la ſommité d'iceluy appliquez l'angle droict de l'equaire EDF, en ſorte que vous puiſſiez voir le long de la bräche ED, le ſommet de la haulteur C, & par l'autre branche DF, remarquez en la plaine le poinct G: Ce faict, meſurez AG & AB en meſmes meſures que AD; puis faictes vne regle de trois, au premier terme de laquelle mettez ledict baſton AD, au ſecõd AG, & au troiſieſme AB: la regle eſtant faite, ſi vous adiouſtez au produict la haulteur du baſton AD, vous aurez toute ladite haulteur propoſée BC. Car ayant tiré DH parallele à AB, le quadrilaterre ADHB ſera perallelogramme rectangle; & partant AB, DH: & AD, HB ſeront égaux par la 34.p.1. Et puiſque les angles de A & H ſont droicts, & l'angle GDH commun aux deux droicts ADH, CDG, eſtant oſté les reſtans ADG, CDH ſeront égaux, & partant les triangles rectangles ADG, DHC ſont équiangles: Parquoy comme AD ſera à AG, ainſi DH ou AB ſera à HC par la 4.p.6.

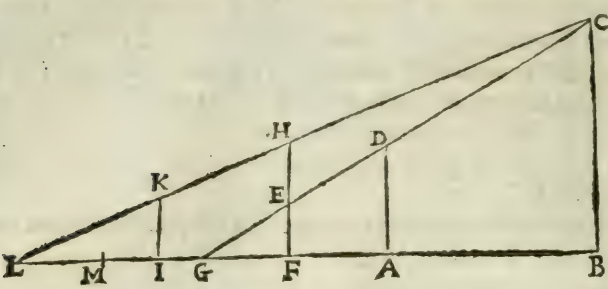


4. Ladicte haulteur BC peut encore eſtre meſurée auec vn miroir plain, & pour ce faire eſloignez-vous de ladite haulteur iuſques en A, auquel lieu vous poſerez le centre dudit miroir: & ſuppoſons qu'il ſoit eſloigné de B par 45. pieds, puis vous-vous reculerez directement iuſques à ce que vous puiſſiez voir audit miroir le ſommet de la haulteur propoſée C, & ſoit iuſques en D, diſtant de A par 12. pieds, duquel lieu le meſureur (eſtant de la haulteur de DE qui ſoit 4. pieds) voye par le rayon reflechy EAC le ſommet C: Ce fait, mettez au premier terme d'vne regle de trois la diſtance DA, au ſecõd la haulteur du meſureur DE, & au troiſieſme la diſtance AB, & viendra 15. pour la haulteur propoſe à meſurer BC. Car d'autant que les angles B & D ſont droicts, & l'angle d'incidence DAE égal à l'angle de reflexion BAC, les triangles ACB, AED, ſont equiangles, & partant par la 4.p.6. comme AD à DE, ainſi AB à BC.



5. Mais ſi on ne pouuoit approcher de ladite haulteur BC pour meſurer

combien on en eſt eſloigné, ſoient faites les deux ſtations en A & F, comme il a eſté dit au nombre huictieſme de l'annotation du ch. precedent, & ayant meſuré les diſtances LG, LF & GA, par la meſme meſure dont on aura meſuré le baſton AD, ſoit mis au premier terme d'vne regle de trois LM, difference d'entre FL & AG, au ſecond terme LG, & au troiſieſme le baſton FH; & la regle eſtant faicte, on aura la haulteur BC propoſée à meſurer.



Car d'autant que par la 4.p.6. LF eſt à FH, cõme LB eſt à BC: Item, que cõme GA eſt a AD, ainſi GB eſt à BC: Et que par la 8.p.5. il y a plus grande raiſon de LB à BC, que de GB à la meſme BC, il y aura auſſi plus grande raiſon de LF à FH, que de GA à AD égal à iceluy FH. Donc LF ſera plus grande que GA par la 10. p.5. & partant de FL on pourra retrancher FM égale à GA. Maintenant puiſque par la 4.p.6. comme LF eſt à FH, ainſi LB eſt à BC, en permutant comme la toute LF ſera à la toute LB, ainſi FH ſera à BC. Par meſme raiſon GA, ou la retrãchée FM, ſera à la retranchée GB, comme AD à BC, c'eſt à dire comme FH à BC. Donc auſſi le reſte LM ſera au reſte LG, comme la toute LF à la toute LB par la 19. p. 5. Mais il a eſté demonſtré que comme LF eſt à LB, ainſi FH eſt à BC: donc auſſi comme LM ſera à LG, ainſi FH ſera à BC.

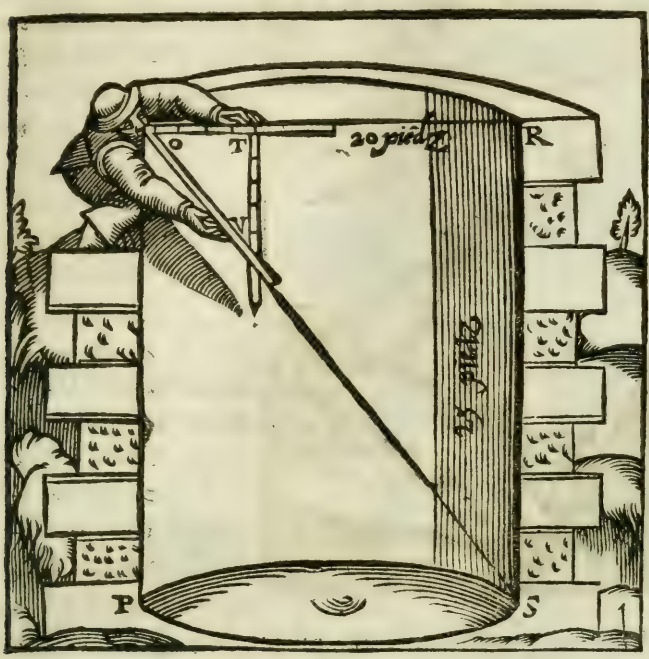
6. La meſme haulteur BC peut auſſi eſtre meſurée auec vn miroir plain, procedant auec iceluy tout ainſi qu'au nombre 11. de l'ann. du ch. precedent, ſçauoir-eſt poſant le centre dudit miroir és poincts G, A & D, (voyez la derniere figure de la page 26.) & s'eſloignant d'iceluy iuſques à ce que l'œil du meſureur eſtant colloquéen E & G, apperçoiue audit miroir le ſommet C: Quoy faict, poſez au premier terme d'vne regle de trois la difference de AD à DF, au ſecond AD, & au troiſieſme la haulteur DE, & la regle faite on aura la haulteur propoſée BC. Car il a eſté demonſtré cy-deuant que comme DE eſt à BC, ainſi DA a AB, & FD a DB: & auſſi que comme FD eſt à DB, ainſi FH eſt à DA: Parquoy comme FH eſt à DA, ainſi DE eſt à BC par la 11.p.5.

Comment eſt trouuée la longueur des lignes de la profondité des puiz & autres choſes abbaiſſées perpendiculairement.

CHAP. IV.

PAr la meſme facilité ſont meſurées les profondeurs perpendiculaires, comme RS: Car ſoit la largeur du puiz OR, congneuë de 20. pieds, ie poſe & mets l'inſtrument en ſorte que la baſe TV eſt à

plomb & parallele à RS, & de façon que OT, contienne 20. petites meſures (eſtant la regle OT directement ſur OR,) apres faut incliner la regle mobile OV, iuſques à ce que par ſes pinulles on puiſſe voir le fond S: alors ie regarde le lieu où elle coupe la baſe (ſçauoir V;) car autãt de petites meſures que contiendra TV, autant de pieds aura RS ou OP. Cõme pour plus ampleint elligence, ſi OT contient 20. meſures, & TV 25. il eſt certain que OR eſtant de 20. pieds, RS ſera de 25. auſſi la ligne OS ſera d'autant de pieds, comme OV contiendra de petites meſures.



Comment ſont meſurées toutes lignes droictes panchantes au long de quelque montagne ou autrement.

CHAP. V.

SOit la ligne panchante à meſurer AG, l'extremité de laquelle A ſoit acceſſible. Tire la ligne de coſté AO, & la meſure, laquelle pour exemple contienne 60. toiſes, apres mets l'inſtrument au point O, en ſorte que la baſe CD, auec la theſe OC, comprennent vn angle égal à GAO, & que la theſe OC, ſoit directement ſur la ligne droicte OA. Ce faict, tu dois mouuoir la regle mobile OD, iuſques à ce que au long d'icelle & directement tu voyes le poinct G, comme ODG: alors icelle regle mobile couppant la baſe CD, fera cognoiſtre la diſtance AG: car en ce petit triangle ODC, équiangle & ſemblable au grand

OGA, la ligne DC, parallele à GA couppe les coſtez OG, & OA proportionnellement, *par la 2. du 6.* & par conſequẽt rend le petit triangle ODC équiangle & ſemblable au grand OGA, *par la 4. du 6.* Si donc nous trouuons au petit triangle ODC, que la ligne DC contienne 100. meſures, deſquelles OC en contiendra 60. il eſt certain que GA contiendra 100. toiſes, eſtant AO de 60 toiſes: Et ſi la ligne OD contient 120. meſures, deſquelles DC en contient 100. & CO 60, il eſt auſſi manifeſte que toute la diſtance OG contiendra 120. toiſes, *par les prealeguées.*

Par quel moyen ſont meſurées toutes lignes droictes, tant orthogonelles, que perpendiculaires.

CHAP. VI.

SI vne ligne droicte eſt propoſée à meſurer, comme HL, de laquelle partie ſoit eſleuée orthogonellement par deſſus le niueau de ton œil O, en partie abbaiſſée perpendiculairement au deſſous: cherchez *par le chapitre precedent* la longueur de la ligne OH, laquelle pour exemple ſoit de 12. perches de longueur. Apres faits pendre perpendiculairement la baſe, en ſorte qu'elle ſoit diſtante du poinct O, de 12. petites meſures. Ce faict, hauſſe ou abbaiſſe la regle mobile OC, iuſques à ce que droitement au long d'icelle tu voyes le poinct L: alors regarde combien de petites meſures contient la ligne IC, deſquelles

uelles IO en contient 12 : car autant contiendra de perches la ligne HL, desquelles HO en contiendra 12. Et par exemple soit OI de 12. petites mesures, & IC de 11. Il est certain que HL sera de 11. perches de haulteur, *par les demonstrations precedentes.* Que si tu voulois seulement mesurer depuis le poinct D, iusques à H, regarde où le ray de ton œil OD coupe la base IC, sçauoir en N : car telle raison que IN

a en IO, telle & semblable a la ligne H D, à la ligne H O, *comme il a esté monstré.* Si donc I N contient en longueur 3. petites mesures, desquelles IO en contient 12, il restera manifeste que HO estant de 12. perches, la ligne HD sera de trois perches. Et si nous trouuons OC faire 13. petites mesures, nous serons asseurez que toute la ligne droicte OL sera de 13. perches de longueur, *ce qu'il falloit demonstrer.*

Par quel moyen sont mesurées toutes lignes droites inaccessibles, estenduës en quelque inclination que ce soit.

CHAP. VII.

POur mesurer quelconque ligne inaccessible en quelque inclination qu'elle puisse estre, comme AB, cherches *par le premier chapitre* les distances du lieu C où tu seras, iusques à chascune extremité d'icelle ligne, comme CA, CB : & posons CA estre de 18. toises, & CB 30. mets les deux regles de l'instrument en sorte que du poinct

C, vne chaſcune reſponde directement aux extremitez de la ligne à meſurer, comme CDA, CEB. Apres retire ou auance tellemẽt la baſe DE, que depuis C, iuſques à D, ſoyent 18. parcelles, & depuis C, iuſques à E (où la baſe entrecouppera la mobile) 30. autres parcelles. Ce faict, regarde combien de parcelles contiendra DE, car d'autant de toiſes ſera la ligne propoſée AB. La raiſon eſt d'autant que CD, & CE, eſtant proportionnelles à CA, & CB, la ligne droicte DE ſera parallele à AB, *par la ſeconde partie de la 2. du 6.* & ainſi le petit triangle CDE, ſera équiangle & proportionnel au grand CAB, *par la 4. du 6.* Si donc DE eſt de 23. petites meſures, AB ſera de 23. toiſes.

Ceſte ſeule demonſtration ſuffit pour cognoiſtre comment il faudra meſurer toutes lignes droites inacceſſibles, eſleuées ſur quelque montaigne, ou autrement inclinées comme on voudra: Car les deux regles de l'inſtrument eſtant dreſſées directement aux extremitez de la ligne propoſée, feront auec icelle vn grand triangle: & lors ſi les deux coſtez ſont cogneus *par le premier chapitre de ce liure*, il ſera facile de former le petit triangle, qui donnera incontinent cognoiſſance du grand, *ce qu'il falloit demonſtrer.*

Fin du premier Liure.

A

MONSEIGNEVR LE DVC DE BVILLON, PRINCE

souuerain de Sedan, Iametz, Raucourt, Vicomte de Turaine, &c. Mareschal de France.

MONSEIGNEVR,

Vous ayant par cy-deuant faict voir quelque eschantillon de ce traicté, qui n'estoit encor que demy esbauché, & maintenant luy ayant donné sa derniere main, i'ay estimé estre de mon deuoir vous presenter ce second Liure de la mesure des superficies planes ; Esperant qu'il vous sera aggreable, à cause de son subiect ; & le receurez volontiers de celuy sur lequel vous auez toute puissance, & qui demeurera à iamais

DE VOSTRE GRANDEVR

Tres-humble & tres-obeïssant seruiteur I. ERRARD.

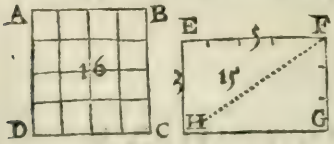
LE SECOND LIVRE DE LA MESVRE DES SVPERFICIES PLANES.

Comment ſont meſurez les parallelogrammes rectangles.

CHAPITRE PREMIER.

COMBIEN qu'entre les ſuperficies rectilignes, les triangles, ſelon l'ordre de nature, ſoient les premiers, comme eſtant les plus ſimples, toutesfois pour le regard des meſures & dimentions des ſuperficies, on a accouſtumé de commencer par les quarrez & parallelogrammes rectangles, d'autant que d'iceux meſme dépend la meſure des ſuperficies triangulaires, leſquelles ne peuuent eſtre cogneuës ny meſurées, que premierement elles ne ſoient reduictes en parallelogrammes rectangles, comme tous corps en rectangle ſolide.

De tout parallelogramme rectangle, l'vn des coſtez eſtant multiplié par l'autre, produict le contenu de l'aire d'iceluy parallelogramme.



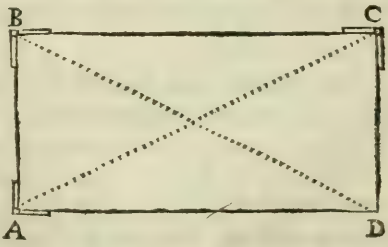
Soit premierement pour exemple le quarré ABCD à meſurer, duquel vn chaſcun coſté ſoit de 4. pieds de longueur, il conuient multiplier l'vn des coſtez par l'autre, ſçauoir 4. par 4. & le produict 16. ſera le contenu du quarré *ſuyuant la 13. diffinition du 7. liure d'Euclide.*

Si le parallelogrãme rectangle EFGH, a l'vn des coſtez de 3. pieds, & l'autre de 5. il faut multiplier 3. par 5. & le produict 15. ſera le contenu du parallelogramme : C'eſt à dire que vn pied quarré ſera contenu 15. fois en iceluy rectangle. Et cecy eſt ſuffiſant pour faire entendre comment l'on doit meſurer par toiſes, braſſes, aulnes & autres

meſures, d'autant qu'en ceſte demonſtration on peut au lieu de pied quarré, preſuppoſer vne aulne quarrée, vne toiſe quarrée, ou quelque autre meſure de laquelle on voudra meſurer la ſuperficie propoſée.

Pareillement ſi l'vn des coſtez dudit rectangle EFGH eſtoit de 4. pieds, & l'autre de $7\frac{1}{2}$: multipliant $7\frac{1}{2}$, par 4. le produit 30. ſeroit le contenu dudit paralelogramme. Ainſi auſſi l'vn des coſtez eſtant $5\frac{1}{3}$, & l'autre $8\frac{1}{2}$, multipliant $8\frac{1}{2}$ par $5\frac{1}{3}$ viendront $45\frac{2}{6}$ pour le contenu dudit parallelogramme.

Or pour appliquer ces choſes à l'vſage & pratique ordinaire, nous dirons que quelqu'vn voyant vne piece de terre ou autre ſuperficie plane de forme quadrilaterre, dont il deſire cognoiſtre l'aire ou contenu, il doit recognoiſtre ſi elle eſt rectãgulaire, & pour ce faire doit auoir quelque inſtrument Geometrique, par le moyen duquel il puiſſe obſeruer ledit angle, & s'il me croiſt, qu'il choiſiſſe entre tous les inſtrumens vn demy cercle, ou cercle entier, bien & exactement diuiſé en 360. degrez, au centre duquel ſoit vne alidade garnie de deux pinulles, ou bien vn compas de proportion auſſi garny de pinulles, & d'vn pied ou baſton pour le ſouſtenir ferme en tel lieu, & inclinations qu'on voudra: d'iceluy nous-nous ſeruirons en toutes les operations qu'il ſera neceſſaire de faire cy apres. Voulant donc meſurer vne ſuperficie quadrilaterre ABCD, ie poſe mon Compas ſur ſon pied à l'angle A, & le diſpoſe en ſorte que les deux iambes d'iceluy s'accordent ſur les lignes AB, AD: quoy fait, ie regarde de combien de degrez il eſt ouuert, & trouuant qu'il l'eſt de 90. deg. ie va à l'angle B, meſurant y allant le coſté AB, auquel poinct B ie diſpoſe auſſi mon Compas ſur ſon pied, en ſorte que les iambes d'iceluy s'accordent ſur les coſtez BA, BC, puis ie regarde quelle eſt ſon ouuerture; & trouuant que ladicte ouuerture eſt auſſi l'angle droict, ie va encore à l'angle C, meſurant y allant la longueur du coſté BC, & ayant diſpoſé le Compas audit lieu C, & trouué que ledit angle C eſt encore droict, ie concluds que la piece ou ſuperficie quadrangulaire ABCD eſt rectangulaire. Car puiſque par le ſcholie de la 32. p. 1. les quatre angles de tout quadrilaterre ſont eſgaux à quatre angles droicts, les trois A, B, C, eſtans droicts, il s'enſuit que le quatrieſme D eſt auſſi droict. Parquoy multipliant comme dict eſt le coſté AB, par le coſté BC, ſera produict l'aire ou ſurfaſſe dudit quadrilaterre ABCD propoſé à meſurer.

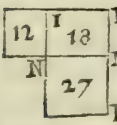


Que ſi ayant obſerué les deux angles droicts A & B, & meſuré le coſté AB, on ne pouuoit aller à l'vn ny à l'autre des deux autres angles C & D: il faudroit auſſi obſeruer l'angle BAC, poſant l'vne des iambes du Compas ſur AB, & ouurir l'autre iuſques à ce qu'on voye par les pinulles d'icelle le poinct C: puis le Compas demeurant ainſi ouuert, tranſportez-le en B, & l'y diſpoſez en ſorte que l'vne des iambes s'accorde ſelon BA, quoy faiſant ſi le

rayon visuel passant par les pinulles de l'autre iambe va rencontrer le poinct D, ledit quadrilaterre sera rectangle, & le costé BC sera trouué comme il est enseigné à la 2.p. des triangles rectilignes de Henrion, lequel estant cogneu, on trouuera faire comme dit est cy-dessus.

Que si on cognoist que les costez opposez soient esgaux, ou parallels, ce sera assez d'obseruer l'vn des angles: Car s'il est trouué droict, le quadrilaterre sera rectangle comme dict est sur la 1. deff. 2.

Que si les costez d'vn rectangle estoient lignes incommensurables ou indicibles, ne se pouuant exprimer precisément par aucun nombre, alors



Le quarré de l'vn des costez du rectangle multiplié par le quarré de l'autre costé, produict vn nombre, duquel la racine quarrée est le contenu du rectangle proposé.

Comme soit le rectangle ILMN, duquel le costé IN, soit la racine de 12. & le costé MN la racine de 27. D'autant que *par la 1. du 6.* le quarré NP a telle raison au rectangle MI, que la ligne PM a à la ligne ML, (car ils sont en mesme hauteur,) & que le rectangle MI, a la mesme raison au quarré NO: il est éuident que le rectangle MI, est moyen proportionnel entre les deux quarrez. Si donc 12. est multiplié par 27, il en prouiendra 324, desquels la racine quarrée 18. (moyenne entre 12. & 27.) sera le contenu du rectangle MI.

Cecy est tiré de la premiere partie du lemme de la 54.p. 10. d'Eucl. où est demonstré que *si vne ligne droicte est couppée comme on voudra, le rectangle contenu soubs les parties est moyen proportionnel entre les quarrez d'icelles parties.* Ce que nous demonstrerons encore icy en nombres, posant la proposition en ces termes: *Deux nombres se multipliant entr'eux, produisent vn nombre moyen proportionnel entre les quarrez d'iceux.* Car soient deux nombres A & B: de A en B soit faict C, & de A en soy soit fait le quarré D, mais de B en soy le quarré E: ie dis que C est moyen proportionnel entre D & E. Car puis-

A. 4. B. 5.

que A multipliant B & A a produict C & D; par la 17. p. 7. C sera à D, comme B à A. Semblable-

D. 16. C. 20. E. 25.

ment pour ce que B multipliant B & A, a faict E & C: E sera aussi à C, comme B à A. Donc E, C, D sont continuellement proportionnaux. Et de ce est manifeste ce que dit icy nostre autheur: car puisque C est moyen prop. entre les quarrez, iceux se multipliant entr'eux, produiront le quarré de C par la 20.p.7.

Si donc vn costé IN estoit 6, & l'autre costé NM $\sqrt{50}$. multipliant lesdits costez entr'eux viendroit $\sqrt{1800}$. pour le contenu dudict rectangle MI. Mais si l'vn des costez estoit $\sqrt{8}$, & l'autre $\sqrt{18}$, le contenu dudit parallelogramme seroit 12.

COROLLAIRE I.

De là eſt manifeſte, que le contenu eſtant donné auec l'vn des coſtez, il ſera aiſé trouuer l'autre.

Car en diuiſant tout le contenu par le coſté cogneu, le quotient ſera le coſté deſiré: Comme 15 diuiſé par 5, ſe trouuera pour le quotient 3, qui eſt le coſté cherché, ou 15 diuiſé par 3, ſe trouuera 5 pour l'autre coſté. Ou bien ſi le coſté NM, eſt donné, & le contenu 18. il eſt certain que le troiſieſme nombre proportionnel 12 (qu'eſt facile à trouuer) aura pour racine l'autre coſté IN.

Pareillement ſi le coſté IN eſtoit 6. & le contenu du parallelog. rectangle NL √1800, diuiſant √1800 par 6. c'eſt à dire par √36, on trouuera √50. pour l'autre coſté NM. Ainſi auſſi ledit coſté IN eſtant √8, & le contenu dudit rectangle IM 12, ſi on diuiſe 12, ou √144 par √8, on trouuera pour l'autre coſté NM √18.

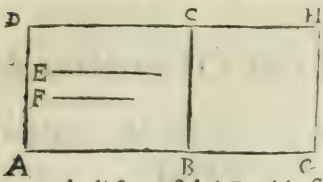
COROLLAIRE II.

Comme auſsi le contenu eſtant donné auec la raiſon des coſtez, ſe trouuera la longueur d'vn chaſcun coſté.

Comme en la 1. figure de ce liure, entre le quarré de EH, (qui eſt 9.) & le quarré de EF (25) le moyen proportionnel eſt 15, pour le contenu du rectangle EG, *par la 18. du* 8. Or la raiſon de l'vn des coſtez à l'autre ſoit comme 3 à 5. faut donc diuiſer tout le contenu 15 par 5, & en prendre les trois cinquieſmes pour le quarré de l'vn des coſtez qui contiendra 9. duquel la racine quarrée ſera 3, pour la longueur du coſté EH. Apres faut encore diuiſer 15 par 3, & adjouſter encore deux tiers, qui feront en tout 25 pour le quarré de l'autre coſté EF, duquel la racine quarrée 5 ſera la iuſte longueur de EF.

Ou bien, ſi ayant multiplié le contenu par l'vn des termes de la raiſon donnée, on diuiſe le produit par l'autre terme, viendra le nombre quarré du coſté homologue au terme, par lequel on aura multiplié; & partant tirant la racine quarrée d'iceluy nombre, viendra ledit coſté: Et ce d'autant que *comme vn terme de la raiſon donnée eſt à l'autre, ainſi le rectangle donné eſt au quarré du coſté homologue au ſecond terme*; ce que nous demonſtrerons ainſi. Soit cogneu le rectangle ABCD, duquel les coſtez AB, & BC, qui comprennent l'angle droict B, ſoient entr'eux comme E à F; ie dis que comme E eſt à F, ainſi eſt le rectangle AC au quarré de BC. Car ayant conſtruit ſur icelle BC le quarré BGHC, par la 1. p. 6. le rectangle AC ſera au quarré BH, comme AB à BG, c'eſt à dire, comme AB à BC, ou E à F par la 11. p. 5. Parquoy

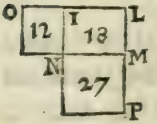
le rectangle AC estãt 192. & la raison des costez AB, BC, comme 4 à 3, faisant que comme 4 est à 3, ainsi 192 soit a vn quatriesme proportion. 144, iceluy sera le quarré BH, & la racine quarrée 12 sera pour le costé BC, & partant l'autre costé AB sera trouué de 16, comme il est enseigné au precedent Corol. ou bien faisant que comme 3 est à 4. ainsi 192 soit à vn quatriesme prop. 1256, dont la racine quarrée sera pareillement 16, pour ledict costé AB. Ainsi aussi le rectangle cogneu estant 12. & la raison des costez comme 3 à 2, le quatriesme nombre proport. sera 8, & la racine quarrée d'iceluy √8. & tel sera le moindre costé, par lequel le rectangle 12. estant diuisé, viendra √18, pour le plus grand costé. Or il y a encore vne autre maniere de ce faire, au dernier chap. de l'Arithmetique de Henrion, laquelle nous ne rapporterons icy, mais bien vne operation Algebraique, dont il y en ya vn exemple en son Algebre question 15. Vn rectangle AC estant 180, & la raison des costez AB, BC, comme 5 à 4 : pour trouuer lesdicts costez ie pose que AB soit 5ℛ, & partant BC 4ℛ: AC seroit donc 20 q. qui seront esgaux au contenu donné 180 : ie diuise donc 180. par 20, & viennent 9 pour la valeur de 1 q, & partant 1ℛ vaudra 3 : Le costé AB qui a esté posé de 5ℛ sera donc 15, & BC 12.



COROLLAIRE III.

La diagonalle d'vn parallelogramme rectangle peut estre trouuée, les deux costez estans donnez.

Car il a esté dit és deffinitions, que la diagonale d'vn parallelogramme rectangle, le couppe en deux triangles rectangles, & égaux entre eux. *Et par la 47. du 1. d'Euclide,* le quarré du costé qui soustient l'angle droict du triangle rectangle, est égal aux quarrez des autres costez du mesme triangle. Si donc les quarrez de NM, & NI, contiennent ensemble 39, il est certain que la racine de ce nombre sourd 39. (qui est 6 & 3 trezieſmes) sera la longueur de la diagonalle MI.



Ce que dit icy nostre Autheur est facile, c'est pourquoy nous ne nous y arresterons, ains ioindront icy plusieurs belles propositions concernant les rectangles, lesquelles (comme i'estime) ne seront desagreables à plusieurs.

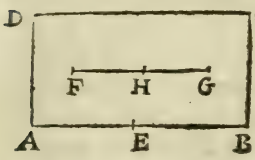
1. *La difference des costez d'vn rectangle estant cogneue, & aussi la somme d'iceux, on trouuera lesdicts costez.*

Car si de la moytié de la somme des costez, on oste la moytié de la difference, restera le moindre costé: mais si on l'adiouste, viendra le plus grand: ou bien si de toute la somme des costez, on oste la difference, & du reste on prend la moïtié, on aura le moindre costé, & si à iceluy on adiouste ladite diff. viendra le plus grand costé. Si donc la difference des costez est 4, & la somme d'iceux

d'iceux 20; ladicte difference 4 oſtée de la ſomme 20, reſtera 16, dont la moytié 8. ſera le moindre coſté; mais ladicte moytié 8 eſtant adiouttée à ladite difference 4, viendront 12 pour le plus grand coſté. Or combien que ceſte operation, comme auſſi les ſuiuantes, ſoient faciles, neantmoins nous adiouterons à chaſque propoſition vne operation Algebraïque numeralle, afin que les plus rudes & moins verſez eſdites operations Algebraïques ſe puiſſent tant plus exercer en icelles: & n'eſtoit que peu ſont verſez en l'Algebre ſpecieuſe du tres-docte Viette (des Zetetiques duquel nous auons pris quelques vnes de ſes propoſitions) nous euſſions auſſi rapporté icy ſa façon d'operer. Venons donc à l'operation Algebraïque de ceſte prop. Ie poſe 1℞ pour le moindre coſté; & partant le plus grand ſera 1℞+4, & la ſomme d'iceux 2℞+4, qui ſeront eſgaux à 20; & partant 2℞ ſeront egales à 16: Parquoy chaſque racine vaudra 8; & tel ſera le moindre coſté, & par conſequent le plus grand ſera 12 comme deuant.

2. *La difference des deux coſtez eſtant cogneuë, & la raiſon d'iceux, on cognoiſtra leſdicts coſtez.*

Car comme la difference des termes de la raiſon eſt à l'vn ou l'autre d'iceux, ainſi la difference des coſtez, eſt au coſté correſpondant; Et ce d'autant qu'au rectangle ABCD, dont AE eſt la difference des coſtez AB, & BC, leſquels ſont entr'eux comme FG à GH; comme FH (difference des termes de la raiſon donnée) eſt à HG, ou à FG, ainſi AE (difference des coſtez) eſt à EB,



(c'eſt à dire BC ſon égale) ou à AB, tant par la 17. p. 5. que ſcholie de la 18.

Si donc la difference des coſtez AB, BC eſt 8, & la raiſon d'iceux eſt comme 5 à 3: La difference des termes d'icelle raiſon eſt 2; partant comme 2 eſt au plus grand terme 5, ainſi 8 difference des coſtez, eſt au plus grand coſté AB, qui ſera trouué de 20: Mais faiſant que comme 2 eſt au moindre terme 3, ainſi 8 ſoit à vn 4e prop. viendra 12 pour le moindre coſté BC. Item ſi la difference des coſtez eſt 10, & qu'iceux ſoient entr'eux comme √27 à √3; faiſant que comme √12 (difference des termes de la raiſon) eſt à √27, ainſi 10 (difference des coſtez) ſoit à vn 4e prop. viendront √225, c'eſt à dire 15, pour le plus grand coſté, dont la difference eſtant oſtée, reſtera 5 pour le moindre coſté. Pareillement ſi la difference des coſtez eſt √72, & leur raiſon triple: ſoit poſé 1℞ pour le moindre coſté, & par conſequent l'autre ſera 3℞, puis qu'ils ſont en raiſon triple: Parquoy la difference eſtant iointe au moindre coſté, ſera 1℞+√72, qui ſera égal à 3℞, & par conſequent 2℞ ſeront égales à √72: La valeur de chaſque racine ſera donc √18, & tel ſera le moindre coſté, & partant l'autre ſera √162.

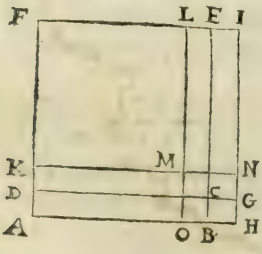
3. *La ſomme des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneuë, & la raiſon d'iceux, on peut cognoiſtre leſdits coſtez.*

Car comme la ſomme des termes de la raiſon, eſt auquel on voudra d'iceux, ainſi la ſomme des coſtez eſt au coſté correſpondant: Pource que les coſtez AB, BC du rectangle cy-deſſus eſtans entr'eux, comme FH eſt à HG; comme FG ſera à FH, ou à HG, ainſi ABC ſera à AB, ou à BC par la 18. p. 5. &

ſcholie d'icelle. Parquoy les coſtez d'vn rectangle, eſtans entr'eux comme 4 à 5, & la ſomme d'iceux 36, ſi on trouue vn 4e nombre prop. à 9, 4, 36, iceluy ſera 16, pour le moindre coſté, & partant l'autre ſera 20. Item ſi la ſomme des coſtez eſtoit $\sqrt{50}$, & la raiſon d'iceux comme 3 à 2; trouuant vn 4e nombre proportionnel à 5, 3, & $\sqrt{50}$; il ſera $\sqrt{18}$, pour la quantité du plus grand coſté, lequel eſtant ſouſtraict de $\sqrt{50}$, reſtera $\sqrt{8}$ pour l'autre coſté, qui ſera auſſi trouué, cherchant le 4e nombre prop. à 5, 2 & $\sqrt{50}$. Semblablement ſi la ſomme des coſtez eſtoit 21, & leur raiſon fut comme 4 à 3 : Soit poſé 4ℛ pour le plus grand coſté; partant le moindre ſera 3ℛ; & ces coſtez ioincts enſemble ſeront 7ℛ égales à 21 : parquoy chaſque racine ſera 3, & partant le plus grand coſté ſera 12, & l'autre 9.

4. *Le contenu d'vn rectangle eſtant cogneu, & l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy, on trouuera leſdits coſtez.*

Car ayant adjouſté le double du contenu dudit rectangle audit aggregé des quarrez, viendra le quarré de la ſomme des coſtez; mais l'oſtant, reſtera le quarré de la difference d'iceux coſtez; ce qui eſt manifeſte par la 8. p. 2. Et neantmoins à cauſe que de la demonſtration de ceſte prop. deſpend l'intelligence de pluſieurs autres, nous la demonſtrerõs ſommairement. Soit vn rectangle ABCD, ſur les coſtez duquel DC, BC ſoient deſcris, les deux quarrez DCEF & BCGH, & les coſtez FE, HG eſtans continuës iuſques à ce qu'ils ſe rencontrent en I, ſera accomply le quarré AFIH, lequel ſera égal aux deux rectangles AC, CI, & aux deux quarrez DE, BG enſemble par la 4. p. 2. Mais AH coſté d'iceluy quarré, eſt l'aggregé des coſtez du rectangle propoſé AC, & le rectangle CI eſt égal audit rectangle AC : Donc le double du rectangle propoſé AC, ioinct aux deux quarrez des coſtez d'iceluy rectangle, ſçauoir eſt à DE & BG, ſera égal à AI quarré de l'aggregé des coſtez AB, BC. Dauantage ſi de DF égale à AB, on prend DK égale à DA, le reſte KF ſera la difference des coſtez du rectãgle AC, ſur laquelle KF eſtant deſcrit le quarré KFLM, & continué les coſtez KM, LM, iuſques en N & D, il eſt éuident que le rectangle KC ſera égal au rectangle AC, comme auſſi le rectangle ME auec le quarré BG : & partant que deux fois le rectangle propoſé AC, eſtant oſté de l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy, reſtera KL quarré de la difference deſdits coſtez. On aura donc par ce moyen l'aggregé des coſtez, & auſſi leur difference, & partant chaſque coſté ſera trouué comme dit eſt cy-deſſus.



Si donc le contenu d'vn rectangle eſt 40, & l'aggregé des quarrez de ſes coſtez 89 : pour trouuer leſdits coſtez, i'adiouſte 80 (double du reſtangle) à l'aggregé des quarrez 89, & viennent 169, dont la racine quarrée 13, eſt la ſomme des coſtez : mais oſtant 80 de 89, reſte 9, dont la racine quarrée eſt 3, pour la difference deſdits coſtez, laquelle oſtée de l'aggregé d'iceux, reſte 10, dont la moitié 5 eſt pour le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8. Item ſi le contenu d'vn rectangle eſt 6, & l'aggregé des quarrez des coſtez 15, le double

dudit rectangle sera 12, qui adiouſtez à 15, seront 27, dont la racine quarrée $\sqrt{27}$, est l'aggregé des coſtez: mais oſtant 12 de 15, restent 3, dont la racine quarée $\sqrt{3}$ est la difference desdits coſtez, qui ſouſtraicte de l'aggregé $\sqrt{27}$, restent $\sqrt{12}$, dont la moitié $\sqrt{3}$ est le moindre coſté, & par conſequent l'autre coſté est $\sqrt{12}$. Pareillement le contenu d'vn rectangle ſoit 20, & la ſomme des quarrez des coſtez d'iceluy 41. Ie poſe 1R pour l'vn des coſtez, l'autre sera donc $\frac{20}{1R}$, & partant leurs quarrez seront 1q, & $\frac{400}{1q}$, qui adiouſtez enſemble feront $\frac{1qq+400}{1q.}$ qui sera égal à 41, laquelle equation sera reduitte par la multiplication croiſée à $1qq+400$, & $41q$, & oſtant 400 de part & d'autre, reſtera l'équation entre $1qq$, & $41q--400$; & partant il faut extraire la racine quarrée de quarrée de $41q--400$, dont nous mettrons icy l'operation tout au long pour l'inſtruction des plus rudes & moins verſez eſdites operations Algebraïques: Ie prends la moitié du nombre des quarrez, qui eſt $\frac{41}{2}$, dont le quarré eſt $\frac{1681}{4}$, duquel ie ſouſtrait le nombre 400, & reſtent $\frac{81}{4}$, dont la racine quarrée eſt $\frac{9}{2}$, à laquelle eſtant adjouſtée la ſuſdite moytié $\frac{41}{2}$, viendront 25, pour la valeur d'vn quarré, & partant la racine quarrée 5, ſera pour le plus grand coſté: Mais oſtant leſdites $\frac{9}{2}$ des ſuſdits $\frac{41}{2}$ reſteront 16, dont la racine quarrée 4, eſt pour le moindre coſté. Autrement, ſoit encore vn rectangle dont le contenu eſt 28, & l'aggregé des quarrez des coſtez d'iceluy 88. Poſant que l'vn des quarrez ſoit $1q$, l'autre ſera $88---1q$, entre leſquels 28 ſera moyen prop. comme nous auons cy-deuant demonſtré. Et ces quarrez eſtans multipliez entr'eux produiſent $88q---1qq$, qui ſera égal à 784 quarré du moyen prop. 28. par la 20. p. 7. Adjouſtant donc $1qq$ de part & d'autre, il y aura equation entre $1qq+784$, & $88q$, mais oſtant 784, l'equation ſera entre $1qq$. & $88q--784$: & partãt ſi on tire la racine quarrée du quarré de $88q--784$, ſuiuant les preceptes enſeignez au 10. ch. de l'Algebre de Henrion, & exemple cy-deſſus, on trouuera $\sqrt{1152}+44$ pour le quarré du plus grãd coſté, & $44--\sqrt{1152}$ pour celuy du moindre: tellemẽt que leſdits coſtez ſeront $\sqrt{(\sqrt{1152}+44)}$ & $\sqrt{(44---\sqrt{1152})}$.

5. Le contenu d'vn rectangle eſtant cogneu, & la difference des coſtez d'iceluy, on cognoiſtra leſdits coſtez.

Car le quarré de la difference des coſtez eſtant adjouſté au quadruple du rectangle, viendra le quarré de la ſomme des coſtez, comme il appert tant par la 8. p. 2. que demonſtration precedente: tellement que l'aggregé des coſtez, & auſſi la difference d'iceux, ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté, par la 1. p. cy-deſſus.

Si donc le contenu d'vn rectãgle eſt 40, & la difference des coſtez eſt 3, le quadruple dudit rectangle ſera 160, qui adjouſté à 9 quarré de la diff. viendront 169, dont la racine quarrée 13, eſt la ſomme des coſtez, de laquelle eſtant oſtée la differẽce 3, reſtent 10, dont la moitié 5, eſt le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8. Item ſi le contenu du rectangle eſt 20, & la difference des coſtez $\sqrt{18}$; le quadruple d'iceluy rectangle eſt 80, qui adiouſtez à 18 quarré de la difference, viendront 98, dont la racine quarrée $\sqrt{98}$ eſt l'aggregé des

costez, duquel la difference $\sqrt{18}$ estant ostée, restera $\sqrt{32}$, dont la moytié $\sqrt{8}$, sera pour le moindre costé, & partant l'autre sera $\sqrt{50}$. Soit encore vn rectangle contenãt 45, & la difference des costez 4: ie pose 1ℛ pour le moindre costé; l'autre sera dõc 1ℛ +4, & iceux costez multipliez entr'eux produisent 1q+4ℛ, qui seront égales au contenu donné 45; & ostant de part & d'autre les 4ℛ, l'equation sera entre 1q. & 45---4ℛ : prenant donc la racine quarrée de 45---4ℛ viendra 5 pour la valeur d'vne racine, & partant le moindre costé sera 5, & l'autre 9.

6. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & l'aggregé des costez, iceux costez seront trouuez.*

Car si du quarré de la moitié dudit aggregé on oste le rectangle, restera le quarré de la moitié de la difference des costez, comme on peut colliger de la 5.p.2. Ou bien si du quarré de la somme totale des costez, on oste le quadruple du rectangle, restera le quarré de ladite difference des costez, comme appert en la figure & demonstration de la 4.p. tellement que la somme des costez sera cogneuë, & aussi leur difference; & partant aussi chasque costé.

Le contenu d'vn rectangle soit donc 54, & l'aggregé des costez 15, le quadruple dudit rect. sera 216, qui ostez de 225 nombre quarré de l'aggregé, resteront 9, dont la racine quarrée 3, est la difference des costez, & partant iceux seront 6 & 9. Item soit vn rectangle 6, & la somme des costez $\sqrt{17}$, le quadruple d'iceluy rectangle sera 24, qui ostez de 27 quarré de l'aggregé des costez, resteront 3, dont la racine quarrée $\sqrt{3}$ est la difference desdits costez; & partant ils seront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Soit encore vn rectangle duquel laire est 8, & la somme des costez $\sqrt{40}$, le quadruple dudit rectangle sera 32, qui osté du quarré de l'aggregé 40, restent 8, dont la racine $\sqrt{8}$ est la difference des costez, & partant le moindre costé sera $\sqrt{10}$---$\sqrt{2}$ & l'autre $\sqrt{10}$+$\sqrt{2}$. Item le contenu d'vn rectangle estant 80, & l'aggregé des costez 20 : ie pose vn costé estre 1ℛ; & partant l'autre sera 20---1ℛ : ces costez multipliez entr'eux, produisent 20ℛ---1q, qui seront égales à laire donné 80 : Adjoustant donc 1q de part & d'autre, l'equation sera entre 1q+80 & 20ℛ; & ostant 80 de chasque costé, restera equation entre 1q, & 20 ---80 : prenant donc la racine quarrée de 20ℛ---80, viendra 10---$\sqrt{20}$ pour vn costé, & 10+$\sqrt{20}$ pour l'autre.

7. *Estant cogneuë la difference des costez d'vn rectangle, & l'aggregé de leurs quarrez, lesdits costez seront trouuez.*

Car si du double de l'aggregé des quarrez on oste le quarré de la difference des costez, restera le quarré de l'aggregé desdits costez, comme appert en la figure & demonstration de la 10. p. 2. tellement que la somme des costez sera cogneuë, & aussi la difference; & partant chasque costé sera cogneu comme dit est cy-dessus prop. 1.

Comme soit vn rectangle, la difference des costez duquel soit 3, & l'aggregé de leurs quarrez 89 : le double dudit aggregé des quarrez est donc 178, duquel estant osté 9 quarré de la difference, resteront 169, dont la racine quarrée 13 est l'aggregé des costez; & partant ils seront 5 & 8. Item la difference des costez d'vn rectangle soit $\sqrt{3}$, & l'aggregé de leurs quarrez 15: le double dudit aggregé sera 30, desquels ayant osté 3 quarré de la difference,

reſtent 27, dont la racine quarrée $\sqrt{27}$ eſt l'aggregé des coſtez: Parquoy leſdits coſtez ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item la differẽce des coſtez d'vn rectangle eſtant 4, & l'aggregé de leurs quarrez 106; ie poſe 1R pour le moindre coſté, & partant l'autre ſera 1R+4; & l'aggregé de leurs quarrez 2q+8R+16, qui ſeront égaux à l'aggregé donné 106, laquelle equation ſera reduitte à 2q, & 90---8R, comme il eſt enſeigné cy-deuant, & partant la racine d'icelle ſera 5: Parquoy le moindre coſté du rectangle eſt 5, & l'autre 9.

8. *Eſtant cogneu l'aggregé des coſtez d'vn rectangle, & la ſomme de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi du double de l'aggregé des quarrez on oſte le quarré de l'aggregé des coſtez, reſtera le quarré de la difference deſdits coſtez, comme on peut colliger de la 10. p. 2. tellement que l'aggregé, & la difference des coſtez ſera cogneuë, & partant auſſi puis apres chaſque coſté.

L'aggregé des coſtez d'vn rectangle ſoit 13, & l'aggregé de leurs quarrez 89: le double dudit aggregé des quarrez ſera donc 178, duquel eſtant oſté 169 quarré de l'aggregé des coſtez, reſtent 9, dont la racine quarrée 3 eſt la difference des coſtez; & partant ils ſeront 5 & 8. Item l'aggregé des coſtez dudit rectangle ſoit $\sqrt{27}$, & l'aggregé de leurs quarrez 15: le double dudit aggregé des quarrez eſt donc 30, duquel ſoit oſté 27 quarré de l'aggregé des coſtez, & reſteront 3, dont la racine quarrée $\sqrt{3}$ eſt la difference des coſtez: & partant leſdits coſtez ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item l'aggregé des coſtez d'vn rectangle eſtant 15, & celuy de leurs quarrez 117: ie poſe 1R pour l'vn deſdits coſtez, & partant l'autre ſera 15--1R; & l'aggregé des quarrez d'iceux 2q,+225--30R, ſera égal au donné 117: Parquoy ladite equation eſtant reduitte, ſera entre 2q, & 30R--108, dont la racine 9, ſera pour le plus grand coſté, & 6 pour le moindre. Or ces 5 dernieres propoſitions ſont tirées & colligées des 99, 100, 101, 102 & 103 problemes de la Geometrie de Henrion.

9. *La difference des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneue, & la difference de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car diuiſant la difference des quarrez par la difference des coſtez, viendra la ſomme deſdits coſtez, comme on peut colliger de la 6. p. 2. tellement que l'aggregé, & la difference des coſtez ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté.

La difference des coſtez d'vn rectangle ſoit 3, & la difference de leurs quarrez 39: ie diuiſe 39 par 3, & viennent 13 pour la ſomme des coſtez; & partant ils ſeront 5 & 8. Item la difference des coſtez ſoit $\sqrt{3}$, & la difference de leurs quarrez 9: diuiſant 9 par $\sqrt{3}$, viennent $\sqrt{27}$ pour la ſomme des coſtez, & partant ils ſeront $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item la difference des coſtez eſtant 4, & la difference des quarrez 56: ie poſe 1R pour le moindre coſté; & partant l'autre ſera 1R+4; les quarrez d'iceux ſerõt 2q, & 2q+8R+16, & leur difference 8R+16, qui ſera égale à 56: & oſtant 16 de part & d'autre, reſtera l'equation entre 8R & 40: Parquoy vne racine vaudra 5: & partant les coſtez ſeront 5 & 9.

10. *L'aggregé des coſtez d'vn rectangle eſtant cogneu, & la difference de leurs quarrez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car diuiſant la difference des quarrez par la ſomme des coſtez, viendra la

difference desdits costez, comme on peut colliger de la 6.p.2. tellement que chasque costé sera cogneu comme dit est cy-dessus.

La somme des costez d'vn rectangle soit 13, & la difference de leurs quarrez 39 : diuisant ladite difference des quarrez 39 par l'aggregé des costez 13, viennent 3 pour la difference des costez, & partant ils seront 5 & 8. Item l'aggregé des costez soit $\mathcal{V}27$, & la difference de leurs quarrez 9 : diuisant ceste difference par l'aggregé $\mathcal{V}27$, viennent $\mathcal{V}3$ pour la difference des costez, & partant ils seront $\mathcal{V}3$ & $\mathcal{V}12$. Item l'aggregé des costez estant 14, & la difference de leurs quarrez 56 : ie pose 1R pour l'vn des costez ; l'autre sera donc 14---1R ; & leurs quarrez seront 1q & 1q+196---28R : tellement que leur difference 196---28R sera égale à 56 : partant la valeur d'vne racine sera 5 : Parquoy les costez du rectangle seront 5 & 9.

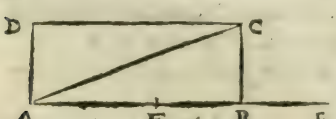
11. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & la difference des quarrez des costez, lesdits costez seront trouuez.*

Car d'autant que nous auons demonstré que le rectangle est moyen prop. entre les quarrez de ses costez, le quarré de la moitié de la difference des quarrez, estant adjousté au quarré du rectangle, viendra le quarré de l'aggregé de la susdite moytié, & quarré du moindre costé ; tellement qu'ostant du costé d'iceluy produict ladite moitié de la difference des quarrez, restera le quarré du moindre costé, & partant chasque costé sera cogneu.

Le contenu d'vn rectangle soit 6, & la difference des quarrez de ses costez 5 : le quarré de la moitié de la difference est donc $6\frac{1}{4}$ & celuy du rectangle est 36 : partant l'aggregé d'iceux quarrez est $42\frac{1}{4}$ dont la racine quarrée $6\frac{1}{2}$, est moitié de l'aggregé des quarrez : & par consequent ostant d'iceluy $2\frac{1}{2}$ moitié de leur difference, resteront 4 pour le quarré du moindre costé qui sera 2, & l'autre 3. Item le rectangle estant 6, & la difference des quarrez de ses costez 9, le quarré de la moitié de la difference est $20\frac{1}{4}$, qui estant adiousté à 36 quarré du rectangle, font $56\frac{1}{4}$, dont la racine quarrée $7\frac{1}{2}$, est moitié de l'aggregé des quarrez, & par consequent lesdits quarrez sont 3 & 12, & les costez $\mathcal{V}3$ & $\mathcal{V}12$. Semblablement le contenu d'vn rectangle estant 12, & la difference des quarrez 7 : ie pose 1R pour le moindre costé ; son quarré sera donc 1q, & le quarré de l'autre 1q+7, & son costé $\mathcal{V}(1q+7)$: Parquoy multipliant ces deux costez entr'eux, viendront (1qq+7q) pour le contenu du rectangle, qui partant sera égal à 12 : l'equation sera donc entre 1qq. & 144---7q. & vne racine vaudra 3 : Parquoy le moindre costé sera 3 & l'autre 4.

12. *Le contenu d'vn rectangle estant cogneu, & aussi la diagonalle, les costez d'iceluy seront trouuez.*

Car le quarré de la diagonalle est égal à deux fois le rectangle, & au quarré de la difference des costez : ce que nous demonstrerons ainsi. Soit le rectangle ABCD, auquel soit tirée la diagonalle AC, & pris BE égale à BC, afin que AE soit la difference des costez. Donc par la 7.p.2. les quarrez de AB, EB (ou BC) ou le seul quarré de AC qui est égal à ces deux par la 47.p.1. sont egaux à deux fois le rectãgle de AB, BE, & au quarré de AE difference des costez.



Parquoy si le rectangle ABCD est 48, & la diagonalle AC 10; ostant du quarré de ladite diagonalle 100, le double du rectangle 96, resteront 4 pour le quarré de la difference AE, qui partant sera 2. Nous auons donc le rectangle cogneu, & la difference de ses costez, partant adiouſtant le quarré 4 au quadruple du rectangle 192, seront 196, dont la racine quarrée 14 est la somme des costez, & par consequent iceux sont 6 & 8. Soit encore vn rectangle dont la superficie est 15, & la diagonalle $\sqrt{34}$: du quarré de ladite diagonalle 34, i'oste 30 double du rectangle, & restent 4 pour le quarré de la difference des costez; & partant ils seront trouuez de 3 & 5. Item vn rectangle estant 6, & sa diagonalle $\sqrt{15}$: ie pose que le quarré de l'vn des costez soit $1\mathcal{R}$: Donc le quarré de l'autre costé sera $15---1\mathcal{R}$. Mais les quarrez des costez d'vn rectangle estans multipliez entr'eux, produisent le quarré du rectangle, comme nous auons demonstré cy-deuant. Multipliant donc $15---1\mathcal{R}$ par $1\mathcal{R}$, le produit $15\mathcal{R}---1q.$ sera égal à 36, quarré du rectangle 6: partant la valeur d'vn quarré sera 3; & par consequent le moindre costé sera $\sqrt{3}$, & l'autre $\sqrt{12}$.

13. *La diagonalle d'vn rectangle estant cogneuë, & la difference des costez, lesdits costez seront trouuez.*

Car puisque le quarré de la diagonalle est esgal à deux fois le rectangle, & au quarré de la difference des costez, si du quarré de la diagonalle on oste le quarré de la difference, restera le double du rectangle, & partant le rectangle sera cogneu auec la difference de ses costez; & par consequent lesdits costez seront trouuez comme dit est cy-deuant.

Soit donc vn rectangle duquel la diagonalle est 15, & la difference des costez 3: le quarré de ladite diag. sera 225, duquel estāt osté 9 quarré de la difference, resteront 216, dont la moitié 108, est le contenu du rectangle: & partant les costez d'iceluy seront 9 & 12, comme il est dit en la 5. p. Item la diagonalle d'vn rectangle soit $\sqrt{34}$, & la difference des costez 2: de 34 quarré de la diag. i'oste 4 quarré de la difference, & restent 30, dont la moitié 15 est le contenu du rectangle; & partant les costez d'iceluy seront trouuez de 3 & 5. Soit encore vn rectangle duquel la diagonalle est $\sqrt{74}$, & la difference des costez 2: ie pose que le moindre costé soit $1\mathcal{R}$; & partant l'autre sera $1\mathcal{R}+2$: leurs quarrez ensemble seront donc $2q+4\mathcal{R}+4$, qui seront esgaux à 74 quarré de la diagonalle: & partant la valeur de $1\mathcal{R}$ sera 5; les costez du rectangle seront donc 5 & 7.

14. *La diagonalle d'vn rectangle estant cogneuë, & l'aggregé des costez d'iceluy, lesdits costez seront trouuez.*

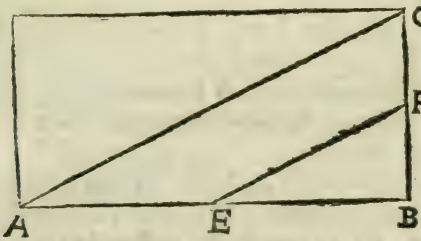
Car le quarré de la diagonalle est moitié de l'aggregé des quarrez de la somme des costez, & de leur difference: Ce qui est manifeste tant par la 10. p. 2. que par la figure precedente, en laquelle AF est la somme des costez AB, BC; & AE, leur difference: tellement que le quarré de AF auec le quarré de AE, est double des quarrez de AB & BF, ou du seul de AC, qui leur est esgal par la 47. p. 1 Parquoy si le quarré de la somme des costez d'vn rectangle, est osté du double du quarré de la diagonalle, restera le quarré de la difference desdits costez: tellement que la somme d'iceux costez, & aussi leur difference

ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté.

La diagonalle d'vn rectangle ſoit 13, & la ſomme des coſtez 17: Le quarré de la diagonalle ſera donc 169, & ſon double 338, duquel eſtant oſté 289 quarré de l'aggregé des coſtez, reſtent 49, dont la racine 7 eſt la difference deſdits coſtez, & partant ils ſeront 5 & 12. Item vne diagonalle eſtant $\sqrt{15}$, & la ſomme des coſtez $\sqrt{27}$, le double du quarré de la diagonalle ſera 30, duquel i'oſte 27 quarré de la ſomme des coſtez, & reſte 3 pour le quarré de la difference des coſtez; & partant on trouuera par la prop. 1. qu'ils ſont $\sqrt{3}$ & $\sqrt{12}$. Item vne diagonalle eſtãt $\sqrt{41}$, & la ſomme des coſtez 9: ie poſe que le moindre coſté ſoit 1ℵ: donc l'autre ſera 9---1ℵ; & leurs quarrez ſeront enſemble 2ꝙ+81---18ℵ, qui ſeront eſgaux à 41, quarré de la diagonalle; & partant l'equation viẽdra entre 1ꝙ, & 9ℵ---20: Parquoy la valeur de la moindre racine ſera 4; & partant les coſtez ſeront 4 & 5.

15. *La diagonalle eſtant cogneuë, & la raiſon des coſtez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de l'vn d'iceux termes, ainſi le quarré de la diagonalle eſt au quarré du coſté correſpondant au terme pris. Ce que nous demonſtrerons ainſi: Soit vn



rectangle ABCD, dont la diagonalle eſt AC, & les coſtez AB, BC, ſoiẽt entr'eux, comme EB à BF: ie dis que comme l'aggregé des quarrez de EB, BF, eſt à l'vn ou l'autre d'iceux quarrez, & ſoit pour exemple à celuy de EB, ainſi le quarré de la diagonalle AC eſt auſſi à l'vn ou à l'autre des quarrez des coſtez AB, BC, ſçauoir eſt à celuy de AB, correſpondant à EB. Car ayant poſé BF à angle droict ſur EB, & tiré EF, les triangles ACB, & EFB ſeront equiangles par la 6. p. 6. & partant tous les coſtez au long des angles egaux proportionnaux par la 4. p. 6. tellement que comme EF ſera à EB, ainſi AC ſera à AB. Mais le quarré de EF eſt egal aux deux quarrez de EB, BF par la 47. p. 1. Donc comme le quarré de EF, ſera au quarré de EB, ainſi le quarré de AC ſera au quarré de AB. Parquoy ſi on fait que comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon EB & BF, eſt au quarré de EB, ou BF, ainſi le quarré de la diagonalle AC ſoit à vn autre, viendra le quarré du coſté AB, puis de BC.

Si donc la diagonalle AC eſt 10, & la raiſon des coſtez AB, BC eſt comme 4 à 3, les quarrez des termes d'icelle raiſon ſont 16 & 9; & leur aggregé 25: Ie fais donc que comme 25 eſt à 16, & à 9, ainſi 100, quarré de la diagonalle ſoit à 64, & à 36; & les racines de ces deux nombres ſont 8 & 6. d'autant ſont donc les coſtez AB, BC. Item la diagonalle ſoit $\sqrt{250}$, & les coſtez ſoient entr'eux comme $\sqrt{27}$ à $\sqrt{3}$. Soit fait que comme 30, aggregé des quarrez des termes de la raiſon, eſt à 27, & à 3, quarrez deſdits termes, ainſi 250 ſoit à autres 225, & 25, dont les racines 15 & 5, ſont pour les coſtez AB, BC. Soit encore vne diagonalle de $\sqrt{116}$, & les coſtez ſoient entr'eux comme 5 à 2: ie poſe que le moindre coſté ſoit 2ℵ; & partant l'autre ſera 5ℵ: les quarrez deſ-

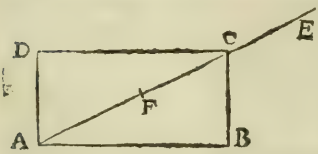
dits

dits coſtez ſont 49, & 289, qui joincts enſemble ſont 289, qui ſont eſgaux à 116 quarré de la diagonalle ; & partant chaſque quarré vaudra 4 ; & par conſequent la valeur d'vne racine eſt 2: Parquoy le moindre coſté ſera 4, & l'autre 10.

Or il appert par la demonſtration cy-deſſus, qu'au lieu de prendre l'analogie des quarrez, on peut auſſi prendre celle des coſtez : mais i'ay choiſi celle des quarrez à cauſe que fort ſouuent il arriue des nombres ſourds en l'operation, & alors il eſt plus aiſé de ſuiure l'analogie des quarrez, que celle des coſtez : Et c'eſt pourquoy quelquesfois nous ſuiuons l'vne, & quelquesfois l'autre.

16. *Eſtant cogneu vn coſté d'vn rectangle, & l'aggregé de l'autre auec la diagonalle, iceluy coſté ſera trouué.*

Car le coſté cogneu eſt moyen proportionnel entre l'aggregé de l'autre coſté auec la diagonalle, & leur difference : Ce que nous demonſtrerons ainſi. Soit le rectangle ABCD, duquel la diagonalle A C ſoit prolongée iuſques en E, tellement que C E ſoit eſgale auquel on voudra des coſtez du rectangle, & ſoit pour exemple à BC, auquel ſoit auſſi prins eſgal CF, afin que AF ſoit la diff. d'entre ladite diagonalle AC & le coſté BC: ie dis que l'autre coſté AB eſt moyen proportionnel entre l'aggregé AE, & la difference AF. Car par la 6. p. 2. le rectangle de AE, AF auec le quarré de CE, c'eſt à dire BC, eſt eſgal au quarré de AC. Mais à iceluy quarré de AC ſont auſſi eſgaux les quarrez de AB, BC par la 47. p. 1. Donc le rectangle de AE, AF auec le quarré de BC eſt eſgal aux deux quarrez de AB, BC: & partant ſi on oſte le quarré de BC, reſtera le rectangle de AE, AF eſgal au quarré de AB : & par la 17. p. 6. AE, AB, & AF ſeront proportionnelles. Parquoy AE eſtant cogneuë, & auſſi AB, l'autre coſté BC ſera auſſi cogneu : car diuiſant le quarré du coſté cogneu AB par l'aggregé AE, viendra la difference AF, & partant la moitié du reſte FE ſera le coſté BC. Or ſi du quarré de l'aggregé AE, on oſte le quarré du coſté cogneu AB ; la moitié du reſte eſtant diuiſée par l'aggregé, viendra encore ledit coſté BC : Et ce d'autant que le quarré de l'aggregé eſt eſgal au quarré du coſté cogneu, & deux fois le rectangle compris dudit aggregé, & de l'autre coſté. Car par la 4. p. 2. le quarré de l'aggregé AE eſt eſgal aux deux quarrez de AC, CE, c'eſt à dire BC, & deux fois le rectangle d'icelle AC, CB. Mais par la 47. p. 1. le quarré de AC eſt eſgal aux deux de AB, BC : Donc le quarré de l'aggregé AE ſera eſgal au quarré du coſté AB, & deux fois le rectangle de l'aggregé AE, & coſté CB.



Si donc l'aggregé AE eſt 16, & le coſté AB 8 : diuiſant 64, quarré de AB par l'aggregé 16, viendra 4 pour la difference AF : & partant FE ſera 12, dont la moitié 6 ſera le coſté BC. Pareillement oſtant de 256, quarré de l'aggregé AE, le quarré du coſté AB 64, reſteront 192, dont la moitié 96 eſtant diuisée par l'aggregé AE 16, vient derechef 6 pour ledit coſté BC. Item l'aggregé AE eſtant 11, & le coſté AB $\sqrt{55}$, ie diuiſe 55 quarré de AB par l'aggregé 11, & viennent 5 pour AE, & partant reſtent 6 pour FE, dont la moitié 3 eſt pour le co-

ſté BC. Item l'aggregé AE eſtant 8, & le coſté AB $\sqrt{32}$, ie poſe que le coſté BC ſoit 1R: Donc la diagonalle AC ſera 8---1R : Parquoy le quarré d'icelle, ſçauoir eſt 1q+64---16R, ſera eſgal aux deux quarrez des coſtez AB, BC, ſçauoir eſt 36; & partant l'equation viendra entre 1q, & 16R---28; & par conſequent vne racine vaudra 2, & tel ſera le coſté BC.

17. *Eſtant cogneu vn coſté d'vn rectangle, & la difference de l'autre coſté à la diagonalle, iceluy coſté ſera auſſi cogneu.*

Car puiſque par la precedente demonſtration le coſté cogneu eſt moyen proportionnel entre la difference de l'autre coſté à la diagonalle, & leur aggregé, ſi on diuiſe le quarré du coſté cogneu par la difference, viendra l'aggregé, duquel ayant oſté ladite difference, la moitié du reſte ſera le coſté cherché.

Soit donc vn rectangle duquel vn coſté ſoit 8, & la difference de l'autre à la diagonalle 4 : le quarré de 8, ſçauoir eſt 64, eſtant diuiſé par la difference 4, vient 16, deſquels ladite difference eſtant oſtée, reſte 12, dont la moitié 6 eſt pour le coſté requis. Soit vn autre rectangle, duquel vn coſté eſt $\sqrt{55}$, & la difference de l'autre à la diagonalle 5 : le quarré du coſté cogneu eſt 55, qui diuiſez par la difference 5, viennent 11, deſquels ladite difference eſtant oſtée, reſtent 6, dont la moitié 3 eſt pour le coſté incogneu. Item vn coſté eſtant $\sqrt{32}$, & la difference de l'autre à la diagonalle 4 : ie poſe que le coſté incogneu ſoit 1R; & partant la diagonalle ſera 1R+4, dont le quarré eſt 1q+8R+16, qui ſera égal aux deux quarrez des coſtez 1q, & 32 : Parquoy l'equation viendra entre 8R & 16; & partant la valeur d'vne racine ſera 2; d'autant ſera donc le coſté incogneu.

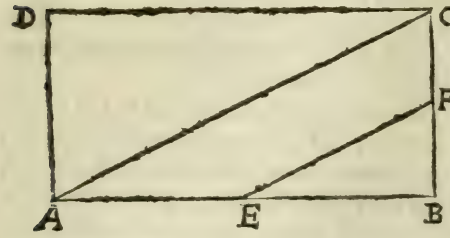
18. *Vn coſté d'vn rectangle eſtant cogneu, & la raiſon de l'autre coſté à la diagonalle, iceluy coſté ſera trouué.*

Car il appert par la demonſtration de la 15. p. que comme la difference des quarrez des termes de la raiſon donnée eſt au quarré du moindre terme, ainſi le quarré du coſté cogneu eſt au quarré de l'autre coſté. Parquoy vn coſté eſtant 9, & l'autre à la diagonalle comme 4 à 5 : ie fais que comme 9, difference des quarrez des termes 4 & 5, eſt à 16, quarré du moindre terme 4, ainſi 81 quarré du coſté cogneu, ſoit à vn autre 144, dont la racine quarrée 12 eſt pour l'autre coſté du rectangle. Item vn coſté eſtant $\sqrt{80}$, l'autre ſoit à la diagonalle comme 3 à 2 : faiſant que comme 5 difference des quarrez des termes de la raiſon eſt à 4, quarré du moindre terme, ainſi 80 quarré du coſté cogneu ſoit à vn autre 64; la racine 8 ſera l'autre coſté du rectangle. Soit encore le coſté d'vn rectangle $\sqrt{128}$, & la raiſon de la diagonalle à l'autre coſté ſoit comme 3 à 1 : Ie poſe donc que le coſté ſoit 1R; & partant la diagonalle ſera 3R : leurs quarrez ſeront 1q, & 9q : Parquoy 1q+28 ſeront égaux à 9q : & oſtant 1q, reſteront 128 égaux à 8q : & partant chaſque quarré vaudra 16, & vne racine 4 : tellement que le coſté requis ſera 4, & la diagonalle 12.

19. *Eſtant cogneu l'aggregé de la diagonalle & des coſtez d'vn rectangle, & auſſi la raiſon d'iceux coſtez, leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car comme l'aggregé des termes de la raiſon donnée, & du coſté ou racine quarrée de l'aggregé des quarrez deſdits termes, eſt à l'aggregé donné,

ainſi lequel on voudra d'iceux termes de la raiſon donnée eſt au coſté homologue. Soit vn rectangle ABCD, dont la diagonalle eſt AC, & les deux coſtez AB, BC ſoient entr'eux comme EB à BF ; leſquels EB, & BF eſtans poſez à angle droict, ſoit tirée EF, afin que le quarré d'icelle ſoit égal aux deux quarrez de EB, BF : ie dis que l'aggregé des trois coſtez EB, BF & EF eſt à l'aggregé des trois coſtez AB, BC, & AC, comme EB eſt à AB, & BF à BC. Car puiſque les triangles ABC, EBF ont les coſtez au long de l'angle droict B proportionnaux, ils ſeront equiangles par la 6. p. 6. Et partant tous les trois coſtez de EBF ſeront proportionnaux aux trois de ABC par la 4. p. 6. Donc comme l'aggregé des coſtez de EBF ſera à l'aggregé des coſtez de ABC, ainſi le coſté EB ſera au coſté AB ; & le coſté BF au coſté BC par la 12. p. 5.



Si donc l'aggregé des coſtez & diagonalle du rectangle ABCD eſt 48, & la raiſon des coſtez AB à BC ſoit comme 4 à 3 ; leſdits coſtez AB, BC ſeront aiſément trouuez : car quarrant chaſcun des termes de ladite raiſon, viendront 16, & 9, dont l'aggregé 25 eſt le quarré de EF, & partant il ſera 5, & l'aggregé d'iceluy coſté EF, auec leſdits termes de la raiſon, ſera 12 : Faiſant donc que comme ledit aggregé 12 eſt à l'aggregé donné 48, ainſi chaſque terme 4 & 3 ſoit à vn autre, viendra 16, & 12 pour les coſtez AB, BC, & partant la diag. AC ſera 20. Item l'aggregé des coſtez AB, BC & diag. AC eſtant $\sqrt{72}+\sqrt{40}$, & la raiſon des coſtez AB, BC, comme 2 à 1 : l'aggregé des quarrez deſdits termes 2 & 1, ſera 5 ; & partant le coſté EF eſt $\sqrt{5}$, & l'aggregé des coſtez de EBF ſera $3+\sqrt{5}$: Faiſant donc que comme $3+\sqrt{5}$ eſt à $\sqrt{72}+40$, ainſi chaſque terme 2 & 1, ſoit à vn autre, viendront $\sqrt{32}$ & $\sqrt{8}$ pour les coſtez AB, BC. Item l'aggregé des coſtez & diag. eſtant 60, & la raiſon deſdits coſtez comme 5 à 12 : Ie poſe que le moindre coſté ſoit $5\mathfrak{R}$; & partant l'autre ſera $12\mathfrak{R}$: leurs quarrez ſeront $25\mathfrak{q}$, & $144\mathfrak{q}$, qui adjouſtez enſemble font $169\mathfrak{q}$, dont la racine eſt $13\mathfrak{R}$, qui ſera pour la diagonalle. Donc l'aggregé deſdits coſtez & diagonalle ſera $30\mathfrak{R}$, qui ſeront égales à l'aggregé donné 60 : Parquoy $1\mathfrak{R}$ vaudra 2 ; & partant le moindre coſté ſera 10, & l'autre 24, mais la diagonalle 26.

Or il appert par la demonſtration cy-deſſus, qu'eſtant cogneu ledit aggregé, & la raiſon de la diagonalle à l'vn des coſtez que leſdits coſtez ſeront auſſi trouuez, prenant la racine quarrée de la difference des quarrez des termes de la raiſon, au lieu que cy-deſſus on a pris celle de l'aggregé deſdits quarrez : Tellement que l'aggregé des coſtez & de la diagonalle eſtant 36, & la raiſon de la diagonalle à l'vn des coſtez comme 5 à 4 ; il faut oſter le moindre quarré 16 du plus grand 25, & reſtent 9, dont la racine quarrée 3, eſtant adiouſtée aux termes de la raiſon, viennent 12 ; & faiſant que comme 12 eſt à 36, ainſi chaſcun des termes 5 & 4 ſoit à vn autre, viendront 15 pour la diagonalle, & 12 pour l'vn des coſtez, & partant l'autre coſté ſera 9.

20 *Estant cogneu l'exces de la diagonalle d'vn rectangle par dessus l'vn & l'autre costé d'iceluy, lesdits costez seront cogneus.*

Car si du quarré du plus grand exces, on oste le quarré de la difference d'iceux, & au reste on adiouste le quarré du moindre exces, & à la racine quarrée du produict on adiouste ledit exces, viendra le moindre costé du rectangle, lequel estant adiousté à la difference des exces, viendra l'autre costé, comme on peut colliger du 98 prob. de la Geometrie de Henrion.

Parquoy l'exces de la diagonalle d'vn rectangle par-dessus le plus grand costé estant 2, & celuy par-dessus le moindre costé 4: Le quarré du plus grand exces 4 est 16, duquel i'oste le quarré de 2 difference des exces, & restent 12, à quoy i'adiouste 4 quarré du moindre exces 2, & viennent 16, dont la racine quarrée 4 estant adioustée audit exces 2, viendront 6, pour le moindre costé du rectangle, auquel i'adiouste 2 difference des exces, & viennent 8 pour le plus grand costé. Item l'excez de la diagonalle par-dessus le moindre costé estant 4, & celuy par-dessus le plus grand 7--$\sqrt{40}$: Le quarré du plus grand exces est 16, duquel i'oste 49--$\sqrt{1440}$ quarré de $\sqrt{40}$---3 difference des exces, & restent $\sqrt{1440}$--33, à quoy i'adiouste 89--$\sqrt{7840}$ quarré du moindre exces 7--$\sqrt{40}$, & viennent 56--$\sqrt{2560}$, dont la racine quarrée est $\sqrt{40}$--4, à laquelle i'adiouste ledit exces 7--$\sqrt{40}$, & vient 3 pour le moindre costé du rectangle, qui estant adiousté à $\sqrt{40}$--3 difference des exces, vient $\sqrt{40}$ pour le plus grand costé. Soit encore l'exces de la diagonalle par-dessus le moindre costé 3, & celuy par-dessus le plus grand 5--$\sqrt{21}$: Ie pose que le moindre costé soit 1R: dõc la diag. sera 1R+3, & son quarré 1q+6R+9, duquel estant osté celuy du moindre costé, restent 6R+9 pour le quarré de l'autre costé par la 47. p. 1. & partant ledit costé sera $\sqrt{(6R+9)}$, que i'oste de la diag. & restent 1R+3--$\sqrt{(6R+9)}$ qui seront égaux à l'exces 5--$\sqrt{21}$: adioustõs $\sqrt{21}$ & $\sqrt{(6R+9)}$ de part & d'autre, & viendront 1R+$\sqrt{21}$+3 égaux à 5+$\sqrt{(6R+9)}$: ostons 5 de part & d'autre, & resteront $\sqrt{21}$+1R--2 égaux à $\sqrt{(6R+9)}$: prenons les quarrez, & seront 6R+9 égaux à 1q+$\sqrt{84}$R+25--4R--$\sqrt{336}$: & adiouſtant les moins, & soustrayant les plus comme il appartient, l'équation viendra entre 1q, & 10R+$\sqrt{336}$--$\sqrt{84}$R---16, dont ie prends la racine quarrée comme ensuit. La moitié des racines est 5--$\sqrt{21}$, dont le quarré est 46--$\sqrt{2100}$, auquel i'adiouste $\sqrt{336}$--16, & viennent 30--$\sqrt{756}$, dont la racine sera trouuée estre $\sqrt{21}$--3, comme il est enseigné au dernier chap. de l'Algebre de Henrion, à quoy i'adiouste 5--$\sqrt{21}$ moitié des racines, & vient 2 pour la valeur de 1R; & partant le moindre costé sera 2, la diagonalle 5, & l'autre costé $\sqrt{21}$.

On pourra encore trouuer lesdits costez ainsi. Multipliez le double du moindre excez par le plus grand, & du produit en prenez la racine quarrée, & à icelle adiouſtez le moindre exces, & viendra le moindre costé. Repetons l'exemple precedent: le double du moindre excez 5--$\sqrt{21}$ est 10--$\sqrt{84}$, que ie multiplie par le plus grand exces 3, & viennent 30--$\sqrt{756}$, dont la racine est $\sqrt{21}$--3, à laquelle i'adiouste le moindre exces 5--$\sqrt{21}$, & vient 2 pour le moindre costé; & quant à l'autre, il sera trouué comme dessus de $\sqrt{21}$.

21. *Estant cogneu l'aggregé du costé d'vn quarré & sa diagonalle, on peut trouuer ledit costé.*

Car le quarré dudit aggregé est égal au quarré du costé, & deux fois le rectangle compris d'iceluy costé & dudit aggregé, c'est à dire que ledit aggregé est moyen proportionnel entre le costé du quarré, & iceluy costé ioinct au double dudit aggregé : Ce que nous demonstrerons ainsi, soit AB le costé d'vn quarré, & BC la diagonalle d'iceluy : tellement que AC est l'aggregé d'iceux. Dautant que par la 7.p.2.le quarré dudit aggregé AC auec le quarré de AB, est égal au quarré de BC, (c'est à dire à deux fois le quarré de AB par la 47. p.1.) & à deux fois le rectangle de AC, AB ; le seul quarré de AC sera égal au quarré de AB, & deux fois le rectangle de AC, AB, c'est à dire au rectangle compris soubs AB, & le double de AC ioinct à icelle AB. Donc par la 17.p.6. AC est moyenne prop. entre AB, & son double ioinct à la mesme AB, & partant icelle AC est la moyenne prop. dont son double est la difference des extremes. Parquoy si du costé du quarré, qui est double de celuy fait de l'aggregé AC, on oste ledit aggregé, restera le costé AB.

A ——— B ——— C

Soit donc l'aggregé AC 6 : son quarré sera 36, & le double d'iceluy 72, dont la racine est $\sqrt{72}$, de laquelle i'oste l'agg. 6. & reste $\sqrt{72}-6$, pour le costé AB. Item ledit aggregé AC estant $\sqrt{8}+2$, son quarré sera $12+\sqrt{128}$, & son double $24+\sqrt{512}$, dont la racine est $4+\sqrt{8}$, de laquelle i'oste l'agg. AC, & reste 2 pour ledit costé AB. Ledit aggregé soit encore 5 : ie pose que le costé AB soit 1R, & partant la diagonalle BC sera $5-1R$: Et puisque le quarré d'icelle diag. est double du quarré du costé, & que le quarré d'iceluy costé est 1q, & le quarré de ladite diag. est $25-10R+1q$, il y a equation entre 2q, & $25-10R+1q$: & ostant 1q de part & d'autre, elle sera entre 1q, & $25-10R$: Parquoy la valeur d'vne racine sera $\sqrt{50}-5$: tel sera donc le costé AB ; & partant la diagonalle BC sera $10-\sqrt{50}$.

22. *L'exces de la diagonalle d'vn quarré par-dessus le costé estant cogneuë, on trouuera ledit costé.*

Car il appert tant par la precedente demonstration, que celle du 41. prob. de la Geometrie de Henrion, que ayant doublé le quarré de l'exces donné, & à la racine quarrée d'iceluy double adiousté ledit exces, viendra ledit costé.

Parquoy l'exces du diamettre d'vn quarré par-dessus le costé d'iceluy estant 3, ie quarre ledit exces 3, & vient 9, dont son double est 18, & la racine d'iceluy $\sqrt{18}$, à laquelle i'adiouste l'exces 3, & vient $\sqrt{18}+3$ pour le costé du quarré, & partant sa diagonalle est $\sqrt{18}+6$. Item l'exces soit $\sqrt{8}$: son quarré sera 8, & le double d'iceluy 16, dont la racine est 4, à laquelle i'adiouste ledit exces $\sqrt{8}$, & viennent $4+\sqrt{8}$ pour le costé du quarré : & partant sa diagonalle sera $4+\sqrt{32}$. Soit encore ledit exces $15-\sqrt{200}$: ie pose que le costé soit 1R : donc la diagonalle sera $1R+15-\sqrt{200}$. Et pource que le quarré de la diagonalle d'vn quarré est double du quarré du costé d'iceluy, & que le quarré du costé est 1q, & celuy de ladite diagonalle est $1q+30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$; il y aura equation entre 2q, & $1q+30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$: & ostant 1q de part & d'autre, l'equation viendra entre 1q, & $30R+425-\sqrt{800R}-\sqrt{180000}$: Et prenant la racine, elle sera trouuée de $\sqrt{50}-5$, qui est le costé du

quarré, & partant ſa diagonalle ſera 10--$\sqrt{50}$.

25 *Eſtant cogneu le produit du coſté d'vn quarré multiplié par la diagonalle d'iceluy, ledit coſté & diagonalle ſeront trouuez.*

Car puiſque les quarrez de la diagonalle & du coſté de quelconque quarré ſont entr'eux en raiſon double, le rectangle ou produit de l'vn par l'autre eſtant cogneu, il ſera aiſé de trouuer leſdits coſtez & diag. ayant demonſtré que ſi quatre lignes ou nombres ſont proportionnaux, les rectangles ou produits du premier par le ſecond, du ſecond par le troiſieſme, & du troiſieſme par le quatrieſme, ſont continuellement proportionnaux: Ce que nous demonſtrerons ainſi. Soiēt quatre nombres proportionnaux A, B, C, D. De A en B ſoit faict E, mais F de B en C, & G de C en D: Ie dis que les trois produicts E, F, G, ſont proportionnaux. Car puiſque B multipliant A & C a produict E & F, par la 17. p. 7. E ſera à F, comme A à C: Item pource que C multipliant B & D a faict F & G, comme B eſt à D, ainſi F ſera à G. Mais la raiſon de B à D, eſt la meſme que de A à C par la 13. p. 7. donc comme E eſt à F, ainſi F eſt à G: ce qu'il falloit prouuer.

A.	B.	C.	D.
8.	4.	32.	16.
E.	F.	G.	
32.	128.	512.	

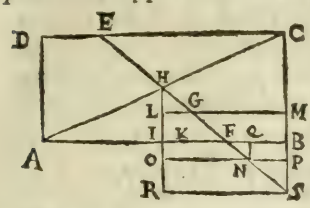
Il eſt donc manifeſte qu'ayant multiplié entr'eux A & B pris en raiſon double, & le produict E par le donné G, (que nous poſons eſtre le produict du quarré D par celuy de la diag. C) ſi du produit on prend la racine quarrée, elle ſera le moyen nombre F: Et puiſque ie ſçay qu'iceluy nombre F eſt creé de la multiplication de C par B; le diuiſant par B, viendra C, dont la racine 4 ſera le coſté du quarré requis. Ainſi auſſi le produit du coſté d'vn quarré par ſa diagonalle eſtant 10; ie multiplie 6 par 3, & viennent 18, qui multipliée par 100, quarré de 10, donnent 1800, dont la racine eſt $\sqrt{1800}$, que ie diuiſe par 6, ou pluſtoſt $\sqrt{36}$, & viennent $\sqrt{50}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{\sqrt{50}}$: tel eſt donc le coſté du quarré requis, & ſa diagonalle $\sqrt{\sqrt{200}}$. Soit encore $\sqrt{1250}$ produit du coſté d'vn quarré par ſa diagonalle: Poſons que le coſté dudit quarré ſoit 1ℛ: Et puis que le coſté multiplié par la diagonalle a produit $\sqrt{1250}$, ſi on diuiſe ledit nombre $\sqrt{1250}$ par le coſté poſé, viendra $\frac{\sqrt{1250}}{1ℛ}$ pour le diametre. Mais le quarré du diamettre eſt double du quarré du coſté, lequel eſt 1q: donc le quarré dudit diametre $\frac{\sqrt{1250}}{1ℛ}$, qui eſt $\frac{1250}{1q}$ ſera eſgal à 2q: & ſes deux nombres égaux eſtans reduits par multiplication croiſée, l'equation viendra entre 2q, & 1250; & partant 1ℛ vaudra 5: autant ſera donc le coſté cherché, & le diametre $\sqrt{50}$.

24. *Eſtant cogneus les coſtez d'vn rectangle couppé en deux trapeſes égaux par vne ligne droicte menée par vn poinct, dont les diſtances iuſques à chaſque coſté ſoient auſſi cogneuës: chaſque coſté deſdits trapeſes ſeront cogneus.*

Or le poinct ſera ou dedans ou dehors le rectangle; & nous appellons la diſtance d'iceluy poinct iuſques à chaſque coſté la perpendiculaire tombante d'iceluy poinct ſur chaſcun deſdits coſtez.

Soit donc le rectangle ABCD, dont le coſté AB eſt 12, & le coſté BC 4, le-

quel eſt couppé en deux trapeſes eſgaux ADEF, FBCE par la ligne EF, en laquelle eſt donné vn poinct G diſtant de AB par $1\frac{1}{5}$ & du coſté BC de 5 : Il faut cognoiſtre les lignes AF, FE & DE. Ayant tiré la diagonalle AC, il appert par ce qui eſt demonſtré au 43. prob. de la Geometrie de Henrion, qu'icelle AC, & la ligne EF s'entrecoupperont en deux egalement, & ſoit en H ; duquel poinct, & auſſi de G, ſoient menées HI, GK, paralleles à BC, & LM parallele à AB. Puiſque AC eſt couppée en deux egalement en H, auſſi AB le ſera en I, & HI ſera moitié de CB, par la 2. p. 6. & partant IB, ou ſon égale LM, ſera 6, & HI 2. Mais GM eſt 5, & GK ou LI ſon égale $1\frac{1}{5}$: donc GL ſera 1, & LH $\frac{4}{5}$. Parquoy l'hypotenuſe HG ſera $\sqrt{\frac{41}{25}}$ par la 47. p. 1. Or les triangles HLG, HIF ſont equiangles, LG eſtant parallele à IF : donc comme HL eſt à LG, ainſi HI ſera à IF ; & partant icelle IF ſera $2\frac{1}{2}$, qui oſtée de IB 6, reſtera $3\frac{1}{2}$ pour chaſcun des ſegmens FB, DE : mais eſtant adiouſtée à AI 6, viendront $8\frac{1}{2}$ pour chaſcun des autres ſegmens AF, CE : Item comme HL eſt à HG, ainſi HI eſt à HF ; & partant icelle HF ſera $\sqrt{\frac{41}{4}}$: Parquoy le double d'icelle EF ſera $\sqrt{41}$. Nous auons donc trouué les lignes requiſes AF, EF, DE.



Maintenant le poinct donné ſoit hors le rectangle comme en N diſtant de AB par $\frac{3}{4}$ & de CB $1\frac{1}{3}$. Ayant tiré des poincts H & N, les lignes HO, NQ paralleles à CB, & ONP à AB qui rencontre HO en O, & CB prolongée en P ; au triangle rectangle HON, les deux coſtez de l'angle droict O ſeront cogneus ; car OI & NQ eſtant égales, comme auſſi IB, OP ; HO ſera de $2\frac{3}{4}$, & ON de $4\frac{1}{3}$. Et d'autant que les triangles HON, HIF ſont equiangles, comme HO eſt à ON, ainſi HI ſera à IF : & partant icelle IF ſera $3\frac{13}{33}$, qui eſtant adiouſtée à AI 6, le coſté AF ſera $9\frac{13}{33}$; mais eſtant ſouſtraitte de IB 6, reſtera FB de $2\frac{20}{33}$. Maintenant le triangle rectangle HIF a donc les deux coſtez de l'angle droict I cogneus ; & partant l'hypotenuſe ſera trouuée de $3\frac{31}{33}$: Parquoy le double d'icelle EF ſera $7\frac{29}{33}$. Les trois coſtez AF, ED, & EF ſont donc cogneus ainſi qu'il eſtoit requis.

Que ſi le poinct eſtoit donné au prolonguement de l'vn des coſtez comme en S, leſdits coſtez ſeront encores trouuez en la meſme maniere. Car ayant mené HR & SR paralleles aux coſtez, le triangle rectangle HRS aura deux coſtez cogneus, BS eſtant égale à IR, & ſera ſemblable au triangle rectangle HIF, qui a le coſté HI cogneu, & partant IF & HF ſeront cogneus comme deſſus.

Que ſi au lieu de la diſtance aux coſtez, celle iuſques aux deux angles eſtoit cogneuë, on viendroit auſſi à la cognoiſſance des coſtez deſdits trapeſes, ſuiuant la doctrine des triangles enſeignée cy apres : Car alors les trois coſtez d'vn triangle ſeroient cogneus, & partant on pourroit trouuer la perpendiculaire, & les ſegmens de la baſe, qui ſont les diſtances iuſques aux coſtez, & puis apres on procederoit comme deſſus auec leſdites diſtances.

Or nous enſeignerons icy à couppper telle partie qu'on voudra d'vn rectangle, n'eſtoit qu'au chap. 6. nous ferons le prob. general à toute ſorte de paral-

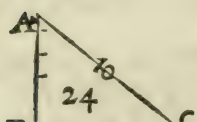
lelogramme, afin que les arpenteurs ou autres personnes, faisant partage à diuerses personnes de quelque piece de terre, iardin, vigne, prez, bois, ou autre chose de forme parallelogrammique, le puissent faire aisément, & cognoistre la valeur & quantité de chasque costé de la part d'vn chascun. Venons maintenant au deuxiesme chapitre de nostre Autheur.

Comment sont mesurez les triangles rectangles.

CHAP. II.

De tout triangle rectangle, la moitié de l'vn des ostez, qui comprend l'angle droict multipliée par l'autre comprenant le mesme angle, produit le contenu du triangle.

COmme du triangle rectangle ABC, la moitié du costé AB, c'est à dire 3 multipliée par BC 8 produira 24, pour le contenu du triangle: la raison est, que le triangle rectangle est tousiours égal à la moitié du parallelogramme rectangle, qui aura BC pour longueur, & AB pour largeur, comme il a esté dit en la deffinition.



Or estant proposé à mesurer vne superficie triangulaire, il faut premierement regarder à l'œil si quelque angle d'icelle approche de l'angle droict, & à iceluy appose l'instrument afin d'en estre certain, & estant trouué tel, mesurez les deux costez qui comprenent ledit angle: Comme pour exemple voyant à l'œil que l'angle B au triangle ABC cy-dessus est comme droict, ie pose mon Compas sur son pied audit poinct B, & dispose les iambes d'iceluy en sorte qu'elles s'accordent sur les costez BA & BC: quoy faict ie trouue qu'il est ouuert de 90 degrez: Ie mesure donc mechaniquement lesdits costez BA, BC, qui font ledit angle B, puis multiplie l'vn par l'autre, & du produict en prends la moitié qui donne l'aire ou superficie dudit triangle ABC.

COROLLAIRE I.

De là est manifeste que le contenu estant donné auec l'vn des costez, qui comprend l'angle droict, il sera aisé de trouuer l'autre qui comprend aussi l'angle droict.

Car diuisant le contenu par la moitié du costé cogneu, le quotient sera la longueur de l'autre, comme 24 diuisez par 3 font pour quotient 8, qui est la longueur de BC, ou bien 24 diuisez par 4 font pour quotient 6, pour la longueur de AB.

COROL-

COROLLAIRE II.

Le contenu auſsi eſtant donné auec l'vn des coſtez qui comprend l'angle droict, les deux autres coſtez ſe pourront trouuer.

Car par le corollaire precedent, les deux coſtez qui comprennent l'angle droict eſtans cogneus, il eſt certain que le troiſieſme ſe trouuera *par la 47. du 1.* (le quarré faict du troiſieſme coſté, eſtant égal aux quarrez des deux autres coſtez qui comprennēt l'angle droict.) Or le quarré de AB, eſt 36, & le quarré de BC, 64, leſquels conioincts font 100, duquel nombre la racine quarrée 10, eſt la iuſte longueur de AC.

COROLLAIRE III.

Il eſt auſsi éuident que l'on pourra facilement trouuer le contenu d'vn triangle reſtangle, les deux coſtez d'iceluy eſtans donnez tels que l'on voudra.

Car ſi AB, & CB ſont donnez, on trouuera le contenu comme il a eſté monſtré. Mais ſi AC eſt donné auec AB, faudra ſoubſtraire le quarré de AB, (c'eſt à dire 36) du quarré de AC, qui eſt 100, & la racine quarrée du reſidu 64 (laquelle eſt 8) ſera la longueur de BC, *par la 47. du 1.* Tellement que les coſtez ainſi cogneus, le contenu ſe pourra trouuer ſans aucune difficulté.

COROLLAIRE IV.

De là eſt manifeſte, que de tout triangle rectangle dicible qui ſera en raiſon ſimple, l'vn des coſtez eſtant donné, lequel on voudra, ſe pourront auſsi trouuer les autres, & par conſequent le contenu d'iceluy.

Car des triangles dicibles, il n'y en a que de deux ſortes, ſçauoir eſt, de ceux qui ont le plus petit coſté nombre impair, le moyen pair, & le plus grand impair: & de ceux-cy le plus grand coſté n'excede iamais le moyen que de l'vnité, d'autant que le quarré du plus grand coſté, eſtant égal au quarré du moyen, & au gnomon qui eſt à l'entour *par la 4 du 2*, ſera touſiours nombre pair, afin que le plus petit quarré impair, ioinct auec le pair, faſſe le nombre du plus grand coſté impair.

L'autre ſorte eſt de ceux qui ont le plus petit coſté pair, & le moyen impair : de ceux-cy la moitié dudit plus petit coſté, multiplié par ſoy-meſme, produit vn nombre quarré, auquel ſi on adiouſte vn, ce ſera pour le plus grand coſté dudit triangle : & ſi on en oſte vn, ce ſera pour le moyen coſté : Et cecy eſt general & vniuerſel pour tous triangles rectangles dicibles en raiſon ſimple.

Si donc on propoſe vn triangle rectangle dicible, duquel le plus petit coſté en raiſon ſimple ſoit 5, faut multiplier 5 par ſoy-meſme qui produira 25, leſquels diuiſez en deux parties preſques egalles, ſans fraction, font 12 & 13 pour les deux autres coſtez cherchez : & ſi le plus petit coſté eſt pair en raiſon ſimple comme 8, la moitié ſera 4, multiplié par ſoy-meſme fait 16, auquel ſi on adiouſte vn, fait 17, pour le plus grand coſté ; & ſi on diminuë vn, reſteront 15, pour le moyen. Et pour trouuer le contenu de tels triangles, faut faire comme il a eſté monſtré en ce meſme chapitre. Que ſi les coſtez d'vn triangle ne ſe pouuoient exprimer par aucun nombre precis, pour faire toutes les operations deuant dictes, alors faut faire comme il a eſté monſtré des rectangles au chapitre precedent : car les triangles rectangles ſont moitiez des parallelogrammes rectangles (comme il a eſté dit) par conſequent y a meſme raiſon.

Ces deux manieres de trouuer les coſtez de triangles rectangles, ayans leurſdits coſtez commenſurables en nombre de parties égales ſans fraction, ſont attribuez à Pitagore & à Platon : ſelon lequel Pithagore, ſoit pris pour le moindre coſté quelconque nombre de parties nompair ; & iceluy nombre eſtant quarré ſoit oſté l'vnité de ſondit quarré, & la moitié du reſte d'iceluy quarré ſera le nombre du moyen coſté, auquel adiouſtant l'vnité prouiendra le plus grand : Comme pour exemple, prenant 7 pour le moindre coſté, ſon quarré eſt 49, duquel oſtant l'vnité, reſtent 48, dont la moitié 24 eſt pour le moyen coſté ; mais adiouſtant à iceluy l'vnité, viendront 25 pour le plus grand coſté. Mais ſelon Platon, ſoit pris quelconque nombre pair, & du quarré de la moitié d'iceluy ſoit oſté l'vnité, & reſtera le moyen coſté ; mais adiouſtant ladite vnité, nous aurons le plus grand coſté : Comme pour exemple, prenant 6 pour le nombre des parties du moindre coſté, le quarré de la moitié d'iceluy eſt 9, dont l'vnité eſtant oſtée, reſtent 8 pour le moyen coſté ; mais adiouſtant ladite vnité à iceluy quarré, nous aurons 10 pour le plus grand coſté.

Or nous enſeignerons icy comme par le moyen de trois nombres trouuez, ainſi que deſſus, on pourra diuiſer vn nombre quarré en tant d'autres nombres quarrez qu'on voudra : & pour ce faire poſons que nous voulions partir 36, nombre quarré en cinq quarrez. Premierement donc nous trouuerõs, comme dit eſt cy-deſſus, trois nombres quarrez, dont l'vn ſoit égal aux

deux autres, lesquels soient 5,4 & 3: Maintenant nous dirons, si 5 donnent 4, que donneront 6, qui est la racine de 36, nombre quarré proposé; Item si 5 donnent 3, que donneront 6, & seront trouuez $4\frac{4}{5}$, & $3\frac{3}{5}$, pour la racine des deux quarrez égaux au quarré proposé 36: derechef soit faict que comme 5 est à 4, & à 3, ainsi $3\frac{3}{5}$ a vn autre, & seront trouuez $2\frac{22}{25}$ & $2\frac{4}{25}$ racines de deux nombres quarrez égaux au nombre quarré de $3\frac{3}{5}$; & partant nous aurons desia trois nombres, desquels les quarrez sont égaux au nombre quarré donné; & iceux nombres sont $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, & $2\frac{4}{25}$. Si derechef nous faisons que comme 5 est à 4 & à 3, ainsi $2\frac{4}{25}$ soit à vn autre, seront trouuez deux autres nombres $1\frac{91}{125}$ & $1\frac{17}{125}$: Parquoy delaissant $2\frac{4}{25}$, auquel sont égaux les deux derniers trouuez, nous aurons quatre racines $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$, & $1\frac{17}{125}$, desquels les nombres quarrez sont égaux au nombre quarré proposé 36. Et finablement si on faict derechef que comme 5 est à 4 & à 3, ainsi $1\frac{17}{125}$ soit à vn autre, seront trouuez deux autres racines $1\frac{23}{625}$ & $\frac{486}{625}$: parquoy delaissant $1\frac{17}{125}$, au lieu de laquelle nous auons trouué les deux dernieres racines, nous aurons cinq racines $4\frac{4}{5}$, $2\frac{22}{25}$, $1\frac{91}{125}$, $1\frac{23}{625}$, & $\frac{486}{625}$, les nombres quarrez desquelles, (sçauoir est $23\frac{1}{125}$, $8\frac{184}{625}$, $2\frac{15406}{15625}$, $1\frac{29279}{390625}$, & $\frac{236196}{390625}$) feront ensemble le nombre quarré proposé 36. Et en ceste maniere pourront estre trouuez dauantage de quarrez égaux au nombre proposé 36, si on faict derechef que comme 5 est à 4 & à 3, ainsi la derniere racine trouuée soit à vne autre, &c.

Or d'autant qu'au chap. precedent nous auons inseré plusieurs propositions, concernant le parallelogramme rectangle, lesquelles peuuent estre adaptées au triangle rectangle, puis qu'il n'est autre chose que la moitié dudit parallelogramme, nous les rapporterons icy auec autres, mais sommairement, puis qu'elles ont ja esté expliquées & demonstrées.

1. *La difference des deux costez de l'angle droict d'vn triangle rectangle estant cogneuë, & aussi l'aggregé d'iceux, les trois costez seront trouuez.*

Car si de la moitié de la somme des deux costez, on oste la moitié de leur difference, restera le moindre costé; mais si on l'adiouste, viendra le plus grand costé; & partant l'hypotenuse sera aussi cogneuë, assemblant les quarrez d'iceux costez, & prenant la racine quarrée du produict. Si donc l'aggregé des deux costez est 14, & la differenee 4; la moitié dudit aggregé est 7, dont i'oste 2, moitié de la difference 4, & reste 5 pour le moindre costé; mais adioustant icelles moitiez, viennent 9 pour l'autre costé: Et les quarrez de ces deux costez sont 25 & 81, qui font ensemble 106, dont la racine quarrée $\sqrt{106}$ est le costé soustenant l'angle droict, qu'on appelle hypotenuse. Or pour trouuer ladite hypotenuse, les deux costez estans trouuez, nous ne le repeterons plus, puis que par la 47.p.1. la racine quarrée de l'aggregé des quarrez desdits deux costez, donne touiours icelle hypotenuse.

2. *Le contenu d'vn triangle rectangle estant cogneu, & la raison des deux costez de l'angle droict; on trouuera les trois costez du triangle.*

Car comme vn terme de la raison donnée est à l'autre, ainsi le double du triangle est au quarré du costé homologue au second terme. Parquoy le contenu d'vn triangle estant 48, & la raison des deux costez, comme 3 à 2: Ie pose 3 au premier terme d'vne regle de prop. au second 2, & au troisiesme 96

double du triangle, & la regle eſtant faite viennent 64, dont la racine quarrée 8, eſt le moindre coſté. Mais faiſant que comme 2 eſt à 3, ainſi 96 ſoit à vn autre nombre ſeront trouuez 144, dont la racine quarrée 12 eſt le plus grand coſté: partant l'hypotenuſe ſera $\sqrt{208}$.

3. *La difference des deux coſtez de l'angle droict eſtant cogneuë, & la raiſon deſdits coſtez; on peut auſſi cognoiſtre tous les trois coſtez du triangle.*

Car comme la difference des termes de la raiſon eſt à l'vn ou l'autre d'iceux, ainſi la difference des coſtez eſt au coſté correſpondant: Parquoy la difference des coſtez eſtant 6, & leur raiſon comme 5 à 2: La difference des termes d'icelle raiſon eſt 3; partant comme 3 eſt au plus grand terme 5, ainſi 6 difference des coſtez eſt au plus grand coſté, qui ſera trouué de 10: Mais faiſant que comme 3 eſt au moindre terme 2, ainſi 6 ſoit à vn 4e proportionel, viendra 4 pour le moindre coſté; & partant l'hypotenuſe ſera $\sqrt{116}$.

4. *L'aggregé des deux coſtez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & auſſi la raiſon d'iceux; on pourra trouuer les trois coſtez.*

Car comme l'aggregé des termes de la raiſon eſt auquel on voudra d'iceux, ainſi la ſomme des coſtez de l'angle droict eſt au coſté correſpondant. Parquoy les deux coſtez eſtans entr'eux comme 5 à 2, & l'aggregé d'iceux 14; ſi on trouue vn 4e nombre proportionnel à ces trois 7, 5 & 14, il ſera 10, & iceluy ſera pour le plus grand coſté des deux, & partant le moindre ſera 4, & l'hypotenuſe $\sqrt{116}$.

5. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & l'aggregé des quarrez des deux coſtez de l'angle droict; les trois coſtez du triangle pourront eſtre trouuez.*

Car adiouſtant le quadruple dudit triangle audit aggregé des quarrez, viendra le quarré de la ſomme des coſtez; mais l'oſtant, reſtera le quarré de la difference deſdits coſtez. Parquoy le contenu d'vn triangle rectangle eſtant 24, & l'aggregé des quarrez des deux coſtez de l'angle droict 100; i'adiouſte audit aggregé 100, le quadruple du triangle, qui eſt 96, & viennent 196, dont la racine quarrée 14, eſt la ſomme des coſtez: mais oſtant ledit quadruple 96 dudit aggregé 100, reſte 4, dont la racine quarrée 2 eſt la difference d'iceux coſtez: partant l'vn eſt 8, & l'autre 6, & l'hypotenuſe 10.

6. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & la difference des quarrez des deux coſtez de l'angle droict; on pourra cognoiſtre les trois coſtez du triangle.*

Car le quarré de la moitié de la difference des quarrez eſtant adiouſtée au quarré du double du triangle, on aura le quarré de la ſomme de la ſuſdite moitié, & quarré du moindre coſté; parquoy oſtant du coſté d'iceluy produit ladite moitié de la difference des quarrez, reſtera le quarré du moindre coſté: & partant les deux autres coſtez ſeront trouuez aiſément. Si donc le contenu d'vn triangle eſt 18, & la difference des quarrez des deux coſtez de l'angle droict eſt 65: ie double ledit triangle, & ſont 36, dont le quarré eſt 1296, auquel i'adiouſte $1056\frac{1}{4}$, quarré de la moitié de la difference des quarrez $32\frac{1}{2}$, & viennent $2352\frac{1}{4}$, dont la racine quarrée eſt $48\frac{1}{2}$, de laquelle i'oſte ladite moitié de la difference des quarrez, & reſtent 16, dont la racine quarrée 4 eſt le moindre coſté du triangle, par la moitié duquel ie diuiſe le contenu donné 18, & viennent 9 pour l'autre coſté de l'angle droict: &

partant l'hypotenuſe eſt $\sqrt{97}$.

7. *Le contenu d'vn triangle rectangle eſtant cogneu, & la difference des coſtez de l'angle droict; on peut cognoiſtre les trois coſtez du triangle.*

Car eſtant adiouſté à l'octuple du triangle le quarré de la difference des coſtez, viendra le quarré de la ſomme deſdits coſtez: tellement que l'aggregé des coſtez, & leur difference ſera cogneuë, & partant auſſi chaſque coſté. Parquoy l'aire d'vn triangle rectangle eſtant 18, & la difference des coſtez de l'angle droict 5: i'adiouſte 25 quarré d'icelle difference, à 144 octuple dudit aire, & viennent 169, dont la racine quarrée 13, eſt l'aggregé des deux coſtez de l'angle droict, duquel eſtant oſté la difference 5, reſtent 8, dont la moitié 4 eſt le moindre coſté, & partant le plus grand eſt 9, & l'hypotenuſe $\sqrt{97}$.

8. *L'aire d'vn rectangle eſtant cogneu, & l'aggregé des coſtez de l'angle droict; les trois coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi du quarré de la moitié dudit aggregé on oſte le double de l'aire du triangle, reſtera le quarré de la moitié de la difference des coſtez: tellement que la moitié tant de l'aggregé, que de la difference des coſtez de l'angle droict, ſera cogneuë, & partant les coſtez du triangle ſeront aiſément trouuez. Soit donc vn triangle rectangle dont l'aire eſt 24, & l'aggregé des coſtez de l'angle droict 16: Le quarré de la moitié dudit aggregé eſt 64, dont i'oſte 48, double de l'aire 24, & reſtent 16, dont la racine quarrée 4, eſt moitié de la difference des coſtez de l'angle droict: & icelle moitié eſtant oſtée de 8, moitié de l'aggregé, reſtent 4 pour le moindre coſté; mais eſtant adiouſtée, viennent 12 pour l'autre coſté; & partant l'hypotenuſe eſt $\sqrt{160}$.

9. *Eſtant cogneue la difference des coſtez de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & la ſomme de leurs quarrez, les trois coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Car ſi du double de la ſomme des quarrez on oſte le quarré de la difference des coſtez, reſtera le quarré de l'aggregé deſdits coſtez: tellement que la ſomme des coſtez de l'angle droict ſera cogneuë, & auſſi la difference: & partant chaſque coſté du triangle ſera aiſément cogneu. Parquoy la difference des coſtez de l'angle droict d'vn triangle eſtant 5, & l'aggregé des quarrez deſdits coſtez 97: ie double iceluy aggregé des quarrez, & ſont 194, dont i'oſte 25, quarré de ladite difference 5, & reſtent 169, dont la racine quarrée 13 eſt la ſomme des coſtez, de laquelle i'oſte la difference 5, & reſtent 8, dont la moitié 4 eſt pour le moindre coſté de l'angle droict, & partant l'autre coſté eſt 9, & l'hypotenuſe $\sqrt{97}$.

10. *La difference des coſtez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle eſtant cogneuë, & auſſi la difference des quarrez d'iceux coſtez; les trois coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Car diuiſant la difference des quarrez par la difference des coſtez, viendra la ſomme deſdits coſtez: & partant il ſera aiſé de trouuer iceux coſtez. Parquoy ſi la difference des coſtez de l'angle droict d'vn triangle eſt 5, & la difference des quarrez d'iceux coſtez 65: ie diuiſe 65 par 5, & viennent 13 pour la ſomme deſdits coſtez de l'angle droit, de laquelle ayant oſté la difference 5, reſtent 8, dont la moitié 4, eſt le moindre coſté de l'angle droict, & partant l'autre coſté eſt 9, & l'hypotenuſe $\sqrt{97}$.

11. *Eſtant cogneu l'aggregé des coſtez qui comprennent l'angle droict d'vn triangle*

rectangle, & la somme de leurs quarrez; les trois costez du triangle seront trouuez.

Car si du double de la somme des quarrez on oste le quarré de l'aggregé des costez, restera le quarré de la difference desdits costez: tellement que tant l'aggregé des costez de l'angle droict que la difference sera cogneuë, & partant chasque costé sera aisément trouué. Si donc la somme des costez de l'angle droict est 12, & la somme de leurs quarrez 80; le double d'icelle somme des quarrez est 160, dont i'oste 144, quarré de 12 'aggregé des costez, & restent 16, dont la racine quarrée 4 est la difference des deux costez de l'angle droict, qui ostée de l'aggregé 12, restent 8, dont la moitié 4 est le moindre costé: & partant l'autre sera 8, & l'hypotenuse $\sqrt{80}$.

12. *Estant cogneu l'aggregé des costez de l'angle droict d'vn triangle, & la difference de leurs quarrez; les trois costez du triangle seront trouuez.*

Car diuisant ladite difference des quarrez par ledit aggregé des costez, viendra la difference desdits costez: tellement qu'il sera aisé de trouuer chacun d'iceux. Soit donc l'aggregé des costez 13, & la difference de leurs quarrez 39: ie diuise ladite difference 39, par ledit aggregé 13, & viennent 3 pour la difference des costez de l'angle droict, laquelle ostée de l'aggregé 13, restent 10, dont la moitié 5, est le moindre costé: & partant l'autre sera 8, & l'hypotenuse $\sqrt{89}$.

13. *Estant cogneu l'aire d'vn triangle rectangle, & l'hypotenuse, on peut trouuer les deux autres costez du triangle.*

Car ostant du quarré de l'hypotenuse le quadruple du triangle, restera le quarré de la difference des costez de l'angle droict: tellement que l'aire du triangle, & la difference des costez de l'angle droict seront cogneus: & partant lesdits costez pourront estre trouuez comme il est enseigné à la 7. prop. Le contenu d'vn triangle rectangle soit $10\frac{1}{2}$, & l'hypotenuse $\sqrt{58}$. De 58 quarré de l'hypotenuse, i'oste 42 quadruple de l'aire du triangle, & restent 16, dont la racine quarrée 4, est la difference des costez de l'angle droict: mais adiouſtant lesdits 16 à 84, octuple de l'aire, viennent 100, dont la racine quarrée 10 est l'aggregé desdits costez de l'angle droict, desquels i'oste la difference 4, & restent 6, dont la moitié 3, est le moindre costé, & partant restent 7 pour l'autre.

14. *Estant cogneuë l'hypotenuse d'vn triangle rectangle, & la difference des deux autres costez; on peut trouuer lesdits deux costez du triangle.*

Car ostant du quarré de l'hypotenuse le quarré de la difference des costez de l'angle droict, restera le quadruple de l'aire du triangle: tellement que le contenu dudit triangle sera cogneu, & aussi la difference des costez de l'angle droict: & partant iceux costez seront trouuez comme dit est cy-deuant à la prop. 7. L'hypotenuse d'vn triangle rectangle soit $\sqrt{58}$, & la difference des costez de l'angle droict 4: Le quarré de l'hypotenuse est 58, duquel estant osté 16, quarré de la difference, restent 42, dont le quart $10\frac{1}{2}$, est l'aire du triangle: Mais l'octuple dudit aire est 84, auquel i'adiouste 16, quarré de la difference, & viennent 100, dont la racine quarrée 10, est l'aggregé des costez de l'angle droict, duquel aggregé i'oste la difference 4, & restent 6, dont la moitié 3 est le moindre costé, & partant l'autre est 7.

15. *L'hypotenuſe d'vn triangle rectangle eſtant cogneuë, & l'aggregé des deux autres coſtez, iceux coſtez ſeront trouuez.*

Car oſtant le quarré de l'aggregé deſdits coſtez du double du quarré de l'hypotenuſe, reſtera le quarré de la difference d'iceux coſtez: & partant ils ſeront trouuez comme dit eſt cy-deuant. L'hypotenuſe d'vn triangle ſoit 10, & l'aggregé des deux coſtez de l'angle droict 14: Le quarré de l'hypotenuſe ſera donc 100, & ſon double 200, deſquels i'oſte 196 quarré de l'aggregé 14, & reſte 4, dont la racine quarrée 2 eſt la differẽce des coſtez de l'angle droict, laquelle difference oſtée de l'aggregé 14, reſtent 12, dont la moitié 6, eſt pour le moindre coſté, & partant l'autre eſt 8.

16. *L'hypotenuſe d'vn triangle rectangle eſtant cogneuë, & la raiſon des deux coſtez de l'angle droict; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on faict que comme l'aggregé des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de la diagonalle, ainſi le quarré de l'vn des termes ſoit à vn autre: iceluy ſera le quarré du coſté correſpondant au terme pris. Parquoy ſi l'hypotenuſe eſt √208, & que les coſtez ſoient entr'eux comme 3 à 2: leſdits coſtez ſeront 12 & 8: Car faiſant que comme 13 eſt à 208, ainſi 9 & 4 ſoit à vn autre, viendront 144 & 64, dont les racines ſont 12 & 8.

17. *Eſtant cogneu vn coſté de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & l'aggregé des deux autres coſtez; on peut trouuer leſdits coſtez.*

Car diuiſant le quarré du coſté cogneu par l'aggregé des deux autres, reſtera leur difference; & partant la moitié dudit reſte ſera l'autre coſté de l'angle droict. Vn coſté de l'angle droit d'vn triangle ſoit 8, & l'aggregé des deux autres coſtez 16. Le quarré du coſté cogneu eſt 64, qui diuiſé par l'aggregé 16, viennent 4 pour la difference, laquelle oſtée dudit aggregé 16, reſtent 12, dont la moitié 6, eſt pour l'autre coſté de l'angle droict; & partant l'hypotenuſe eſt 10.

18. *Eſtant cogneu vn coſté de l'angle droict d'vn triangle, & la difference des deux autres coſtez; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on diuiſe le quarré du coſté cogneu par la difference des deux autres coſtez, viendra l'aggregé deſdits coſtez; & partant oſtant d'iceluy aggregé la difference cogneuë, la moitié du reſte ſera l'autre coſté de l'angle droict. Vn coſté de l'angle droict d'vn triangle ſoit 12, & la difference des deux autres 8. Le quarré du coſté cogneu eſt 144, lequel eſtant diuiſé par la difference 8, viennent 18, deſquels oſtant ladite difference, reſtent 10, dont la moitié 5, eſt pour le moindre coſté de l'angle droict: & partant l'hypotenuſe eſt 13.

19. *Vn coſté de l'angle droict eſtant cogneu, & la raiſon des deux autres coſtez; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car ſi on faict que comme la difference des quarrez des termes de la raiſon eſt au quarré de l'vn ou l'autre des termes, ainſi le quarré du coſté cogneu ſoit à vn autre, viendra le quarré du coſté homologue au terme pris. Parquoy ſi vn coſté eſt 8, & que les deux autres ſoient entr'eux comme 5 à 3, ils ſeront 10 & 6: Car faiſant que comme 16 difference des quarrez des termes de la raiſon, eſt au quarré de l'vn & l'autre terme 25 & 9, ainſi 64, quarré du coſté

cogneu, soit à vn autre, viendront 100, & 36, dont la racine est 10, & 6.

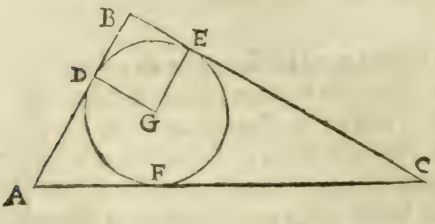
20. *L'aggregé des trois costez d'vn triangle rectangle estant cogneu, & la raison des deux costez de l'angle droict, les trois costez seront trouués.*

Car si on faict que comme l'aggregé des termes de la raison donnée, & de la racine quarrée de l'aggregé des quarrez desdits termes, est à l'aggregé des costez, ainsi chascun des termes de ladite raison soit à vn autre, viendra le costé homologue audit terme. Parquoy si l'aggregé des costez d'vn triangle rectangle est 36, & que les costez de l'angle droict soient entre eux comme 4 à 3: soit trouuée la racine quarrée de l'aggregé des quarrez des termes 16 & 9, qui sera 5, laquelle soit adiousteé ausdits termes, & viendront 12: puis soit faict que comme 12 est à l'aggregé des costez 36, ainsi chascun des termes 4, & 3 soit à vn autre nombre, & seront trouuez 12, & 9 pour les costez de l'angle droict, & partant l'hypotenuse est 15.

Or si ledit aggregé des costez estoit donné, & la raison de l'hypotenuse à l'vn des deux autres costez; lesdits costez seroient aussi aisément trouuez: Car il n'y auroit que adiouster ledit aggregé donné auec la racine quarrée de la difference des quarrez des termes de la raison, & viendroit le premier nombre de l'analogie cy-dessus, &c.

21. *L'hypotenuse d'vn triangle rectangle estant cogneuë, & aussi le diametre du cercle inscript audit triangle; les deux costez de l'angle droict seront trouuez.*

Nous auons ja enseigné en la quinziesme prop. qu'estant cogneuë l'hypotenuse, & l'aggregé des deux autres costez, iceux costez seront trouuez: Or nous auons icy l'hypotenuse cogneuë, & nous aurons ledit aggregé des costez de l'angle droict, adioustant le diametre du cercle à ladite hypotenuse: ce que nous demonstrerons ainsi. Soit vn triangle rectangle ABC, dans lequel est inscript le cercle D E F, duquel le centre est G, & qui touche les costez du triangle és poincts D, E, F: ie dis que l'hypotenuse AC est moindre



que l'aggregé des deux costez AB, BC, de la quantité du diametre du cercle DEF. Car ayant tiré du centre G, aux poincts d'attouchement D & E les semidiametres GD, GE; ils seront perpendiculaires aux costez AB, BC par la 18. p. 3. & partant le quadrilatere DBEG, a tous les angles droicts, & par la 34. p. 1. il a les costez oppposez égaux: il est donc quarré, & les deux costez DB, BE, seront ensemble égaux aux deux semidiametres GD, GE ensemble. Mais par le corol. de la 36. p. 3. les deux lignes AD, AF, sont égales entre elles, & aussi les deux CE, CF. Donc les deux AD, CE ensemble, seront egales aux deux AF, CF ensemble, c'est à dire à toute l'hypotenuse AC: icelle hypotenuse AC est donc moindre que les deux costez AB, BC ensemble, de la quantité de DB, BE ensemble, c'est à dire du diametre du cercle. Parquoy l'hypotenuse AC estant 10, & le semidiametre DG 2; i'adjouste tout le diametre 4 à ladite hypotenuse 10, & viennent 14, pour l'aggregé des costez de l'angle droict ABC; & partant le moindre costé AB sera 6, & l'autre BC 8.

Soit

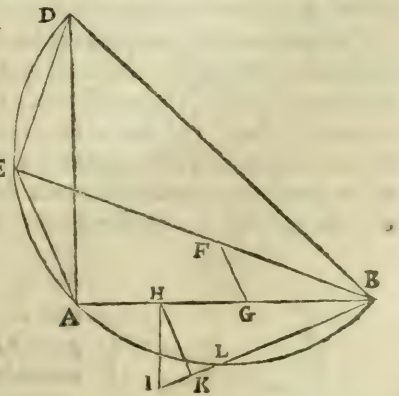
Soit encore l'hypotenuſe AC 9, & le diametre du cercle $\sqrt{45}-3$. Ladite hypotenuſe & diametre joincts enſemble, font donc $\sqrt{45}+6$; & tel ſera l'aggregé des coſtez de l'angle droict ABC, dont le quarré eſt $81+\sqrt{6480}$, qui oſté de 162, double du quarré de l'hypotenuſe AC reſtent $81-\sqrt{6480}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{45}-6$, qui oſtée de l'aggregé $\sqrt{45}+6$, reſtent 12, dont la moitié 6 eſt pour le moindre coſté AB; & partant l'autre coſté BC eſt $\sqrt{45}$.

Il eſt donc manifeſte que ſi l'aggregé des deux coſtez de l'angle droict eſt cogneu, & auſſi le diametre du cercle inſcriptible audit triangle, que les trois coſtez ſeront pareillement trouuez: car oſtant dudit aggregé ledit diametre, reſtera l'hypotenuſe, & partant leſdits coſtez de l'angle droit ſeront trouuez comme deſſus.

Que ſi l'aggregé de tous les trois coſtez du triangle eſt cogneu, & ledit diametre du cercle inſcriptible, leſdits coſtez ſeront encores trouuez: Car oſtant ledit diametre dudit aggregé, la moitié du reſte ſera l'hypotenuſe, qui oſtée dudit aggregé reſtera la ſomme des deux coſtez de l'angle droict, chaſcun deſquels ſera trouué comme dit eſt cy-deſſus.

22. *Eſtant cogneue la difference des ſegmens faicts par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict ſur l'hypotenuſe, & l'aggregé des coſtez dudit angle droict; les trois coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Car comme le double du quarré de la ſomme des coſtez de l'angle droict, moins le quarré de la difference des ſegmens, eſt à ladite ſomme des coſtez, ainſi ladite difference des ſegmens eſt à la difference des coſtez, & ainſi auſſi ladite ſomme des coſtez eſt à l'hypotenuſe: ce que nous demonſtrerons ainſi. Soit vn triangle rectangle IHB, de l'angle droict duquel tombe la perpendiculaire HK, & ſoit priſe KL eſgale à IK, afin que LB ſoit la difference des ſegmens IK, KB; & ſoit continué le coſté BH, iuſques en A, en ſorte que HA ſoit eſgale au moindre coſté HI, afin que AB ſoit l'aggregé des coſtez de l'angle droict: puis ſur ladite AB, ſoit eſleuée la perpendiculaire AD eſgale à la meſme AB, & ayant joinct BD, ſoit deſcrit ſur icelle BD le demy cercle BAD, auquel ſoit accommodée la ligne droicte DE eſgale à la difference des ſegmens BL (ce qui ſe peut: car puiſque par la 20. p. 1. l'aggregé AB eſt plus grand que l'hypotenuſe BI, à plus forte raiſon DB, qui peut le double du quarré de AB ſera plus grand que BL,) afin que ayant tiré BE, elle puiſſe le double du quarré de AB, moins le quarré d'icelle DE par la 47. p. 1. ſoit auſſi priſe HG eſgale à HI, afin que GB ſoit la difference des coſtez de l'angle droict: Ie dis donc que comme BE, (dont le quarré auec celuy de DE difference des ſegmens eſt double du quarré de l'aggregé AB) eſt audit aggregé AB, ainſi la difference des ſegmens BL, eſt à la difference des coſtez

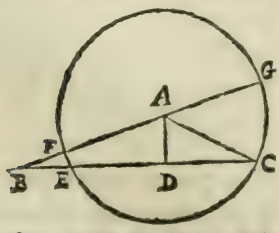


BG;& ainſi auſſi ledit aggregé AB eſt à l'hypotenuſe IB. D'autant que LB eſt la difference des ſegmens, & BG celle des coſtez, comme l'aggregé AB ſera à l'hypotenuſe BI, ainſi BL ſera à BG, comme il appert par ce qui eſt demonſtré à la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion : Et en permutant comme AB ſera à BL, ainſi BI ſera à BG:& par la 22.p.6.comme le quarré de AB ſera au quarré de BL, ainſi le quarré de BI, ou les deux de AH, HB, ſera au quarré de BG:Et doublant les antecedans, comme le double du quarré de AB, c'eſt à dire le quarré de BD, eſt au quarré de BL, ou DE, ainſi le double des quarrez de AH, HB, c'eſt à dire les quarrez de AB, BG par la 10.p.2.eſt au quarré de BG:Et en diuiſant, comme le quarré de BE ſera au quarré de DE, ainſi le quarré de AB eſt au quarré de BG : Et par la 22. p. 6. comme BE ſera à DE, ainſi AB ſera à BG:donc en permutant, comme BE ſera à AB, ainſi DE ou BL ſera à BG. Mais nous auons demonſtré que BL eſt à BG, comme AB eſt à BI : Donc comme BE eſt à AB, ainſi BL eſt à BG, & ainſi auſſi AB à BI. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Parquoy l'aggregé AB eſtant 35,& la difference BL 7:ie quarre 35, & viennent 1225, dont le double eſt 2450, duquel i'oſte 49, quarré de 7, & reſtent 2401, dont la racine quarrée 49 eſt pour BE : faiſant donc que comme 49 eſt à l'aggregé 35,ainſi la difference 7 ſoit à vn autre, viendront 5 pour BG difference des coſtez IH, HB ; & partant IH eſt 15,& BH 20. Mais faiſant derechef que comme 49 eſt à 35, ainſi 35 ſoit à vn autre, viendront 25 pour l'hypotenuſe BI. L'aggregé AB ſoit derechef 28, & la difference BL $5\frac{3}{5}$:Le quarré de 28 eſt 784, & ſon double 1568, dont i'oſte $31\frac{9}{25}$ quarré de BL, & reſtent $1536\frac{16}{25}$, dont la racine quarrée eſt $37\frac{1}{5}$:faiſant donc que comme $37\frac{1}{5}$ eſt à l'aggregé 28, ainſi la difference $5\frac{3}{5}$ ſoit à vn autre, viendront 4 pour BG, difference des coſtez ; & partant ils ſeront 12 & 16 ; & l'hypotenuſe 20.

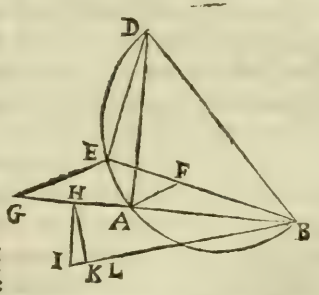
23. *Eſtant cogneue la difference des coſtez de l'angle droict, & la difference des ſegmens faicts par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict ſur l'hypotenuſe ; les coſtés du triangle ſeront trouués.*

Car comme la ligne qui peut le double du quarré de la difference des coſtez de l'angle droict, moins le quarré de la difference des ſegmens de l'hypothenuſe, eſt à ladite difference des coſtez, ainſi ladite difference des ſegmens eſt à l'aggregé des coſtez de l'angle droict, & ainſi auſſi eſt ladite difference des coſtez à l'hypotenuſe. Ce que nous demonſtrerons, ayans prouué au prealable que la difference deſdits ſegmens, eſt moindre que la ligne droicte qui peut le double du quarré de la difference des coſtez de l'angle droict. Soit vn triangle ABC, ayant l'angle A droict, duquel tombe la perpendiculaire AD, qui couppe l'hypotenuſe en deux ſegmens inegaux BD, DC ; & du centre A & interualle du moindre coſté AC, ſoit deſcrit vn cercle CEFG couppant l'hypotenuſe en E, & le coſté AB prolongé és poincts F & G : tellement que BE ſera la difference des ſegmens, & BF la difference des coſtez:ie dis donc que BE eſt moindre que la ligne droicte qui peut le double



du quarré de BF. Car d'autant que par le corollaire de la 36. p. 3. le rectangle de EBC eſt eſgal au rectangle de FBG; comme BC eſt à BG, ainſi BF eſt à BE par la 16. p. 6. & par la 22. p. 6. comme le quarré de BC ſera au quarré de BG, ainſi le quarré de BF ſera au quarré de BE, & doublant les antecedans, comme le double du quarré de BC ſera au quarré de BG, ainſi ſera le double du quarré de BF au quarré de BE. Mais par la 10. p. 2. les quarrez de BG, BF ſont enſemble double des quarrez de AB, AG, c'eſt à dire de BC; & partant le double du quarré de BC ſera plus grand que le ſeul quarré de BG: donc auſſi le double du quarré de BF ſera plus grand que le quarré de BE. Demonſtrons maintenant ce qui eſtoit propoſé.

Soit vn triangle rectangle BHI, de l'angle droict duquel tombe la perpendiculaire HK, & ſoit priſe KL eſgale à KI, afin que LB ſoit la difference des ſegmens IK, KB: puis ſoit auſſi priſe HA eſgale au moindre coſté HI, afin que AB ſoit la difference des coſtez, & ſoit continuée BH iuſques en G, en ſorte que HG ſoit eſgale à HI: en apres ſur AB ſoit eſleuée la perpendiculaire AD eſgale à icelle AB; & ayant tiré BD, ſoit deſcrit ſur icelle le cercle ADB, auquel ſoit accommodée BE eſgale à la difference des ſegmens BL, & tiré DE; le quarré d'icelle DE auec le quarré de la difference des ſegmens BE, ou BL, eſt eſgal au double du quarré de AB difference des coſtez par la 47. p. 1. Ie dis donc que comme ED eſt à la difference AB, ainſi la difference BL eſt à l'aggregé des coſtez GB; & ainſi auſſi ladite difference AB eſt à l'hypotenuſe IB. D'autant que comme l'hypotenuſe IB eſt à l'aggregé GB, ainſi la difference AB eſt à la difference LB; le quarré de IB, ou les deux de GH, HB, ſeront au quarré de GB, comme le quarré de AB ſera au quarré de BL, ou de BE; & doublant les antecedans, comme le quarré de BD ſera au quarré de BE, ainſi l'aggregé des quarrez de GB, AB, ſera au quarré de GB: & en diuiſant, le quarré de AB ſera au quarré de GB, comme le quarré de DE ſera au quarré de BE, ou de BL; & partant comme DE eſt à BA, ainſi BL eſt à GB par la 12. p. 6. Mais puiſque IB eſt à GB, comme AB eſt à BL; en permutant, comme AB ſera à BI, ainſi BL ſera à BG: donc comme DE eſt à AB, ainſi AB eſt auſſi à BI. Nous auons donc demonſtré ce qui eſtoit propoſé.



Si donc la difference des coſtez de l'angle droict AB eſt 3, & la difference des ſegmens BL eſt $4\frac{1}{5}$; le quarré de AB ſera 9, & ſon double 18, duquel oſtant $17\frac{16}{25}$ quarré de la difference BL, reſteront ſeulement $\frac{9}{25}$, dont la racine quarrée $\frac{3}{5}$ eſt pour la ligne DE: faiſant donc que comme $\frac{3}{5}$ eſt à la difference 3, ainſi la difference $4\frac{1}{5}$ ſoit à vn autre, viendront 21 pour l'aggregé GB; & partant le coſté HI ſera 9, & l'autre coſté HB 12: Mais diuiſant le quarré de AB 9 par DE $\frac{3}{5}$, viendront 15 pour l'hypotenuſe BI. Soit encore la difference AB 7, & la difference LB $9\frac{1}{13}$: le quarré de AB ſera donc 49, & ſon double 98, pour le quarré de DB, duquel oſtant $83\frac{134}{169}$ quarré de la diffe-

rence des segmens, resteront $14\frac{15}{169}$ pour le quarré de DB; & partant icelle ligne sera $3\frac{10}{13}$: faisant donc que comme $3\frac{10}{13}$ sont à la difference 7, ainsi la difference $9\frac{3}{13}$ soit à vn autre, viendront 17 pour l'aggregé des costez GB; & partant le costé HI est 5, & HB 12, & l'hypotenuse IB 13.

24. *Estant cogneu vn costé de l'angle droict d'vn triangle rectangle, & l'alterne segment fait par la perpendiculaire, tombant de l'angle droict sur l'hypotenuse; les costez du triangle seront trouuez.*

Car il appert par la demonstration du 120 prob. Geom. de Henrion, que la moitié du segment estant adiousté à la ligne qui peut les quarrez du costé cogneu, & de ladite moitié du segment, viendra l'hypotenuse. Parquoy vn costé de l'angle droict d'vn triangle estant 20, & l'alterne segment 9, le quarré dudit costé sera 400, & celuy de la moitié du segment 9, est $\frac{81}{4}$, lesquels deux quarrez adiousté ensemble font $\frac{1681}{4}$, dont la racine quarrée est $20\frac{1}{2}$, à laquelle i'adiouste la moitié du segment, & viennent 25 pour l'hypotenuse; & partant l'autre costé est 15. Item le costé d'vn triangle rectangle estant 12, & l'alterne segment $12\frac{4}{5}$; le quarré dudit costé sera 144, & celuy de la moitié du segment $\frac{10^{2}}{25}$, celuy-cy joinct à celuy-là, viennent $\frac{4624}{25}$, dont la racine quarrée est $13\frac{1}{5}$, à laquelle estant adiousté ladite moitié du segment $6\frac{2}{5}$, viennent 20 pour l'hypotenuse; & partant l'autre costé est 16.

25. *Estant cogneue la difference des costés de l'angle droict d'vn triangle, & la perpendiculaire tombant d'iceluy angle sur l'hypotenuse; les costés du triangle seront trouués.*

Car il est éuident par la demonstration du 121. prob. Geom. de Henrion, qu'adioustant la perpendiculaire à la ligne qui peut les quarrez de ladite perpendiculaire, & difference des costez, viendra l'hypotenuse. Parquoy si la difference des costez de l'angle droict d'vn triangle est 5, & la perpendiculaire 12; adjoustant les quarrez de ladite difference & perpendiculaire, 25 & 144, viendront 169, dont la racine quarrée est 13, à laquelle estant adoustée la perpendiculaire, viendront 25 pour l'hypotenuse du triangle: & partant multipliant ladite hypotenuse par la perpendiculaire 12, viendront 300 pour le double de l'aire du triangle, que ie quadruple, & viennent 1200, ausquels i'adiouste 25 quarré de la difference des costez, & viennent 1225 pour le quarré de l'aggregé desdits costez, ainsi qu'il a esté dit cy-deuant à la 7. & 14. p. Parquoy ledit aggregé sera 35, & partant les costez seront 15 & 20. Soit encore la difference des costez de l'angle droict 3, & la perpendiculaire $7\frac{1}{5}$: leurs quarrez seront 9, & $\frac{1296}{25}$, qui font ensemble $\frac{1521}{25}$, dont la racine quarrée est $7\frac{4}{5}$, à laquelle i'adiouste la perpendiculaire $7\frac{1}{5}$, & viennent 15 pour l'hypotenuse, laquelle multiplie par ladite perpendic. viennent 108, qu'il faut quadrupler, & viendront 432, ausquels soit adiousté le quarré de la difference des costez, & seront 441, dont la racine quarrée 21 est l'aggregé des costez de l'angle droict; & partant ils seront 9 & 12.

26. *Estant cogneu l'aggregé des deux costés de l'angle droict d'vn triangle, & la perpendiculaire tombant dudit angle sur l'hypotenuse; les costés du triangle seront trouués.*

Car il est manifeste par la demonstration du 122. prob. Geom. de Henrion, qu'ostant la perpendiculaire de la ligne qui peut les quarrez de l'aggregé, & de ladite perpendiculaire, restera l'hypotenuse; & partant les costez de

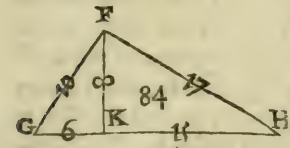
l'angle droict, pourront eſtre trouuez comme il eſt enſeigné en la 15. prop. Parquoy ſi l'aggregé des coſtez de l'angle droict d'vn triangle eſt 35, & la perpendiculaire 12, adjouſtant leurs quarrez 1225 & 144, viendront 1369, dont la racine quarrée eſt 37, de laquelle eſtant oſtée la perpendiculaire 12, reſtent 25, pour l'hypotenuſe du triangle, le quarré de laquelle eſtant doublé donne 1250, deſquels i'oſte le quarré de l'aggregé 35, qui eſt 1225, & reſtent ſeulement 25, dont la racine quarrée 5, eſt la difference des coſtez, & partant ils ſont 15, & 20. Item l'aggregé des coſtez de l'angle droict eſtant 21, & la perpendiculaire 7 $\frac{1}{5}$; leurs quarrez ſeront 441, & $\frac{1936}{25}$, qui adjouſtez enſemble feront $\frac{12321}{25}$, dont la racine quarrée eſt 22 $\frac{1}{5}$, de laquelle i'oſte la perpendiculaire 7 $\frac{1}{5}$, & reſtent 15 pour l'hypotenuſe, le quarré de laquelle eſt 225, & ſon double 450, deſquels ayãt oſté le quarré de l'aggregé 441, reſtent ſeulement 9, dont la racine quarrée 3, eſt la difference des coſtez de l'angle droict; & partant iceux coſtez ſeront 9 & 12.

Nous mettrons fin à ces propoſitions des triangles rectangles, pour venir au troiſieſme chapitre de noſtre Autheur.

Comment ſont meſurez les triangles ambligones.

CHAPITRE III.

De tout triangle ambligone, le plus long coſté multiplié par la moitié de la perpendiculaire qui tombe de l'angle obtus ſur ledit coſté, ou toute icelle perpendiculaire multipliée par la moitié du plus grand coſté, produict l'aire du triangle.



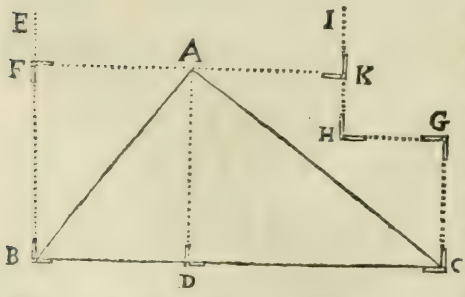
COmme du triangle am-bligone F G H, le plus long coſté de GH 21 pieds, multiplié par la moitié de FK, (qui eſt la ligne tombante perpendiculairement de l'angle obtus F, ſur ledit coſté GH, laquelle nous poſons eſtre de 8 pieds) le produict 84 ſera le contenu de tout le triangle ambligone FGH: la raiſon eſt que la ligne KH, multipliée par la moitié de FK, produict le contenu du triangle rectangle FKH, & la ligne KG, multipliée par la moitié de FK, produict le contenu de l'autre triangle rectangle FKG, comme il a eſté monſtré au chapitre precedent, leſquels deux triangles ſont egaux au tout FGH.

Ce que dit icy noſtre Autheur des triangles ambligones, ſe peut auſſi appliquer à toutes ſortes de triangles: car Henrion a demonſtré au commencement du chap. 2. du 3. liure de ſa Geometrie pratique, qu'en tout triangle, la perpendiculaire tombant de l'vn des angles du triangle ſur le coſté oppoſé,

eſtant multiplié par la moitié d'iceluy coſté, ou tout ledit coſté par la moitié d'icelle perpendiculaire; eſt produict l'aire du triangle : ou bien qu'eſtant multiplié tout le coſté par toute la perpendiculaire; la moitié du produit eſt l'aire du triangle. Ce qui me ſemble mieux, que de ſurcharger la memoire, d'autant de thoremes & preceptes qu'il y a deſpece de triangle. Et d'autant que noſtredit Autheur n'enſeigne point comme il faut cognoiſtre ny les coſtez, ny autres choſes qu'il preſuppoſe touſiours eſtre cogneuë, nous le monſtrerons icy le plus brefuement qu'il nous ſera poſſible.

Quand donc vous deſirez meſurer vne piece de terre, ou autre ſuperficie plane de forme triangulaire, meſurez premierement auec vne chaiſne, corde, toiſe, verge, pas, ou autre choſe, les trois coſtez de ladite figure, pour puis apres trouuer par le moyen d'iceux le contenu de ladite figure, comme ſera dit au chap. 5. Ou bien meſurez l'vn des coſtez, & la perpendiculaire tombant ſur iceluy de l'angle oppoſé : Et d'autant que lors que ladite perpendiculaire tombe dedans le triangle, l'operation me ſemble plus aiſée; afin que cela aduienne aſſeurément, meſurez le plus grand coſté, comme eſt icy BC; & pour trouuer le lieu où la perpendiculaire tombante ſur iceluy de l'angle oppoſé le doit rencontrer, ouurez le Compas de proportion à angle droict, puis de B allez vers C, iuſques à ce que l'vne des jambes dudit Compas eſtant le long de ladite BC, le ray viſuel paſſant par les pinulles de l'autre jambe, aille rencontrer ledit poinct A, & ſoit de D, duquel vous meſurerez la diſtance iuſques à A.

Que ſi on ne pouuoit meſurer ladite perpendiculaire DA par dedans le triangle, il la faudra meſurer par dehors ainſi : Le Compas eſtant à angle droict diſpoſez-le en B, en ſorte que l'vne des jambes s'accorde ſur BC, & l'autre jambe aille à l'infiny vers E, où vous ferez planter vn piquet; puis ayant auſſi planté vn piquet en B, vous-vous en irez vers ledit poinct E iuſques à ce que l'vne des jambes du Compas eſtant ſelon BE, le ray viſuel de l'autre jambe aille rencontrer le poinct A, & ſoit de F : quoy faict vous meſurerez la diſtance BF, qui ſera égale à la perpendiculaire DA.



Que ſi ladite perpendiculaire ne ſe pouuoit meſurer en vne ſeule ligne, ſoit dedans ou dehors le triangle, à cauſe de la trop grande diſtance, ou de quelque autre obſtacle qui empeſche de veoir le poinct A, ou de continuër ladite perpendiculaire tant qu'il en ſeroit beſoing, il ſe faudroit deſtourner à dextre ou à ſeneſtre, ſelon la commodité du lieu, tenant touſiours le Compas à angle droict: Comme pour exemple, preſuppoſé que nous voulions tirer vne perpendic. du poinct C; le Compas eſtant à angle droict, & diſpoſé audit lieu C en ſorte que l'vne des iambes s'accorde ſur CB, faictes planter vn piquet ſur le ray viſuel de l'autre iambe, comme en G, où il ſe rencontre

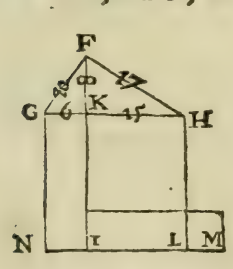
quelque obſtacle qui empeſche de pouuoir paſſer outre: ce faict, ayant planté vn piquet en C, allez audit lieu G, & y diſpoſez voſtre Compas en ſorte que l'vne des iambes s'accorde ſur GC; puis ſur le rayon viſuel qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, faictes auſſi planter vn piquet au poinct H, ſi eſloigné de G, que l'obſtacle rencontré audit lieu G ne puiſſe plus empeſcher de paſſer outre: En apres diſpoſez audit poinct H le Compas, en ſorte que l'vne des iambes ſoit le long de HG, & ſur le rayon viſuel de l'autre iambe faictes planter vn piquet, comme en I, vers lequel vous irez iuſques à ce que l'vne des iambes du Compas eſtant ſur HI, le ray viſuel paſſant par les pinulles de l'autre iambe aille rencontrer le poinct A: Quoy faict, vous meſurerez les diſtances KH, & GC, leſquelles ioinctes enſemble ſont égales à la perpendiculaire deſirée AD.

Que ſi on ne pouuoit meſurer mechaniquement que l'vn des coſtez, comme AB, il faudroit obſeruer les angles A & B; puis par la 6. p. des triangles rectil. de Henrion, trouuer le coſté oppoſé à l'vn d'iceux angles, comme BC; & par la 2. p. deſdits triangles, la perpendiculaire AD: Quoy faict, faudra trouuer l'aire comme dit eſt cy-deſſus.

COROLLAIRE I.

Les coſtez d'vn triangle ambligone eſtant donnez, ſe pourront trouuer les parties du coſté qui ſouſtient l'angle obtus diuiſé par la perpendiculaire.

CAr le quarré de FH, eſt moindre que les quarrez enſemble de GH, & FG, de la quantité deux fois du rectangle cõpris ſoubs GH, GK: Ce qui ſe prouue ainſi. Le quarré de FH, eſt égal aux quarrez de FK, & KH, *par la 47. du 1.* Or le quarré de GH, eſt plus grand que le quarré de KH, de la quantité du gnomon GIL: & le quarré de FG, eſt auſſi plus grand que le quarré de FK, du quarré de GK, qu'eſt LM: Le gnomon donc auec le quarré LM, eſt égal au rectangle compris deux fois ſoubs GH, GK: car MI eſt égale à HG, & GN égale à GH, *par la conſtruction*: Il s'enſuit donc (GH eſtant 21, GF 10 & FH 17) que diuiſant ce que les quarrez de GH, & GF, ont plus que le quarré de FH (c'eſt à dire 252) par la ligne GH (qui eſt 21) le quotient 12 ſera double à la ligne GK: laquelle par ce moyen ſera congneuë eſtre de 6 pieds, & KH de 15.



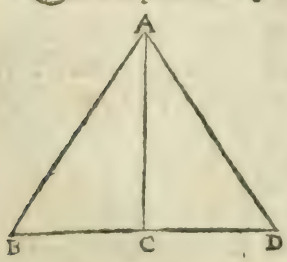
Ce que noſtre Autheur a voulu prouuer icy n'eſt autre choſe que ce qui eſt demonſtré à la 13. p. 2. Car encore qu'Euclide l'ait propoſé des triangles oxigones ſeulement, neantmoins (comme a treſ-bien aduerty Henrion)

ladite prop. a auſſi lieu és triangles rectangles & ambligones, la perpendiculaire tombant de l'angle droict ou obtus: tellement donc qu'en tout triangle du plus grand angle, duquel tombe vne perpendic. ſur la baſe ou coſté oppoſé, ayant adiouſté le quarré de l'vn des coſtez auec celuy de ladite baſe, & du produict, oſté le quarré de l'autre coſté, ſi on diuiſe le reſte par la baſe, viendra le double du ſegment alterne au coſté dont le quarré aura eſté ſouſtraict. Leſdits ſegmens ſeront encore trouuez comme il eſt enſeigné à la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion, & comme il a eſté dit cy-deuant, ſçauoir-eſt, faiſant que comme la baſe du triangle eſt à l'aggregé des deux coſtez, ainſi la difference deſdits coſtez ſoit à vn autre, qui ſera la difference deſdits ſegmens: & partant icelle difference eſtant oſtée de la baſe, la moitié du reſte ſera le moindre ſegment. Comme en l'exemple cy-deſſus, ſoit faict que comme la baſe 21, eſt à l'aggregé des coſtez 27, ainſi la difference d'iceux coſtez 7 ſoit à vn autre nombre, & viendront 9, qui oſtez de la baſe 21, reſtent 12, dont la moitié 6 eſt le moindre ſegment GK; & partant l'autre ſegment eſt 15. Ou bien encore autrement, ſoient quarrez les deux coſtez 10 & 17, & viendront 100 & 289, dont la difference eſt 189, laquelle ſoit diuiſée par la baſe 21, & viendront 9 pour la difference des ſegmens, & partant ils ſeront 6 & 15 comme deuant; & ce d'autant que la difference des quarrez des coſtez, eſt égal au rectangle faict de la baſe, & de la difference des ſegmens, comme on peut demonſtrer par la 47. p. 1. & 6. p. 2.

Mais eſt à notter que ſi le triangle propoſé eſtoit rectangle, il y a vne regle particuliere à iceluy, pour trouuer leſdits ſegmens, qui eſt plus prompte & facile à operer que celles cy-deſſus: Car diuiſant le quarré de l'vn des coſtez par la baſe ou hypotenuſe, ſeroit donné le ſegment ioignant ledit coſté; & ce d'autant que par le corol. de la 8. p. 6. iceluy coſté eſt moyen prop. entre ladite baſe & ledit ſegment.

Or quand les coſtez d'vn triangle ſont cogneus en nombre, on cognoiſtra l'eſpece du triangle ainſi qu'il en ſuit: ayant quarré chaſque coſté, ſi le plus grand des quarrez eſt égal aux deux autres, le triangle ſera rectangle: Mais s'il eſt plus grand, le triangle ſera ambligone: & s'il eſt moindre, oxigone.

Quant à la premiere partie, elle eſt manifeſte par la 48. p. 1. Et pour la ſeconde, ſoit le triangle ABC, le plus grand coſté duquel ſoit AB, & par conſequent le quarré d'iceluy plus grand que chacun des deux autres AC, BC, mais auſſi plus grand que les deux enſemble: Ie dis que le triangle ABC eſt ambligone. Sur AC, & au poinct C ſoit eſleuée la perpendiculaire CD eſgale au coſté CB, & mené la ligne AD. Puiſque le triangle ACD eſt rectangle, par la 47. p. 1. le quarré de AD ſera égal aux quarrez de AC, CD, c'eſt à dire de AC, CB. Mais le quarré de AB, a eſté poſé plus grand que leſdits quarrez de AC, CB: Donc le quarré de AB ſera auſſi plus grand que le quarré de AD; & par conſequent la ligne AB plus grande que la ligne AD: Et puis que les coſtez AC, CB ſont égaux aux coſtez AC, CD



CD, chacune au ſien, & que la baſe AB eſt plus grande que la baſe AD, l'angle ACB ſera plus grand que l'angle droict ACD par la 25. p. 1. & partant le triangle ACB, qui a l'angle ACB obtus, eſt ambligone.

Pour la 3e partie : Si le quarré de AB (qui eſt le plus grand coſté) eſtoit moindre que les deux quarrez des deux autres coſtez AC, CB ; Ie dis que le triangle ACB ſeroit oxigone. Car ayant conſtruit le triangle ACD comme deſſus, le quarré de AD ſera plus grand que le quarré de AB ; & partant icelle AD plus grande que AB : Parquoy l'angle droict ACD ſera plus grand que l'angle ACB par la 25. p. 1. Iceluy ACB eſt donc aigu ; & par conſequent chacun des deux autres angles du triangle ACB ſeront auſſi aigus, chaſcun eſtant moindre qu'iceluy ACB par la 18. p. 1. le triangle ABC eſt donc oxigone.

COROLLAIRE II.

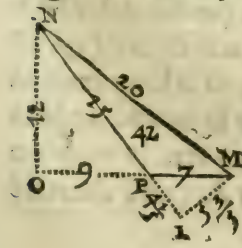
De là s'enſuit que les parties de la baſe ainſi trouuez, la perpendiculaire ſera facilement cogneuë.

Car le coſté FG, a pour ſon quarré 100, lequel eſt égal aux deux quarrez de FK & KG, *par la 47 du premier.* Si donc on ſouſtraict le quarré de GK, (c'eſt à dire 36) de 100, reſteront 64 pour le quarré de FK, deſquels 64 la racine quarrée 8 ſera la longueur de la perpendiculaire FK.

Ceſte maniere de trouuer la perpendiculaire eſt facile à operer quand il ne s'y rencontre que des nombres entiers : mais quand il y a des fractions, i'aymerois mieux proceder par la voye des ſinus, enſeignée en la 5. p. des triangles rectilignes de Henrion, ou pluſtoſt en la 3. p. Car deux coſtez d'vn triangle rectangle ſont cogneus, & la perpendiculaire cherchée eſt le troiſieſme coſté.

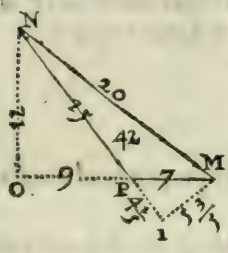
COROLLAIRE III.

Les choſes ainſi demonſtrées cy-deuant, il eſt éuident que les trois coſtez d'vn triangle ambligone eſtans donnez, ſe pourra encor trouuer la perpendiculaire, qui tombera de l'angle aigu hors du triangle, ſur l'vn des coſtez prolongé, lequel eſt au long de l'angle obtus.



SOit donc le triangle ambligone NPM, 7, 15, 20, l'angle obtus d'iceluy au poinct O : Et le coſté MP, ſoit prolongé vers O : Apres ſoit tirée la perpendiculaire NO, il eſt manifeſte *par la 12 du 2*, que le quarré du coſté MN, qui ſouſtient l'angle obtus, eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez de la quantité deux fois du rectangle com-

pris ſoubs le coſté MP, & la ligne entre la perpendiculaire & l'angle obtus, ſçauoir OP. Si donc on diuiſe par le coſté MP, ce dequoy le quarré NM eſt plus grand que les quarrez des deux autres coſtez, c'eſt à ſçauoir 126 par 7 : le quotient ſera 18, double à la ligne PO, laquelle par ce moyen ſera de 9, leſquels adiouſtez au coſté PM feront 16. Or *par la 47 du* 1. le quarré de NM eſt égal aux quarrez de MO & ON : Si donc le quarré OM (c'eſt à dire 256) eſt ſouſtraict du quarré de NM, il reſtera 144 pour le contenu du quarré de MO, duquel nombre la racine quarrée 12, ſera la longueur de la perpendiculaire NO. Quand donc on multipliera icelle perpendiculaire, par la moitié du coſté qui aura eſté prolongé, ou la moitié d'icelle perpendiculaire par le meſme coſté, il en prouiendra l'aire du triangle ambligone. La raiſon eſt, que ce triangle eſt égal au triangle rectangle, duquel les coſtez comprenans l'angle droit, ſont égaux aux lignes NO & PM. *Comme on peut colliger de la 38 du* 1.



Henrion a auſſi enſeigné en la 5. p. des triangles rectilignes à trouuer ladite perp. où il a demonſtré que faiſant comme la baſe 7 eſt à l'aggregé des coſtez 35, ainſi la diffference deſdits coſtez 5 ſoit à vn autre, iceluy nombre quatrieſme prop. 25, ſera l'aggregé de la baſe 7 & du double de OP, tellement que OM ſera 16 ; & partant le triangle rectangle ONM a deux coſtez cogneus, & par conſequent le troiſieſme ON, qui eſt la perpendiculaire requiſe, ſera trouuée de 12, par la 3. p. deſdits triangles rectilignes. On pourra donc operer par l'vne ou l'autre maniere cy-deſſus. Soit donc que la perpendiculaire tombe dedans ou dehors le triangle, icelle ſera trouuée, & auſſi les ſegmens, par les ſuſdites 5 & 3. p. Ce que nous diſons encore icy, afin de ne le plus repeter cy apres.

COROLLAIRE IV.

Il s'enſuit auſſi, que les deux coſtez d'vn triangle ambligone donnez, auec le contenu d'iceluy, le troiſieſme coſté ſe pourra trouuer.

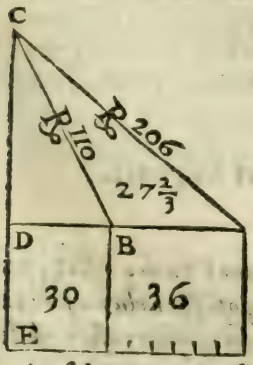
Comme ſoit donné le contenu 42, & les deux coſtez PM 7, & PN 35 auſſi donnez : faut diuiſer 42 par la moitié de PM, c'eſt à dire par 3 & demy, & le quotient 12, ſera la longueur de la perpendiculaire NO : Or le quarré de NO (c'eſt à dire 144) leué du quarré de NP (qu'eſt 225) reſtera 81, duquel nombre la racine quarrée 9 eſt la longueur de la ligne OP : laquelle joincte auec PM fera 16 : Or le quarré de MO (ſçauoir 256) joinct au quarré de NO (qu'eſt 144) fera le nombre 400, duquel la racine quarrée 20 ſera la longueur du coſté cherché NM.

Que ſi auec le contenu, les deux coſtez NM & NP eſtoient donnez, faudroit diuiſer le contenu 42, par la moitié du coſté NP (c'eſt à dire par 7 & demy) & le quotient 5 & 3 cinquieſmes, ſeroit la longueur de la perpendiculaire, qui tomberoit de l'angle aigu M, ſur le coſté prolongé (NPI) le quarré de laquelle perpendiculaire monteroit au nombre 31 & 9 vingt-cinquieſmes, lequel leué du quarré MN (400) reſteroit 368 & 16 vingt-cinquieſmes, pour le quarré de NI *par la 47 du 1*, deſquels la racine quarrée 19 & 1 cinquieſme, ſeroit la longueur de NI, de laquelle ſi on ſouſtraict le coſté NP (qui eſt 15) reſtera ſeulement 4 & 1 cinquieſme pour la longueur de la ligne entre l'angle obtus & la perpendiculaire (ſçauoir PI.) Or le quarré d'icelle ligne PI, (c'eſt à dire 17 & 16 vint-cinquieſmes) auec le quarré de la perpendiculaire (qui eſt 31 & 9 vingt-cinquieſmes) font le nombre 49: la racine quarrée 7 ſera donc la longueur du coſté cherché PM.

Que ſi les coſtez du triangle ambligone eſtoient incommenſurables, ne ſe pouuans exprimer par aucun nombre precis pour faire toutes les operations deuant dictes, alors

Faut chercher le troiſieſme nombre proportionnel apres le quarré de l'vn des coſtez qui comprend l'angle obtus, & l'vn des rectangles, dont le plus grand coſté differe en puiſſance des deux autres: & le ſouſtraire du quarré de l'autre coſté qui comprend le meſme angle, alors reſtera le nombre du quarré de la perpendiculaire.

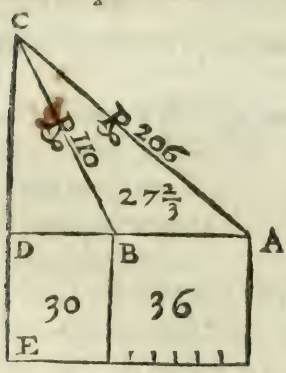
Comme ſoit le triangle ABC, duquel AC ſoit le coſté d'vn autre quarré contenant 206: CB, le coſté d'vn autre quarré contenant 110: & AB d'vn autre contenant 36. Faut ſouſtraire 110 & 36 de 206, reſteront 60, dont la moitié 30 ſera égale au rectangle compris de AB & BD, *par la 12 du 2*. Le troiſieſme nombre proportionnel apres 36 & 30 ſera 25 pour le quarré de BD (car le rectangle BE) eſt moyen proportionnel entre les quarrez de AB, & BD (comme il a eſté monſtré) lequel ſouſtraict de 110, reſteront 80, pour le quarré de la perpendiculaire CD: le quart deſquels (qui eſt le quarré de la moitié de la perpẽdiculaire,) multiplié par 36, feront 720, dont la racine quarrée (qui eſt preſque 27,) eſt le contenu du triangle ABC. Et ainſi ceſt ambligone eſt me-



ſuré comme rectangle, ayant ſa baſe AB, & ſa ligne orthogonelle, la moitié de CA, *par les 37 & 38 du 1.*

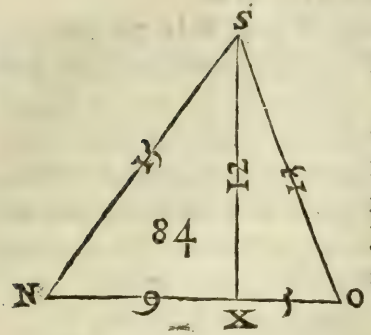
D'autant qu'és deux impreſſions qui ont ja eſté faictes de ce liure, ſe ſont gliſſées diuerſes fautes en ceſt endroit, nous auons eſtimé eſtre beſoin pour le ſoulagement du Lecteur, de remettre icy la choſe en ſon entier.

Soit le triangle ABC, duquel AC ſoit le coſté d'vn quarré contenant 206: CB le coſté d'vn autre quarré contenant 110: & AB le coſté d'vn autre quarré contenant 36. D'autant que par la 12.p.2. le quarré de AC, (206) eſt égal aux deux quarré de AB, BC, (qui ſont 36 & 110), & à deux fois le rectangle de AB, BD; ayant oſté du quarré de AC, (206) les deux quarrez de AB, BC, (qui font 146) reſteront 60, pour les deux rectangles; & partant vn ſeul rectangle de AB, BD, vaudra 30. Mais ledit rectangle de AB, BD eſt moyen proportionnel entre les quarrez d'icelles lignes AB, BD, comme il a eſté demonſtré cy-deuant au chap. 1. Trouuant donc vn troiſieſme nombre proportionnel à 36 & 30, viendront 25 pour le quarré de BD. Or iceluy quarré de BD auec celuy de la perpendiculaire CD, eſt égal au quarré de BC par la 47.p.1. Oſtant donc du quarré de BC 110, celuy de BD 25, reſteront 85 pour le quarré de ladite perpendiculaire CD: & partant icelle perpend. eſt $\sqrt{85}$, dont la moitié eſt $\sqrt{21\frac{1}{4}}$, qui multipliée par la baſe AB qui eſt 6, ou $\sqrt{36}$, viendront $\sqrt{765}$, qui ſont peu plus de $27\frac{2}{3}$. Et ainſi ce triangle ambligone eſt meſuré comme vn rectangle, ayant pour baſe le coſté AB, & pour ſa ligne orthogonelle la moitié de CD. Viendra le meſme ſi on poſe pour baſe le coſté BC: Car ayant oſté comme deſſus l'aggregé des quarrez de AB, BC 146, de celuy de AC 206, reſteront 60, dont la moitié eſt 30: & trouuant le nombre troiſieſme proportionnel à 110 & 30, qui ſera $8\frac{2}{11}$, & iceluy oſté de 36 quarré de AB, reſteront $27\frac{9}{11}$ pour le quarré de la perpendiculaire, qui eſtant multiplié par celuy de la baſe BC, qui eſt 110, viendront 3060, dont le quart 765 eſt le quarré dudit triangle ABC, & partant iceluy eſt peu plus de $27\frac{2}{3}$ comme deuant. Que ſi on vouloit prendre le coſté AC pour baſe, faudroit proceder comme ſera dit au ſecond article du Corrol. 3. du chap. ſuyuant.



Comment ſont meſurez les triangles oxigones.
CHAPITRE IV.

Les triangles oxigonez, ſont meſurez, en multipliant l'vn des coſtez, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe de l'angle oppoſé ſur iceluy coſté: ou en multipliant toute la perpendiculaire, par la moitié du meſme coſté: & le produict ſera le contenu du triangle.



COmme pour e-xemple le triangle SNO, duquel le coſté NO (ſur lequel tombe la perpendiculaire) ſoit de 14 pieds, & la perpẽdiculaire de 12, faut multiplier 14 par 6, & le produict 84, eſt le contenu du triangle donné, *par les raiſons du chapitre precedent.*

COROLLAIRE I.

Il eſt donc éuident, que ſi tous les coſtez d'vn triangle oxigone ſont donnez, on pourra trouuer les parties du coſté ſur lequel tombera la perpendiculaire, diuiſé par icelle.

Car le quarré du coſté NS eſt moindre que les quarrez des deux autres coſtez, du rectangle contenu deux fois ſoubs NO, OX, *par la 13 du 2.*

Or poſons NS de 15, SO de 13, & NO de 14, il faut ſouſtraire le quarré de NS (qui eſt 225) des deux autres quarrez des coſtez, (qui contiennent 365) & il reſtera 140, deſquels la moitié 70, ſera égale au rectangle compris ſoubs NO, OX. Si donc on diuiſe 70, par la baſe NO (qui eſt 14) le quotient ſera 5, pour la partie XO, leſquels 5 ſouſtraicts de 14, reſtera 9 pour l'autre partie NX.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi que la perpendiculaire ſera facilement trouuée.

Car le quarré SO, eſt eſgal aux quarrez de SX & XO. Si donc le quarré de XO (c'eſt à dire 25) eſt ſouſtraict du quarré SO (qui contient 169) il reſtera 144 pour le quarré de SX, deſquels la racine quarrée 12, ſera la iuſte longueur de la perpendiculaire SX.

COROLLAIRE III.

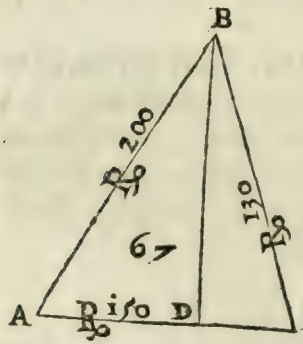
Les deux coſtez d'vn triangle oxigone donnez auec le contenu d'iceluy, ſe pourra trouuer le troiſieſme coſté.

Comme ſoyent les deux coſtez NO 14, & NS 15 donnez auec le

contenu 84, faut diuiſer 84 par le coſté NO 14, & le quotient 6, ſera la moitié de la perpendiculaire SX: Icelle perpendiculaire ſera donc de 12, le quarré de laquelle (144) ſouſtraict du quarré de NS (225) reſtera le nombre 81, pour le quarré de la ligne NX, *par la 47 du* 1: la racine quarrée duquel nombre (9) eſtant la longueur de NX, ſouſtraicte de NO, reſtera 5 pour la longueur XO: mais les quarrez de SX & XO (c'eſt à dire 169) ſont eſgaux au quarré de SO: la racine quarrée donc de 169 (ſçauoir 13) ſera la iuſte longueur de SO.

Que ſi les coſtez d'vn oxigone ne ſont point dicibles.

Cherchez le troiſieſme nombre proportionnel, apres le quarré du coſté comprenant l'angle aigu ſur lequel tombe la perpendiculaire, & l'vn des rectangles, duquel le quarré du coſté ſouſtenant ledit angle, eſt different des deux autres quarrez des coſtez: Et iceluy nombre ſouſtrait du quarré du coſté comprenant le meſme angle (ſur lequel ne tombe point la perpendiculaire) reſtera le nombre de la perpendiculaire.



Soit la puiſſance de AB 200; de AC 150; de BC 130, & ſoit ſouſtraict 200 de 150 & 130 (qui font 280 (reſtera 80, dont la puiſſance AB differe des puiſſances de AC, BC: la moitié donc (ſçauoir 40) eſt eſgale au rectangle de AC, CD. Soit le troiſieſme proportionnel apres 150 & 40, le nombre 10 & 2 tiers pour le quarré de DC, lequel ſouſtraict de BC (qui eſt 130) reſtera 119 & 1 tiers pour le quarré de la perpend. le quart duquel (qui eſt le quarré de la moitié d'icelle) multiplié par 150, produit 4475, dont la racine quarrée (preſque 67) eſt le contenu du triangle oxigone donné: lequel par ce moyen eſt meſuré comme rectangle, ayant AC en longueur, & la moitié de BD en largeur. Voyla donc, tant en l'ambligone que en l'oxigone vne meſure plus preciſe qu'en cherchant la racine de chacun coſté.

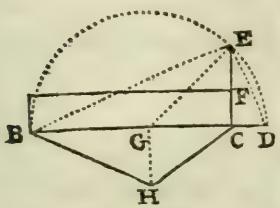
Le meſme aire viendra auſſi ſi on poſe pour baſe le coſté AB. Car adiouſtant enſemble les deux quarrez de AB, & AC, viendront 350, deſquels ayant oſté le quarré de l'autre coſté BC, & pris la moitié du reſte 220, on aura 110, pour le rectangle de la baſe AB, & diſtance de l'angle A à la perpend. tombant de C ſur ladite baſe; le quarré duquel rectangle (ſçauoir eſt 12100)

eſtant diuiſé par le quarré de ladite baſe, viendront 60 ½ pour le quarré de ladite diſtance ou ſegment, lequel quarré eſtant oſté de celuy de AC 150, reſteront 89 ½ pour le quarré de la perpend. & partant icelle perpend. ſera √89 ½, qui multipliée par la moitié de la baſe AB, c'eſt à dire par √50, viendront comme deuant 4475, dont la racine quarrée (qui eſt preſque 67) donne l'aire dudit triangle ABC. Iceluy aire ſera encore trouué poſant BC pour baſe, &c.

COROLLAIRE IV.

Les choſes cy deuant ainſi demonſtrées, il s'enſuyura que tout triangle ſera égal au quarré, duquel le coſté ſera la moyenne proportionnelle, entre la baſe & la moitié de ſa perpendiculaire.

Comme ſoit le triangle BCH, reduit en parallelogramme rectangle BF: la ligne CF ſera donc eſgale à la moitié de la perpendiculaire GH. Soit prolongée la baſe BC iuſques à D, en ſorte que CD ſoit eſgale à CF. Soit auſſi prolongée CF vers E, & ſoit faict le demy cercle DEB. Il eſt éuident *par la 5 du 2*, que le rectangle compris de BC, CD, auec le quarré de GC, eſt eſgal au quarré de la moitié de BD, c'eſt à dire GE. Que ſi le quarré de l'entre-moyenne GC commun, eſt oſté, il reſtera que le quarré de EC ſera eſgal au rectangle BF: car le quarré GE vaut les quarrez de GC & EC, *par la 47 du 1*. Or que EC ſoit moyenne entre BC & CD, il appert: car *par la 8, du 6*, le triangle BEC eſt équiangle à EDC, telle raiſon a donc BC à CE que CE à CD, *par la 4 du 6*.



Ce que i'ay penſé neceſſaire à declarer, pour ſeruir és demonſtrations ſuyuantes.

Or tout ainſi qu'au chap. 2. nous auons inſeré pluſieurs belles propoſitions concernant les triangles rectangles, ainſi auſſi en rapporterons-nous icy pluſieurs concernant non ſeulement les triangles oxigone, dont eſt parlé en ce chap. mais qui s'addaptent auſſi à toutes ſortes & eſpeces de triangles, & d'autres qui ſont peculieres à quelque eſpece ſeulement.

1. *Eſtant cogneu le coſté d'vn triangle equilateral; trouuer l'aire d'iceluy.*

D'autant que tirant vne perpend. d'vn angle compris par deux coſtez égaux d'vn triangle ſur l'autre coſté, elle le couppe en deux égallement; ſi du quarré d'vn deſdits coſtez égaux on oſte le quarré de la moitié de la baſe, reſtera le quarré de la perpendiculaire, qui multiplié par ledit quarré de la moitié de la baſe, donnera le quarré de l'aire du triangle. Parquoy le coſté d'vn triangle équilateral eſtant 12: le quarré d'iceluy ſera 144, & le quarré de la moitié 6 ſera 36, qui oſté de 144, reſtent 108, pour le quarré de la perpendiculaire du

triangle, qui multiplié par le quarré 36, produit 3888 pour le quarré de l'aire du triangle; & partant iceluy eſt $\sqrt{3888}$, qui eſt preſque $62\frac{11}{31}$. Soit encore vn triangle équilateral, dont chaſque coſté ſoit $\sqrt{20}$: le quarré dudit coſté ſera donc 20, & celuy de la moitié 5; & la ſouſtraction faicte reſtent 15, qui multipliez par 5, viennent 75, dont la racine quarrée $\sqrt{75}$, eſt l'aire du triangle. Ainſi le triãgle équilateral dont chaſque coſté eſt ſeulement 1, l'aire eſt $\sqrt{\frac{3}{16}}$. Et d'autant que les figures ſemblables ſont entr'elles, comme les quarrez de leurs coſtez homologues; faiſant que comme 1 eſt au quarré du coſté de quelconque triangle équilateral propoſé, ainſi $\sqrt{\frac{3}{16}}$ ſoit à vn 4e nombre proportionnel, iceluy ſera l'aire du triangle. Parquoy ayant multiplié par ſoy-meſme le quarré du coſté d'vn triangle équilateral propoſé, ſi on multiplie derechef le produict par 3; ce qui viendra eſtant diuiſé par 16, donnera le quarré de l'aire du triangle. Es petits nombres, ſi on multiplioit ſeulement le quarré du coſté propoſé par 13, & le produit diuiſé par 30, viendroit auſſi l'aire aſſez precis.

2. *Eſtant cogneu l'aire d'vn triangle équilateral; le coſté d'iceluy triangle ſera trouué.*

Car d'autant que par les 19 & 20. p. 6. les figures ſemblables ſont entr'elles en raiſon doublée de leurs coſtez homologues, en laquelle ſont auſſi les quarrez deſdits coſtez, & que l'aire du triangle équilateral, dont le coſté eſt ſeulement 1, eſt $\sqrt{\frac{3}{16}}$; faiſant que comme $\sqrt{\frac{3}{16}}$ eſt à l'aire propoſé, ainſi 1, ſoit à vn 4e nombre prop. iceluy ſera le quarré du coſté cherché; c'eſt à dire qu'ayant multiplié le quarré de l'aire donné par 16, & diuiſé le produict par 3, viendra le quarré de quarré du coſté du triangle: parquoy prenant la racine quarrée dudit produict, & derechef la racine quarrée de celle-cy, viendra ledit coſté du triangle. Ainſi eſtant propoſé à trouuer le coſté d'vn triangle équilateral dont l'aire eſt 60; ie quarre 60, & viennent 3600, qui multipliez par 16, donnent 57600, qui diuiſez par 3, viennent 19200, dont la racine cenſicenſique eſt $\sqrt{\sqrt{19200}}$, & autant eſt le coſté du triangle, c'eſt à dire $1\frac{775}{1000}$ peu plus. Or és petits nombres, ſi ayant multiplié l'aire donné par 30, on diuiſe le produict par 13: viendra aſſez preciſément le quarré du coſté du triangle: Ainſi en l'exemple cy-deſſus; multipliant 60 par 30, viennent 1800, qui diuiſez par 13. le quotient $138\frac{6}{13}$ eſt le quarré du coſté du triangle, dont la racine eſt $\sqrt{138\frac{6}{13}}$, ou preſque $11\frac{10}{13}$, & tel eſt le coſté du triangle; tellement que ledit coſté ſeroit trouué plus grand par ceſte maniere que par le precedent ſeulement de $\frac{9}{1300}$.

3. *Eſtant cogneus les trois coſtez d'vn triangle iſoſcelle; cognoiſtre l'aire.*

Il faut oſter du quarré de la moitié de la baſe le quarré du coſté, & reſtera le quarré de la perpendiculaire, qui multiplié par ledit quarré de la moitié de la baſe, ſera produict le quarré de l'aire, lequel on aura auſſi par les regles precedentes, ſçauoir eſt multipliant ladite moitié de la baſe par ladite perpendiculaire. Ainſi les coſtez d'vn triangle iſoſcelle eſtans chaſcun de 13, & la baſe 10: ie quarre 13, & viennent 169, deſquels i'oſte le quarré de la moitié de la baſe 5, qui eſt 25, & reſtent 144, qui multipliez par ledit quarré 25, ſont produits 3600, dont la racine quarrée 60, eſt l'aire du triangle.

4. *Le contenu d'vn triangle iſoſcelle eſtant cogneu, & l'vn des trois coſtez; leſdits coſtez ſeront trouuez.*

Car

Car ſi l'aire & la baſe du triangle ſont cogneus, diuiſant ledit aire par la moitié de ladite baſe, viendra la perpendiculaire, le quarré de laquelle eſtant ioinct au quarré de ladite moitié de la baſe, viendra le quarré du coſté : Ainſi l'aire d'vn triangle iſoſcelle, dont la baſe eſt 8, eſtant 12; ie diuiſe 12 par 4, & viennent 3, dont le quarré 9, eſtant adiouſté au quarré 16, viennent 25 pour le quarré du coſté du triangle, qui partant eſt 5. Mais ſi l'aire eſt cogneu, & l'vn des coſtez; la moitié de la baſe ſera trouuée, & la perpendiculaire, comme il eſt enſeigné à la 12. p. des rectangles; car l'aire dudit triangle iſoſcelle, eſt auſſi celuy du parallelog. rectangle, dont la diagonalle eſt égale au coſté du triangle iſoſcelle : tellement que ſelon ladite prop. les coſtez du rectangle ſeront bien trouuez : mais pour diſcerner lequel ſera moitié de la baſe du triangle propoſé, il eſt beſoing d'auoir la cognoiſſance de l'eſpece de l'angle du ſommet dudit triangle. Car lors que ledit angle eſt aigu, le plus petit coſté trouué eſt moitié de ladite baſe du triangle; & lors qu'il eſt droict, icelle moitié eſt égale à la perpendiculaire; mais quand il eſt obtus, le moindre coſté trouué eſt la perpendiculaire: Ce qui eſt ſi manifeſte par la figure d'vn rhombe, dont le coſté eſt celuy du triangle iſoſcelle, qu'il n'eſt beſoing d'employer temps à le demonſtrer. Parquoy l'aire d'vn triangle iſoſcelle, dont le coſté eſt 10, eſtant 48; i'oſte le double dudit aire du quarré du coſté 100, & reſtent 4, qui eſt quarré de la difference de la perpendiculaire à la moitié de la baſe, & partant icelle perpend. eſt 2; Et adiouſtant ledit quarré 4 au quadruple du triangle, qui eſt 192, viennent 196, dont la racine quarrée 14, eſt l'aggregé de la perpend. & de la moitié de la baſe; & partant puiſque leur difference eſt 2, l'vne ſera 6, & l'autre 8 : tellement que ſi l'angle oppoſé à ladite baſe eſt aigu, icelle baſe ſera 12; mais s'il eſt obtus, elle ſera 16.

5. Eſtant cogneuë la perpendiculaire tombant de l'vn des angles d'vn triangle ſur le coſté oppoſé, la difference des ſegmens faicts par icelle, & la difference des coſtez; les trois coſtez du triangle ſeront trouuez, & par conſequent l'aire du triangle.

Car puiſque par la demonſtration du 118. prob. Geom. de Henrion, il eſt manifeſte que comme la difference des quarrez des differences des ſegmens de la baſe, & des coſtez, eſt à l'aggregé de la ſuſdite difference & quadruple du quarré de la perpendiculaire, ainſi le quarré de la difference des coſtez eſt au quarré de la baſe, & ainſi auſſi le quarré de la difference des ſegmens eſt au quarré de l'aggregé des coſtez : ayant oſté du quarré de la difference des ſegmens de la baſe celuy de la difference des coſtez, & adiouſté ce qui reſtera au quadruple du quarré de la perpendiculaire; ſoit faict que comme ledit reſte eſt audit aggregé, ainſi le quarré de la difference des coſtez ſoit à vn autre, viendra le quarré de la baſe du triangle; mais faiſant qu'ainſi ſoit le quarré de la difference des ſegmens à vn autre, viendra le quarré de l'aggregé des coſtez. Ainſi la perpendiculaire d'vn triangle eſtant 12, la difference des coſtez 7, & la difference des ſegmens de la baſe 11 : Pour trouuer les trois coſtez, ſoient pris les quarrez deſdites differences, qui ſeront 49, & 121, le moindre deſquels ſoit ſouſtraict du plus grand, & reſteront 72, que i'adiouſte à 576 quadruple de 144 quarré de la perpendiculaire, & viennent 648: puis ſoit faict que comme le reſte 72 eſt à l'aggregé 648, ainſi 49 quarré

de la difference 7 ſoit à vn autre, & viendront 441, dont la racine 21 eſt pour la baſe : Mais faiſant que comme 72 eſt à 648, ainſi 121 quarré de la difference 11, ſoit à vn autre, viendront 1089, dont la racine quarrée 33 eſt l'aggregé des coſtez ; & partant l'vn eſt 13, & l'autre 20 : multipliant donc la baſe 21 par 6, moitié de la baſe, viendront 126 pour le contenu du triangle. Soit encore vn triangle duquel la perpendiculaire ſoit 12, la difference des ſegmens 4, & la difference des coſtez 2 : Pour trouuer les coſtez par voye Algebraïque, poſons que le moindre ſegment de la baſe ſoit 1ℛ : Donc le plus grand ſegment ſera 1ℛ+4 : Or le quarré du moindre ſegment eſtant ioinct au quarré de la perpend. eſt produict le quarré du moindre coſté du triangle : iceluy quarré ſera donc 1q+144. Mais le quarré du plus grand ſegment auec celuy de ladite perpendiculaire eſt auſſi égal au quarré du plus grand coſté du triangle ; & partant iceluy quarré ſera 1q+8ℛ+160 : Parquoy le moindre coſté ſera $\mathcal{V}$ (1q+144), & le plus grand $\mathcal{V}$ (1q+8ℛ+160). Et pour ce que 2 eſt l'excez du plus grand coſté par-deſſus le moindre, il y aura égalité entre 2+$\mathcal{V}$(1q+144), & $\mathcal{V}$ (1q+8ℛ+160 :) donc auſſi entre leurs quarrez, qui ſont 1q+148+$\mathcal{V}$(16q+2304), & 1q+8ℛ+160 : oſtons de chaſque coſté 1q+148, & reſteront $\mathcal{V}$(16q+2304) égaux à 8ℛ+12 : prenons les quarrez, & viendront 16q+2304 égaux à 64q+192ℛ+144 : oſtons de part & d'autre 16q, & 192ℛ+144, reſteront 48q égaux à 2160—192ℛ ; tellement qu'vn quarré vaudra 45—4ℛ ; & partant 1ℛ vaudra 5 : le moindre ſegment ſera donc 5, le plus grand 9, la baſe 14, le moindre coſté 13, & le plus grand 15. Multipliant donc ladite baſe 14 par la moitié de la perpendiculaire viendront 84 pour l'aire du triangle.

Or ce probleme eſt conſiderable, veu qu'ayant eſté propoſé par Regiomontanus, & par luy reſould ſeulement par voye Algebraïque, il a depuis eſté ſubiect d'exercite aux plus ſubtils Mathematiciens, entre leſquels le treſ-docte Cyriac en ſes animaduerſions a deſnoué tous les nœuds & difficultez qui pouuoient arriuer ſur ce probleme.

6. Eſtant cogneuë la baſe d'vn triangle, la perpendiculaire, & la difference des coſtez ; leſdits coſtez ſeront trouuez.

Car de la meſme demonſtration du prob. precedent on peut colliger que comme la difference des quarrez de la baſe & difference des coſtez, eſt à l'aggregé d'icelle difference des quarrez au quadruple du quarré de la perpendiculaire, ainſi le quarré de la difference des coſtez eſt au quarré de la difference des ſegmens de la baſe faicts par la perpeudiculaire : Parquoy ayant oſté du quarré de la baſe cogneuë, celuy de la difference des coſtez, & adiouſté le reſte au quadruple du quarré de la perpendiculaire ; ſi on faict que comme ledit reſte eſt audit aggregé, ainſi le quarré de la difference des coſtez ſoit à vn autre, viendra le quarré de la difference des ſegmens de la baſe ; & partant faiſant puis apres que comme la difference des coſtez eſt à la difference des ſegmens, ainſi la baſe ſoit à vn autre, viendra l'aggregé des coſtez, & partant chacun d'iceux ſera cogneu, puis que leur difference eſt cogneuë. Soit donc vn triangle dont la baſe eſt 14, la perpendiculaire 12, & la difference des coſtez 2 : Le quarré de la baſe 14 eſt 196, duquel i'oſte le quarré de la

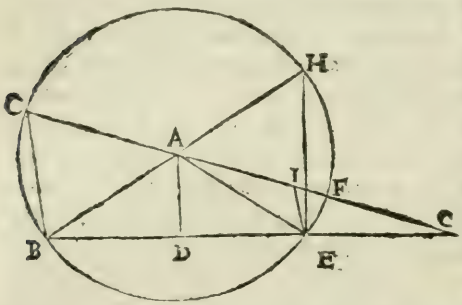
difference des coſtez 2, qui eſt 4, & reſtent 192, que i'adiouſte à 576 quadruple de 144 quarré de la perpendiculaire 12, & viennent 768 : faiſant donc que comme le reſte 192, eſt à l'aggregé 768, ainſi 4 quarré de la difference des coſtez ſoit à vn autre, viendront 16, dont la racine quarré 4 eſt la difference des ſegmens de la baſe faicts par la perpendiculaire : Maintenant faiſons que comme la difference des coſtez 2, eſt à icelle difference des ſegmens 4, ainſi la baſe 14 ſoit à vn autre, & viendront 28 pour l'aggregé des coſtez, dont la difference eſt 2 ; & partant le moindre ſera 13 & l'autre 15. Soit encore vn triangle, dont la baſe eſt 21, la perpendiculaire 12, & la difference des coſtez 7. Poſons que le moindre ſegment de la baſe ſoit 1ℛ : donc l'autre ſegment ſera 21—1ℛ ; & partant les quarrez d'iceux ſegmens ſeront 1q, & 1q+441—42ℛ, à chaſcun deſquels eſtant adiouſté le quarré de la perpendiculaire 12, ſçauoir eſt 144, viendront 1q+144, & 1q+585—42ℛ, pour les quarrez des deux coſtez du triangle ; & par conſequent iceux coſtez ſeront $\mathcal{V}$(1q+144), & $\mathcal{V}$ (1q+585—42ℛ.) Et puiſque la difference deſdits coſtez eſt 7, adiouſtant 7 au moindre coſté $\mathcal{V}$ (1q+144,) viendront $\mathcal{V}$(1q+144) +7 égaux à $\mathcal{V}$(1q+585—42ℛ) : dõc auſſi leurs quarrez 1q+193+$\mathcal{V}$(196q+28224) & 1q+585—42ℛ ſeront égaux : oſtons de part & d'autre 1q+193, & reſteront $\mathcal{V}$(196q+28224) égaux à 392—42ℛ : prenons les quarrez, & viendront 196q+28224 égaux à 1764q+153664—32928ℛ : Adiouſtons de part & d'autre 32928ℛ, & oſtons 196q+28224 ; nous aurons 1568q égaux à 32928ℛ—125440 : Parquoy chaſque quarré vaudra 21ℛ—80 ; & par conſequent 1ℛ vaudra 5 : (nous prenons tant icy qu'ailleurs la moindre racine, quand nous voyons que la grande n'eſt propre à la choſe donnée.) Le moindre ſegment de la baſe ſera donc 5, le quarré duquel eſtant ioinct à celuy de la perpendiculaire, vient 169, dont la racine quarrée 13 eſt pour le moindre coſté, & partant le plus grand ſera 20.

Or quand nous parlons de la difference des ſegmens de la baſe faicts par la perpendiculaire, nous entendons qu'elle tombe dedans le triangle, & couppe la baſe en deux parties inégales, comme és exemples cy-deſſus : Car quant aux triangles, eſquels la perpendiculaire tombe dehors, il ne viendra pas la difference des ſegmens, ains la baſe d'vn autre triangle dont les coſtez ſeront égaux à ceux du propoſé, & la difference des ſegmens égale à la baſe donnée : Neantmoins ſuiuant les analogies cy-deſſus on paruiendra touſiours à la cognoiſſance des coſtez de quelconques triangles, c'eſt à dire que faiſant que comme le reſte trouué eſt à l'aggregé, ainſi le quarré de la difference des coſtez ſoit à vn autre ; & puis apres que comme ladite difference des coſtez eſt au coſté ou racine quarrée du nombre trouué, ainſi la baſe donnée ſoit à vn autre, viendra touſiours l'aggregé des coſtez. Ainſi la difference des coſtez d'vn triangle eſtant 2, la baſe 4, & la perpendiculaire 12 ; Soit faict que comme 12 eſt à 588, ainſi 4 ſoit à vn autre, & viendrõt 196, dont la racine quarrée eſt 14 : Soit auſſi faict que comme la difference 2 eſt à 14, ainſi la baſe 4 ſoit à vn autre, & viendront 28 pour l'aggregé des coſtez, & partant ils ſont 13 & 15. Soit encore vn triangle dont la baſe eſt 9, la perpendiculaire 12, & la difference des coſtez 3 : faiſant que comme 72 eſt à 648, ainſi 9 ſoit à vn autre,

viendront 81, dont la racine quarrée est 9: & faisant derechef que comme la difference 3 est à 9, ainsi la base 9 soit à vn autre, viendront 27 pour l'aggregé des costez; & partant ils seront 12 & 15: tellement que l'vn d'iceux sera le mesme que la perpendiculaire, & partant le triangle est rectangle.

On cognoistra donc par l'operation où tombera la perpendiculaire, & partant quel sera le triangle: Car si le quarré trouué est moindre que celuy de la base donnée, ladite perpendiculaire tombera dedans le triangle; mais s'il est plus grand, dehors; & si égal, elle sera vn costé du triangle: Neantmoins on cognoistra encore cela, diuisant seulement le quarré de la base par la difference des costez: & si l'exces du quotient par-dessus ladite difference des costez est plus grand que le double de la perpendiculaire, icelle perpendiculaire tombera dedans le triangle; s'il est moindre, dehors; & si égal, elle sera costé du triangle: ce que nous demonstrerons ainsi.

Soit premierement vn triangle ABC, duquel la perpendiculaire AD couppe la base BC en deux segmens inegaux; & du poinct A comme centre, & interuale du moindre costé AB soit descrit le cercle BEF, qui couppe la base BC en E, & le costé AC en F, tellement que EC est la difference des segmens de la base, & FC la difference des costez: Ie dis que le quarré de la base BC appliqué sur la difference des costez FC, donne vne latitude, dont l'exces par-dessus ladite difference FC est plus grand que le double de la perpendiculaire AD. Soit continué le costé CA iusques à ce qu'il rencontre la circonference en G. D'autant que par le Corol. de la 36. p. 3. le rectangle de BC, EC est égal au rectangle de GC, FC, iceluy rectangle de BC, CE estant appliqué sur CF, donnera la latitude ou costé CG, dont l'exces par-dessus la difference CF est le diametre GF, lequel est plus grand que le double de la perpendiculaire AD, le semidiametre AB estant plus grand qu'icelle perpend. AD par la 19. p. 1. Mais par la 2. p. 2. le quarré de BC est plus grand que le rectangle de BC, EC: donc iceluy quarré de BC estant appliqué sur ladite difference CF, donnera vn costé, duquel l'excez par-dessus icelle difference FC, sera beaucoup plus grand que ladite perpendiculaire AD.



2. Soit le triangle AEC, duquel la perpendiculaire AD tombe hors le triangle sur le costé CE prolongé iusques à la circonference B: ayant descrit le cercle BGH, & tiré le diametre BAH, soit menée HE, laquelle sera double de la perpendiculaire AD; BH & BE estant couppées en deux également par icelle AD: finalement ayant ioinct BG, soit tirée EI parallele à BG. Puisque le rectangle de BC, EC est égal au rectangle de GC, FC par le susdit Corollaire de la 36. p. 3. comme GC est à BC, ainsi EC est à FC. Mais aussi comme GC est à BC, ainsi IC est à EC par la 4. p. 6. Donc comme IC est à EC, ainsi EC est à FC; & partant par la 17. p. 6. le quarré de EC sera égal au rectangle de

IC, FC. Parquoy le quarré de EC estant appliqué sur la difference FC, viendra IC, dont l'excez par-dessus FC est IF, que ie dis estre moindre que EH double de la perpendiculaire AD. Car puisque BG, EI sont paralleles, comme GI est à IC, ainsi BE est à EC par la 2. p. 6. & partant BE est à GI, comme EC est à IC. Mais EC est moindre que IC, (car nous auons demonstré que FC, EC, & IC sont prop.) Donc aussi BE sera moindre que GI. Et d'autant que par la 2. p. 6. EH & AD sont paralleles, l'angle BEH sera droict, estant égal au droict ADB par la 29. p. 1. & par la 47. p. 1. le quarré de BH est égal aux deux quarrez de BE, EH: Mais le quarré de GF est égal à celuy de BH: Donc le quarré de GF, moins celuy de BE, sera égal au quarré de EH: Parquoy le mesme quarré de GF estant diminué du quarré de GI, plus grand que celuy de BE, restera vn plan moindre que ledit quarré de EH. Mais par la 4. p. 2. le quarré de GF est égal aux deux quarrez de GI, IF, & deux fois le rectangle d'icelles GI, IF: donc le quarré de GF, moins le quarré de GI, sera égal au quarré de IF, & deux fois le rectangle de GI, IF: Parquoy le quarré de IF, & deux fois le rectangle de GI, IF, seront moindre que le quarré de EH: donc le seul quarré de IF, sera beaucoup moindre qu'iceluy quarré de EH; & partant la ligne IF sera aussi moindre que la ligne EH double de la perpendiculaire AD.

3. La troisiesme partie est si manifeste par la premiere figure & demonstration de la 36. p. 3. qu'il n'est besoing de nous y arrester d'auantage.

7. *Estant cogneuë la perpendiculaire d'vn triangle, la difference des segmens de la base faicts par icelle, & l'aggregé des costez; les trois costez du triangle seront trouuez, & par consequent aussi le contenu d'iceluy.*

Car par la demonstration du prob. 119. de Henrion, il est éuident que comme la difference d'entre le quarré de l'aggregé des costez, & celuy de la difference des segmens est à la difference d'entre ledit quarré de l'aggregé, & le composé du quarré de ladite difference des segmens auec le quadruple de celuy de la perpendiculaire, ainsi ledit quarré de l'aggregé des costez est au quarré de la base; & ainsi aussi le quarré de la difference des segmens est au quarré de la difference des costez: Parquoy ayant osté le quarré de la difference des segmens de celuy de l'aggregé des costez, & mis le reste à part, soit adiousté ledit quarré de la difference des segmens au quadruple du quarré de la perpendiculaire, & ostez le produict du quarré dudit aggregé des costez; puis faictes que comme le premier reste est à celuy-cy, ainsi ledit quarré de l'aggregé soit à vn autre, & viendra le quarré de la base: Mais faisant qu'ainsi soit ledit quarré de la difference des segmens à vn autre, viendra le quarré de la difference des costez. Ainsi la perpendiculaire d'vn triangle estant 12, l'aggregé des iambes 33, & la difference des segmens de la base 11: pour trouuer les costez du triangle, soient pris les quarrez de l'aggregé des iambes, & de la difference des segmens, qui seront 1089 & 121: le moindre desquels quarrez soit osté du plus grand, & resteront 968, lesquels soient gardez à part: puis i'adiouste ledit quarré 121 auec 576 quadruple du quarré de la perpendiculaire, & seront 697, lesquels soient ostez desdits 1089 quarré de l'aggregé des iambes, & resteront 392: Maintenant soit faict que comme le premier reste

968 eſt à celuy-cy 392, ainſi 1089 quarré de l'aggregé ſoit à vn autre, & viendront 441, pour le quarré de la baſe du triangle, qui partant ſera 21 : Mais faiſant que comme leſdits 968 ſont auſdits 392, ainſi 121 quarré de la difference des ſegmens ſoit à vn autre nombre, viendront 49, pour le quarré de la difference des coſtez, qui partant ſera 7 : Et puiſque l'aggregé d'iceux coſtez eſt 35, le moindre ſera 13, & l'autre 20. Multipliant donc la baſe 21 par la moitié de la perpendiculaire, ſçauoir eſt par 6, viendront 126 pour le contenu du triangle propoſé.

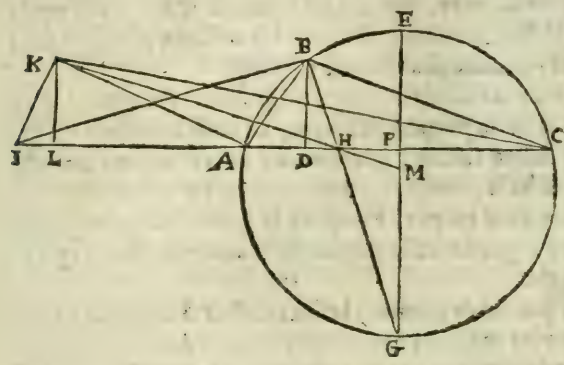
Soit encore vn triangle, duquel la perpendiculaire eſtant 12, l'aggregé des coſtez eſt 28, & la difference des ſegmens de la baſe 4. Poſons que le moindre coſté ſoit 1ℛ : Donc l'autre ſera 28—1ℛ ; & partant leurs quarrez ſeront 1q, & 1q+784—56ℛ : de chaſcun deſquels oſtons le quarré de la perpendiculaire 144, & reſteront 1q—144 pour le quarré du moindre ſegment, & 1q+640—56ℛ pour le quarré du plus grand ſegment ; & partant leſdits ſegmens ſeront V (1q—144), & V (1q+640—56ℛ.) Et puiſque l'excez deſdits ſegmens eſt 4, adiouſtons 4 au moindre ſegment, & viendront V (1q—144) +4 égaux au plus grand ſegment V(1q+640—56ℛ), prenons les quarrez de part & d'autre, & viendront 1q—128+V(64q—9216) égaux à 1q+640—56ℛ. Oſtons 1q—128 de chaſcun, & reſteront V (64q—9216) égaux à 768—56ℛ : prenõs les quarrez, & viẽdront 64q—9216 égaux à 31369+589824—86016ℛ : Adiouſtons de part & d'autre 9216, & viendront 64q égaux à 31369+599040 —86016ℛ : adiouſtons encore 86016ℛ, & viendront 64q+86019ℛ égaux à 31369+599040 : Oſtons finablement de part & d'autre 64q, & 599040, & reſteront 86016ℛ—599040 égaux à 30729 : Parquoy 1q vaudra 28ℛ—195 ; & partant 1ℛ vaudra 13 : donc le moindre coſté ſera 13, l'autre 15, & la baſe 14 : laquelle eſtant multipliée par 6 moitié de la perpendiculaire, viendront 84 pour le contenu du triangle.

8. *La baſe d'vn triangle eſtant donnée, la perpendiculaire, & auſſi la raiſon des iambes ; icelles ſeront trouuez.*

Car faiſant que comme la moitié de la difference des ſegmens de la baſe, couppée ſelon la raiſon donnée, eſt au moindre ſegment, ainſi le plus grand ſegment ſoit à vn autre, iceluy ſera l'aggregé des extrémes de trois proportionnelles, deſquelles la perpendiculaire donnée eſt la moyenne, & chaſcune d'icelles extrémes, la diſtance de ladite perpendiculaire, iuſques au poinct de la ſuſdite ſection : Ce que nous demonſtrerons ſommairement ainſi qu'il enſuit, delaiſſant au Lecteur à veoir ce que les doctes Viettes, Cyriac, & Andreſſon ont faict & remarqué ſur ce prob. lequel auoit ja eſté traicté par Regiomontanus & Nonius, mais par voye Algebraïque ſeulement.

Soit vn triangle ABC, duquel la perpendiculaire eſt BD, qui tombant dans ledit triangle couppe la baſe AC en deux ſegmens inégaux, deſquels le moindre eſt AD, & le plus grand DB : icelle baſe ſoit auſſi couppée en deux également & à angles droicts par la ligne EFG, afin qu'en icelle ſoit le centre du cercle ABCG, qui circonſcrit le triangle ABC, & qu'elle couppe la periphere AGC en deux également en G, ainſi qu'il appert par le Corol. de la 1. p. 3. & 30. p. du meſme liure : eſtant donc mené la ligne droicte BHG, elle

couppera l'angle ABC en deux également par la 27. p. 3. & la baſe AC ſelon la raiſon des coſtez AB, BC par la 3. p. 6. Finablemẽt ſur icelle BG, & au point B ſoit eſleuée la perpendiculaire BI ſi grande qu'elle aille rencontrer la baſe CA prolongée en I. (Ce qui doit aduenir, les deux angles IBD, AHB eſtans moindres que deux droicts.) Et puiſque les angles HBI, HFG ſont droicts, & les angles BHI, HFG égaux par la 15. p. 1. les triangles IBH, GHF ſont



équiangles ; & par la 4. p. 6. comme IH eſt à HB, ainſi GH eſt à HF ; & par la 16. p. 6. le rectangle de IH, HF ſera égal au rectangle de BH, HG. Mais par la 35. p. 3. iceluy rectangle de BH, HG eſt égal au rectangle de AH, HC : donc le rectangle de IH, HF ſera auſſi égal au rectangle de AH, HC ; & partant par la 16. p. 6. comme HF eſt à HA, ainſi HC eſt à HI. Mais icelle HI eſt oppoſée à l'angle droict IBH, duquel tombe la perpendiculaire BD : dõc par le Corol. de la 8. p. 6. icelle BD eſt moyenne prop. entre les ſegmens ID, DH ; & partant IH eſt l'aggregé des extrémes de trois prop. dont la perpend. BD eſt la moyenne, & DH moindre extréme, la diſtance de ladite perpend. au poinct de ſection H, auquel la baſe eſt couppée ſelon la raiſon des coſtez AB, BC.

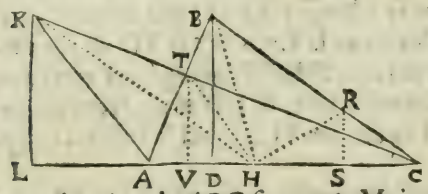
Que ſi la perpendiculaire tombe hors le triangle, comme eſt icy KL, qui tombe hors le triangle AKC, on demonſtrera en la meſme maniere que deſſus, que comme HF eſt à HA, ainſi HC ſera à HI ; & ce ayant deſcrit vn cercle à l'entour dudit triangle AKC, mené KM, & la perpendiculaire KI ſi longue qu'elle aille rencontrer la baſe CA prolongée. La ligne HI eſt donc l'aggregé des extrémes de trois proportionnelles, la perpendiculaire KL la moyenne, & LH la plus grande deſdits extrémes, laquelle eſt la diſtance de ladite perpendiculaire au poinct de ſection H faict ſelon la raiſon des coſtez AK, KC. Nous auons donc demonſtré ce qui eſtoit propoſé.

Si donc la baſe AC eſt 42, la perpendiculaire BD, ou KL 36, & la raiſon des coſtez eſt comme 13 à 15 ; ſoit premierement trouué chaſque ſegment AH, HC, faiſant que comme 28 (qui eſt l'aggregé des termes de la raiſon donnée) eſt à 13, ainſi la baſe 42 ſoit à vn autre, & viendront $19\frac{1}{2}$ pour le moindre ſegment AH, & partant l'autre ſegment HC eſt $22\frac{1}{2}$, & HF moitié de la difference deſdits ſegmens $1\frac{1}{2}$: faiſant donc que HF $1\frac{1}{2}$ eſt à AH $19\frac{1}{2}$, ainſi HC $22\frac{1}{2}$ ſoit à vn autre, viendront $292\frac{1}{2}$ pour HI, dont la moitié eſt $146\frac{1}{4}$, & le quarré d'icelle $\frac{342225}{16}$ duquel eſtant oſté $\frac{20736}{16}$ quarré de la perpendiculaire, reſtent $\frac{321489}{16}$, dont la racine quarrée $141\frac{3}{4}$ eſtant oſtée de ladite moitié $146\frac{1}{4}$, reſteront $4\frac{1}{2}$, pour la moindre extréme DH, qui oſtée de AH $19\frac{1}{2}$, reſtẽt 15 pour AD moindre des ſegmens faicts par la perpendiculaire BD ; &

partant le costé AB sera de 39, & BC de 45. Mais ladite racine 141 $\frac{3}{4}$ estant adiousteé à la susdite moitié 146 $\frac{1}{2}$ viendront 288 pour la plus grande extréme HL, de laquelle estant osté le segment AH 19 $\frac{1}{2}$, resteront 268 $\frac{1}{2}$ pour la distance AL, & partant la toute LC sera 310 $\frac{1}{2}$: adiousstons donc à chascun des quarrez d'icelles LA, LC, le quarré de KL, & viendront $\frac{293553}{4}$ & $\frac{290825}{4}$ pour les quarrez des costez AK & KC; & partant ils seront $\sqrt{\frac{293553}{4}}$ & $\sqrt{\frac{290825}{4}}$. Or iceux sont entr'eux en la raison donnée, sçauoir est comme 13 à 15; car multipliant les extrémes $\sqrt{\frac{293553}{4}}$ & 15 entr'eux, & aussi les milieux $\sqrt{\frac{290825}{4}}$ & 13 entr'eux, prouient vn mesme nombre, sçauoir est $\sqrt{\frac{66049425}{4}}$.

Or nous ne parlons point icy de la raison d'égalité, pource que quand telle raison est donnée, la cheutte de la perpendiculaire, & aussi le poinct de section faicte en la base selon ladite raison, aduiennent en vn mesme poinct, sçauoir est au milieu de ladite base, comme appert par ce qui est demonstré tant en la 3. p. 6. qu'au scholie de la 26. p. 1. Parquoy le quarré de ladite moitié de la base estant adiousté au quarré de la perpendiculaire, viendra le quarré de chasque costé du triangle.

Nous trouuerons encore par autre maniere lesdits costez: Soit donc derechef le triangle ABC, ayant les mesmes choses que deuant données, & soit couppé l'angle ABC en deux également par la ligne BH, afin que la base AC soit aussi couppée en H, selon la raison des costez AB, BC; & ayant pris BR égale à AB, soit menée HR, & du poinct R abbaissé la perpendiculaire RS. Or puisque la base AC est 42, & la perpendiculaire BD 36, le contenu du triangle ABC sera 756. Mais par la 1. p. 6. les triangles ABC, ABH, & HBC sont entr'eux comme leurs bases AC, AH, & HC: Faisant donc que comme AC 42 est à AH 19 $\frac{1}{2}$, ainsi le contenu du triangle ABC 756 soit à vn autre, viendront 351 pour le contenu du triangle AHB; lequel on auroit aussi multipliant la base AH par la moitié de la perpend. BD 18: le contenu de l'autre triangle HBC sera donc 405. Mais les deux triangles ABH, HBR ont le costé BH commun, & les costez AB, BR égaux, & les angles ABH, HBR aussi égaux; & partant ils sont égaux par la 4. p. 1. & la base HR égale à AH sera 19 $\frac{1}{2}$. Ostant donc le contenu du triangle ABH de celuy de ABC, resteront 54 pour le contenu du petit triangle HRC, qui diuisé par la base HC 22 $\frac{1}{2}$, viendront 2 $\frac{2}{5}$ pour la moitié de la perpendiculaire RS, & partant icelle est 4 $\frac{4}{5}$, dont le quarré estant osté de celuy de HR, resteront $\frac{357121}{1000}$ pour le quarré de HS; & partant icelle HS sera 18 $\frac{9}{10}$; & par consequent le reste SC sera 3 $\frac{3}{5}$. Et d'autant que les triangles rectangles BDC, RSC sont équiangles, faisant que comme RS 4 $\frac{4}{5}$ est à SC 3 $\frac{3}{5}$, ainsi BD 36 soit à vn autre, viendront 27 pour DC; & partant l'autre segment AD sera 15. Maintenant les deux triangles rectangles AKD, KDC ont chascun les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant le costé AK sera trouué de 39, & KC de 45, comme deuant. Quant aux costez AK, KC, du triangle AKC, ils seront aussi trouuez en la mesme maniere, ayant pris KT égale à AK, & tiré HT, TV;



telle

tellement que VH sera trouuée de $18\frac{2}{10}$, comme HS, & icelle ioincte à HC, viendront $41\frac{1}{5}$ pour VC, au moyen de laquelle, LC sera trouuée de $310\frac{1}{2}$, & partant LA de $268\frac{1}{2}$, &c.

Or il appert qu'estant cogneuë la base, l'aire, & la raison des costez; qu'iceux costez seront trouuez tout ainsi que dessus, puisque diuisant l'aire par la moitié de la base, viendra la perpendiculaire.

Or nous mettrõs encore icy l'operatiõ Algebraïque de Regiomontanus: Soit vn triangle duquel la base soit 20, la perpendiculaire 5, & la raison du moindre costé au plus grand soit comme 3 à 5. Posons que la difference des segmens de la base faicts par la perpendiculaire soit $2\,\mathcal{R}$: Donc le reste de la base, qui est le double du moindre segment sera $20-2\mathcal{R}$; & partant iceluy segment sera $10-1\mathcal{R}$, & l'autre $10+1\mathcal{R}$: les quarrez d'iceux segmens seront donc $1q+100-20\mathcal{R}$, & $1q+20\mathcal{R}+100$; à chascun desquels estãt adiousté 25, quarré de la perpendiculaire, viendront $1q+125-20\mathcal{R}$, & $1q+20\mathcal{R}+125$, pour les quarrez des costez du triangle. Et puisque lesdits costez sont entre eux comme 3 à 5, leurs quarrez seront entr'eux comme 9 à 25; & partant $1q+125-20\mathcal{R}$ est à $1q+20\mathcal{R}+125$, comme 9 à 25; tellement que multipliant les extrémes entr'eux, & les moyens aussi entr'eux, les produicts seront égaux, sçauoir est $25q+3125-500\mathcal{R}$ à $9q+180\mathcal{R}+1125$. Adiousstant & sousstrayant choses égales de part & d'autre, viendront finablement $16q$ égaux à $680\mathcal{R}-2000$: & partant la valleur de $1\mathcal{R}$ sera $\frac{85}{4}-\mathcal{V}\frac{5225}{16}$. Et puisque le moindre segment a esté trouué de $10-1\mathcal{R}$, iceluy sera $\mathcal{V}\frac{5225}{16}-11\frac{1}{4}$, & son quarré $453\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64}$, auquel estant adiousté 25, quarré de la perpendiculaire, viendront $478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64}$, pour le quarré du moindre costé, & partant iceluy costé sera $\mathcal{V}(478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64})$. Or le plus grand segment a esté trouué de $10+1\mathcal{R}$; Iceluy sera donc $31\frac{1}{4}-\mathcal{V}\frac{5225}{16}$, & son quarré $1303\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64}$, auquel adiousstãt le quarré de la perpendiculaire viendront $1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64}$ pour le quarré du plus grand costé du triangle, qui partant sera $\mathcal{V}(1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64})$. Il faut donc que comme 3 est à 5, ainsi $\mathcal{V}(478\frac{1}{8}-\mathcal{V}165322\frac{17}{64})$ soit à $\mathcal{V}(1328\frac{1}{8}-\mathcal{V}1275634\frac{49}{64},)$ & par consequent que le produict des extrémes soit égal à celuy des moyens.

Or nous auions encore mais icy plusieurs autres problemes, mais pour la commodité des Imprimeurs, qui n'auoient telle quantité de chiffres & autres caracteres qu'il en estoit besoin pour mettre & inserer tous lesdits problemes de suitte, nous les auons transferé à la fin du chapitre suiuant, & dispersez çà & là parmy d'autres que l'ordre ne permettoit estre mis ailleurs qu'à la fin dudit chapitre.

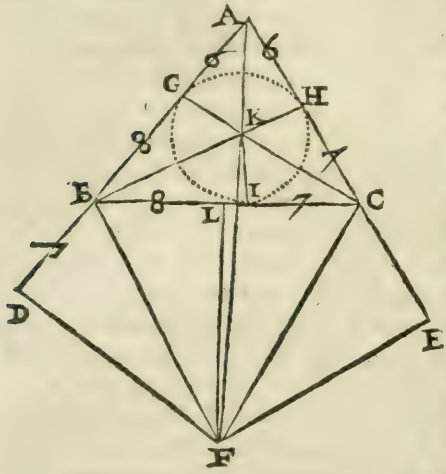
Par quel moyen est trouuée la capacité de tout triangle, sans autre perquisition que des costez.

CHAP. V.

Si les trois costez d'vn triangle sont sousstraicts separément de la moitié

du circuit dudit triangle, les trois differences, desquelles vn chascun costé est different de la moitié du circuit, multipliées, sçauoir la premiere par la seconde, & le produict par la troisiesme, & tiercement tout le produict par icelle moitié du circuit du triangle, la racine quarrée du dernier produict, sera le nombre du contenu du triangle.

POur exemple, soit le triangle ABC, duquel les costez sont 13, 14, & 15: ioincts ensemble font 42, la moitié est 21: de laquelle ie leue 13, restent 8: de laquelle encores ie leue 14, restent 7: & d'icelle encor ie leue 15 & restent 6. Ie multiplie donc la premiere difference 8, par la seconde 7, & le produict est 56, lequel ie multiplie par la troisiesme difference 6, & le produict est 336: ie multiplie encores ce nombre par la moitié du circuit du triangle 21, dont prouient 7056, desquels la racine quarrée 84, est la capacité du triangle proposé. Cela se prouue ainsi qu'il s'ensuit.



Mais il faut estre aduerty, que si le costé d'vn quarré, multiplie deux fois quelque nombre, le produict sera égal à ce qui sera faict du quarré du mesme costé multiplié par ce mesme nombre, par les 16, 17, 18. p. du 7. & par la 7. p. du 9.

Soit donc inscript au triangle le cercle, *par la 4. du 4*, & soient tirées *par la 18. du 3*, les perpendiculaires KG, KH, KI, qui serõt égales, soient aussi tirées KA, KB, & KC. Si donc on multiplie la moitié des trois costez AB, BC, CA, par KG, on obtiendra le contenu cherché *par le 3. ch. de ce liure.*

Or entre le quarré de la ligne AD, (laquelle nous posons estre égale à la moitié du circuit du triangle, comme il sera monstré) & le quarré de GK, le rectangle compris soubs AD, GK (c'est à dire l'aire du triangle ABC) est le moyen proportionnel: d'autant que le quarré de AD est soubs mesme haulteur qu'iceluy rectangle, & celluy, soubs mesme haulteur que le quarré de KG. Maintenant la ligne BG est égale à BI: CI à CH: AG à AH, *par la 26 du 1.* Si donc AB est pro-

longée iuſques à D, en ſorte que BD ſoit égale à IC : il eſt euident que AD ſera la moitié du circuit du triangle. Soit apres tirée en angles droicts la ligne DF, iuſques à ce qu'elle rencontre la ligne droicte AKF. Apres ſoit prolongée AC iuſques à E, en ſorte que CE ſoit égale à BI: alors AE ſera égale à AD, ſoit auſſi tirée EF, laquelle ſera égale à DF *par la 4 du 1*, (d'autant qu'elles ſont ſubtendentes, vne chacune de la moitié de l'angle du poinct A.) Soit auſſi menée FC : Apres ſoit faicte BL égalle à BD, & ſoyent tirées FB, FL. Il eſt manifeſte que le quarré de FC (eſtant égal aux quarrez de CE, EF) n'excedera le quarré de FB, que de ce que le quarré de CE (c'eſt à dire CL) excedera le quarré de DB, ou BL. Il s'enſuit donc (*comme on peut colliger de la 13 du 2*) que FL eſt perpendiculaire ſur BC, & par conſequent l'angle BLF droict. La figure donc quadrangulaire DBLF, ayant deux angles droicts, nous faict cognoiſtre que les autres angles DBL & DFL, ſont égaux à deux droicts, *comme on peut colliger de la 32 du 1*, Comme ſont auſſi DBL, & ABL *par la 13 du 1*. Si donc le commun angle DBL eſt oſté, les deux reſtans DFL & ABL ſeront égaux : C'eſt à dire le demy angle DFB au demy angle ABK, dont s'enſuyura que le triangle GKB, ſera équiangle à BDF, & que le rectangle compris ſoubs GK, DF, ſera égal au rectangle de GB, BD, *par la 16 du 6*.

Or le quarré de GK, eſt au rectangle compris ſoubs DF, GK, comme la ligne GK à la ligne DF, *par la premiere du 6* : laquelle eſt comme AG à AD *par la 4 du 6*. Parquoy la raiſon de AG à AD, ſera comme le quarré de KG au rectangle compris ſoubs DF, KG, c'eſt à dire au rectangle de GB, BD, *par la 11 du 5*. Voila donc quatre grandeurs proportionnelles : Sçauoir comme la ligne AG, eſt à la ligne AD, ainſi eſt le quarré de la perpendiculaire KG, au rectangle de GB, BD : Tellement qu'en multipliant le quarré de la perpendiculaire GK par la ligne AD, il en ſera produict autant, comme en multipliant le rectangle de GB, BD, par la ligne AG, *par la 16 du 6*, (Qu'eſt multiplier les trois differences, cõme il ſera mõſtré cy apres) & ce produict ſera 336 : mais ſi ce produict eſt multiplié derechef par AD, il en ſera faict 7056, qu'eſt autant comme ſi le quarré de AD multiploit le quarré de KG, *comme il a eſté dit* : donc la racine quarrée 84, eſt la moyenne proportionnelle entre le quarré de AD & le quarré de KG, *par le corollaire de la 17 du 6*, & par conſequent égale à la capacité du triangle ABC, eſtant l'aire du triangle moyen,

entre lesdicts deux quarrez, *comme il a esté dit.*

Or que GB, BD, & AG soyent les trois differences, il se prouue ainsi. La ligne AD est la moitié du circuit du triangle, la ligne AB faict 14, BD sera donc 7 (c'est à dire IC) qui est l'vne des differences, de laquelle le costé AB est moindre que AD.

Secondement BG est égalle à BI, *par la 26 du* 1, laquelle BI doit contenir 8, estant BC de 15. Il s'ensuit donc, que GD est égale au costé BC, & differe de AD, de la ligne AG, qui est vne autre difference contenant 6. Tiercement, BD est égale à IC (c'est à dire à HC) & GA à HA, *par la 26 du* 1 : il reste donc manifeste le costé AC estre different de AD, de la ligne GB (qui est 8) *ce qu'il falloit demonstrer.*

Cecy est aussi demonstré au chap. 2. du 3. l. de la Geometrie de Henrion : & i'estime que sa demonstration sera trouuée plus facile & intelligible que celle-cy : & pour en faciliter la pratique, nous mettrons encore icy deux exemples; la premiere d'vn triangle ambligone, & l'autre d'vn rectangle. Soit donc vn triangle, dont les costez soient 7, 15, & 20 : I'adiouste iceux costez, & font 42 ; la moitié est donc 21, de laquelle i'oste chasque costé & restent 14, 6, & 1 : lesquels restes multipliez entr'eux, font 84, qui multipliez par la moitié 21, donnent 1764, dont la racine 42 est l'aire du triangle proposé. Les costez d'vn triangle soient encore 6, 8 & 10 : l'aggregé d'iceux est 24, la moitié 12, & la difference d'icelle moitié à chasque costé est 6, 4, & 2, lesquelles differences multipliees entr'elles produisent 48, qui multipliez par ladite moitié 12, est produict 576, dont la racine 24 est le contenu du triangle. Venons maintenant aux prop. & problemes cy-deuant promis.

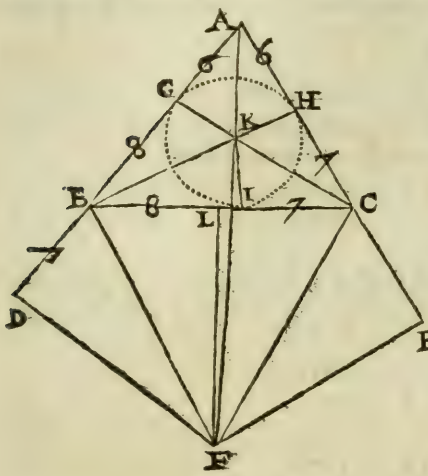
1. *Les costez d'vn triangle estans cogneus ; le diametre du cercle inscriptible en iceluy sera trouué.*

Car puisque par la demonstration de nostre Autheur, il appert que le rectangle fait soubs la moitié du circuit de quelcõque triangle, & le semy-diametre du cercle inscript en iceluy, est égal au contenu dudit triangle ; ayant trouué ledit aire du triangle, si on le diuise par la moitié du circuit, viendra au quotient le semy-diametre du cercle proposé. Ainsi pour trouuer le diametre du cercle GHI inscript au triangle ABC, dont les costez sont cogneus, sçauoir est 13, 14, & 15 ; soit cherché l'aire dudit triangle, lequel estant trouué de 84, soit diuisé iceluy nombre par 21, moitié du circuit dudit triangle, & viendront 4 pour le semy-diametre GK ; & partant le diametre entier est 8.

D'auantage, puisque tant le rectangle compris soubs la base d'vn triangle, & la perpendiculaire tombante sur icelle, que celuy faict soubs la moitié du circuit dudit triangle, & le semy-diametre du cercle inscript ; comme la moitié du perimetre ou circuit du triangle est à la base, ainsi la perpendiculaire sera au diametre du cercle : Parquoy ayant trouué la perpendiculaire du triangle cy-dessus ABC estre $11\frac{1}{5}$, faisant que comme 21 moitié du circuit est à la base BC 15, ainsi ladite perpendiculaire $11\frac{1}{5}$ soit à vn autre, viendra de-

chef 8 pour le diametre dudit cercle G H I. Ledit diametre pourroit auſſi eſtre trouué par les ſinus : car puiſque les trois coſtez ſont cogneus, on trouuera les angles, & puis apres on aura vn triangle A K B, dont les angles ſeront cogneus, & la baſe A B ; tellement qu'on cognoiſtra l'vn des coſtez comme A K, par le moyen duquel on trouuera G K.

2. *Les coſtez d'vn triangle eſtans cogneus; les diſtances de chaſcun des angles iuſques au centre du cercle inſcript en iceluy ſeront cogneus, & auſſi les ſegmens de chaſcun deſdits coſtez faicts par les poincts d'attouchemens dudit cercle.*



Car, puiſque par la demonſtration precedente il appert que A D, moitié des coſtez du triangle A B C, eſt compoſée du coſté A B, & du ſegment C I ; ſi de ladite moitié A D 21 on oſte ledit coſté A B 14, reſtera B D, ou C I de 7 ; & partant l'autre ſegment B I ſera 8 : Et puiſque les deux ſegmens qui comprennent chaſque angle du triãgle ſont égaux; le ſegment B G ſera 8 ; & partant A G & A H chaſcun de 6, & C H de 7. Quant aux diſtances A K, B K & C K, elles ſont hypotenuſes des trois triãgles rectangles A K G, B K G, & C K I, leſquels (ayant trouué par la precedente prop. le ſemy-diametre K G de 4) ont les deux coſtez de l'angle droict cogneus ; & partant A K ſera trouuée de $\sqrt{52}$, B K de $\sqrt{80}$, & C K $\sqrt{65}$. Poſons encore que A B ſoit 15, B C 20, & A C 7 : la moitié de l'aggregé d'iceux coſtez eſt 21, & le ſemy-diametre 2 ; oſtons de ladite moitié 21, A B 15, & reſteront 6 pour le ſegment C I ; & partant les ſegmens égaux B I, B G ſeront chaſcun 14 ; & A G, A H, 1, & C H 6: Mais la diſtance A K ſera donc ſeulement $\sqrt{5}$; B K $\sqrt{200}$, & C K $\sqrt{40}$.

Les meſmes choſes pouroient auſſi eſtre trouuées par les ſinus, mais non ſi precisément que par la voye cy-deſſus, pource que la table des ſinus n'eſtant d'elle meſme exacte, ce qui en viendra ne ſera auſſi ; toutesfois les erreurs ſont inſenſibles. Si donc on veut proceder par ladite voye des ſinus ou demy-cordes, ſoient trouuez premierement les angles dudit triangle oxigone A B C, qui ſeront, ſçauoir A 67 d. 22 m. 49 ſec. B 53 d. 8 m. 9 ſec. & C 59 d. 29 m. 2 ſec. tellement que chaſcun des triangles A K B, B K C a deux angles cogneus, & vn coſté; & partant les autres coſtez A K, B K, & C K ſeront trouuez, ſçauoir eſt A K enuiron $7\frac{6}{19}$, B K $8\frac{17}{19}$, & C K $8\frac{1}{16}$: Maintenant chaſcun des triangles rectangles A K G, B K I & A K H a les angles cogneus, & vn coſté ; & partant les autres coſtez ſeront trouuez, ſçauoir eſt le ſemy-diametre K G 4 ; le ſegment A G 6, B I 8, & A H 6 ; & par conſequent les ſegmens reſtans ſeront, ſçauoir B G 8, C I 7, & C H 7. Mais preſupoſant la demonſtration cy-deſſus, le ſegment A G eſtant trouué, il ne ſeroit beſoing chercher les au-

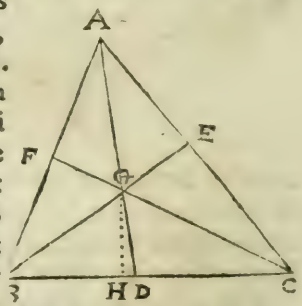
ties, veu que par iceluy segment AG ils peuuent estre cogneus.

3. *Le diametre d'vn cercle inscript en vn triangle estant cogneu, & aussi la proportion des costez d'iceluy triangle, lesdits costez seront trouuez.*

Car ayant trouué le diametre du cercle inscriptible au triangle faict des termes de la proportion donnée; iceluy diametre sera à chasque terme, comme le diametre donné est au costé homologue, veu que les triangles sont équiangles. Parquoy le diametre d'vn cercle inscript dans vn triangle, dont les costez sont entr'eux comme les nombres 3, 4 & 5, estant 12: le diametre du cercle inscript dans le triangle, ayant pour costez ces nombres 3, 4 & 5, sera trouué par la 1. prop. estre 2; & faisant que comme 2 est à 3, ainsi 12 soit à vn autre, viendra 18 pour le moindre costé cherché; que comme 2 est à 4, ainsi 12 soit à vn autre, viendront 24 pour le moyen costé; & que comme 2 est à 5, ainsi 12 soit à vn autre, viendront 30 pour le plus grand costé; tellement que 18, 24 & 30, sont les costez du triangle, auquel peut estre inscript vn cercle ayant le diametre de 12, & selon la proportion donnée.

4. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, duquel les angles soient couppez en deux également par lignes droictes qui couppent aussi les costez opposez; les segmens tant d'iceux costez, que d'icelles lignes seront trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB est 13, AC 15, & BC 14; & les angles A, B, & C sont couppez en deux également par les lignes droictes AD, BE, CF, lesquelles s'entrecouppent en G: Ie dis que les segmens AF, BF, AE, CE, BD, CD, AG, GD, BG, GE, CG, & GF peuuent estre cogneus. Car puisque les angles A, B & C sont couppez en deux également par les lignes AD, BE, & CF, qui couppent aussi les bases opposées, les segmens de chascune d'icelles seront entr'eux comme les deux autres costez; par la 3. p. 6. & partant comme AB est à AC, ainsi BD sera à DC; & en composant comme BAC est à AC, ainsi BC sera à DC: Iceluy DC sera donc $7\frac{1}{2}$; & partant BD $6\frac{1}{2}$: Par mesme raison comme ABC sera à BC, ainsi AC sera à CE, qui partant sera $7\frac{7}{9}$, & AE $7\frac{1}{9}$: Semblablement comme ACB est à CB, ainsi AB est à BF, qui partant sera $6\frac{8}{17}$, & AF $6\frac{2}{17}$: voila donc desia les segmens des costez cogneus: Et quant à ceux des lignes couppantes AD, BE & CF, nous demonstrerons premierement qu'icelles s'entrecouppent mutuellement en vn seul poinct G. D'autant que AB est à AC, comme BD est à DC; en permutant AB sera à BD, comme AC à CD: tellement que les angles B & C des triangles ABD, ACD, qui ont vne mesme base AD, estans couppez en deux également par les lignes BE, CF; icelles lignes coupperont aussi ladite base AD en la raison des costez desdits angles, & par consequent en vn mesme poinct G, puis qu'icelles raisons sont vne mesme, & les costez homologues de mesme part. Maintenant donc le poinct G estant le centre du cercle inscriptible en iceluy triangle; les semy-diametres d'iceluy cercle, tombant au poinct d'attouchement des costez dudit triangle ABC & les segmens de chasque costé faicts

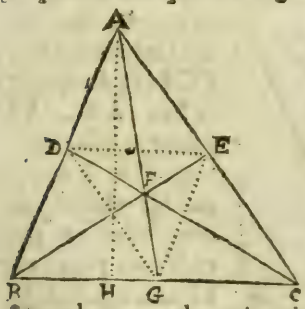


par lesdits semy-diametres seront cogneus par les choses cy-deuant dictes, ou aussi les segmens AG, BG,& CG ; par le moyen desquels il sera aisé de trouuer les segmens restans GD, GE & GF:comme pour exemple, voulant cognoistre BG & GD ; ie trouue premierement que le semy-diametre ou perpendiculaire GH est 4 ; le segment BH 6, qui osté de BD $6\frac{1}{2}$,reste $\frac{1}{2}$ pour HD : le triangle BGD a donc les deux segmens de la base BH, HD cogneus, & la perpendiculaire GH ; & partant puisque par la 47.p. 1. le quarré du costé opposé à l'angle droit H est égal aux deux quarrez des deux autres costez, BG sera $\gamma 52$;& GD $\gamma 16\frac{1}{4}$: Procedant en la mesme maniere és autres triangles, les segmens seront cogneus,sçauoir AG $\gamma 65$,qui adiousté à GD $\gamma 16\frac{1}{4}$, viendront $\gamma 146\frac{1}{4}$ pour toute la ligne AD : FG $\gamma 16\frac{64}{841}$, & GC $\gamma 80$, qui adiousté ensemble donnent $\gamma 167\frac{673}{841}$ pour toute la ligne CF : GE $\gamma 16\frac{4}{81}$ qui adiousté à BG $\gamma 52$, donnent $\gamma 125\frac{67}{81}$ pour toute la ligne BE. Nous auons donc trouué toutes les lignes proposées.

Les mesmes lignes pourroient aussi estre trouuées assez aisément par les sinus : Car puisque les trois costez du triangle ABC sont donnez, les trois angles seront trouuez,puis apres tous les triangles ABG, ABD, BGC, BEC, & BFC auront chascun deux angles cogneus,& vn costé, & partant le reste d'iceux sera trouué,qui sera le requis.

5. Estans cogneus les costez d'vn triangle, lesquels soient couppez en deux également par lignes droictes menées des angles opposez ; icelles lignes seront cogneues, & aussi les segmens d'icelles faicts par leur intersection.

Afin de rendre l'operation de cecy plus facile & intelligible, nous demonstrerons au prealable que lesdites lignes s'entrecouppent mutuellement en vn poinct ; & que les segmens de deuers les angles sont doubles des autres.



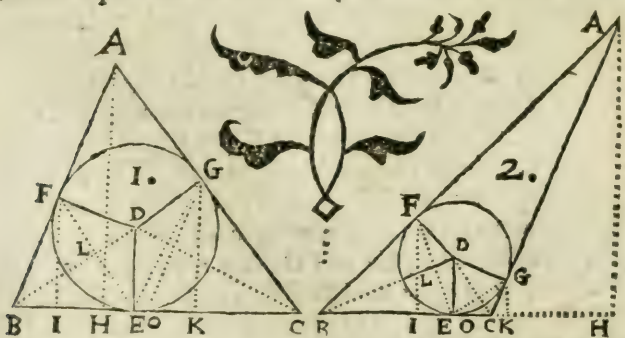
Soit vn triangle ABC, duquel deux costez AB & AC soient couppez en deux également és poincts D & E par les lignes droictes BE, CD, qui s'entrecouppent en F, par lequel poinct soit menée de l'angle A la ligne droicte AFG : ie dis que le costé BC est aussi couppé en deux également en G, & que le segment BF est double du restant FE ; CF de FD ; & AF de FG. Car ayant tiré la ligne droicte DE, elle sera parallele à BC par la 2.p. 6. AD estant à DB comme AE à EC; & par la 35. p. 1. les triangles BDC, CED seront égaux, desquels ostant le commun BFC, les restans BDF, CEF seront égaux. Mais par la 1.p.6. le triangle ADF est égal au triangle BDF, & le triangle AEF au triangle CEF : donc tout le triangle AFB sera égal à tout le triangle AFC. Mais comme le triangle AFB est au triangle BFG, ainsi le triangle AFC est au triangle CFG, estant en mesme raison que les bases AF, FG, par la 1. p. 6. donc les triangles BFG, CFG seront égaux, & les bases BG, CG égales; tellement que le costé BC sera couppé en deux également en G. Et d'autant que comme AB est à AD, ainsi BC est à DE ; icelle BC est double de DE : Mais les triangles DFE estans équiangles, comme BC est double de DE, ainsi aussi BF sera double de

FE;& CF de FD : Par meſmes raiſons AF ſera double de FG : appert donc ce qui eſtoit propoſé à demonſtrer ; & d'auantage que les trois poincts de ſection eſtans ioincts par lignes droictes, que tout le triangle ſera diuiſé en 4 triangles égaux. Maintenant pour cognoiſtre icelles lignes AG, BE, CD, ſoit trouué la perpendiculaire tombante de chaſque angle ſur ſon coſté oppoſé, & les ſegmens dudit coſté faicts par icelle perp. comme pour exemple, voulant trouuer la ligne AG, ſoit trouué la perpendiculaire AH, qui ſera 12, (le coſté AB eſtant 13, BC 14 & AC 15;) & le ſegment BH 5, qui oſté de BD 7, reſtera 2 pour HG, dont le quarré 4 eſtant adiouſté au quarré de AH, qui eſt 144, viennent 148, dont la racine quarrée $\sqrt{148}$ eſt pour la ligne AG : Et puis qu'elle eſt triple de FG; AF ſera $\sqrt{65\frac{7}{9}}$, & FG $\sqrt{16\frac{4}{9}}$. Et procedant ainſi pour les autres lignes ; BE ſera $\sqrt{126\frac{1}{4}}$, BF $\sqrt{56\frac{1}{9}}$, FE $\sqrt{14\frac{1}{36}}$, CD $\sqrt{168\frac{3}{4}}$, CF $\sqrt{74\frac{7}{9}}$, & FD $\sqrt{18\frac{25}{36}}$. Et quant aux lignes qui conioignent les poincts de ſection des coſtez, elles ſeront aiſément cogneuës s'il en eſt beſoing ; chaſcune eſtant moitié du coſté oppoſé ; tellement que DE ſera 7, DG 7 $\frac{1}{2}$ & EG 6 $\frac{1}{2}$.

Les meſmes choſes pourront auſſi eſtre trouuées par la computation des triangles rectilignes ; car puiſque les trois coſtez du triangle ſont cogneus, & couppez en deux également, il y aura en chaſque triangle deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent.

6. *Eſtant cogneu le ſemy-diametre d'vn cercle inſcript dans vn triangle, dont les ſegmens de l'vn des coſtez d'icelluy, faicts par le poinct d'attouchement dudit cercle, ſoient auſſi cogneuz ; les deux autres coſtez du triangle ſeront trouuez.*

Soit le triangle oxigone ABC, dans lequel eſt inſcript le cercle EFG, du centre duquel tombent les ſemy-diametres DE, DF, DG aux points d'attouchemens E, F, G; eſtans chaſcun 4, & les ſegmens BE 6, EC 8 ; Ie dis que les coſtez AB, AC peuuent eſtre trouuez. Car il appert par les choſes demonſtrées és precedentes prop. que BF ſera 6, CG 8, BD $\sqrt{52}$, & CD $\sqrt{80}$: des poincts F, A, G ſoient abbaiſſées les perpendicul. FI, AH & GK. D'autant que les triangles rectangles BFD, BED ont les coſtez égaux, eſtant menée la ligne droicte FE, elle couppera BD à angles droicts en L; & partant les triangles BED, DLE ſont ſemblables ; & comme BD $\sqrt{52}$ eſt à BE 6, ainſi DE 4 ſera à EL $\sqrt{11\frac{1}{13}}$, & partant ſon double FE ſera $\sqrt{44\frac{4}{13}}$: Ainſi EG ſera trouuée de $\sqrt{51\frac{1}{4}}$. Parquoy les triangles iſoſcelles BFE, CGE ont les trois coſtez cogneus, & partant les perpendiculaires, & ſegmens faicts par icelles ſeront trouuez, ſçauoir eſt FI $5\frac{7}{13}$, BI $2\frac{4}{13}$, GK $6\frac{2}{5}$ & KC $4\frac{4}{5}$. Maintenant puiſque les triangles ABH, FBI ſont ſemblables, & auſſi AHC, GKC; comme FI $5\frac{7}{13}$ eſt à BI $2\frac{4}{13}$, c'eſt à dire comme 1 à $\frac{5}{11}$, ainſi AH eſt à HB; &



com

comme GK $6\frac{1}{5}$ eſt à KC $4\frac{4}{5}$, c'eſt à dire comme 1 à $\frac{3}{4}$, ainſi AH ſera à HC: Parquoy BH ſera à HC, comme $\frac{5}{12}$ à $\frac{3}{4}$; & partant BC 14 eſtant diuiſé ſelon ceſte raiſon, BH ſera 5 & HC 9. Et comme IB $2\frac{4}{15}$ eſt à BF 6, ainſi BH 5 ſera à 13, autant ſera donc AB: & comme KC $4\frac{4}{5}$ eſt à CG 8, ainſi HC 9 ſera à AC 15.

Mais le triangle eſtant ambligone, comme en la ſeconde figure, en laquelle ſuppoſé que BE ſoit 6, EC 1, & le ſemy-diametre DE 2; BD ſera $\sqrt{40}$, CD $\sqrt{5}$, EF $\sqrt{14\frac{1}{5}}$, EG $\sqrt{3\frac{1}{5}}$, FI $3\frac{3}{5}$, BI $4\frac{4}{5}$, GK $\frac{4}{5}$, & CK $\frac{3}{5}$: Parquoy BH ſera à CH, comme $1\frac{1}{3}$ à $\frac{3}{4}$; & partant BC à BH, comme $\frac{7}{12}$ à $1\frac{1}{3}$: icelle BH ſera donc 16, & CH 9; & partant comme IB $4\frac{4}{5}$ eſt à BF 6, ainſi BH 16 ſera à AB 20; & auſſi comme CK $\frac{3}{5}$ eſt à CG 1, ainſi CH 9 ſera à AC 15.

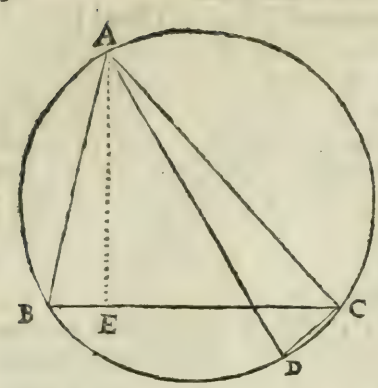
Or ayant trouué comme dit eſt BI, IF, CK, GK, ſi du poinct G on conçoit eſtre menée GO parallele à FB; les triangles FBI, GOK ſeront ſemblables; & partant les coſtez GO & KO ſeront trouuez: quoy faict le triangle GOC, qui eſt ſemblable au triangle ABC, aura les coſtez cogneus; & partant on trouuera encore les deux coſtez AB, AC.

Leſdits coſtez ſeroient encore trouuez bien plus promptement par la computation des triangles: Car les triangles rectangles BDE, CDE ont chaſcun les deux coſtez de l'angle droict cogneus; & partant les angles EBD, ECD ſeroient trouuez; Et puiſque ils ſont moitiez des angles ABC, ACB, le triangle ABC auroit deux angles cogneus & vn coſté: & par conſequent les deux autres coſtez AB, AC ſeroient trouuez par la 6. p. des triangles de Henrion.

Les meſmes coſtez ſeront encore trouuez aſſez facilement par Algebre: Et pour ce faire poſons que le ſegment AF ſoit 1ℛ: donc auſſi AG, qui luy eſt égal, ſera encore 1ℛ: ainſi AB ſera $6+1\mathcal{R}$, & AC $8+1\mathcal{R}$: Parquoy tout le circuit du triangle ſera $28+2\mathcal{R}$, & la moitié $14+1\mathcal{R}$; tellement que les differences des coſtez à icelle moitié ſeront 1ℛ, 8, & 6; leſquelles differences & moitié eſtans multipliées entr'elles, produiſent $48q+672\mathcal{R}$ pour la valeur du quarré de l'aire du triangle. Mais ladite moitié du circuit eſtant multipliée par le ſemy-diametre du cercle inſcript, produit auſſi l'aire du triangle: Parquoy multipliant icelle moitié du perimetre $14+1\mathcal{R}$ par ledit ſemy-diametre 4, viendront $56+4\mathcal{R}$, pour la valeur de l'aire du triangle, qui multipliée par ſoy-meſme, viendront $3136+448\mathcal{R}+16q$, qui partant ſeront égaux au quarré cy-deſſus trouué, ſçauoir eſt à $48q+672\mathcal{R}$: oſtons de part & d'autre $16q$, & 448ℛ, & reſterent 3136 égaux à $32q+224\mathcal{R}$: tellement que $1q$ ſera égal à $98-7\mathcal{R}$: & 1ℛ ſera trouuée valoir 7. Donc adiouſtant 7 à chaſque ſegment BF, CG, viendront 13 & 15 pour les coſtez AB, & AC.

7. *Eſtans cogneus les trois coſtez d'vn triangle inſcript dans vn cercle; le diametre d'iceluy cercle ſera auſſi cogneu.*

Au cercle ABC ſoit inſcript le triangle ABC, duquel le coſté AB eſt 13, BC 14, & AC 15: Ie dis que AD diametre du cercle peut eſtre cogneu. Car ayant tiré la perpendiculaire AE, & ioinct DC, les triangles ABE, ADC ſeront ſemblables, les angles ABE, ADC eſtans égaux par la 21. p. 3. & les angles à E & C droicts: Parquoy comme AE eſt à AB, ainſi AC ſera à AD. Or puiſque les trois coſtez du triangle ſont cogneus, la perpendiculaire AE



ſera trouuée de 12 ; & partant les trois quantitez AE 12, AB 13, & AC 15 ſont maintenant cogneuës: la 4e AD ſera donc trouuée de 16 $\frac{1}{4}$.

Or ſi vn ſeul coſté du triangle eſtoit cogneu, & l'angle oppoſé, ledit diametre ſeroit auſſi trouué par la doctrine des ſinus: Car il appert par ce qui eſt demonſtré à la 33. p. 3. que ſi on conçoit eſtre conſtruit ſur le coſté cogneu vn triangle iſoſcelle, dont les coſtez ſoient le ſemy-diametre du cercle, les angles d'iceluy triangle ſeront cogneus, ceux de deſſus la baſe ou coſté cogneu, eſtans chaſcun complement de l'angle donné: & partant ledit ſemy-diametre ſera trouué par la 6. p. des triangles rectilignes de Henrion. Ou bien ledit diametre ſera encore cogneu comme nous dirons cy apres à la 20. p.

8. *Le diametre d'vn cercle eſtant cogneu, & la proportion des coſtez du triangle inſcriptible en iceluy; leſdits coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Car ayant trouué le diametre du cercle circonſcriuant le triangle faict des termes de la proportiõ donnée, comme iceluy diametre trouué ſera à chaſcun des termes de ladite prop. ainſi le diametre donné ſera à chaſque coſté homologue du triangle requis. Ainſi le diametre d'vn cercle eſtãt 24, & que la proportion des coſtez d'vn triangle inſcript en iceluy cercle ſoit comme 2, 3, & 4: La perpend. du triangle faict de ces trois termes 2, 3, & 4 eſt $\surd 2\frac{7}{64}$, & le diametre du cercle circonſcriuant ledit triangle eſt $\surd 17\frac{9}{135}$: faiſant donc que comme $\surd 17\frac{9}{135}$ eſt à chaſque terme 2, 3, & 4, ainſi le diametre propoſé 24 ſoit à d'autres, ſeront trouuez $\surd 135$, $\surd 303\frac{3}{4}$, & $\surd 540$, pour les coſtez du triangle, à l'entour duquel eſtant deſcrit vn cercle, le diametre d'iceluy ſera 24; & la perpendiculaire d'iceluy triangle tombante ſur le plus grand coſté $\surd 540$, ſera $\surd 71\frac{49}{256}$.

9. *Eſtant cogneus deux angles d'vn triangle, & l'aggregé de deux coſtez d'iceluy triangle; les trois coſtez ſeront trouuez.*

Car d'autant que les coſtez ſont entr'eux, comme les ſinus des angles oppoſez, en compoſant, comme l'aggregé des ſinus ſera à l'vn d'iceux, ainſi l'aggregé des coſtez ſera au coſté oppoſé au ſinus pris: Ainſi au triãgle ABC, l'angle B eſtant de 60 degrez, & l'angle C de 70, mais l'aggregé des coſtez oppoſez AB, AC 70: pour diſcerner leſdits coſtez, i'aſſemble 86603, & 93969 ſinus des angles oppoſez auſdits coſtez, & font 180672, & faiſant que comme ce nombre eſt à 86603, ſinus de 60 degrez, ainſi l'aggregé donné 70, ſoit à vn autre, viendront enuiron 33 $\frac{5}{9}$ pour le coſté oppoſé AC; & partant le coſté AB eſt 36 $\frac{4}{9}$: & quant à l'autre coſté BC, il ſera auſſi trouué de 29 $\frac{1}{3}$ peu plus.

Que ſi l'aggregé n'euſt eſté des coſtez oppoſez aux angles cogneus, neantmoins iceux coſtez euſſent auſſi eſté cogneus en la meſme maniere, prenant

les sinus des angles opposez à iceux. Et si l'aggregé des trois costez estoit donné, auec deux angles, chascun d'iceux costez seroient aussi trouuez en la mesme maniere, assemblant les sinus des trois angles.

10. *Estant cogneu l'aire d'vn triangle, & la proportion des costez; iceux costez peuuent estre trouuez.*

Car d'autant que par la 19.p.6. les triangles semblables sont en raison doublée de leurs costez homologues, c'est à dire en mesme raison que les quarrez desdits costez homologues; ayant trouué l'aire du triangle construit des termes de la proportion donnée, ou de quelconques autres nombres qui soient entr'eux selon ladite prop. comme ledit aire trouué sera au quarré de chasque terme, ou costé du triangle, ainsi l'aire proposé sera au quarré du costé homologue du triangle requis. Ainsi l'aire d'vn triangle dont les costez sont entr'eux comme 2, 3, & 4, estant $\surd 1215$: Ie cherche l'aire du triangle faict de ces trois termes 2, 3, & 4, & trouue qu'il est $\surd 8\frac{7}{16}$: puis ie fais que comme iceluy aire $\surd 8\frac{7}{16}$ est à 4, quarré du terme 2, ainsi l'aire proposé $\surd 1215$ soit à vn autre, & viennent $\surd 48$ pour le moindre costé cherché; & procedant de mesme auec les deux autres termes 3 & 4, seront trouuez $\surd 108$, & $\surd 192$, pour les deux autres costez du triangle.

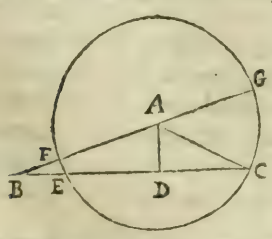
Lesdits costez pourroient aussi estre trouuez par Algebre, mais à cause que l'operation en est beaucoup plus longue que par la voye precedente, nous n'en dirons rien.

Or puisque les costez sont en mesme raison que les sinus des angles opposez; il est manifeste qu'estans cogneus l'aire d'vn triangle, & deux angles d'iceluy, que les costez seront trouuez en la mesme maniere que dessus.

Pareillement si la perpendiculaire est cogneuë auec la proportion des costez, ou bien auec deux angles, il ne sera difficile de trouuer lesdits costez, ce que nous auons dit cy dessus estant bien entendu.

11. *Estans cogneus les segmens de la base faicts par la perpendiculaire, & l'aggregé des iambes; icelles seront trouuées.*

Soit le triangle ABC, duquel la perpendiculaire AD couppe la base BC en deux segmens, desquels BD contient 16, & DC 5; mais l'aggregé des costez AB, AC est 33: Ie dis que chascun d'iceux peut estre trouué. Car ayant



descrit du centre A, & interualle du moindre costé AC, vn cercle EFG; il appert que BG sera l'aggregé des costez AB, AC; & BF la difference d'iceux, mais BE la difference des segmens, laquelle sera cogneuë, puisque lesdits segmens le sont. Or par le Corrol. de la 36.p.3. le rectangle de BG, BF sera égal au rectangle de BC 21, BE 11; & partant il sera 231, qui diuisé par l'aggregé BG 33, viendront 7, pour la difference BF; & par consequent FG sera 26, le costé AB 20, & le costé AC 13.

Or le segment BD soit encore 9, DC 5, & l'aggregé des costez AB, AC 28. Posons que AB soit 1R: donc AC sera 28—1R: tellement que les quarrez d'iceux costez seront 1q, & 784+1q—56R: & de chascun d'iceux quarrez

estant osté le quarré du segment correspondant, resteront $1q-81$, & $759+1q-56$ ℞, pour le quarré de la perpendiculaire AD : Il y a donc égalité entre $1q-81$, & $759+1q-56$ ℞ : Adioustons & soustrayons de part & d'autre selon les preceptes desdites équations, & viendront finablement 56 ℞ égales à 840 : Parquoy la valeur de 1℞ sera 15 : & partant le costé AB sera 15, & le costé AC 13.

Il est donc manifeste que si au lieu de l'aggregé des costez, leur difference est donnée, qu'iceux costez seront aussi trouuez : Et en oultre que si les costez sont cogneus, & la difference des segmens de la base; icelle base sera aussi trouuée.

12. *Estans cogneus les segmens faicts par la perpendiculaire, & la raison des deux iambes; icelles pourront estre trouuees.*

Car soit le triangle ABC en la figure precedente, duquel les segmens BD, DC soient cogneus, & aussi la raison du costé AB au costé AC : en diuisant icelle raison, celle de BF à FA sera aussi cogneuë, & par consequent celle de BF à FG, & encore celle de BF à BG. Mais le rectangle faict soubs la difference des segmens BE, & l'aggregé d'iceux BC, est égal au rectangle faict soubs la difference des costez BF, & aggregé d'iceux BG : Nous auons donc le contenu du rectangle cogneu, & la raison des costez; & partant iceux costez seront trouuez comme il est dit au 2. Corol. du chap. 1. de ce liure. Le segment BD soit donc 9, & le segment DB 4, la difference BE 5; mais le costé AB soit au costé AC comme 3 à 2. En diuisant icelle raison de 3 à 2, viendra 1 à 2 pour la raison de BF à FA; & partant BF sera à FG double de FA, comme 1 à 4, & par consequent BF sera à BG, comme 1 à 5 : Mais multipliant BC 13 par BE 5, viendront 65, pour le contenu du rectangle de GBF; & partant iceluy diuisé par le terme de la raison 5, viendront 13, dont la racine quarrée $\sqrt{13}$ est pour la difference BF : Mais multipliant ledit contenu 65, par ledit terme 5, viendront 325, dont la racine quarrée $\sqrt{325}$, est pour l'aggregé BG : duquel ostons la difference BF $\sqrt{13}$ & resteront $\sqrt{208}$ pour FG; & partant la moitié $\sqrt{52}$ sera pour le costé AC, qui osté de BG $\sqrt{325}$, resteront $\sqrt{117}$ pour l'autre costé AB.

Le segment BD soit encore 18, & le segment DC 10, mais le costé BA soit au costé AC comme $1\frac{1}{15}$ à 1. Posons que AB soit 15 ℞ : donc AC sera 13 ℞ : Parquoy les quarrez d'iceux costez seront $225q$, & $169q$: ostons de chascun le quarré du segment correspondant, & resteront $225q-324$, & $169q-100$; chascun desquels restes est le quarré de la perpendiculaire AD : tellement qu'il y a équation entre ces deux nombres $225q-324$, & $169q-100$; laquelle équation estant reduite viendra entre $56q$, & 224 : Parquoy $1q$ vaudra 4, & par consequent la valeur de 1℞ sera 2 : Parquoy le costé AB sera 30, & AC 26.

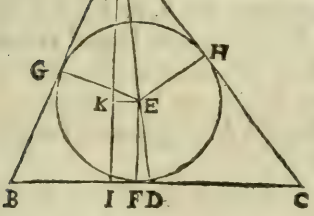
Or les costez AB, AC estans cogneus, & la raison des segmens BD, DC; il est manifeste qu'en la mesme maniere la base BC sera trouuée.

13. *Estans cogneus la base d'vn triangle, l'aggregé des iambes, & l'angle du sommet; icelles iambes pourront estre cogneuës, & aussi les deux autres angles.*

Car il appert par la construction Geometrique de ce probleme, qui est le

113 de Henrion, qu'ayant conceu vn triangle, dont la baſe ſoit la donnée, vn coſté l'aggregé donné, & l'angle du ſommet, la moitié du donné; ſi on trouue les deux autres angles d'iceluy triangle par la 9. p. des triangles rectilignes dudit Henrion, on aura les angles du triangle propoſé cogneus, & la baſe d'iceluy: & partant les deux coſtez ſeront trouuez par la 6. p. deſdits triangles. Ainſi eſtant propoſé vn triangle, la baſe duquel ſoit 21, l'aggregé des deux coſtez 33, & l'angle du ſommet 75 d. 46 m. Soit imaginé vn triangle dont la baſe ſoit 21, vn des coſtez 33, & l'angle du ſommet 37. d. 53. m. Donc les deux autres angles ſeront trouuez, ſçauoir celuy oppoſé audit aggregé 33 peu plus de 74 d. 47 m. (Preſuppoſant que iceluy ſoit aigu, car il peut auſſi eſtre obtus) & l'autre de 67. d. 20. m. Maintenant ſoit conceu vn autre triangle ayant pour baſe la donnée 21, l'angle du ſommet, le donné 75. deg. 46. m. & l'vn de deſſus ladite baſe, le dernier trouué 67. d. 20. m. partant l'autre ſera 36. d. 54. m. les coſtez ſeront donc trouuez, ſçauoir l'vn 20, & l'autre 13.

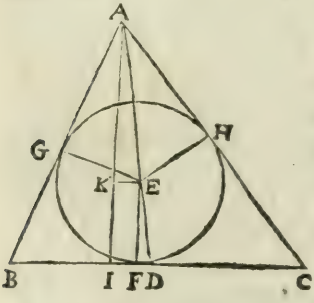
Regiomonté en la 15. prop. du 2. liure de ſes triangles enſeigne deux moyens, pour ſouldre ceſte prop. au premier deſquels correſpond celuy cy deſſus; & pour l'intelligence du ſecond, ſoit le triangle ABC, duquel la baſe BC ſoit 14, l'aggregé des deux coſtez AB, AC 28, & l'angle du ſommet A de 59. deg. 29. m. 23. ſec. L'angle donné A ſoit couppé en deux également par la ligne droicte AD, en laquelle & au poinct E ſoit le centre du cercle inſcript FGH, qui touche les coſtez du triãgle és poincts F, G, H, auſquels ſoient menées du centre E les lignes droictes EF, EG, EH, qui ſeront perpẽdiculaires auſdits coſtez du triãgle, par la 18. p. 3. & de l'angle donné A, ſoit tirée perpendiculairement ſur la baſe BC la ligne droite AI. Or icelle AI tombera entre le coſté AB, & la ligne coupante AD, ſi ledit coſté AB eſt moindre que le coſté AC; car l'angle ABC ſera plus grand que l'angle ACB par la 18. p. 1. & partant les deux angles ABD, BAD qui ſont égaux à l'angle ADC, par la 32. p. 1. ſeront plus grands que les deux DAC, ACD, auſquels eſt égal ADB par la meſme 32. p. 1. Donc ADC eſt plus grand que ADB, & partant ladite perpendiculaire doit tomber du coſté de AB, comme il eſt demonſtré au ſcholie de la 17. p. 1. Pour meſmes raiſons le demy diametre EF tombe entre B & D: Finablement du centre E ſoit tirée EK perpendiculaire à AI. Maintenant il appert par le Corol. de la 36. p. 3. que BG eſt égale à BF, & CH à CF; & partant AG, AH ſont enſemble la difference de l'aggregé des iambes AB, AC, à la baſe BC; c'eſt à dire 14; Et puiſque par la 26. p. 1. ou Coroll. de la 36. p. 3. icelles AG, AH ſont égales entr'elles, chaſcune d'icelle ſera 7. Le triangle rectangle AHE a donc le coſté AH cogneu, & l'angle aigu EAH, eſtant 29. d. 44. m. 41. ſec. $\frac{1}{2}$ moitié de l'angle donné A: Parquoy le coſté AE ſera trouué d'enuiron $8\frac{1}{16}$, & le ſemy-diametre EH 4. Or puis qu'il a eſté demonſtré cy-deuant que l'aire du triangle eſt produict



multipliant la moitié du circuit par le semy-diametre du cercle inscript en iceluy; si nous multiplions 21, moitié du perimetre du triangle ABC par le semy-diametre 4, viendront 84 pour l'aire dudit triangle proposé. Mais iceluy aire est aussi produit multipliant la moitié de la base BC par la perpendiculaire AI: & partant si nous diuisons l'aire 84 par 7 moitié de la base BC, viendront 12 pour ladite perpendiculaire AI: de laquelle estant osté KI, qui est égal au semy-diametre EF 4 par la 34.p.1. restera AK 8: Parquoy le triangle rectangle AKE a les deux costez AK, AE cogneus; & partant l'angle KAE sera trouué d'enuiron 7.d.8.m. $\frac{1}{4}$, qui osté de l'angle GAE 29.d. 44.m. 41. seconde $\frac{1}{2}$, moitié de l'angle A donné, resteront 22.d.36.m.26.sec. $\frac{1}{2}$ pour l'angle BAI: le triangle rectangle ABI a donc l'angle aigu BAI cogneu, & le costé AI 12; & partant le costé AB sera trouué de 13; & par consequent l'autre costé AC sera 15.

14. *Estans cogneus la base d'vn triangle, la perpendiculaire tombante sur icelle, & l'aggregé des iambes; chascune d'icelles iambes pourra estre cogneuë.*

L'operation precedente estant bien entenduë, celle-cy n'est difficile, c'est pourquoy disons sommairement qu'au triangle ABC, la base BC estant 14, la perpendiculaire AI 12, & l'aggregé des costez BAC 28; BG, CH ensemble feront 14, estant égales à BF, FC; & partant chascune des égales AG, AH 7; & l'aire dudit triangle sera 84, qui diuisé par 21, moitié du circuit, donne 4 pour le semy-diametre du cercle inscript FGH; & partant le triangle rectangle AGE ayant deux costez cogneus AG 7 & GE 4, on trouuera l'angle GAE, & le costé AE; tellement que le triangle AKE aura deux costez cogneus AK 8, & AE $8\frac{1}{16}$, & partant l'angle KAE sera trouué, lequel estant osté de l'angle GAE cy-deuant cogneu, restera l'angle GAI cogneu: Parquoy le triangle rectangle ABI aura vn costé AI cogneu, & l'angle aigu BAI; & par consequent le costé AB sera trouué.



Autrement. Puisque l'aire d'vn triangle est produict par la base, & moitié de la perpendiculaire, & aussi le quarré d'iceluy par la moitié du circuit multipliée alternatiuement par la difference des costez à icelle; multiplions la base BC 14 par 6 moitié de la perpendiculaire AI, & viennent 84 pour l'aire du triangle proposé ABC, dont le quarré 7056, estant diuisé par ladite moitié du circuit 21, donne 336, qui diuisez par 7 difference d'icelle moitié 21 à la base 14, donnent 48, qui est le produict de la multiplication des differences des costez AB, AC à ladite moitié 21, l'aggregé desquelles differences nous auons monstré cy-deuant estre égale à la base du triangle: iceluy aggregé est donc 14: Parquoy il faut partir 14 en deux nombres qui multipliez entr'eux produisent 48, & nous trouuerons par la 6. p. du chap. 1. qu'iceux nombres sont 6 & 8: Ostons donc iceux nombres de ladite moitié du circuit 21, & resteront 15 pour le plus grand costé AC, & 13 pour le moindre AB.

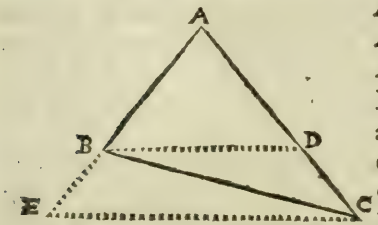
Il y a encore plusieurs autres manieres, par lesquelles on peut souldre ce-

ſte prop. deſquels nous mettrõs ſeulement ceſte Algebraïque. Poſons que le moindre coſté AB ſoit 14—1℞; l'autre coſté AC ſera donc 14+1℞: Adiouſtons les trois coſtez enſemble, la ſomme ſera 42; la moitié 21, de laquelle oſtons chaſque coſté, & reſteront pour les differences 7, 7+1℞, & 7—1℞: multiplions ladite moitié 21, par ces differences, & viendront finablement 7203—147q pour le quarré de l'aire du triangle: Mais la baſe BC 14 eſtant multipliée par la moitié de la perpend. 6, donne 84 pour ledit aire, dont le quarré eſt 7056: Il y a donc égualité entre 7056, & 7203—147q; donc auſſi entre 147, & 147q: Parquoy la valeur de 1℞ ſera 1; & partant le moindre coſté AB ſera 13, & le coſté AC 15.

Or eſtant cogneu l'aire, la baſe, & la ſomme des coſtez; iceux coſtez ſeront trouuez en la meſme maniere que deſſus.

15. *Eſtans cogneuë la baſe d'vn triangle, la difference des iambes, & l'angle du ſommet; leſdites iambes pourront eſtre trouuées.*

Car ſoit le triangle ABC, duquel la baſe BC ſoit 21, l'angle du ſommet A 75. d. 46. m. & CD difference des coſtez AB, AC ſoit 7: Ie dis que leſdits coſtez AB, AC ſeront trouuez. Car ayant mené la ligne BD, le triangle ABD ſera iſoſcelle, dont les angles de deſſus la baſe BD ſeront cogneus, eſtans chaſcun de 52. d. 7. m. Et partant l'angle BDC ſera de 127. d. 53. m. Le triangle BDC a donc deux coſtez cogneus BC, CD, & l'angle BDC; & partant l'angle CBD ſera trouué d'enuiron 15. d. 15. m. qui adiouſté à l'angle ABD 52. d. 7. m. viennent 67. d. 22. m. pour l'angle total ABC: Maintenant le triangle propoſé ABC a les deux angles A & B cogneus, & le coſté BC; & partant le coſté AC ſera trouué de 20, & le coſté AB de 13.

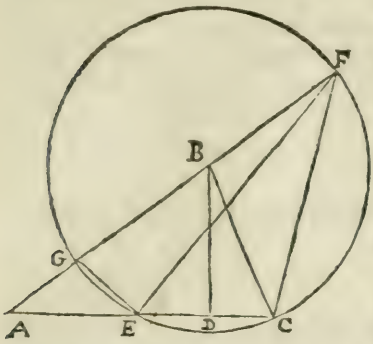


Or ſi au lieu de l'angle A, celuy de la baſe C eſtoit cogneu, le triangle BDC auroit auſſi deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent: partant l'angle D ſera trouué, puis AB. Mais ſi au lieu dudit angle A, l'angle ABC eſtoit le cogneu; prolongeant AB, iuſques en E, tellement que BE ſoit égale à la difference donnée, & ioignant EC, le triangle BCE auroit les deux coſtez BC, BE cogneus, & l'angle EBC qu'ils comprennent; & partant les deux autres angles ſeront trouuez comme il eſt dit en la 8. p. des triangles de Henrion, le moindre deſquels eſtant oſté du plus grand E, reſtera l'angle ACB: tellement que le triangle ABC aura les angles cogneus & vn coſté, & partant le reſte ſera trouué comme dit eſt.

16. *Eſtant cogneu la difference des ſegmens de la baſe d'vn triangle, l'aggregé des coſtez, & l'angle du ſommet; les trois coſtez du triangle peuuent eſtre trouuez.*

Soit le triangle ABC, & que de l'angle B tombe ſur la baſe AC la perpendiculaire BD; & du centre B, & interualle du moindre coſté BC ſoit deſcrit le cercle CEF, qui couppe la baſe CA en E, tellement que AE eſt la difference des ſegmens AD, DC; & ſoit continué le coſté AB iuſques en F, afin que AF ſoit l'aggregé des coſtez AB, BC: Ie dis que ſi l'angle du ſommet

B eſt cogneu, la difference AE, & l'aggregé AF, que les coſtez AB, AC & BC pourront eſtre cogneus. Car ayant mené les lignes EF, CF; l'angle CEF ſera moitié de l'angle CBF par la 20. p. 3. Mais iceluy angle CBF eſt cogneu, eſtant la difference du cogneu ABC à deux droicts: donc CEF ſera auſſi cogneu; & partant AEF le ſera pareillement: Parquoy le triangle AFE aura deux coſtez cogneus AF, FE, & vn angle oppoſé; & partant les angles reſtans ſeront trouuez: Ce faict le triangle AFC aura les deux angles A & ABC cogneu, auec l'aggregé des deux coſtez AB, BC; & partant les coſtez dudit triangle ſeront trouuez comme il eſt enſeigné à la 9. prop. Ainſi la difference AE eſtãt 11, l'aggregé des coſtez AB, BC 33, & l'angle du ſommet ABC 75. d. 46. m. l'angle CBF ſera 104. d. 14. m. & partant CEF 52. d. 7. m. & AEF 127. d. 53. m. Parquoy l'angle AFE ſera trouué de 15. d. 15. m. & par conſequent l'angle A ſera de 36. d. 52. m. & l'angle C de 67. d. 22. m. & par la 9. prop. le coſté AB ſera trouué de 20, BC de 13, & la baſe AC de 21.



Que ſi au lieu de l'angle du ſommet ABC, l'angle A eſtoit cogneu, il eſt manifeſte que leſdits coſtez du triangle pourroient auſſi eſtre trouuez: Car le triangle AFE auroit touſiours deux coſtez cogneus, & l'angle A qu'ils comprennent, & partant l'angle AEF ſeroit trouué comme il eſt enſeigné en la 8. p. des triangles de Henrion: Parquoy CEF ſeroit auſſi cogneu, le double duquel eſtant oſté de deux droicts, reſteroit l'angle du ſommet ABC cogneu; tellement que le triangle ABC auroit deux angles cogneus, & l'aggregé des coſtez AB, BC, comme deſſus.

17. *Eſtant cogneuë la difference des ſegmens de la baſe d'vn triangle, la difference des coſtez, & l'angle du ſommet; les trois coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Soit vn triangle ABC, de l'angle du ſommet duquel tombe ſur la baſe AC la perpendiculaire BD, & du centre B, & interualle du moindre coſté BC ſoit deſcrit le cercle CEGF, qui couppe ladite baſe AC en E, & le coſté AB en G; tellement que AE eſt la difference des ſegmens AD, DC; & AG la difference des coſtez AB, BC: ie dis que ſi leſdites differences AE, AG ſont cogneuës, & auſſi l'angle du ſommet B, que les coſtez AB, AC, & BC le ſeront auſſi. Soit prolongé le coſté AB, iuſques à ce qu'il rencontre la circonference en F, & ioinct GE, EF & CF. D'autant que le quadrilatere EGFC eſt inſcript au cercle, les angles oppoſez GEC, GFC ſont égaux à deux droicts par la 22. p. 3. Mais les angles GEC, GEA ſont auſſi égaux à deux droicts par la 13. p. 1. Donc les deux angles GEC, GFC ſeront égaux aux deux angles GEC, GEA; & partant oſtant le commun GEC, reſtera l'angle GFC égal à l'angle GEA. Mais par la 20. p. 3. l'angle A B C au centre eſt double de l'angle AFC, en la circonference: donc auſſi l'angle A B C ſera double de l'angle AEG. Mais iceluy ABC eſt cogneu: donc auſſi AEG ſera cogneu. Parquoy le triangle AGE aura les deux coſtez AE,

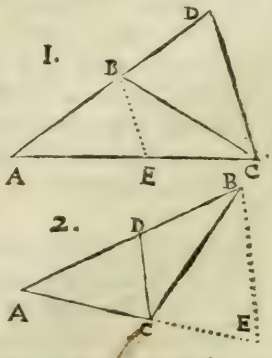
AG

AG cogneus, & auſſi l'angle AEG oppoſé à AG, auec l'eſpece de l'angle AGE ; (car iceluy eſt obtus eſtant égal aux deux GFE & GEF, qui eſt droict par la 31. p. 3.) Parquoy les deux angles AGE, & A ſeront trouuez par la 9. p. des triangles de Henrion. Le triangle AFE aura donc les angles cogneus auec le coſté AE ; & partant le coſté AF ſera trouué, & par conſequent auſſi les coſtez AB, BC : donc le triangle AFC, ou bien ABC aura les angles cogneus & vn coſté ; partant la baſe AC ſera trouuée. Soit donc la difference AE 11, la difference AG 7, & l'angle B 75. d. 45. m. L'angle AEG ſera donc 37. d. 52. m. $\frac{1}{2}$, & partant l'angle obtus AGE ſera trouué d'enuiron 105. d. 15. $\frac{1}{2}$ m. & A peu plus de 36. d. 52. m. Parquoy l'angle AEF ſera 127. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. & AFE 15. d. 15 $\frac{1}{2}$ m. Le coſté AF ſera donc trouué de 33, & partant le coſté AB ſera 20, & le coſté BC 13. Et puiſque l'angle A eſt de 36. d. 52. m. & l'angle ABC de 75. d. 45. m. la baſe AC ſera trouuée de 21.

Or il eſt manifeſte que ſi au lieu de l'angle du ſommet B, celuy oppoſé au moindre coſté BC eſtoit cogneu, que leſdits coſtez du triangle ſeroient auſſi trouuez : Car le triangle AGB auroit deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent ; & partant les autres angles ſeroient trouuez, comme il eſt enſeigné en la 8. p. des triangles de Henrion : Ce faict le triangle AFB auroit les angles cogneus, & le coſté AE ainſi que deuant, &c.

18. *Eſtant cogneu l'angle du ſommet d'vn triangle, l'vn des coſtez qui comprennent iceluy, & la difference de l'autre coſté à la baſe ; les deux coſtez incogneus peuuent eſtre trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel l'angle du ſommet B ſoit cogneu, comme auſſi le coſté BC, & la difference d'entre l'autre coſté AB & la baſe AC : ie dis qu'iceux coſtez AB, AC, peuuent eſtre cogneus. Car ayant faict AD égale à AC, & ioinct CD ; BD ſera la difference de AB à AC : Et d'autant que l'angle ABC eſt cogneu, l'angle DBC le ſera auſſi : ainſi le triangle DBC a les deux coſtez BC, BD cogneus, & l'angle qu'ils comprennent ; partant les deux autres angles BDC, BCD ſeront trouuez, & celuy-cy oſté de celuy-là (en la premiere figure, mais adiouſté au reſte de deux droicts en la ſeconde,) donnera l'angle AGB : tellement que le triangle propoſé ABC aura deux angles cogneus & vn coſté BC, partant les deux autres coſtez ſeront trouuez.



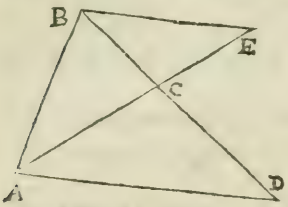
Si donc l'angle ABC de la premiere figure eſt de 112. deg. 37 $\frac{1}{4}$ m. le coſté BC 13, & la difference du coſté AB à la baſe AC 9 : au triangle BDC, l'angle CBD ſera 67. d. 22 $\frac{1}{4}$ m. le coſté BD 9, & le coſté BC 13 : partant l'angle BDC ſera trouué de 71. d. 33 $\frac{3}{4}$ m, & l'angle BCD de 41. d. 3. m. $\frac{1}{2}$. Et puiſque le triangle ADC eſt iſoſcelle, les angles ACD, ADC ſeront égaux : & partant oſtant BCD de BDC, reſteront 30. d. 30 $\frac{1}{4}$ m. pour l'angle BCA : tellement que le triangle ABC a les deux angles ABC, BCA cogneus, & le coſté BC ; & partant l'autre angle A ſera de 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. le coſté AB 11, & la baſe AC 20.

Mais l'angle B (en la ſeconde figure) ſoit 30. d. 30. $\frac{1}{4}$ m. le coſté BC 13, & la

difference de la baſe AC au coſté AB 9 : donc le triangle DBC a l'angle B cogneu, & les les deux coſtez qui le comprennent: partant l'angle BDC ſera trouué de 108.d.26 $\frac{1}{4}$ m. & l'angle BCD de 41.d.3 $\frac{1}{2}$ m. qui adiouſté à ACD, ou ADC, qui ſont chaſcun de 71. d.33 $\frac{3}{4}$ m. reſte de BDC, & viendront 112. d. 37 $\frac{1}{4}$ m. pour tout l'angle ACB: partant l'angle A ſera trouué de 36. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. le coſté AB 20, & la baſe AC 11.

Or ſi au lieu de l'angle du ſommet eſtoit cogneu celuy oppoſé au coſté cogneu ; il eſt manifeſte que les deux autres coſtez pourroient auſſi eſtre trouuez : Car alors le triangle BDC auroit l'angle BDC cogneu, & les deux coſtez BC, BD, &c. Mais ſi l'angle ACB eſtoit cogneu, il appert auſſi que leſdits coſtez pourroient encore eſtre trouuez : car ayant faict AE égale à AB & tiré BE, les triangles CBE auroient deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent, &c.

19. *L'angle du ſommet d'vn triangle eſtant cogneu, & l'vn des coſtez qui le comprennent, & auſſi l'aggregé des deux autres coſtez ; iceux coſtez pourront eſtre trouuez.*



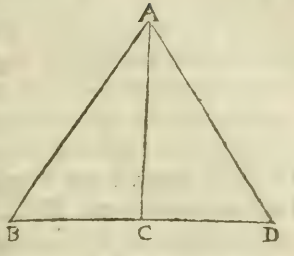
Soit le triangle ABC, duquel l'angle du ſommet B ſoit cogneu, comme auſſi le coſté AB, & l'aggregé des deux autres coſtez AC, BC : Ie dis que chaſcun d'iceux peut eſtre cogneu. Car ayãt continué BC iuſques en D, en ſorte que CD ſoit égal à AC, & ioinct AD ; le triangle ABD aura les deux coſtez AB, BD cogneus, & l'angle B qu'ils comprennent; partant l'angle D ſera trouué par la 8. p. des triangles de Henrion, au double duquel eſt égal l'angle ACB : Parquoy le triangle ABC aura les deux angles B & ACB cogneus, & le coſté AB ; & par conſequent chaſcun des coſtez AC, & CB ſera trouué. Soit donc l'angle B de 67 d. 22 $\frac{3}{4}$ m. le coſté AB 21, & l'aggregé de la baſe AC & coſté BC, ſçauoir eſt BD 33 : L'angle D ſera trouué d'enuiron 37. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. partant ACB qui eſt double d'iceluy ſera 75.d.45.m. Le triangle ABC a donc les deux angles B & BCA cogneus auec le coſté AB ; & par conſequent la baſe AC ſera trouuée de 20, qui oſtez de l'aggregé 33 , reſteront 13 pour le coſté BC.

Or ſi au lieu de l'angle du ſommet eſtoit cogneu celuy oppoſé au coſté cogneu, il eſt manifeſte que leſdits deux coſtez pourroient auſſi eſtre trouuez: Car puiſque l'angle BCA oppoſé audit coſté cogneu AB, eſt double de l'ãgle D ; i celuy angle D ſeroit auſſi cogneu ; tellement que le triangle ABD auroit deux coſtez cogneus, & vn angle; partant l'angle B ſeroit trouué, & puis apres la baſe AC. Mais ſi l'angle BAC euſt eſté le cogneu, leſdits coſtez euſſent encore eſté trouuez, prolongeant AC au lieu de BC, afin que AE fuſt l'aggregé, & le triangle ABE auroit deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent comme cy-deſſus.

20. *Eſtant cogneu l'aire d'vn triangle, la baſe, & vn angle d'icelle ; trouuer les autres coſtez.*

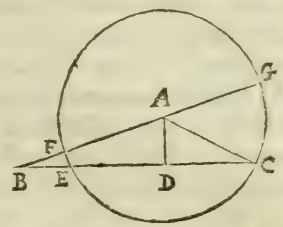
Soit le triangle ABD, duquel l'aire eſt 84, la baſe BD 14, & l'angle B 53. d. 7 $\frac{1}{2}$ m. il faut trouuer les coſtez AB, AD. Il eſt manifeſte que diuiſant l'aire

84 par la moitié de la baſe, viendra la perpendiculaire AC, qui ſera 12 : le triangle rectangle ABC a donc vn coſté cogneu AC, & vn angle oblique B; partant le coſté AB ſera trouué de 15, & le ſegment BC de 9 ; & par conſequent CD ſera 5: le triangle ACD a donc les deux coſtez de l'angle droict cogneus ; & partant l'hypotenuſe AD ſera trouuée de 13.



21. *Eſtant cogneu l'aire d'vn triangle, vn angle de la baſe, la ſomme des iambes, & la raiſon de la difference d'icelles iambes à la difference des ſegmens de la baſe ; trouuer les trois coſtez du triangle.*

Soit vn triangle ABC, le contenu duquel eſt 504, l'angle C 67.d.22.m.49. ſec. l'aggregé des coſtez AB, AC, qui eſt *BG* 66, & la raiſon de la difference *BE* à la difference *BF*, ſoit comme 11 à 7 : Il faut trouuer les coſtez *AB*, AC & *BC*. Or par les choſes demonſtrées cy-deuant, il appert que comme *BG* eſt à *BC*, ainſi *BE* eſt à *BF* : faiſant donc que comme 11 eſt à 7, ainſi 66 ſoit à vn autre, viendront 42 pour la baſe *BC*; tellement que diuiſant l'aire donné 504 par la moitié d'icelle baſe, viendront 24 pour la perpendiculaire AD.

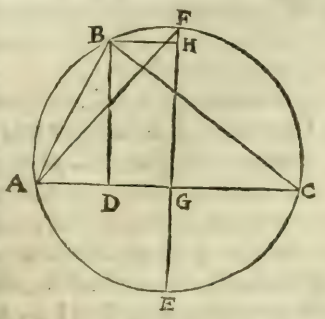


Le triangle rectangle ADC a donc vn coſté cogneu, & vn angle aigu ; partant le coſté AC ſera trouué de 26, qui oſtez de l'aggregé 66, reſtent 40 pour le coſté *AB*.

Or puiſque par le moyen de la raiſon des differences *BE*, *BF*, & de l'aggregé *BG* nous auons trouué la baſe, & puis apres la perpendiculaire, il eſt manifeſte, qu'eſtans ſeulement cogneus l'aire du triangle, l'aggregé des coſtez, & la raiſon deſdites differences, qu'on peut auſſi cognoiſtre leſdits coſtez du triangle : Car ayant trouué la baſe & la perpendiculaire, comme dit eſt, les iambes ſeront trouuées comme il eſt enſeigné à la 14. p. de ce chap.

22. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn triangle, la perpendiculaire, & l'angle du ſommet ; les deux coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Soit vn triangle *ABC*, duquel la baſe AC ſoit cogneuë, comme auſſi la perpendiculaire *BD*, & l'angle du ſommet *ABC*: Ie dis que les coſtez *AB*, *BC* peuuent eſtre trouuez. Car ayant deſcrit à l'entour du triangle le cercle ABCE, duquel le diametre EF couppe la baſe AC en deux également en G, ſoit ioinct AF, & mené BH parallele à DG. D'autant que le diametre EF couppe la baſe AC à angles droicts ; l'arc AEC ſera couppé en deux également en E, & l'angle AFG ſera moitié de ABC ; & partant cogneu, comme auſſi AG : tellement que le triangle rectangle AFG a vn coſté cogneu, & vn angle aigu : donc les deux autres coſtez AF



FG seront trouuez. Mais d'autant que AG est moyenne proportionnelle entre FG, & GE; icelle GE sera aussi cogneuë; & partant tout le diametre FE. Et puisque BD est cogneuë, GH son égale le sera aussi, qui ostée de GF, mais adiousteé à GE, on aura les deux lignes EH, HF cogneuës, entre lesquelles BH est moyenne proportionnelle, & sinus de l'arc BF; & partant iceluy arc sera pareillement cogneu, lequel estant adiousté à l'arc FC, (qui est aussi cogneu par le moyen de l'angle FAC,) mais soustraict de son égal FA, on aura les arcs BFC, & BA cogneus: Parquoy le triangle ABC aura les angles cogneus, & la base AC: donc les costez AB, BC seront trouuez.

Ainsi la base AC estant 21, la perpendiculaire BD 12, & l'angle du sommet ABC 75. d. 45. m. L'angle AFG sera de 37. d. 52 $\frac{1}{2}$ m. & partant l'angle FAG sera de 52. d. 7 $\frac{1}{2}$ m. & l'arc FC, ou FA 104. d. 15. m. Mais le costé AG est 10 $\frac{1}{2}$: partant le costé FG sera trouué de 13 $\frac{1}{2}$, par lequel estant diuisé 220 $\frac{1}{4}$ quarré de AG, viendront 8 $\frac{1}{6}$ pour GE; & partant tout le diametre EF sera 21 $\frac{2}{3}$. Et d'autant que GH est égale à DB 12; HE sera 1 $\frac{2}{3}$, & EH 10 $\frac{5}{6}$, qui multipliez entr'eux, donnent $\frac{121}{4}$, dont la racine quarrée 5 $\frac{1}{2}$ est pour BH sinus de l'arc BF, lequel sera trouué de 50760; partant iceluy arc contient 30. d. 30 $\frac{1}{4}$ m. & iceluy estant adiousté à l'arc CF 104. d. 15. m. viendront 134. d. 45 $\frac{1}{4}$ m. pour l'arc BFC; mais osté resteront 73. d. 44 $\frac{3}{4}$ m. pour l'arc AB: & par consequent l'angle BAC sera de 67. d. 22 $\frac{3}{4}$ m. & l'angle ACB de 36. d. 52 $\frac{3}{4}$ m. Le triãgle proposé ABC a donc maintenant les angles cogneus, & la base AC; & partant le costé AB sera trouué de 13, & BC de 20.

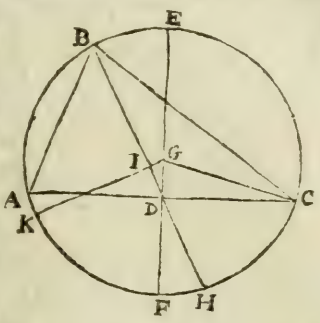
Or si l'angle donné ABC estoit obtus, l'operation n'en seroit differente: Mais s'il estoit droict, elle seroit facile, pource que la base AC seroit diametre du cercle, & la perpendiculaire BD sinus de l'arc AB; partant iceluy arc, & par consequent l'angle ACB, seroit aisément cogneu.

Mais il est manifeste, que si au lieu de l'angle du sommet, l'vn de ceux de dessus la base estoit cogneu, comme pour exemple BAC; les deux costez AB, BC seroient encores plus aisément trouuez: car le triangle rectangle ABD auroit vn angle aigu cogneu, & le costé AD; & partant les deux costez AB, & AD seroient trouuez; & par consequent aussi DC: tellement que le triangle rectangle DBC auroit les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre costé BC seroit trouué.

23. *Estant cogneue la base d'vn triangle, l'angle du sommet, & la ligne droicte, laquelle tirée dudit angle à ladite base, la coupe en deux également; les deux iambes du triangle peuuent estre trouuées.*

Soit le triangle ABC, duquel la base AC soit cogneuë, comme aussi l'angle du sommet ABC, & la ligne BD, qui couppe la base AC en deux également: ie dis que les costez AB, BC peuuent estre trouuez. A l'entour du triangle ABC soit circonscript le cercle ABECF, duquel le centre soit G, & le diametre EF, qui couppe à angles droicts la base AC en D: puis ayant continué la ligne BD, iusques à ce qu'elle rencontre la circonference en H, soit tirée GIK à angles droicts sur icelle BH, afin qu'elle la couppe en deux également en I, & la circonference BAH en K; & soit ioinct CG. Or d'autant que le diametre EF couppe la base AC en angles droicts, la circonference AFC sera

couppée en deux également en F : partant l'angle FGC ſera égal à l'angle ABC. Parquoy le triangle rectangle GDC a le coſté DC cogneu, & l'angle aigu DGC ; & partant DG, & le ſemy-diametre GC ſeront trouuez. Et puiſque par la 35. p. 3. le rectangle de AD, DC eſt égal au rectangle de BD, DH ; diuiſant le quarré de AD par BD, viendra DH : tellement que la toute BH (qui eſt la corde de l'arc BAH) ſera cogneuë ; & par conſequent DI : Donc le triangle rectangle DIG aura les deux coſtez DI, DG cogneus : partant l'angle IGD, ou l'arc FK, ſera trouué. Mais l'arc AF eſt auſſi cogneu à cauſe de l'angle donné ABC : oſtant donc d'iceluy l'arc FK, reſtera cogneu l'arc AK, lequel eſtant oſté de l'arc BK, moitié de l'arc BAH, reſtera auſſi cogneu l'arc AB ; & par conſequent l'angle ACB. Nous aurons donc au triangle ABC, deux angles cogneus, & vn coſté : partant les deux coſtez AB, AC ſeront trouuez. Or la baſe AC ſoit 21, l'angle ABC 75. d. 45. m. & la ligne BD 13 $\frac{1}{7}$: l'angle DGC ſera donc auſſi 75. d. 45. m. & le coſté DC 10 $\frac{1}{2}$; partant le ſemy-diametre GC ſera trouué de 10 $\frac{5}{8}$, & DG $\frac{1}{3}$. Or le quarré de AD 10 $\frac{1}{2}$ eſt 110 $\frac{1}{4}$, qui diuiſé par BD 13 $\frac{1}{7}$, donne 8 $\frac{11}{88}$, pour DH, qui adiouſtez à icelle BD, viendront 21 $\frac{243}{440}$ pour la toute BH ; & par conſequent la moitié BI ſera 10 $\frac{683}{880}$, & ID 2 $\frac{373}{880}$. Mais BI eſt ſinus de l'arc BK : iceluy arc ſera donc preſque 84. d. 7. m. Et puis qu'au triangle rectangle GID, les coſtez GD, DI ſont cogneus, l'angle IGD ſera trouué d'enuiron 65. d. 22. m. qui oſtez de l'angle donné 75. d. 45. m. reſtent 10. d. 23. m. pour l'arc AK, qui oſté de l'arc BAK 84. d. 7. m. reſteront 73. d. 44. m. pour l'arc AB ; & partant l'angle ACB ſera de 36. d. 52. m. Le triangle ABC a donc les deux angles ABC & ACB cogneus, auec la baſe AC : partant le coſté AB ſera trouué de 13, & le coſté BC de 20.

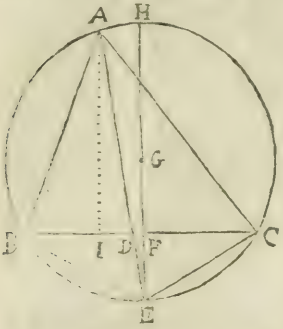


Or ſi au lieu de l'angle du ſommet, l'vn des deux de la baſe eſtoit cogneu, comme pour exemple BAC ; leſdits deux coſtez AB, BC ſeroient encore plus facilement cogneus ; pource que le triangle ABD auroit deux coſtez cogneus, & vn angle oppoſé : partant l'autre coſté AB ſeroit trouué ; & puis apres le triangle ABC auroit deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent ; & par conſequent l'autre coſté ſeroit trouué.

24. *Eſtant cogneue la ligne droicte qui couppe l'angle du ſommet en deux également, & la baſe en deux ſegmens auſſi cogneus ; les deux coſtez peuuent eſtre trouuez.*

Soit le triangle ABC, duquel l'angle du ſommet eſt couppé en deux également par la ligne droicte AD cogneuë, & auſſi les ſegmens de la baſe BD, DC : Ie dis que les coſtez AB, AC peuuent eſtre cogneus. Car ayant deſcrit à l'entour d'iceluy triangle le cercle BACE, & continuée AD iuſques à ce qu'elle rencontre la circonference en E, d'iceluy poinct ſoit tiré le diametre EFGH, lequel couppera la baſe BC en deux également, puiſque la ligne AE couppe l'angle BAC en deux également, & par conſequent auſſi l'arc BEC en E. Et d'autant que par la 35. p. 3. le rectangle compris ſoubs les

segmens BD, DC est égal au rectangle compris soubs AD, DE; icelle DE sera trouuée, estant quatriesme proportionnelle aux trois cogneuës AD, BD & DC. Mais DF estant la difference du moindre segment BD, à la moitié BF, sera aussi cogneuë. Parquoy le triangle rectangle DEF aura deux costez cogneus; & partant l'autre costé EF sera trouué. Mais ayant tiré la perpendiculaire AI, les deux triangles rectangles AID, EFD sont équiangles: partant comme DE sera à AD, ainsi EF sera à AI, & FD à DI: tellement que DI sera cogneuë, & icelle estant ostée de BD, restera BI aussi cogneu; & par consequent aussi IC. Les deux triangles rectangles ABI, ACI ont donc chascun les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant les deux costez AB & AC le seront aussi. Si donc la ligne AD est $\sqrt{146\frac{1}{4}}$, & le segment BD $6\frac{1}{2}$, mais DC $7\frac{1}{2}$: Multipliant lesdits segmens BD, DC entr'eux, viennent $48\frac{1}{4}$, qui diuisez par AD $\sqrt{146\frac{1}{4}}$, viennent $\sqrt{16\frac{1}{4}}$ pour DE. Mais puisque BC est 14, la moitié BF est 7, de laquelle estant osté le segment BD $6\frac{1}{2}$, reste $\frac{1}{2}$ pour DF, dont le quarré estant osté du quarré de DE, restent $\sqrt{16}$: partant EF est 4. Et d'autant que comme DE $\sqrt{16\frac{1}{4}}$ est à DA $\sqrt{146\frac{1}{4}}$, ainsi EF 4 est à AI; & DF $\frac{1}{2}$ à DI: Icelle AI sera 12, & DI $1\frac{1}{2}$, qui osté de BD $6\frac{1}{2}$ restent 5 pour BI, mais adiousté à DC, donne 9 pour IC. Maintenant les quarrez de AI, IB adiousteż ensemble font 169, dont la racine 13 est pour le costé AB: Mais les quarrez de AI, IC, font ensemble 225, dont la racine 15 est pour le costé AC.



Or qui voudra operer par les sinus, le pourra faire, veu que AE est la corde de l'arc ABE, & BC celle de l'arc BEC, par le moyen desquels arcs il sera aisé de cognoistre les angles du triangle proposé ABC.

25. *Si vne ligne droicte couppant l'angle du sommet en deux également, couppe la base à angles inegaux, desquels l'vn soit cogneu, & aussi les segmens de ladite base; les deux costez du triangle peuuent estre trouuez.*

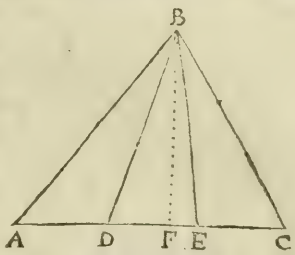
Soit le triangle ABC, duquel l'angle du sommet BAC est couppé en deux également par la ligne droicte AD, qui couppe la base BC à angles inegaux, l'vn desquels (sçauoir ADB) soit cogneu, & les segmens BD, DC: Ie dis que les costez AB, AC seront aussi cogneus. Car comme en la precedente, DF difference de la moitié BF au moindre segment BD sera cogneuë: tellement que le triangle rectangle EDF a vn costé cogneu, & l'angle aigu EDF, iceluy estant égal à l'angle ADB cogneu; & partant les deux costez ED, EF seront trouuez; & puis apres AD quatriesme proportionnelle aux trois grandeurs cogneuës ED, BD & DC: Et procedant en outre comme en la precedante, on paruiendra finablement à la cognoissance des costez AB, AC.

Soit donc le triangle ABC, auquel l'angle ADB soit 82. d. $52\frac{1}{2}$ m. le segment BD $6\frac{1}{2}$, & le segment DC $7\frac{1}{2}$: donc la moitié de la base BF sera 7, & DF $\frac{1}{2}$: mais l'angle EDF, (qui est égal à ADB,) 82. d. $52\frac{1}{2}$ m. Parquoy le costé EF sera trouué d'enuiron 4, & DE de $4\frac{1}{32}$, par lequel estant diuisé $48\frac{1}{4}$, produict des

segmens BD, DC, viendront $12\frac{3}{32}$ pour AD : Et puisque comme DE $4\frac{1}{2}$ est à AD $12\frac{3}{32}$, ainsi EF 4 est à AI ; & DF $\frac{1}{2}$ à DI ; icelle perpendiculaire AI sera 12, & DI $1\frac{1}{2}$: ostant donc DI $1\frac{1}{2}$ de BD $6\frac{1}{2}$, restera BI 5, qui osté de toute la base BC, restera IC 9. Et puisque les triangles rectangles AIB, AIC ont chascun les deux costez de l'angle droict cogneus, le costé AB sera trouué de 13, & AC de 15.

26. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, diuiser iceluy en tant de parties égales qu'on voudra par lignes menées de l'vn des angles au costé opposé, & trouuer chasque costé d'icelles parties couppees.*

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB soit 14, le costé BC 13, & la base AC 15 : Il faut diuiser iceluy triangle en trois parties égales par lignes menées de l'angle B à la base AC, & trouuer les lignes de chasque partie. La base AC soit diuisée en tel nombre de parties égales qu'il est requis, sçauoir est en trois par les poincts D, & E, & tiré les lignes droictes BD, BE. Or il est manifeste que les trois triangles ABD, DBE, & EBC sont égaux, & que les bases AD, DE & EC sont chascune de 5 : ne reste donc plus qu'à trouuer les deux lignes BD, & BE. Puisque les costez du triangle ABC sont cogneus, la perpendiculaire BF sera trouuée de $11\frac{1}{5}$, le segment AF de $8\frac{1}{5}$, & FC de $6\frac{4}{5}$: partant DF sera $3\frac{2}{5}$, & FE $1\frac{3}{5}$: Parquoy le quarré de BD estant égal aux deux quarrez de BF, DF, & celuy de BE aux deux de BF, FE ; icelle BD sera $\sqrt{137}$, & BE $\sqrt{128}$.



Les mesmes lignes BD, & BE pourroient aussi estre trouuées par les sinus : Car puisque les trois costez du triangle ABC sont cogneus, les angles d'iceluy peuuent estre trouuez ; & puis apres les triangles ABD, BEC auroient chascun deux costez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent : partant l'autre costé seroit trouué.

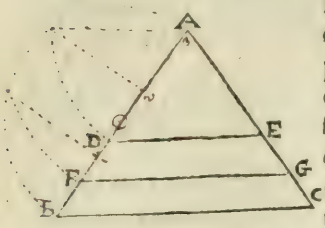
Or s'il faloit de l'angle B mener vne ligne qui diuise le triangle selon vne raison donnée, comme pour exemple, que la partie de deuers A soit à la partie de deuers C, comme 4 à 3 : il faudroit diuiser icelle base AC selon ladite raison ; faisant que comme 7 est à 4, ainsi 15 soit à vn autre, & viendront $8\frac{4}{7}$ pour le segment de ladite base vers A, & partant l'autre seroit $6\frac{3}{7}$: Et quãt à la ligne couppante, elle seroit trouuée, tout ainsi que dessus.

27. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, duquel il faut oster vne partie requise par vne ligne parellele à l'vn desdits costez ; trouuer les costez d'icelle partie.*

Soit le triangle ABC, duquel le costé AB est 14, le costé AC 13, & la base BC 15 ; & du contenu d'iceluy (qui est 84) il en faut retrancher 30 par la ligne DE parallele à la base BC : trouuer les costez AD, AE & DE. D'autant que BC, DE sont paralleles, les triangles ABC, ADE sont semblables ; & partant ils sont entr'eux en raison doublée des costez homologues, en laquelle sont aussi les quarrez d'iceux costez : Parquoy comme le triangle ABC 84 est au triangle ADE 30, ainsi le quarré du costé AB, qui est 196, est au quarré du costé AD, qui sera 70 ; dont la racine est $\sqrt{70}$, & autant est ledit costé AD : ainsi AE sera trouué de $\sqrt{60\frac{5}{14}}$, & DE de $\sqrt{80\frac{5}{14}}$.

28. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn triangle, lequel il faut couper en tant de parties égales qu'on voudra, par lignes paralleles à l'vn des coſtez; trouuer les coſtez de chaſque partie.*

Soit le triangle ABC, duquel le coſté AB eſt 14, le coſté AC 13, & la baſe BC 15; tellement que le contenu d'iceluy triangle eſt 84: Et il le faut diuiſer en trois parties égales par lignes paralleles à la baſe BC, & trouuer les coſtez de chaſcune deſdites parties. Puis qu'il faut partir iceluy triangle ABC en trois parties égales, chaſcune d'icelle ſera 28. Et procedant comme au probleme precedant, le coſté AD ſera trouué de $\sqrt{65\frac{1}{3}}$, AE $\sqrt{56\frac{1}{3}}$, & DE $\sqrt{75}$. Maintenant conceuons le triangle AFG eſtre double de ADE, ou les deux tiers de ABC, c'eſt à dire 56; & trouuons les coſtez d'iceluy par la meſme voye que deſſus, faiſant que comme 84 eſt à 56, ainſi 196 quarré de AB ſoit à $130\frac{2}{3}$, dont la racine quarrée $\sqrt{130\frac{2}{3}}$ ſera pour AF, de laquelle eſtant oſtée AD $\sqrt{65\frac{1}{3}}$, reſteront $\sqrt{130\frac{2}{3}} - \sqrt{65\frac{1}{3}}$ pour DF: Mais icelle AF eſtant oſtée de AB 14, reſteront $14 - \sqrt{130\frac{2}{3}}$ pour BF: en la meſme maniere AG ſera trouuée de $\sqrt{112\frac{2}{3}}$, qui oſtée de AC, reſteront $13 - \sqrt{112\frac{2}{3}}$ pour GC; mais oſtant AE $\sqrt{56\frac{1}{3}}$ d'icelle AG, reſteront $\sqrt{112\frac{2}{3}} - \sqrt{56\frac{1}{3}}$ pour EG: Ainſi FG ſera trouuée de $\sqrt{150}$. Mais elle ſera auſſi trouuée plus promptement, à cauſe que le quarré d'icelle eſt double du quarré de DE; & pareillement celuy de AF double de celuy de AD, & celuy de AG, double de celuy de AE: Et par ainſi il eſt manifeſte qu'il eſt aiſé de trouuer les coſtez de quelconque partie requiſe d'vn triangle propoſé, ſoit qu'on procede par la raiſon des quarrez des coſtez ou autrement: Bref, ayant multiplié le coſté du triangle par telle partie d'iceluy qu'il ſera requis, la racine quarrée donnera le coſté homologue: Comme pour exemple, voulant que le triangle ADE ſoit vn quart du triangle ABC; ie multiplie le coſté AB 14 par le quart d'iceluy coſté, ſçauoir eſt par $3\frac{1}{2}$, & viennent 49, dont la racine quarrée 7 eſt pour le coſté AD. Mais voulant que le triangle AFG ſoit $\frac{3}{4}$ de ABC: pour trouuer le coſté FG, ie multiplie le coſté BC 15 par les $\frac{3}{4}$ d'iceluy, qui ſont 9, & viennent 135, dont la racine quarré $\sqrt{135}$ eſt ledit coſté FG, ainſi des autres coſtez, & parties requiſes.

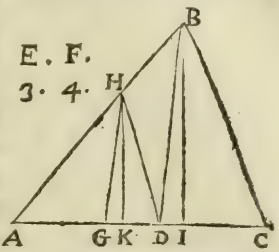


29. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn triangle, en l'vn deſquels eſt donné vn poinct, duquel il faut mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle en deux parties, qui ayent entr'elles vne raiſon donnée; trouuer les coſtez d'icelles parties.*

Or afin que l'operation numeralle ſoit plus intelligible, nous rapporterons icy la conſtruction Geometrique de ce probleme qui eſt le 48. des memoires Mathematiques de Henrion. Soit donc le triangle ABC, & le poinct donné D, duquel il faut mener vne ligne droicte qui diuiſe le triangle en deux parties, telles que celle qui ſera vers A ſoit à l'autre vers C, comme E à F. Soit diuiſé le coſté AC en G ſelon la raiſon donnée, puis ayant mené DB, ſoit tirée GH parallele à icelle DB; puis menée DH, qui couppera ledit triangle ABC en deux ſegmens qui ſeront entr'eux ſelon ladite raiſon donnée, ainſi qu'il eſt demonſtré audit 48 prob. de Henrion.

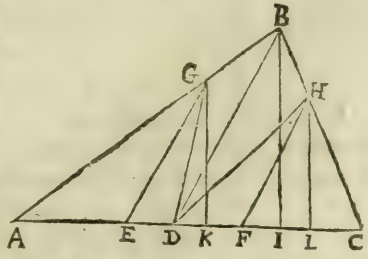
Main-

Maintenant appliquons les nombres: le costé *AB* soit 15, *BC* 13, & la base AC 14, en laquelle est le poinct D distant de A par AD 8, & la raison de E à F soit 3 à 4. Soit donc couppée la base AC 14, selon icelle raison, faisant que comme 7 est à 3, ainsi 14 soit à vn autre, qui sera 6 pour AG; & partant GD sera 2. Et puisque les trois costez du triangle ABC sont cogneus, la perpendiculaire *BI* sera trouuée de 12, & le segment AI 9: tellement que GI sera 3, & DI 1: Mais GH estant parallele à D*B*, les triangles ABD, AHG sont semblables; partant comme AD 8 est à A*B* 15, ainsi AG 6 sera à AH $11\frac{1}{4}$, & par consequent H*B* sera $3\frac{3}{4}$. Maintenant soit conceu que du poinct H tombe vne perpendiculaire HK, afin que les triangles ABI, AH*K* soient semblables; & partant que comme AB 15 est à BI 12, ainsi AH $11\frac{1}{4}$ soit à HK 9, & comme AB 15 à AI 9, ainsi AH $11\frac{1}{4}$ soit à AK $6\frac{3}{4}$; & par consequent KD sera $1\frac{1}{4}$. Le triangle rectangle H*K*D a donc les deux costez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre costé HD sera trouué de $\sqrt{82\frac{9}{16}}$. Nous auons donc trouué les costez des segmens AHD, & H*B*CD qui sont entr'eux, comme 3 à 4. Car puisque la base AC est 14, & la perpendiculaire *BI* 12, l'aire du triangle ABC sera 84, qui diuisez selon la raison de 3 à 4, viennent 36 & 48: Il faut donc que l'aire du triangle AHD soit 36. Or nous auons trouué que la perpendiculaire H*K* est 9, & la base AD a esté posée de 8: donc le contenu d'iceluy triangle AHD est 36: & partant appert ce qui estoit proposé.



30. *Estans cogneus les costez d'vn triangle, qu'il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes menées d'vn poinct donné en l'vn desdits costez; trouuer les costez de chascune desdites parties.*

Pour faciliter & rendre plus intelligible l'operation numeralle de ce probleme, nous en rapporterons encore icy la construction Geometrique. Soit vn triangle ABC, & le poinct donné D, duquel il faut mener des lignes qui diuisent ledit triangle A*B*C en trois parties égales. Ayant ioinct *B*D, & couppé AC en trois parties égales és poincts E & F; d'iceux poincts soient menées les lignes droictes EG, FH, paralleles à *B*D: puis du poinct D soient menées les lignes DG, DH, lesquelles diuiseront le triangle ABC en trois parties égales AGD, GBHD, & DHC, ainsi qu'il est demonstré au 49. prob. de Henrion.



Venons maintenant à l'operation numeralle: Le costé A*B* soit 20, BC 13, & AC 21; & la distance de A au poinct D 10. Puisque AC est couppé en trois également en E & F; le segment ED sera 3, & DF 4: Et les lignes GE, *B*D, HF estans paralleles, les triangles ABD, AGE, & DBC, FHC sont semblables; & comme AD 10 est à AB 20, ainsi AE 7 sera à AG 14; & partant GB est 6: pareillement comme DC 11 est à CB 13, ainsi CF 7 est à CH, qui sera $8\frac{3}{11}$, & par consequent HB sera $4\frac{8}{11}$. Mainte-

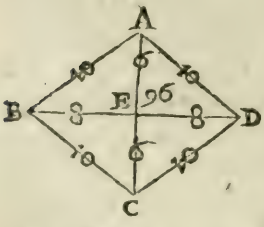
nant ſi on conçoit que des poincts G, B, H tombent les perpendiculaires GK, BI, & HL; les triangles ABI, AGK, & DBC, LHC ſeront ſemblables. Mais puiſque les coſtez du triangle ABC ſont cogneus; la perpendiculaire BI ſera trouuée de 12, le ſegment AI 16, & l'autre ſegment IC 5: donc comme AB 20 eſt à BI 12, ainſi AG 14 ſera à GK $8\frac{4}{5}$: & comme AB 20 eſt à AI 16, ainſi AG 14 eſt à AK $11\frac{1}{5}$; & partant KD ſera $1\frac{1}{5}$ Item comme BC 13 eſt à BI 12, ainſi HC $8\frac{3}{11}$ ſera à HL $7\frac{7}{11}$; & comme BC 13 eſt à CI 5, ainſi HC $8\frac{3}{11}$, ſera à CL $3\frac{2}{11}$; & partant DL ſera $7\frac{9}{11}$. Les triangles rectangles GKD, & HLD ont maintenant les deux coſtez de l'angle droit cogneus, & par conſequent le coſté GD ſera trouué de $\sqrt{72}$, & DH $\sqrt{119\frac{4}{121}}$. Voila donc tous les coſtez des trois ſegmens du triangle ABC trouuez ainſi qu'il eſtoit requis: & ſelon iceux coſtez trouuez, chaſcun des triangles AGD, DHC, ſera trouué contenir 42, qui eſt le tiers de 126 contenu du triangle donné ABC; & partant le quadrilatere DGBH ſera l'autre tiers dudit triangle donné.

Or nous euſſions peu mettre encore icy pluſieurs autres problemes ſur le ſubiect des triangles, leſquels pour briefueté nous delaiſſons iuſques à vne autre fois, & viendrons au chap 6. de noſtre Autheur.

De la meſure des rhombes, & rhomboïdes.

CHAP. VI.

Les rhombes ſont meſurez, en multipliant l'vne de leur diagonale par la moitié de l'autre, & le produict ſera le contenu du rhombe.



COmme du rhombe ABCD, la diagonalle DB ſoit 16, & AC 12: ie multiplie 16 par 6, & trouue 96 pour le contenu: la raiſon eſt éuidente, d'autant que le rhombe eſt diuiſé par ſa diagonalle en deux triangles égaux, *comme la figure le monſtre.*

Quelqu'vn voulant meſurer le contenu d'vne piece de terre, prez, vignes, ou autre choſe de figure quadrilatere, laquelle il eſtime eſtre vn rhombe, pour en eſtre certain il faut meſurer, ou tous les coſtez auec vn angle, ou bien deux coſtez ſeulement auec deux angles oppoſez, leſquels eſtans trouuez égaux, & non droicts, ledit quadrilatere ſera vn rhombe: Ce que vous cognoiſtrez encore, ſi ayant fiché deux piquets à deux angles oppoſez, comme pour exemple és angles B & D, & ouuert voſtre compas de proportion à angle droict, vous allez le long de la diagonalle BD, iuſques à ce qu'eſtant venu en quelque lieu E, l'vne des iambes dudit compas eſtant ſelon ladite diagonalle BD, vous puiſſiez voir par les pinulles de l'autre iambe le poinct A; & ledit compas demeurant ainſi diſpoſé, ſi le rayon viſuel venant de A vers E,

va rencontrer l'autre angle C, la figure proposée ABCD sera quarrée ou rhombe; tellement que mesurant BE & EA, on paruiendra à la cognoissance de l'aire dudit rhombe, comme dit icy nostre Autheur.

Or si ayant cogneu par quelque maniere que ce soit, que le quadrilatere proposé est vn rhombe, on ne pouuoit mesurer actuellement sur le champ les diagonalles, il faudroit obseruer l'vn des angles : Ce faict on auroit l'hypotenuse d'vn triangle rectangle, (sçauoir est le costé dudit rhombe) l'vn des angles aigus, lequel seroit moitié de l'angle obserué : partant on pourroit trouuer les deux costez de l'angle droict dudit triangle, comme il est enseigné en la 3. prop. des triangles rectilignes de Henrion, lesquels deux costez estans multipliez entr'eux, donneroient l'aire dudit rhombe comme dit icy nostre Autheur.

COROLLAIRE I.

De là s'ensuit, que les diametres estans donnez, on trouuera le costé du rhombe.

Car les quarrez des deux demy diametres ioincts ensemble sont égaux au quarré du costé, *par la* 47. *du* 1, comme le quarré de AE 36, ioinct auec le quarré de EB 64, faict 100, desquels la racine 10, est la longueur du costé AB.

Il est aussi manifeste que le costé du rhombe estant donné, & l'vn des diametres, on trouuera l'autre diametre : Car le quarré du demy diametre cogneu estant osté de celuy du costé, restera le quarré de la moitié du diametre qui estoit incogneu. Comme le quarré de BE 64, osté du quarré de AB 100, restent 36, desquels la racine 6 est la longueur du semy-diametre AE.

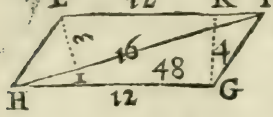
Item, si l'vn des angles du rhombe est cogneu, auec le costé, ou l'vn des diametres, le reste sera aussi cogneu. Car la moitié de l'angle cogneu sera l'angle aigu d'vn triangle rectangle, dont l'vn des costez sera donné. Comme l'angle A estant 106. deg. $15\frac{1}{3}$ m. & le diametre BD 16; le triangle rectangle ABE aura l'angle BAE de 53 d. $7\frac{1}{6}$ m. & le costé BE 8; partant l'autre angle aigu ABE sera 36. d. $52\frac{1}{6}$ m. le costé AB 10, & le semy-diametre AE 6.

En outre, puis que le contenu du rhombe est égal au rectangle compris d'vn des diametres, & de la moitié de l'autre, ou bien égal au double du rectangle, qui a pour costez les semy-diametres dudit rhombe, & pour diagonalle le costé d'iceluy; il est manifeste que nous pourrions mettre icy autant de propositions concernant les rhombes, que nous en auons mis à la fin du chap. 1. de ce liure sur le subiect des rectangles : Mais d'autant que les solutions en sont peu differentes, nous laissons cela aux Lecteurs qui s'y voudront exercer : Car de grossir ce liure d'icelles propositions, i'estime que ce seroient repetitions & redites inutiles.

Les rhomboïdes se mesurent, en multipliant l'vne deleur diagonalle,

par la perpendiculaire, qui tombe de l'angle opposé sur icelle : ou en multipliant l'vn des costez, par la perpendiculaire qui tombe de l'autre costé oppose, & parallele sur iceluy : & le produict sera l'aire d'iceluy rhomboïde.

Comme soit le rhomboïde EFGH, duquel la diagonalle HF,



contienne 16, & la perpendiculaire EI, 3 : ie multiplie 16 par 3, dont prouient 48 pour le contenu de tout le rhomboïde, & ce d'autant qu'il est reduict en deux triangles égaux : tellement que la diagonalle ainsi multipliée par toute la perpendiculaire produict tout le contenu des deux triangles, qui composent le rhomboïde.

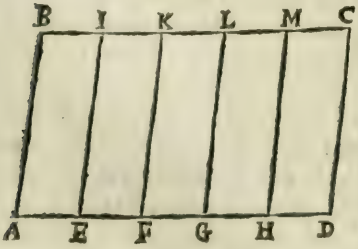
Ou autrement, multiplie la ligne EF (que nous posons de 12) par la perpendiculaire KG de 4, & le produict sera de mesme : Et ce d'autant que le parallelogramme rectangle qui aura mesme base & haulteur, sera égal au rhomboïde donné, *par la 35 du 1.*

Or pour cognoistre si vn quadrilatere qu'on voit est vn Rhomboïde, il faut mesurer tous les costez, & tous les angles, & si on trouue seulement les opposez égaux, ledit quadrilatere sera vn rhomboïde : Ou bien ayant trouué seulement deux costez opposez égaux, si les deux angles qu'ils font auec l'vn des deux autres costez sont inegaux entr'eux, mais égaux ensemble à deux droicts ; icelle figure sera aussi vn rhomboïde.

Quant à la diagonalle & perpendiculaire, elles seront cogneuës, les mesurant mechaniquement sur le champ, ou bien par la doctrine des triangles, ayant obserué quelques angles & costez, ainsi qu'il a esté dit cy-deuant. Or tout ainsi qu'au chap. precedent, nous auons enseigné à partir & diuiser les figures triangulaires, aussi ferons-nous icy les parallelogrammes : & puis apres nous rapporterons aussi quelques autres prob. concernans particulierement le rhombe & rhomboïde.

1. *Estans cogneus les costez d'vn parallelogramme, lequel il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes paralleles à l'vn des costez ; trouuer les costez de chasque partie.*

Soit le parallelogramme ABCD qu'il faut diuiser (pour exemple) en 5 par-



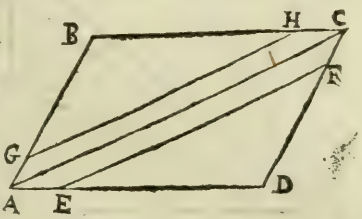
ties égales par lignes paralleles au costé AB, qui est de 30, mais AD de 50 ; & trouuer les costez de chasque partie. Soit diuisé le costé AD en autant de parties qu'il en est requis, sçauoir est en 5, és poincts E, F, G, H, & mené les lignes EI, FK, GL, HM paralleles à AB : Il est éuident que le parallelogramme ABCD est diuisé en cinq parallelogrammes égaux AI, EK, FL, GM, & HC par la 38. p. 1. ou 1. du 6. chascun desquels a deux costez égaux à AB 30, & les deux autres

oppoſez chaſcun de 10, puiſque AD 50 eſt couppé en 5 parties égales.

Or s'il eſtoit requis coupper ledit parallelogramme ſelon vne raiſon ou proportion dõnée, il eſt manifeſte qu'il n'y auroit qu'à coupper le coſté AD ſelon ladite raiſon ou proportion, puis tirer les paralleles de chaſque poinct de ſection.

2. *Eſtans cogneus les coſtez d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiſer en tant de parties égales qu'on voudra par lignes paralleles à l'vne des diagonalles d'iceluy auſſi cogneue; trouuer les lignes ou coſtez de chaſque partie.*

Soit vn parallelogramme ABCD, duquel le coſté AB eſt 12, BC 21, & la diagonalle AC 30 : Il faut partir iceluy parallelogramme (pour exemple) en trois parties égales par lignes droictes paralleles à la diagonalle AC. Nous auons enſeigné au 28. prob. du chap. precedent à diuiſer vn triangle en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes paralleles à l'vn des coſtez: Et puiſque par la 34. p. 1. la diagonalle AC couppe le parallelogramme ABCD en deux triangles égaux ABC, ACD, il eſt manifeſte qu'ayant diuiſé l'vn d'iceux triangles en autant de parties égales qu'il eſt requis coupper le parallelogramme, deux d'icelles parties du triangle ioinctes en ſemble en feront vne ſeulement du parallelogramme; c'eſt pourquoy le requis eſt aiſé à donner, ledit 28 prob. eſtant bien entendu. Veu donc qu'il faut coupper le parallelogramme en trois parties égales, il eſt beſoing ſeulement de trouuer les coſtez du triangle DEF qui ſoit les $\frac{2}{3}$ du triangle ADC, afin que le reſte ACFE en ſoit vn tiers, qui ioinct auec AGHC ſon égal, le tout AGHCFE ſoit vn tiers du parallelogramme propoſé ABCD, & les triangles GBH, EFD auſſi chaſcun vn tiers : trouuons donc les coſtez d'icelles parties. Puiſque DEF doit eſtre les $\frac{2}{3}$ de ACD, multiplions le coſté AD 21, par les deux tiers d'iceluy, ſçauoir eſt par 14, & viendront 294, dont la racine quarrée eſt $\surd 294$, qui eſt pour DE, & BH ſon égale; & partant AE & HC ſont chaſcune $21-\surd 294$: Mais multipliant DC 12 par les deux tiers 8, viendront 96, dont la racine quarrée $\surd 96$ eſt le coſté DF, ou ſon égal BG, & partant chaſcun des reſtes CF, AG ſera $12-\surd 96$. Ne reſte donc plus à trouuer que le coſté EF ou GH, lequel on aura, faiſant que comme AB 12 eſt à AC 30, ainſi BG $\surd 96$ ſoit à vn autre GH, qui ſera donc $\surd 600$.



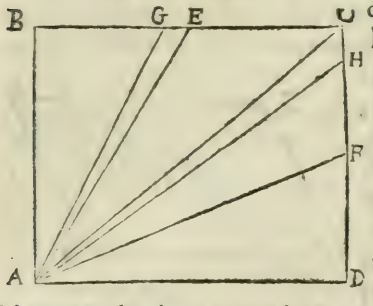
Que ſi le nombre des parties requiſes eſtoit pair, l'operation ſeroit plus aiſée. Car couppant chaſque triangle ABC, ADC, en la moitié d'iceluy nombre de parties demandées, on auroit le requis.

Or qui voudroit faire ladite diuiſion ſelon vne raiſon ou proportion donnée, il faudroit proceder tout ainſi que deſſus, ayant couppé le coſté ſelon ladite raiſon ou proportion. Comme pour exemple, voulant coupper ledit parallelogramme ABCD en deux parties, dont celle vers B ſoit à celle de la part de D, comme 5 à 7; Il eſt manifeſte que de 12 parties que contient tout le parallelogramme, il en faut prendre ſeulement 5 vers l'angle B; tellement que le triangle ACD en contiendra 6, & le triangle ABC autant: parquoy il

faut couppper ledit triangle ABC par la ligne GH, en sorte que le triangle GBH soit $\frac{5}{6}$ dudit triangle ABC, c'est à dire quintuple de AGHC : Ce que nous ferons, multipliant AB 12 par les $\frac{5}{6}$ d'iceluy, c'est à dire par 10, & viendront 120, dont la racine quarrée $\surd$ 120 est pour BG; & partant AG sera 12—$\surd$ 120: Mais multipliant BC 21 par les $\frac{5}{6}$ d'iceluy, & viendront $\surd 377\frac{1}{2}$, pour BH, & partant le reste HC sera 21—$\surd 377\frac{1}{2}$: & faisant que comme AB 12 est à AC 30, ainsi BG $\surd$ 120 soit à GH, icelle sera trouuée de $\surd$ 750.

3. *Estans cogneus les costez, & la diagonalle d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiser en tant de parties égales qu'on voudra par lignes menées de l'vn des angles d'iceluy ; trouuer les costez de chasque partie.*

Soit vn parallelogramme ABCD, duquel le costé AB est 15, BC 20, & la diagonalle AC 25 : Il faut diuiser ledit parallelogramme en quatre parties égales par lignes droictes menées de l'angle A, & trouuer les costez de chascune desdites parties.



D'autant que les parties proposées sont en nombre pair, & que les triangles ABC, ACD sont chascun moitié du parallelogramme; il est manifeste que si on diuise chascun desdits triangles en deux parties égales, comme nous auons enseigné au probleme 26. du chap. precedent, que tout ledit parallelogramme ABCD sera diuisé en quatre parties égales : Il n'y a donc qu'à couppper les costez opposez BC, CD en deux également és poincts E & F, & mener les lignes droictes AE & AF, lesquelles auec la diagonalle AC coupperont le parallelogramme ABCD en 4 parties égales ABE, AEC, ACF & AFD : & le costé AE sera trouué de $\surd 325$, mais AF $\surd 456\frac{1}{4}$.

Que si le nombre des parties proposées estoit impair, comme pour exemple 5, il faudroit prendre la 5e partie de BC, & de DC, vers C, & diuiser le reste tirant vers B & D, comme dit est cy-dessus.

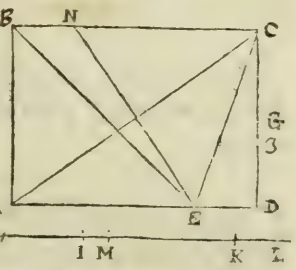
Si aussi la diagonalle AC n'eust esté cogneuë, ains celle de B à D, opposée à l'angle A, il eust fallu trouuer les angles du parallelogramme par la 7. p. des triangles de Henrion, par le moyen desquels on eust trouué puis apres la diagonalle AC, voire mesmes les perpendiculaires necessaires pour la cognoissance des costez, comme nous auons dit aux 26. prob. du chap. precedent.

Que si on vouloit faire ladite diuision selon vne raison ou proportion donnée, il n'y auroit qu'à couppper les costez opposez selon icelle, obseruant ce que nous auons dit au prob. precedent : Comme pour exemple, s'il falloit diuiser ledit parallelogramme en trois parties qui soient entr'elles comme 2, 3, & 4 : l'aggregé de ces nombres est 9 ; tellement que tout le parallelogramme proposé estant 9, l'vne des parties d'iceluy en doit contenir 2, l'autre 3, & la 3e 4. Et à cause que ledit nombre 9 est impair, il faut conceuoir que chasque moitié dudit parallelogramme contienne aussi 9, & doubler aussi les termes de la proportion donnée ; & ainsi ils seront 4. 6, & 8, selon lesquels soient diuisez les costez opposez à l'angle A : Ainsi soit couppé de BC le

segment BG, qui soit les $\frac{4}{9}$ d'iceluy, tellement que GC ne contiendra plus que $\frac{5}{9}$; & partant le second terme de la proportion, sçauoir est $\frac{6}{9}$, tombera au costé CD, duquel il faut donc prendre $\frac{1}{9}$, & soit CH; tellement que le reste HD sera $\frac{8}{9}$ de tout CD: & ayant tiré les lignes AG, AH, les trois parties ABG, AGCH, & AHD, seront entr'elles comme 4, 6, & 8, ou bien 2, 3 & 4, ainsi qu'il appert par la 1. p. 6.

4. *Estans cogneus les costez, & la diagonalle d'vn parallelogramme, qu'il faut diuiser en deux parties qui soient entr'elles selon vne raison donnée, par vne ligne droicte menée d'vn poinct donné en l'vn des costez; trouuer les costez de chasque partie.*

Afin de rendre l'operation numeralle de ce probleme plus intelligible, nous rapporterons la construction Geometrique, non seulement pour diuiser vn parallelogramme, mais aussi quelconque figure rectiligne proposée.



Soit vn parallelogramme ABCD, & vn poinct F. E donné au costé AD, duquel poinct il faut mener vne ligne droicte qui diuise ledit parallelogramme, en sorte que la partie vers A soit à la partie vers D, selõ vne raison donnée F à G. Du poinct donné E, soient menées aux angles oppozez B & C les lignes droictes EB, EC, qui diuisent la figure donnée en triangles ABE, EBC, & ECD, puis soient trouuées les lignes HI, IK, & KL qui soient entr'elles comme lesdits trois triangles; (ce qui se faict construisant des rectangles égaux ausdits triangles, & de mesme haulteur:) en apres la ligne totalle HL soit couppée en M, selon la raison donnée de F à G: & d'autant que le poinct de section M tombe en la ligne IK homologue au triangle EBC, soit diuisé le costé BC opposé à l'angle BEC au poinct N; tellement que BN soit à NC, comme IM à MK; & estant tirée la ligne EN, elle diuisera le parallelogramme ABCD selon la raison de F à G, ainsi qu'il estoit requis, & comme il est demonstré au probleme 93 de Henrion.

Maintenant appliquons les nombres: le costé AB soit 15, BC 20, & la diagonalle AC 25; la distance AE 16, & la raison de F à G comme 2 à 3. Or puisque le triangle ABC a les costez cognus, les angles d'iceluy seront trouuez, & par consequent seront aussi cogneus ceux des triangles ACD, ABE, EBC, & ECD; tellement que l'aire de chascun d'iceux triangles ABE, EBC & ECD pourront estre trouuez; & soient iceux 120, 187 $\frac{1}{2}$, & 67 $\frac{1}{2}$; lesquels il faut reduire en rectangles de mesme haulteur, laquelle (pour exemple) soit 10: les bases HI, IK, & KL seront donc 12, 18 $\frac{3}{4}$ & 6 $\frac{3}{4}$; tellement que la toute HL sera 37 $\frac{1}{2}$, qui couppée en M, selon la raison de 2 à 3, le segment HM sera 15, & ML 22 $\frac{1}{2}$; & partant IM sera 3, & MK 15 $\frac{3}{4}$: Il faut donc couppper BC 25 en N, selon la raison de 3 à 15 $\frac{1}{4}$; & BN sera trouuée de 4, & par consequẽt NC sera 21: Ne reste donc plus à trouuer que la ligne couppãte EN, qui le sera à cause que le triangle ENC a les deux costez EC, CN cogneus auec l'angle qu'ils comprennent, ou plustost la perpendiculaire, & les segmens de la base: & icelle sera γ 369.

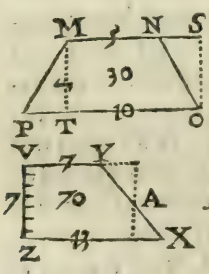
Or ſi vn angle du parallelogramme eſtoit cogneu au lieu de la diagonalle, l'operation n'en ſeroit que plus prompte. Et par meſme maniere que deſſus, on peut coupper le parallelogramme en tant de parties égales qu'on voudra, couppant la ligne HL en tel nombre de parties égales qu'il ſera requis coupper le parallelogramme, & puis apres les coſtez du parallelogramme homologues aux baſes où tomberont les ſections, comme il apparoiſtra au chapitre ſuiuant.

Des trapezes, & autres figures irregulieres.

CHAP. VII.

Les trapeſes, & autres figures rectilignes irregulieres, tombent auſſi ſoubs la meſure & ſans difficulté, eſtans reduicts en triangles, ou parallelogrammes.

COmme le trapeſe MNOP, duquel les deux coſtés parallels MN, PO, ſoient 5 & 10: ie multiplie OT, (c'eſt à dire 7 & demy) par la ligne perpendiculaire MT qui contient 4, & le produict 30, eſt le contenu du trapeſe MNOP : car il vaut autant comme le parallelogramme MSOT, eſtant le triangle MPT de dehors, égal à celuy qui y eſt adiouſté NSO : *comme on peut colliger tant des definitions des parallelogrammes, comme de la 4 & 34 du 1.*

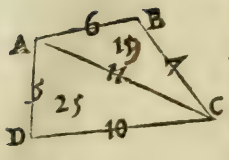


Le trapeſoïde VYXZ, qui a deux angles droicts, eſt meſuré en ceſte ſorte. Regarde combien ZX eſt plus long que VY, & poſe que ce ſoit de 6, eſtans VY de 7, & ZX de 13 : duquel auantage prend la moitié, & l'adiouſte à VY, tu auras 10, leſquels multipliés par VZ (c'eſt à dire par 7) feront 70 pieds, pour le contenu vniuerſel du trapeſe : la raiſon de ce eſt, d'autant que le rectangle contenu ſoubs 10 & 7 (eſtant le triangle XA égal au triangle AY) eſt égal au trapeſe donné.

COROLLAIRE I.

Les autres trapeſoïdes ſont meſurez eſtans reduicts en triangles.

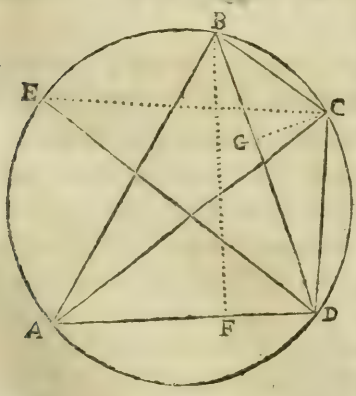
Comme de la tablette ABCD, eſtant couppée en deux triangles par la ligne droicte AC, le contenu ſera facilement trouué, en meſu-



meſurant les triangles à part, *comme il a eſté monſtré cy-deuant*: Comme pour exemple le triangle ABC a trois coſtés de 11, 7, 6, qui font 24, la moitié eſt 12, de laquelle ie leue 7, reſtent 5, ie leue 6, reſte 6, ie leue 11 & reſte 1: ie multiplie donc 5 par 6, dont prouient 30: puis ce produict multiplié par l'autre difference 1, ne faict que 30: puis derechef 30 multiplié par 12, prouient 360, deſquels la racine quarrée 19, eſt le contenu du triangle ABC. L'autre triangle ACD eſtant meſuré de meſme, pourra contenir enuiron 25, leſquels ioincts au contenu de l'autre triangle 19, font enſemble 44, pour tout le contenu de la figure ABCD. Et ainſi ſeront meſurées toutes autres figures quadrilateres, reduictes en deux triangles.

Combien que par ceſte maniere on puiſſe trouuer l'aire d'vn quadrilatere inſcript au cercle, neantmoins nous enſeignerons icy vne voye plus prompte & facile pour obtenir ledit aire; & auſſi à cognoiſtre tant les diagonalles, que le diametre du cercle circonſcriuant ledit quadrilatere.

Soit vn quadrilatere A B C D inſcript au cercle duquel E D eſt diametre, dont le coſté A B eſt 16, B C 8, C D 12, & A D 10: & il faut trouuer l'aire d'iceluy quadrilatere. Soient adiouſtez enſemble leſdits coſtez, & viendront 56, dont ſoit pris la moitié, qui ſera 28, & d'icelle ſoient oſtez chaſcuns deſdits coſtez afin d'auoir les differences, qui ſeront 12, 20, 16, & 8, leſquelles differences ſoient multipliées entr'elles, & viendront 30720, dont la racine quarrée $\sqrt{}$ 30720 ſera l'aire du quadrilatere propoſé ABCD. Ce qu'eſtant veritable, il faut que l'aire des deux triangles A B D, B C D, faſſent enſemble le meſme aire $\sqrt{}$ 30720: Voyons donc ſi cela eſt, & pour ce faire, trouuons premierement les diagonalles AC, BD ainſi qu'il enſuit. D'autant que comme l'aggregé des deux rectangles faicts ſoubs les coſtez des angles oppoſez, eſt à l'aggregé des deux rectangles, faicts ſoubs les coſtez des autres angles; ainſi l'aggregé des deux rectangles compris des coſtez oppoſez, eſt au quarré de la diagonalle ſubtendante des premiers angles: pour auoir la diagonalle BD, adiouſtons 320 (produict de AD 16 par AB 20) à 96, (produict de BC 8 par CD 12) & viendront 416; puis adiouſtons auſſi 160 (produict de AB 20 par BC 8) à 192 (produict de AD 16 par DC 12) & viendront 352: adiouſtons encore 240 (produict de AB 20 par CD 12) à 128, (produict de AD 16 par BC 8,) & viendront 368: Maintenant ſoit faict que comme 416 eſt à 352, ainſi 368 ſoit à vn autre nombre 311 $\frac{5}{13}$, dont la ra-



cine quarrée $\gamma 311\frac{5}{13}$ eſt pour la diagonalle requiſe BD. Mais pour trouuer la diagonalle AC, nous adiouſterons le produict de AB 20 en BC 8, auec celuy de AD 16 en DC 12, & ſeront 352; mais le produict de AD 16 en AB 20, auec celuy de BC 8 en CD 12, faict 416; & le produict de AB 20 en CD 12, auec celuy de AD 16 en BC 8, faict 368: faiſant donc que comme 352 eſt à 416, ainſi 368 ſoit à vn autre, qui ſera $434\frac{10}{11}$, dont la racine quarrée $\gamma 434\frac{10}{11}$, eſt pour la diagonalle requiſe AC: laquelle on euſt auſſi obtenuë, diuiſant leſdits 3688 aggregé des produicts des coſtez oppoſez, par la diagonalle BD $\gamma 311\frac{5}{13}$. Maintenant les triangles ABD, & BCD ont chaſcuns les trois coſtez cogneus: & partant la perpendiculaire BF ſera trouuée de $\gamma 284\frac{4}{169}$, & CG de $\gamma 21\frac{51}{32189}$. Parquoy l'aire du triangle ABD ſera $\gamma 18177\frac{87}{169}$, & celuy du triangle BCD $\gamma 1635\frac{165}{169}$: leſquels deux aires, ou contenus des triangles ABD, BCD, eſtans ioincts enſemble, font $\gamma 30720$, comme deuant. Trouuons encore le diametre du cercle DE, & pour ce faire ſoit tirée la ligne droicte CE, afin que le triangle rectangle DCE ſoit ſemblable au triangle rectangle BCG: tellement que faiſant comme la perpendiculaire CG $\gamma 21\frac{51}{32189}$ eſt à BC 8, ainſi CD 12 ſoit à vn autre; iceluy ſera $\gamma 438\frac{8}{15}$; & autant ſera ledit diametre DE.

COROLLAIRE II.

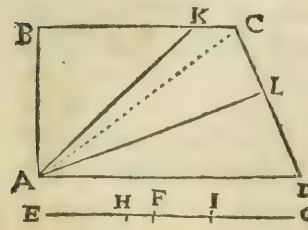
Toutes autres figures de plus de quatre coſtez, & irregulieres, tombent auſſi ſoubs la meſure, eſtans reduites en triangles.

Pource que les ſuperficies des triangles particuliers miſes enſemble, compoſent l'aire & contenu de la figure irreguliere, *comme on voit en ceſte figure*; iceux triangles pourront eſtre meſurez, comme nous venons de monſtrer en la meſure des trapeſes: ou bien en multipliant la baſe de chaſcun triangle, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe de l'angle oppoſé ſur icelle, *ainſi qu'il a eſté monſtré aux 3 & 4. chap. de ce liure.*

Or il aduient ſouuent que les diagonalles, ou les perpendiculaires neceſſaires pour paruenir à la cognoiſſance de l'aire de quelconque figure rectiligne, ne peuuent eſtre meſurées actuellement ſur le champ; pour à quoy remedier, vous verrez ce que dit Henrion ſur ce ſubject au chap. 4. du liure 3 de ſa Geometrie pratique, auquel lieu il enſeigne les moyens de paruenir au but deſiré, nonobſtant quelconque obſtacle & empeſchement qu'on puiſſe rencontrer; c'eſt pourquoy nous n'vſerons icy de redites & repetitions de ce que tu peux voir là: tellement que taiſant ces choſes, nous enſeignerons ſeulement icy le moyen par lequel on pourra partager à diuerſes perſonnes quelconque piece de terre, prez, vignes, ou autre choſe compriſe & l'imitée par lignes droictes; & pour ce faire qu'on meſure tous les coſtez de la figure, & auſſi les angles, & puis apres qu'on procede comme dit eſt en l'vne ou l'autre des deux propoſitions ſuiuantes.

1. *Eſtans cogneus les coſtez & les angles de quelconque figure rectiligne, laquelle il faut diuiſer en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes menées de l'vn deſdits angles; trouuer chaſque ligne d'icelles parties.*

Or encore que ceſte prop. & la ſuiuante peuſſent eſtre pratiquées par ceux qui auront ja veu & entendu celles cy deuant enſeignées ſur ce ſubiect des partages & diuiſions, neantmoins pour tant plus ayder & ſoulager les plus rudes & moins verſez en ces choſes, nous auons eſtimé que ces deux prop. ne ſeroient inutiles en ce lieu, & que comme en celles-là nous auons enſeigné la conſtruction Geometrique, pour en faciliter l'operation numeralle, auſſi le faloit-il faire en celles-cy. Soit donc vne figure rectiligne ABCD, laquelle



il faut diuiſer en trois parties égales par lignes droictes menées de l'angle A. Soit diuiſée ladite figure donnée en triangles par lignes droictes menées de l'angle A propoſé à tous les autres angles oppoſez, comme eſt icy AC; puis ſoient trouuées les lignes EF, FG, qui ſoient entr'elles comme les triangles ABC, ACD, eſquels ladite figure eſt diuiſée par ladite ligne AC; (icelles lignes ſont trouuées, conſtruiſant des rectangles de meſme haulteur, & égaux auſdits triangles:) en apres la toute EG ſoit couppée en autant de parties égales qu'il faut diuiſer la figure donnée, ſçauoir eſt en trois parties és poincts H & I, deſquels H tombe en la ligne EF homologue au triangle ABC; & I en la ligne FG correſpondante au triangle ACD: finablement les coſtez BC & CD oppoſez à l'angle A, eſtans couppez ſelon la raiſon des parties dicelles EF, & FG, ſçauoir eſt BC en K, tellement que comme EH eſt à HF, ainſi BK ſoit à KC; & CD en L, en ſorte que comme FI eſt à IG, ainſi CL ſoit à LD, ſoient menées les lignes AK, & AL, leſquelles diuiſeront la figure donnée ABCD en trois parties égales ainſi qu'il eſtoit requis.

Or combien que nous ayons deſia renuoyé pluſieurs fois le Lecteur aux demonſtrations faictes de ſemblables prop. aux problemes Geom. de Henrion; neantmoins nous en rapporterons icy vne pour toutes; laquelle rendra manifeſte toutes autres prop. & problemes de ſemblable conſtruction que celuy-cy. D'autant que par la conſtruction comme le triangle ABC eſt au triangle ACD, ainſi la ligne EF eſt à la ligne FG, & que par la 1. p. 6. les triangles ABK, AKC ſont entr'eux comme leurs baſes BK, KC, c'eſt à dire comme EH à HF; tellement que le premier triangle ABC couppé par la ligne AK, & la premiere partie EF diuiſée au poinct H, ſont couppez proportionnellement: partant comme EH eſt à HG, ainſi le triangle ABK ſera au quadrilatere AKCD, par ce qui eſt demonſtré au theor. 1. de la 22. p. 5. & par conſequent comme EH eſt à la toute EG, ainſi le triangle ABK ſera à toute la figure rectiligne ABCD. Mais EH eſt la troiſieſme partie de EG: donc auſſi le triangle ABK eſt la troiſieſme partie de ladite figure ABCD. Par meſmes raiſons, on demonſtrera que ALD eſt auſſi la troiſieſme partie d'icelle figure propoſée; & partant que le quadrilatere AKCL eſt l'autre tiers d'icelle figure. La figure rectiligne ABCD eſt donc diuiſée par les lignes AK, AL, en

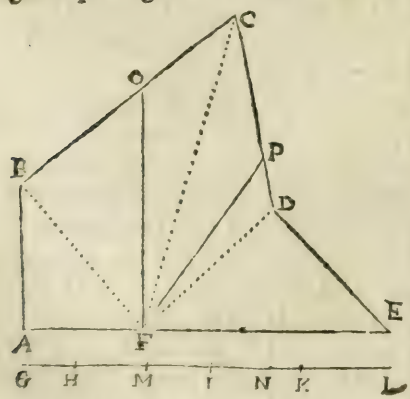
trois parties égales ainſi qu'il eſtoit requis.

Addaptons maintenant les nombres aux lignes & angles de ladite figure. Le coſté AB ſoit 12, BC 16, CD 13, & AD 21; mais l'angle A ſoit de 90. degrez, comme auſſi l'angle B, & l'angle C ſoit 112. deg. 37 $\frac{1}{2}$ m. & par conſequent l'angle D 67. deg. 22 $\frac{1}{2}$ m. Or la diagonalle AC ſera trouuée de 20; & partant l'aire du triangle ABC ſera 96, & le contenu du triangle ACD 126: Et ces deux nombres eſtans appliquez à quelconque nombre, comme pour exemple à 12, viendront 8 pour EF, & 10 $\frac{1}{2}$ pour FG; tellement que la toute EG ſera 18 $\frac{1}{2}$, qui couppée en trois parties égales, chaſcune d'icelles EH, HI, & IG ſera 6 $\frac{1}{6}$; & par conſequent le ſegment HF ſera 1 $\frac{5}{6}$, & le ſegment FI 4 $\frac{1}{3}$. Et puiſque comme EF 8 eſt à EH 6 $\frac{1}{6}$, ainſi BC 16 eſt à BK, icelle ſera 12 $\frac{1}{3}$; & partant le reſte KC ſera 3 $\frac{2}{3}$: & auſſi que comme FG 10 $\frac{1}{2}$ eſt à FI 4 $\frac{1}{3}$, ainſi CD 13 eſt à CL, icelle CL ſera 5 $\frac{2\,3}{6\,3}$; & partant le reſte LD ſera 7 $\frac{40}{63}$ Ne reſte donc plus à trouuer que les deux lignes couppantes AK, AL, leſquelles on obtiendra par le moyen des triangles ABK, ALD, qui ont chaſcun deux coſtez cogneus auec l'angle qu'ils comprennent: ainſi AK ſera trouuée de $\sqrt{}$ 296 $\frac{1}{9}$, & AL 19 $\frac{3}{7}$ peu moins.

Mais eſt à noter que tant en ce probleme qu'au ſuiuant, il eſt neceſſaire que du poinct donné on puiſſe mener des lignes droictes à tous les angles oppoſez de la figure propoſée.

2. *Eſtans cogneus les coſtez, & les angles de quelconque figure rectiligne, laquelle il faut diuiſer en tant de parties égales qu'on voudra par lignes droictes menées d'vn poinct donné en l'vn des coſtez; trouuer la valeur & quantité des lignes de chaſque partie.*

Soit vne figure rectiligne ABCDE, laquelle il faut diuiſer en trois parties égales par lignes droictes menées du poinct donné F. D'iceluy poinct F



ſoient menées aux angles oppoſez les lignes droictes FB, FC, FD, qui diuiſent ladite figure donnée en triangles ABF, BCF, FCD, FDE; puis ſoient trouuées les lignes GH, HI, IK & KL, qui ſoient entr'elles comme les ſuſdits triangles: En apres la toute GL ſoit couppée en trois parties égales és poincts M, N, deſquels M tombe en la partie HI correſpondante au triangle BCF; & l'autre poinct N, en la partie IK homologue au triangle FCD: finablement ayant couppé le coſté BC en O, ſelon la raiſon de HM à MI, & le coſté CD en P, ſelon la raiſon de IN à NK, ſoient tirées les lignes droictes FO & FP, leſquelles coupperont le rectiligne donné ABCDE en trois parties égales ainſi qu'il eſtoit requis.

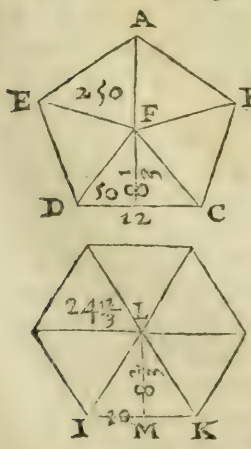
Maintenant adaptons les nombres aux coſtez & angles de ladite figure. Le coſté AB ſoit 12, BC 20, CD 17, DE 16, & AE 29; mais l'angle A ſoit droict, l'angle B 126 deg. 52 $\frac{1}{2}$ m. l'angle C 61 deg. 55 deg. 55 $\frac{1}{3}$ m. l'angle exterieur CDE 151 deg. 55 $\frac{1}{3}$ m. & par conſequent l'autre angle E eſt 53 deg. 7 $\frac{1}{2}$ m.

Mais le poinct F, duquel il faut mener les lignes qui diuiſent la figure donnée en trois parties égales, ſoit diſtant de A par 9, & par conſequent de E par 20. Le triangle ABF a donc deux coſtez cogneus, & l'angle A qu'ils comprennent: partant le coſté BF ſera trouué 15, & l'angle ABF de 36 deg. 52 $\frac{1}{8}$ m. & par conſequent l'angle FBC ſera droict: tellement que le triangle BCF a deux coſtez cogneus, & l'angle qu'ils comprennent; & partant l'autre coſté FC ſera trouué de 25, & l'angle BCF de 36 d. 52 $\frac{1}{8}$ m. Parquoy reſtera FCD de 25 deg. 3 $\frac{1}{2}$ m. & les deux coſtez qui le comprennent eſtans cogneus, l'autre coſté FD ſera trouué de 12; Ainſi tous les quatre triangles ABF, BCF, CDF & DEF, ont chaſcun les trois coſtez cogneus; & partant l'aire ſera trouué, ſçauoir eſt ABF de 54, BCF 150, CDF 90, & EDF 96; leſquels eſtans aſtruits & appliquez à 12, viendront 4 $\frac{1}{2}$ pour GH, 12 $\frac{1}{2}$ pour HI, 7 $\frac{1}{2}$ pour IK, & 8 pour KL; tellement que la toute GL ſera 32 $\frac{1}{2}$, qui couppée également en trois és poincts M & N, chaſque partie ſera 10 $\frac{5}{6}$; & partant le ſegment HM ſera 6 $\frac{1}{3}$, & IN 4 $\frac{2}{3}$: Et d'autant que comme HI 12 $\frac{1}{2}$ eſt à HM 6 $\frac{1}{3}$, ainſi BC 20 eſt à BO, icelle BO ſera 10 $\frac{2}{15}$, & OC 9 $\frac{13}{15}$: tellement que le triangle rectangle FBO a les deux coſtez de l'angle droict cogneus; & partant l'autre coſté FO ſera trouué de γ 327 $\frac{154}{225}$. Semblablement puiſque comme IK 7 $\frac{1}{2}$ eſt à IN 4 $\frac{2}{3}$, ainſi CD 17 eſt à CP, iceluy ſegment CP ſera 10 $\frac{76}{45}$, & PD 6 $\frac{19}{45}$: tellement que le triangle FPD a les deux coſtez FD & DP cognus, auec l'angle qu'ils comprennent; & partant l'autre coſté FP ſera trouué de γ 257 $\frac{1576}{2025}$. Nous auons donc trouué toutes les lignes requiſes: allõs au ch. ſuiuant.

Comment tombent ſoubs la meſure les polygones reguliers.

CHAP. VIII.

Les figures, ou polygones reguliers de plus de quatre coſtez, ſont meſurez en multipliant leur circuit, par la moitié de la perpendiculaire, qui tombe du centre en angles droicts ſur l'vn des coſtez.



COmme le pentagone ABCDE, compoſé de cinq triangles iſoſcelles égaux, deſquels la baſe d'vn chaſcun ſoit 12, & la perpendiculaire qui tombe du centre ſur chaſcune baſe au coſté, 8 & 1 tiers: il eſt manifeſte que chaſcun triangle meſuré à part contiendra 50: car multipliant CD, par la moitié de la perpendiculaire FG, il en viendra le meſme. Si donc tout le circuit ABCDE eſt multiplié par la moitié de la perpendiculaire (c'eſt à dire par 4 & 1 ſixieſme) le produict 250, ſera égal au pentagone donné.

La raiſon de cecy eſt treſbien demonſtrée par Henrion au chap. 5. du 3. liure de ſa Geometrie, c'eſt pourquoy nous n'en ferons icy repetition ; mais dirons que le coſté dudit pentagone eſtant 12, comme noſtre Autheur le poſe, la perpendiculaire ne peut eſtre $8\frac{1}{3}$, ainſi qu'il veut, ains ſeulement $\sqrt{}(36+\sqrt{}1036\frac{4}{9})$, dont s'enſuit que l'aire dudit pentagone ſera ſeulement $\sqrt{}(32400+\sqrt{}83980800000)$, qui ſont preſque $247\frac{5}{9}$.

Ainſi en ſera-il de l'hexagone, qui eſt compoſé de ſix triangles iſopleures, & égaux, multipliant IK par la moitié de LM, il en ſera produict le contenu de chaſcun triangle. Si donc on multiplie tout le circuit de l'hexagone (qui faict 60) par la moitié de LM (qui eſt enuiron 4 & 1 tiers) il en prouiendra 241 & 1 tiers: lequel nombre ſera égal à l'aire, & au contenu de tout l'hexagone.

Le coſté de l'hexagone eſtant 10, à prendre exactement la perpendiculaire LM, elle ſera $\sqrt{}75$, qui eſt fort peu moins de $8\frac{2}{3}$, comme noſtre Autheur la poſe; mais ſelon icelle, l'aire ne doit eſtre $241\frac{1}{3}$, comme il dit, ains 260, ou pluſtoſt $\sqrt{}67500$, qui ſont peu plus de $259\frac{419}{519}$.

En toutes autres figures regulieres (comme heptagone, octogone, & les autres) le meſme ſe demonſtre : Car en multipliant le circuit par la moitié de la perpendiculaire qui tombe du centre ſur chaſcun coſté, il en prouiendra le contenu de la figure entiere.

Or puiſqu'il eſt neceſſaire d'auoir la cognoiſſance de la perpendiculaire qui tombe du centre ſur l'vn des coſtez, nous enſeignerons icy à la trouuer: Ayant meſuré tous les coſtez d'vne piece de terre ou autre choſe bornée & limitée de lignes droictes, s'ils ſont trouuez égaux entr'eux, & auſſi les angles qu'ils comprennent ; elle ſera figure reguliere: & pour en meſurer la perpendiculaire mechaniquement ſur le champ, trouuez premierement l'angle du centre de ladite figure, diuiſant 360 degrez par le nombre des coſtez d'icelle, lequel vous ſouſtrairez puis apres de 180 degrez, & de la moitié du reſte ouurez le compas de proportion, & le poſez ainſi ouuert à l'vn des angles de la figure, en ſorte que l'vne des iambes dudit compas s'accorde ſur le coſté d'iceluy : comme pour exemple, voulant meſurer en la figure hexagonalle cy-deſſus, la perpendiculaire LM, ie diuiſe 360 degrez par 6, nombre des coſtez d'icelle figure, & viennent 60 pour l'angle du cẽtre dudit hexagone, lequel i'oſte de 180, & reſtent 120, dont la moitié eſt 60 : I'ouure donc mon compas de 60 degrez, & le diſpoſe au poinct I, en ſorte que l'vne des iambes correſponde au coſté IK, & ſelon le rayon IL, qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, ie fais planter vn piquet tant en I, qu'en quelconque autre lieu L : Ce faict, ie transfere mon compas au poinct M, milieu du coſté IK, & le diſpoſe en ſorte qu'eſtant ouuert à angle droict, l'vne des iambes s'accorde derechef auec ledit coſté IK, & ſelon le rayon ML, qui paſſe par les pinulles de l'autre iambe, ie fais marcher vn homme iuſques à ce qu'il paruienne au rencontre du rayon IL, & ſoit en L, qui ſera le centre de ladite figure ; tellement que meſurant la diſtance ML, on aura la perpendiculaire

requiſe; mais meſurant IL, nous aurons le ſemy-diametre du cercle auquel pourroit eſtre inſcript l'hexagone propoſé.

Mais au lieu de meſurer ainſi la perpendiculaire, i'aymerois beaucoup mieux la trouuer par la doctrine des triangles rectilignes : Car pour exemple, le triangle iſoſcelle DFC de la figure pentagonalle cy-deſſus, aura les angles cogneus auec le coſté DC; & partant le triangle rectangle DF 12 aura auſſi les angles cogneus auec vn des coſtez de l'angle droict, qui eſt moitié du coſté de la figure DC: parquoy ladite perpendiculaire, & ſemy-diametre DF ſeront aiſément trouuez. Or ſur ce ſubiect des figures regulieres, il y a au chap. 5. du 3e liure de la Geometrie de Henriõ deux tablettes aſſez vtiles, leſquelles non plus que leurs vſages nous ne voulons rapporter icy, puiſque cela ne ſeruiroit qu'à groſſir ce volume : Mais au lieu de ce, nous adiouſterons encore icy quelques prop. concernant ce meſme ſubiect des figures regulieres.

1. *Eſtant cogneu le coſté d'vn triangle équilateral; trouuer le ſemy-diametre du cercle auquel il peut eſtre inſcript, & auſſi la perpendiculaire tombant d'vn angle d'iceluy triangle ſur le coſté oppoſé.*

Pour ce faire nous auons ja enſeigné diuerſes manieres, mais en reſte encore vne qui ſe tire de la 12. p. 13. & ſuiuant icelle, ſi ayant quarré le coſté du triangle propoſé, on prend le tiers d'iceluy quarré, viendra le quarré du ſemy-diametre du cercle auquel peut-eſtre inſcript ledit triangle : Comme pour exemple, le coſté d'vn triangle équilateral eſtant 12, ſon quarré ſera 144, & le tiers d'iceluy 48, ſera le quarré du ſemy-diametre du cercle, qui partant ſera $\sqrt{48}$. Et puiſque par le Corol. de la meſme 12. p. 13. le quarré dudit coſté du triangle eſt au quarré de la perpendiculaire, comme 4 eſt à 3; faiſant que comme 4 eſt à 3, ainſi 144, quarré du coſté du triangle propoſé ſoit à vn autre, viendront 108 pour le quarré de la perpendiculaire, qui partant ſera $\sqrt{108}$.

D'auantage il appert par ledit Corol. de la 12. p. 13. que le ſemy-diametre du cercle qui peut eſtre inſcript audit triangle eſt moitié de celuy qui le circonſcript, ou bien le tiers de la perpendiculaire; & partant ledit ſemy-diametre ſera $\sqrt{12}$.

Il eſt donc manifeſte que par le contraire de ce que deſſus, le ſemy-diametre du cercle inſcript ou circonſcript eſtant cogneu, ou bien la perpendiculaire, que le reſte ſera auſſi trouué.

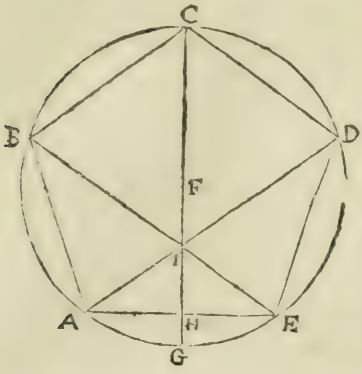
2. *Eſtant cogneu le coſté du quarré inſcript au cercle; cognoiſtre le ſemy-diametre dudit cercle.*

Veu que la diagonalle dudit quarré eſt le diametre du cercle qui le circonſcript, la moitié du quarré dudit coſté ſera le quarré dudit ſemy-diametre du cercle: Ainſi le coſté d'vn quarré eſtant 12, ſon quarré ſera 144, dont la moitié 72 ſera le quarré du ſemy-diametre ducercle, qui partant ſera $\sqrt{72}$.

Par le contraire, le ſemy-diametre du cercle ou diametre entier eſtant cogneu, le coſté du quarré inſcript en iceluy ſera aiſément trouué.

3. *Eſtant cogneu le coſté d'vn pentagone; trouuer le ſemy-diametre du cercle auquel il peut eſtre inſcript, & auſſi la perpendiculaire tombant du centre dudit cercle ſur l'vn des coſtez dudit pentagone.*

Soit vn cercle ABCDE, duquel le centre eſt F, & le diametre CFG ; & en iceluy ſoit inſcript le pentagone regulier ABCDE, l'vn des coſtez duquel ſçauoir AE eſt couppé à angles droicts par le diametre CG ; tellement que FG eſt le ſemy-diametre du cercle, & FI la perpendiculaire tombant du centre F ſur ledit coſté AE : ie dis qu'iceluy coſté AE eſtant cogneu ledit ſemy-diametre FG, & auſſi la perpendiculaire FI, qui eſt le ſemy-diametre du cercle inſcriptible audit pentagone ſeront auſſi cogneus. Car d'autant que par la 9. p. 13. il appert qu'vne ligne droicte eſtant couppée en la moyenne & extréme raiſon, le moindre ſegment d'icelle eſt le coſté du decagone inſcrit au cercle, dont le ſemy-diametre eſt le plus grand ſegment, & que par la 10. p. 13. l'aggregé des quarrez d'iceux eſt égal au quarré du coſté du pentagone inſcript au meſme cercle ; il ſera aiſé de trouuer ledit ſemy-diametre du cercle ou coſté de l'hexagone, ayant couppé quelconque nombre en la moyenne & extréme raiſon : ce que nous ferons ainſi, voulant coupper le nombre 2 en deux parties, telles que la moindre ſoit à la plus grande, comme icelle plus grande au tout ; adiouſtons le quarré dudit nombre propoſé au quarré de la moitié d'iceluy, & ſera 5, dont la racine quarrée qui eſt $\sqrt{5}$, ſoit oſtée de l'aggregé dudit nombre 2 & de ſa moitié 1, c'eſt à dire de 3, & reſtera $3-\sqrt{5}$, qui ſera la moindre partie, qui oſtée du tout 2, reſtera $\sqrt{5}-1$ pour la plus grande partie. Il y a donc telle raiſon de 2 à $\sqrt{5}-1$, que de $\sqrt{5}-1$ à $3-\sqrt{5}$; & partant ſi nous poſons la plus grande partie eſtre 2, la moindre ſera $\sqrt{5}-1$: & pource que le quarré de 2 eſt 4, & celuy de $\sqrt{5}-1$ eſt $6-\sqrt{20}$; l'aggregé d'iceux quarrez ſera $10-\sqrt{20}$, dont la racine quarrée ſera le coſté du pentagone inſcriptible au cercle, duquel le ſemy-diametre ou coſté de l'hexagone eſt 2. Maintenant pour trouuer le ſemy-diametre FG, le coſté du pentagone AE eſtant 10, ſuiuons l'analogie des figures ſemblables, faiſant que comme $10-\sqrt{20}$, quarré du coſté du pentagone eſt à 4, quarré du ſemy-diametre du cercle auquel eſt inſcript ledit pentagone, ainſi 100 quarré du coſté AE ſoit à vn autre, & viendront $50+\sqrt{500}$ pour le quarré du ſemy-diametre FG, qui partant ſera $\sqrt{(50+\sqrt{500})}$. Mais ſi dudit quarré de FG nous oſtons le quarré de AH, ſçauoir eſt 25, reſteront $25+\sqrt{500}$ pour le quarré de la perpendiculaire FH, & partant icelle ſera $\sqrt{(25+\sqrt{500})}$.



Il appert donc que la raiſon du diametre du cercle au coſté du pentagone inſcript en iceluy, eſt comme 4 à $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$.

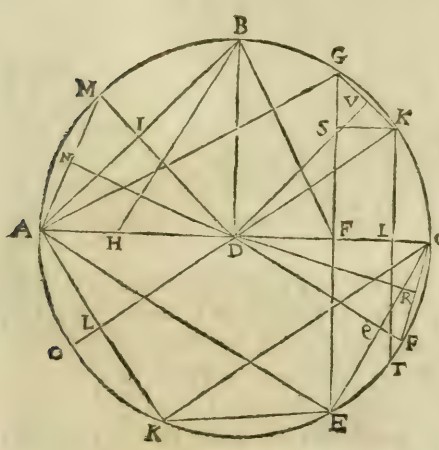
Que ſi la corde ou ſubtendante AD ou BE eſtoit requiſe, elle ſeroit auſſi aiſément trouuée : Car puiſque par la 8. p. 13. icelles ſubtendantes AD, BE s'entrecouppent en I en la moyenne & extréme raiſon, & que le plus grand ſegment eſt égal au coſté du pentagone AE ; faiſant que comme $\sqrt{5}-1$ eſt à 2,

ainſi

ainſi le coſté AE 10 ſoit à vn autre, viendront $\sqrt{125+5}$ pour ladite AD, de laquelle eſtant oſté le ſegment DI 10, reſtera $\sqrt{125-5}$ pour le ſegment AI. Il eſt donc manifeſte, qu'au contraire ladite ſubtendante eſtant cogneuë, ou le ſemy-diametre du cercle, que toutes les autres lignes ſuſdites ſeront auſſi cogneuës : mais pour plus grande & facile intelligence de ce, nous adiouſterons encore la propoſition ſuiuante, en laquelle nous expliquerons les nombres ſourds des coſtez, perpendiculaires, & ſuperfices des figures y mentionnées par nombres abſolus, afin que par le moyen d'iceux on puiſſe plus promptement trouuer les meſmes choſes en quelconques autres figures ſemblables, lors qu'il en ſera beſoing.

4. *Le diametre d'vn cercle eſtant cogneu ; trouuer les coſtez du triangle, quarré, pentagone hexagone, octogone, decagone, dodecagone & quindecagone, inſcript audit cercle, & auſsi les perpendiculaires tombantes du centre ſur chaſcun deſdits coſtez.*

Soit vn cercle ABC, duquel le centre eſt D, & le diametre AC ſoit 4 : donc le ſemydiametre DC ſera 2 ; & autant eſt le coſté de l'hexagone CE, le quarré de la moitié duquel eſtãt oſté du quarré dudit ſemy-diametre DC, reſtera 3, dont la racine quarrée, ſçauoir eſt $\sqrt{3}$, ou $1\frac{183}{250}$, eſt pour la perpendiculaire E F, laquelle multipliée par le triple de DC, ſçauoir eſt par 6, viendront $\sqrt{108}$, ou $10\frac{49}{125}$ pour l'aire de l'hexagone inſcript audit cercle ABC.



La perpendiculaire E F eſtant continuée iuſques en G, il eſt manifeſte que la ligne EG ſera coſté du triangle équilateral inſcript au cercle ; & partant qu'iceluy coſté eſtant double de la perpẽdiculaire EF, il ſera $\sqrt{12}$, ou $3\frac{58}{125}$, & la perpendiculaire AF eſtant les trois quarts du diametre AC, elle ſera 3, & DF 1 : tellement que l'aire ou ſuperficie du triangle équilateral AGE ſera $\sqrt{27}$, ou $5\frac{49}{250}$.

Ayant eſleué du centre D la perpendiculaire DB, & tiré AB, icelle ſera le coſté du quarré inſcript, le quarré duquel coſté eſtant égal au double du quarré du ſemydiametre AD ; iceluy coſté AB ſera $\sqrt{8}$, ou $2\frac{207}{250}$, & ſa moitié AI $\sqrt{2}$; & partant la perpendiculaire DI, qui luy eſt égale, ſera auſſi $\sqrt{2}$, ou $1\frac{207}{500}$, par laquelle eſtant multiplié le double de AB, ſçauoir eſt $\sqrt{32}$, viendront 8 pour la ſuperficie du quarré inſcript audit cercle ABC.

Ayant mené BF, & pris FH égale à icelle, ſoit tirée BH, laquelle ſera le coſté du pentagone, & DH coſté du decagone, ainſi qu'il appert par la 8. p. de la conſtruction de la table des ſinus de Henrion : A iceluy coſté BH, ſoit faict égal AK ou KT : Or puiſque BD eſt 2, & DF 1 ; BF, ou FH ſera $\sqrt{5}$, de laquelle eſtant oſté DF 1, reſtera $\sqrt{5-1}$ pour DH, dont le quarré eſtant adiouſté

auec le quarré de BD, viendront $10-\sqrt{20}$, pour le quarré de BH; & partant icelle BH ou KT sera $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$, ou $2\frac{7}{10}$, & sa moitié KL $\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}})}$, ou $1\frac{7}{40}$, le quarré de laquelle estant osté du quarré du semy diametre DK, restera $1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, dont la racine quarrée $\sqrt{(1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$, c'est à dire $\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, ou $1\frac{18}{19}$, est pour la perpendiculaire DL, qui multipliée par KL $\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}})}$ donne $2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$, dont la racine est l'aire d'vn des 5 triãgles du pẽtagone, qui partãt est $\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$, lequel estant multiplié par 5, viẽdront $\sqrt{(62\frac{1}{2}+\sqrt{7812\frac{1}{4}})}$ ou peu plus de $9\frac{1}{2}$ pour l'aire de tout le pẽtagone. On obtiendra encore ledit aire multipliant les $\frac{5}{8}$ du diametre du cercle, par la ligne qui conioinct deux costez dudit pentagone, laquelle ligne est differente dudit costé du pentagone seulement en signe; tellement qu'en ceste exemple où ledit costé du pentagone est $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$, ladite ligne subtendante sera $\sqrt{(10+\sqrt{20})}$, qui multipliée par $2\frac{1}{2}$, qui sont les $\frac{5}{8}$ du diametre, donne le mesme aire que dessus.

Mais ayant prolongé la perpendiculaire DI iusques en M, & tiré la ligne droicte AM; icelle AM sera le costé de l'octogone: Et d'autant que DI est $\sqrt{2}$, & le semy-diametre DM 2, IM sera $2-\sqrt{2}$, le quarré de laquelle sera $6-\sqrt{32}$, auquel estant adiousté le quarré de AI, viendront $8-\sqrt{32}$ pour le quarré de AM, qui partant est $\sqrt{(8-\sqrt{32})}$ ou $1\frac{53}{100}$, & la moitié d'iceluy AN $\sqrt{(2-\sqrt{2})}$, dont le quarré estant soustraict de celuy du semy-diametre AD, restera $2+\sqrt{2}$ pour le quarré de la perpendiculaire DN, qui partant sera $\sqrt{(2+\sqrt{2})}$ ou $1\frac{106}{113}$, par laquelle estant multiplié $\sqrt{(128-\sqrt{8192})}$ quadruple de AM, viendront $\sqrt{128}$ ou $11\frac{47}{150}$ pour l'aire de l'octogone inscript au cer- ABC.

Il a ja esté dit cy-dessus que DH est le costé du decagone, & qu'iceluy est $\sqrt{5}-1$, ou $1\frac{59}{118}$; il ne reste donc qu'à oster le quarré de la moitié d'iceluy costé du quarré de BD, afin d'auoir la perpendiculaire tombant du centre du cercle sur ledit costé du decagone inscript audit cercle ABC, qui partant sera $\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}})}$ ou $1\frac{46}{51}$, par laquelle estant multiplié la moitié du circuit dudit decagone, sçauoir est $\sqrt{125}-5$, quintuple du costé DH, viendront $\sqrt{(250-\sqrt{12500})}$ ou $11\frac{3}{4}$, pour l'aire ou superficie dudit decagone.

Puisque le costé de l'hexagone est EC, l'ayant couppé en deux également par la ligne droicte DP, qui rencontre la circonference du cercle en P, & tiré la ligne droicte CP, icelle sera le costé du dodecagone: Et d'autant que ledit costé de l'hexagone est 2, & la perpendiculaire tombante du centre sur iceluy est $\sqrt{3}$; PQ sera $2-\sqrt{3}$, dont le quarré est $7-\sqrt{48}$, lequel estant adiousté au quarré de CQ, moitié dudit costé de l'hexagone, donnera $8-\sqrt{48}$, pour le quarré de CP; & partant ledit costé du dodecagone CP sera $\sqrt{(8-\sqrt{48})}$, c'est à dire $\sqrt{6}-\sqrt{2}$, ou $1\frac{7}{100}$, & la moitié CR $\sqrt{1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}}$, dont le quarré estant osté du quarré du semy-diametre DC, restera $2+\sqrt{3}$ pour le quarré de la perpendiculaire DR, qui partant sera $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$, c'est à dire $\sqrt{1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}$, ou $1\frac{14}{15}$, par laquelle estant multiplié $\sqrt{216}-\sqrt{72}$, moitié du perimetre ou circuit dudit dodecagone, viendront 12 pour l'aire d'iceluy.

Maintenant il est manifeste que le costé du pentagone KT estant parallele au costé du triangle équilateral EG; la subtendante GK sera costé du quin-

decagone; & partant que l'aggregé des quarrez de la moitié de la difference dudit coſté du pentagone à celuy du triangle, & de la difference de la perpendiculaire de l'vn à celle de l'autre, ſera le quarré d'iceluy coſté du quindecagone : Parquoy oſtons ledit coſté KT $\sqrt{}$ (10—$\sqrt{}$20) du coſté EG $\sqrt{}$12, & reſteront $\sqrt{}$12—$\sqrt{}$ (10—$\sqrt{}$120) pour la difference deſdits coſtez, & partant la moitié SG ſera $\sqrt{}$3—$\sqrt{}$ ($2\frac{1}{2}$—$\sqrt{}\frac{5}{4}$), & ſon quarré $5\frac{1}{2}$—$\sqrt{}\frac{5}{4}$—$\sqrt{}$ (30$\sqrt{}$180): Oſtons auſſi la perpendiculaire DF 1, de la perpendiculaire DL $\frac{1}{2}$+—$\frac{5}{4}$, & reſteront $\sqrt{}\frac{5}{4}$—$\frac{1}{2}$, pour la difference diceiles perpendiculaires FL ou SK; tellement que ſon quarré ſera $1\frac{1}{2}$—$\sqrt{}\frac{5}{4}$, qui adiouſté au quarré de SG, donnera 7—$\sqrt{}$5—$\sqrt{}$ (30—$\sqrt{}$180) pour le quarré du coſté GK, qui partant ſera $\sqrt{}$(7—$\sqrt{}$5—$\sqrt{}$) (30—$\sqrt{}$180), ou $\frac{5}{6}$: Parquoy la moitié SV ſera $\sqrt{}$ ($1\frac{3}{4}$—$\sqrt{}\frac{5}{16}$—$\sqrt{}$ ($1\frac{7}{8}$—$\sqrt{}\frac{45}{64}$), & ſon quarré $1\frac{3}{4}$—$\sqrt{}\frac{5}{16}$—$\sqrt{}$ ($1\frac{7}{8}$—$\sqrt{}\frac{45}{64}$), qui oſté du quarré du ſemy-diametre DK, reſteront $2\frac{1}{4}$+$\sqrt{}\frac{5}{16}$+$\sqrt{}$ ($1\frac{7}{8}$—$\sqrt{}\frac{45}{64}$) pour le quarré de la perpendiculaire DV; & partant icelle ſera $\sqrt{}$ ($2\frac{1}{4}$+$\sqrt{}\frac{5}{16}$+$\sqrt{}$ ($1\frac{7}{8}$—$\sqrt{}\frac{45}{64}$) ou $1\frac{8}{9}$; par laquelle eſtant multipliée la moitié du coſté GK, & le produict par 15, viendra l'aire ou ſurface dudit quindecagone.

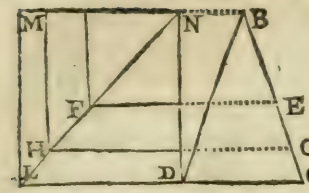
Or ledit coſté du quindecagone ſera encore trouué ainſi : D'autant que la ligne droicte AK eſt coſté du pentagone, AE coſté du triangle équilateral, & EC coſté de l'hexagone; il eſt manifeſte que KE eſt ſubtendante de deux coſtez du quindecagone, & CK double de DL perpendiculaire tombant du centre du cercle ſur le coſté du pentagone AK; (car les triangles rectangles ALD, AKC, eſtans équiangles, comme AC eſt double de AD, auſſi CK ſera double de DL). Parquoy le quadrilatere AKEC a les trois coſtez AC, CE, AK cogneus, auec les deux diagonalles AE, CK; & partant on peut cognoiſtre l'autre coſté EK; & iceluy cogneu on trouuera puis apres le coſté dudit quindecagone, tout ainſi que nous auons trouué cy-deſſus AM, & CP, coſtez des octogone & dodecagone: Car en la meſme maniere que nous auons trouué iceux coſtez, on doit trouuer tous les coſtez des autres poligones, qui s'obtiennent par la biſection des coſtez ja trouuez.

Que ſi les coſtez des figures regulieres ſont incommenſurables auec leurs demy-diametres, & que les quarrez de ceux-cy ſoient cogneus, elles ſeront meſurées comme il a eſté monſtré au Corollaire 4. du chap. 3. de ce liure.

Et pource que toute ſuperficie rectiligne de pluſieurs coſtez eſt diuiſée en triangles, il ſera facile de monſtrer par quel moyen

Tout triangle ſera diuiſé par lignes droictes & paralleles, & que les portions d'iceluy auront telle proportion qu'on voudra.

Soit donc le triangle propoſé BCD, lequel on deſire diuiſer en trois parties égales, par lignes droictes & paralleles. Il conuient deſcrire vn quarré NMLD de meſme haulteur que le triangle, & le diuiſer en trois parties égales, & icelles reduire en quarré, en ſorte que le premier ſoit égal à la tierce partie de tout le quarré, & le ſecõd



aux deux tiers, & les disposer (ainsi qu'il est icy monstré) sur la ligne ND : alors faudra tirer les paralleles FE, HG, lesquelles diuiseront le triangle selon la proportion donnée. La raison est, que le triangle est diuisé proportionnellement, comme l'autre triangle NDL, *par la* 1, 2, 10 *&* 22, *du* 6.

I'estime qu'il seroit plus prompt & facile de coupper le costé BC en trois parties égales, puis trouuer la moyenne proportionnelle entre ledit costé BC, & vne des trois parties d'iceluy, puis 2 : Car icelles moyennes prop. donneroient BE, & BG, suiuant ce qui est enseigné & demonstré au 50 prob. de la Geometrie de Henrion.

De la mesure du Cercle.

CHAP. IX.

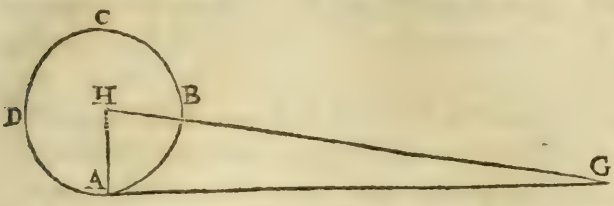
MEsurer l'aire d'vn cercle, & celle d'vn polygone, est vne mesme chose. Et comme nous auons cy-deuant monstré, qu'il faut prendre vne ligne droicte égale au circuit du polygone, & la multiplier par la moitié de la perpendiculaire tirée du centre sur chascun costé, pour auoir le contenu du polygone, ainsi

Pour obtenir le contenu d'vn cercle, il conuient multiplier sa circonference, par la moitié de la perpendiculaire, c'est à dire, par la moitié du demy-diametre dudit cercle, & le produict sera le contenu dudit cercle.

Car le triangle rectangle, qui a l'vn des costez comprenant l'angle droict, égal au demy-diametre du cercle, & l'autre costé comprenant le mesme angle égal à la circonference du cercle, est égal à la superficie du mesme cercle, comme il sera monstré.

Soit le cercle ABCD, & le triangle rectangle HAG, duquel le costé HA, soit le demy-diametre du cercle, & AG soit égal à la circonference du cercle. Maintenant presuppolons la superficie du cercle estre plus grande que le triangle. Premierement il est notoire qu'au cercle peut estre inscripte vne figure rectiligne, & de tant de costez, qu'elle pourra estre en fin plus grande que le triangle : car entre deux grandeurs inégales, peuuent estre infinies grandeurs inegalles, *par la commune sentence premise.* Il est certain que le circuit de telle figure rectiligne inscripte, sera plus court que la circonfe-

rence du cercle, c'eſt à dire que AG, & la ligne perpendiculaire tirée du centre ſur l'vn des coſtez de la figure, ſera auſſi plus courte que le demy-diametre du cercle (c'eſt à dire HA): & pourtant icelle figure rectiligne deuroit auſſi eſtre plus petite que le triangle HAG, ce qui a eſté poſé autrement.

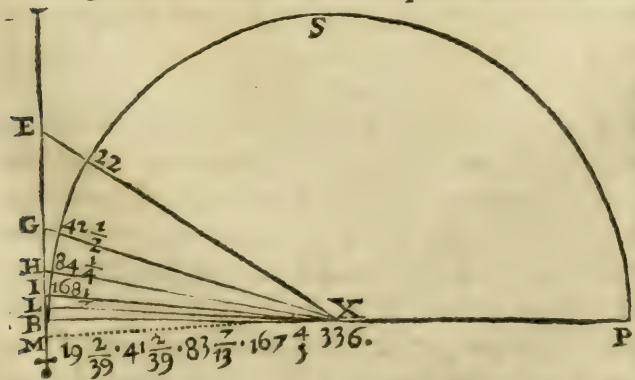


Apres poſons que la ſuperficie du cercle eſt plus petite que le triangle. Nous pourrons auſſi circonſcrire au cercle vne figure rectiligne, & de tant de coſtez, qu'elle pourra en fin eſtre moindre que le triangle: Or le circuit de telle figure, eſt plus grand que la circonferẽce du cercle (c'eſt à dire que AG): & la perpendiculaire du centre tombante ſur l'vn des coſtez d'icelle figure, eſt le demy-diametre du cercle, ſçauoir HA. Il s'enſuiura donc que le triangle HAG, ſera plus petit que la figure circonſcripte. Ce qui eſt abſurde. Il eſt donc égal à la ſuperficie du cercle ABCD.

Mais d'autant que iuſques à preſent, la iuſte longueur de la circonference du cercle n'a point eſté trouuée, on a accouſtumé d'vſer de l'inuention *d'Archimedes*, laquelle eſt plus prompte, & plus approchante de la iuſte meſure que nulle autre. Ceſte inuentiõ eſt que

La circonference du cercle, contient trois fois le diametre, & peu moins d'vne ſeptieſme partie d'iceluy diametre, & plus de la huictieſme partie du meſme diametre.

Ce qui ſe demonſtrera ainſi que s'enſuit. Soit le centre X, le diametre PB, la circonference PSB, la ligne contingẽte le meſme cercle ET, au poinct B. L'angle EXB, ſoit la tierce partie d'vn droict, & double à GXB: ceſtuy double à HXB: ceſtuy-cy double à LXB: & finalement ceſtuy double à LXB.



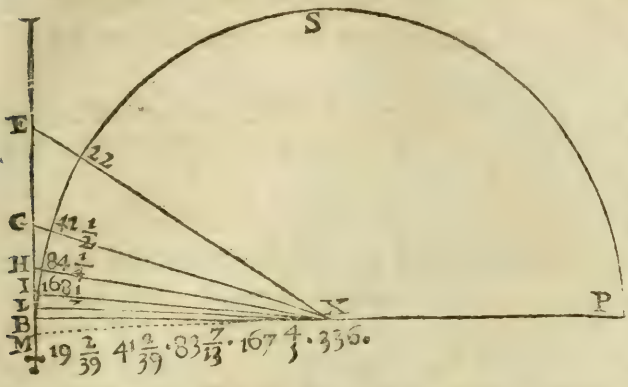
La raiſon de EX à XB ſera comme EG à GB: *par la* 3 *du* 6, & ainſi de tout le reſte, les coſtez d'vn triangle, duquel l'angle eſt diuiſé en deux également, ont telle raiſon l'vn à l'autre, que les parties de la baſe.

Et conioinctement, la raiſon de EX & XB enſemblement à XB, eſt ſemblable à celle de EB à la partie GB *par la* 18 *du* 5, & ainſi de tous les autres triangles les deux coſtez enſemble ont telle raiſon à l'vn, comme toute la baſe à la partie de la baſe vers le coſté auquel on aura égard.

Et alternement, la raiſon EX & XB à BE, eſt comme la ligne XB à BG *par la* 16 *du* 5, & ainſi de tous les autres triangles ſuiuans, les deux coſtez enſemble auront meſme raiſon à la baſe, que le plus petit coſté à la plus petite partie de la baſe diuiſée comme dit a eſté, par la ligne qui couppe l'angle en deux également.

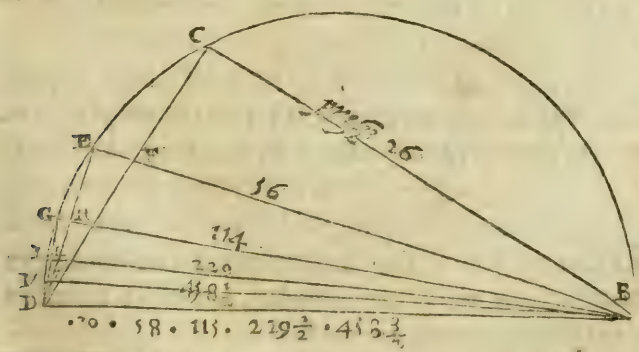
Poſons donc premierement que EX contient 22 parties. EB eſtant égale à la moitié de EX contiendra 11, & le quarré de 11 (c'eſt à dire 121) ſoubſtrait du quarré de 22 (c'eſt à dire de 484) reſtera 363, deſquels la racine quarrée (qui eſt preſque 19 & 2 trente-neufieſmes) ſera le coſté dicible XB *par la* 47 *du* 1. Or la raiſon de la ligne XB à la ligne EB eſt donc plus grande que 19 & 2 trente-neufieſmes à 11, *par la* 8 *du* 5; & par conſequent les lignes EX & XB conioinctes ont vne plus grande raiſon à la ligne EB que 41 & 2 trente-neufieſme à 11. Et auſſi la ligne XB à BG. Si donc XB eſt poſé de 41 & 2 trente neufieſmes, & BG 11, leurs quarrez enſemble ſeront 1806 & plus d'vn quart: duquel nombre la racine quarrée 42 eſt la longueur dicible de XG. Dont eſt manifeſte que les deux lignes enſemble GX & XB ont vne plus grande raiſon à BG que 41 & 2 trente-neufieſmes & 42 & demy (qu'eſt peu moins de 83 & 7 trezieſmes) à 11: & par conſequent XB à BH. Soit donc XB poſé de 83 & 7 trezieſme & BH de 11: Leurs quarrez ioincts feront 7099: La racine quarrée ſera peu plus de 84 & 1 quart pour la longueur dicible de XH. Dont eſt euident que les lignes HX & XB ont vne plus grande raiſon à BH que 83 & 7 trezieſmes & 84 & 1 quart (qu'eſt preſque 167 & 4 cinquieſmes) à 11: & par conſequent la ligne XB à BI. Soit derechef XB 167 & 4 cinquieſmes, & BI 11: leurs quarrez ioincts feront 28277, deſquels la racine quarrée (qui eſt peu plus de 168 & 1 ſeptieſme) ſera pour la longueur dicible de XI: & par ainſi eſt clair que les lignes IX & XB enſemble ont plus grande raiſon à BI que

167 & 4 cinquieſmes, & 168 & 1 ſeptieſme (qu'eſt preſque 336) à 11: & par conſequent la ligne BI, & le diametre PB, (double à XB) à LM (que nous poſons double à BL) auront vne plus grãde raiſon que 336 à 11.



Or LM eſt le coſté d'vn polygone de 96 coſtez; tellement que 96 multipliez par 11 font 1056 pour le circuit dudit polygone, & le diametre eſtant poſé de 336 & ſouſtraict 3 fois de 1056, reſtera 48, qu'eſt la ſeptieſme partie de 336. Or le diametre du cercle & du polygone eſt vn meſme *par la conſtruction*, & la circonference du cercle moindre que celle du polygone: dont s'enſuyura finalement que la circonference du cercle, eſt moindre que trois fois & vne ſeptieſme partie de ſon diametre.

En apres. Soit le cercle propoſé BCD, dans lequel ſoyent tirez tous les triangles rectangles, en ſorte que le plus grand CBD, ait l'angle CBD égal à la tierce partie d'vn droict, & qui ſoit double à EBD, & ceſtuicy double à GBD, & encores ceſtuy cy double à IBD, & finalement ceſtuy double à MBD: il eſt euident que le triangle BCF eſt équiangle à BED,

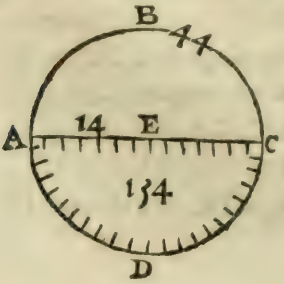


BEH à BGD, BGL à BID: finalement BIN à BMD: car ils obtiennẽt chaſcun vn angle droit *par la 31 du 3*, & les angles au poinct B égaux, dont s'enſuit qu'eſtans equiangles, ils ont les coſtez proportionnaux *par la 4 du 6*. Apres il a eſté monſtré que comme DB & BC conioinctement à CD, ainſi BC à CF, & ainſi des autres triangles ſuyuans.

Poſons donc BD de 30 parties, CD en aura 15, & BC peu moins de

26. Parquoy la ligne BC aura plus petite raiſon à la ligne CD, que 26 à 15: Donc la compoſée de DB & BC à la ligne CD (c'eſt à dire la ligne BC à CF, ou BF à ED) aura vne plus petite raiſon que 30 & 26 (ſçauoir 56) à 15.

Si doncques nous poſons BE faire 56, & ED 15, le coſté BD ſera preſque 58, *par la 47 du* 1. Donc les lignes BE & BD à DE (c'eſt à dire BG à GD) auront plus petite raiſon que 56 & 58 (c'eſt 114) à 15. Soit donc BG 114, & GD 15, le coſté BD ſera preſque 115. Donc les lignes BG & BD à GD (c'eſt à dire BI à ID) auront plus petite raiſon que 114 & 115 (qui ſont 229) à 15. Soit derechef BI 229, & ID 15, le coſté BD ſera preſque 229 & demy. Donc les lignes BI & BD à ID (c'eſt à dire BM à MD) auront plus petite raiſon que 229 & 229 & demy (qu'eſt 458 & demy) à 15. Soit finalement poſé BM de 458 & demy, & MD de 15. le coſté BD ſera preſque 458 & 3 quarts. Il eſt donc éuident que MD eſt le coſté d'vn polygone de 96 faces, qui aura de circuit 1440: dans lequel nombre ſe trouue trois fois 458 & 3 quarts, & reſtent 63 & 3 quarts: mais ce nombre eſt plus de la huictieſme partie de 458 & 3 quarts; (car la huictieſme partie eſt 57 & 11 trente-deuxieſmes ſeulement.) Il s'enſuit donc que le cercle (qui eſt plus grand que le poligone) contient trois fois le diametre BD, & plus d'vne huictieſme partie d'iceluy diametre. Mais il a eſté monſtré cy-deuant que la circonference du meſme cercle contient trois fois le diametre & moins d'vne ſeptieſme partie. Ie concluds donc, que ladite circonferẽce contient trois fois le diametre, & moins d'vne ſeptieſme partie, & plus toutesfois d'vne huictieſme partie, *ce qu'il faloit demonſtrer.* Mais d'autant que 63 & 3 quarts ſont plus pres de la ſeptieſme partie du diametre (laquelle eſt 65 & 15 vingt-huictieſmes) que de la huictieſme (laquelle eſt 57 & 11 trẽte-deuxieſmes) on a accouſtumé pour approcher plus pres de la choſe meſme, donner à la circonferẽce du cercle trois fois le diametre & vne ſeptieſme partie. Ceſte demonſtration eſt d'Archimedes, & non le nombre que nous prenons (qui eſt plus petit) pour la facilité.



Soit donc le cercle à meſurer ABCD, duquel le diametre ſoit 14 pieds, la circonference ſera 44, *par les demonſtrations precedentes*, eſquelles auſſi a eſté monſtré, que la circonference multipliée par la moitié du demy-diametre produict le contenu du cercle: mul-

tipliant donc 44 par 3 & demy, ou 22 par 7, en prouiendra pour la superficie du cercle 154 pieds.

Le liuret d'Archimedes touchant la dimension du cercle contient seulement trois propositions, lesquelles tu pourras voir au chap. 6. du 3. l. de la Geometrie pratique de Henrion; c'est pourquoy nous ne nous arresterons icy à expliquer plusieurs choses que nostre Autheur dit & demonstre assez obscurément, mais rapporterons sur ce subiect de la dimension du cercle quelques regles & propositions assez vtiles.

1. *Estant cogneu le diametre d'vn cercle; trouuer la circonference d'iceluy.*

Faisant que comme 7 est à 22, ainsi le diametre cogneu (lequel pour exemple nous posons estre 35) soit à vn 4e nombre proportionnel, viendra 110 pour vne circonference quelque peu plus grande que la vraye: Car puisque par ce qui est demonstré cy-dessus, il appert que la raison de la circonference au diametre est moindre que triple sesquiseptiesme; & que celle de 110 à 35, qui est la mesme que de 22 à 7, est triple sesquiseptiesme; par la 10. p. 5. le nombre 110 sera plus grand que la circonference du cercle, duquel le diametre est 35. Mais faisant que comme 71 est à 223, ainsi le diametre cogneu 35 soit à vn autre nombre, viendront 109 $\frac{66}{71}$ pour vne circonference quelque peu moindre que la vraye, pour les mesmes raisons que dessus; tellement que nous auons deux circonferences, sçauoir l'vne plus grande que la requise, & l'autre moindre, mais on a accoustumé comme dit nostre Autheur prendre la plus grande, comme la plus facile à trouuer: que si on adiouste les deux ensemble; la moitié de l'aggregé sera encore plus proche de ladite circonference cherchée.

2. *La circonference d'vn cercle estant cogneuë; trouuer le diametre d'iceluy.*

Faisant que comme 22 est à 7, ainsi la circonference cogneuë 110 soit à vn autre, sera produict 35 pour vn diametre quelque peu moindre que celuy cherché: Mais faisant que comme 223 est à 71, ainsi ladite circonference cogneuë 110 soit à vn autre, viendront 35 $\frac{5}{223}$ pour vn diametre quelque peu plus grand que le requis; & ce pour les mesmes raisons que dessus.

3. *Par le moyen du diametre d'vn cercle; cognoistre l'aire d'iceluy.*

D'autant qu'Archimedes a demonstré en la 2. p. dudit liuret de la dimension du cercle, que le quarré du diametre du cercle est à l'aire d'iceluy presque comme 14 à 11; faisant que comme 14 est à 11, ainsi le quarré du diametre cogneu soit à vn autre, viendra l'aire dudit cercle: tellement que le diametre d'vn cercle estant 10, son quarré sera 100; & faisant que comme 14 est à 11, ainsi 100 soit à vn autre nombre, viendront 78 $\frac{4}{7}$; & autant sera presque l'aire du cercle duquel le diametre est 10.

4. *Par la circonference d'vn cercle; cognoistre l'aire d'iceluy.*

Soit faict que comme 88 est à 7, ainsi le quarré de la circonference donnée soit à vn autre, & viendra vn nombre qui sera presque l'aire dudit cercle: tellement que la circonference d'vn cercle estant 44, soit faict que comme 88 est à 7, ainsi 1936 quarré de la circonference 44, soit à vn autre, viendra 154 pour l'aire du cercle, duquel la circonference est 44.

Or encore que ces choſes approchent fort de la verité, ſi eſt-ce neantmoins qu'és grands cercles, l'erreur ſeroit ſenſible : c'eſt pourquoy és petits cercles ie voudrois bien m'ayder de la raiſon d'Archimedes cy-deſſus; mais és grands cercles de celle trouuée par Ludolphe de Collogne, laquelle eſt plus preciſe : Car il a trouué que ſi le diametre du cercle eſt 100000000000000000000, la circonference ſera moins que 314159265358979323847, mais plus que 314159265358979323846.

5. Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle ; cognoiſtre tant le diametre d'iceluy que la circonference.

Faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi l'aire donné ſoit à vn autre ; iceluy ſera preſque le quarré du diametre ducercle propoſé : tellement que l'aire d'vn cercle eſtant 154, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi 154 ſoit à vn autre 196, dont la racine quarrée 14 approche fort du diametre dudit cercle, dont l'aire eſt 154. Mais faiſant que comme 7 eſt à 88, ainſi l'aire donné 154 ſoit à vn autre nombre 1936, iceluy ſera le quarré de la circonference dudit cercle, qui partant ſera 44.

6. Eſtans cogneus les diametres de deux cercles, ou les circonferences ; ou bien les deux coſtez homologues de deux figures ſemblables & ſemblablement poſées ; cognoiſtre quelle raiſon les cercles, ou les figures, ont entr'elles.

D'autant que les cercles, & les figures ſemblables, ſont en raiſon doublée des diametres, ou des circonferences, & des coſtez homologues ; ſi le plus grand diametre, ou circonference eſt diuiſée par la moindre, & le plus grand coſté homologue par le moindre, ſera produict le denominateur de la raiſon que le plus grand diametre, ou circonference a à la moindre, ou le plus grand coſté homologue au moindre. Si donc ce denominateur eſt multiplié en ſoy, ſera produict le denominateur de la raiſon doublée, que le grand cercle ou figure a au moindre. Comme ſi le diametre d'vn cercle eſtoit 56, & la circonference 176 ; mais le diametre d'vn autre cercle 14, & la circonference 44 : diuiſant 56 par 14, ou 176 par 44, le quotient ſera 4, qui multiplié en ſoy produict 16, denominateur de la raiſon du plus grand cercle au moindre. La meſme raiſon aura vne figure à vne moindre ſemblable & ſemblablement poſée, ſi les coſtez homologues ſont 56 & 14, ou 176 & 44.

7. Eſtans cogneus les diametres, ou les circonferences de pluſieurs cercles : Item les coſtez homologues de pluſieurs figures ſemblables & ſemblablement poſées ; cognoiſtre le diametre, ou la circonference d'vn cercle qui ſoit égal à tous les propoſez : Item cognoiſtre le coſté de la figure ſemblable, & égale à toutes les propoſées.

Les diametres, ou les circonferences, ou bien les coſtez homologues ſoient chaſcun multipliez en ſoy, & les nombres produicts recueillis en vne ſomme ; & la racine quarrée d'icelle ſera le diametre, ou la circonference, ou bien le coſté homologue cherché. Comme pour exemple, ſi quatre diametres, ou circonferences de cercles, ou coſtez homologues de figures ſemblables, ſont 84, 12, 4, & 3 ; chaſcun d'iceux eſtant multiplié par ſoy-meſme, viendront 7056, 144, 16, & 9, deſquels l'aggregé ſera 7225, & la racine quarrée 85, ſera le diametre, ou circonference du cercle, ou bien le coſté homologue cherché : tellement que le cercle duquel le diametre, ou la cir-

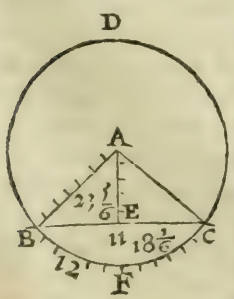
conference eſt 85, ou bien la figure faicte ſur 85 & ſemblable aux données, ſera égal aux quatre cercles, ou figures propoſées. Car puiſque 7225 quarré de la racine 85, eſt égal aux quatre quarrez 7056, 144, 16, & 9 des racines 84, 12, 4, & 3, & que par la 2. p. 12. les cercles ſont entr'eux comme les quarez de leurs diametres; & partant auſſi comme les quarrez de leurs circonferences, icelles eſtans proportionnelles aux diametres: Item que les figures ſemblables ſont entr'elles comme les quarrez des coſtez homologues, pource que par la 20. p. 6. tant les quarrez que les figures ont la raiſon doublée des coſtez: pareillement tant le cercle duquel le diametre, ou la circonference eſt 85, ſera égal aux quatre cercles, deſquels les diametres, ou les circonferences ſont 84. 12, 4, & 3, que la figure conſtruite ſur le coſté 85, & ſemblable aux quatre, deſquelles les coſtez ſont 84, 12, 4, & 3, ſera égale à icelles.

COROLLAIRE I.

Toutes les parties du cercle ſeront auſſi facilement meſurées.

Comme le ſecteur ABFC, la ligne circulaire ou baſe duquel nous poſons eſtre de 12 pieds: il faut donc par l'inſtruction de ce chap. multiplier 12 par 3 & demy, ou 6 par 7, & ce qui en prouiendra (ſçauoir 42) ſera le contenu du ſecteur propoſé: iceux 42 leuez de 154, reſtent 112, pour le contenu de l'autre plus grand ſecteur BDCA.

Or puiſque pour obtenir le contenu d'vn ſecteur de cercle, il eſt beſoin de cognoiſtre tant le ſemy-diametre du cercle, que la circonference ou baſe du ſecteur, nous dirons qu'ayant meſuré actuellement ledit ſemy-diametre, il faudra de l'vn ou l'autre des trois poincts A, B, C, obſeruer l'angle du centre BAC: Car par le moyen d'iceluy on trouuera plus exactement l'arc ou baſe BC, que non pas de la meſurer actuellement, à cauſe de la courbure d'icelle: Et pour ce faire vous trouuerez premierement toute la circonference du cercle par le moyen dudit ſemy-diametre cogneu; puis vous ferez vne regle de trois, au premier terme de laquelle vous poſerez 360 degrez, au ſecond ce que vous aurez trouué pour l'entiere circonference du cercle, & au troiſieſme l'angle obſerué *BAC*; & ladite regle faicte, vous aurez ledit arc ou baſe BC.



Que ſi on veut meſurer l'vne & l'autre ſection, ſçauoir BECD & BECF, il faut regarder de combien eſt la ligne droicte BC: & poſé icelle eſtre 11, & la perpendiculaire AE de 4 & 1 tiers, puis multiplie la ligne droicte BC par la moitié de la perpendiculaire, *ſuyuant l'inſtruction des chap. 3 & quatrieſme de ce liure*, ou bien meſure le triangle BCA, *comme il a eſté monſtré au chap. 5.* Ainſi nous trouuerons que 11 fois 2 & 1 ſixieſme, font

23 & 5 sixiesmes pour le contenu du triangle, lequel soustraict du secteur ABFC (c'est à dire de 42) resteront 18 & 1 sixiesme pour la section BCF: iceux 18 & 1 sixiesme leuez derechef de tout le cercle (sçauoir de 154) resteront 135 & 5 sixiesmes pour l'autre section BDC.

Puisque pour auoir l'aire d'vn segment de cercle, il est necessaire de cognoistre tant la ligne droicte que courbe qui le comprennent, & aussi le semy-diametre du cercle, nous enseignerons icy à les cognoistre. Premierement soit mesurée la ligne droicte BC, puis au milieu d'icelle, sçauoir est en E, soit posé le compas de proportion ouuert à angle droict, en sorte que l'vne des iambes s'accorde sur ladite BC, & selon le rayon visuel passant par les pinulles de l'autre iambe, soit aussi mesurée la distance EF: Ce faict soit multipliée BE par soy-mesme, puis diuisez le produict par EF, & ce qui en viendra estant adiousté à ladite EF, on aura tout le diametre du cercle; & par consequent sera cogneu tant le semy-diametre BA que la perpendiculaire AE; tellement qu'il sera aisé de trouuer puis apres l'angle du centre BAC, & par consequent cognoistre la circonference BC, ainsi qu'il a esté enseigné cy-deuant. Et est à notter que nostre Autheur ayant posé le semy-diametre AB de 7, & la circonference *B*FC 12; l'angle BAC sera trouué de 98 degrez $\frac{5}{11}$; la ligne droicte BC peu plus de 10 $\frac{29}{50}$, & la perpendiculaire AE presque 4 $\frac{117}{100}$: & suiuant ce, le contenu du triangle ABC sera peu plus de 24 $\frac{1}{4}$, qui soustraict de 42, contenu du secteur ABFC, resteront 17 $\frac{3}{4}$ pour le segment *B*CF, lequel estant soustraict de 154, contenu de tout le cercle, resteront 136 $\frac{1}{4}$ pour l'autre segment BDC

Mais s'il aduenoit qu'on ne peust mesurer actuellement EF prise au milieu de BC, on pourroit la prendre ailleurs qu'audit milieu, & alors on auroit la base & la perpendiculaire d'vn triangle cogneus, auec les segmens faicts par icelle, & partant il seroit aisé de trouuer les deux autres costez du triangle par ce que nous auons enseigné cy-deuant, & puis apres le diametre du cercle circonscriuant ledit triangle.

Que si on ne pouuoit encore mesurer aucune perpendiculaire, il faudroit obseruer les angles qui se feroient sur BC, conceuant quelconque triangle audit segment BFC: Car alors on auroit deux angles d'vn triangle rectiligne cogneus & vn costé, & partant les deux autres costez seront trouuez comme dit est, & puis apres le diametre du cercle circonscriuant ledit triangle. Ou bien d'autant que les deux angles qui seront obseruez & trouuez és poincts B & C, sont ensemble moitié de l'angle du centre BAC; les angles du triangle isoscelle BAC seront cogneus auec la base *b*C, parquoy les costez ou semy diametre AB sera trouué comme dit est par la doctrine des triangles rectilignes: Ces choses expliquées, nous ioindrons encore icy les six prop. suiuantes.

1. *Estant cogneu le contenu d'vn cercle; cognoistre les lignes d'vn secteur d'iceluy, qui soit au cercle selon vne raison donnée.*

Il faut trouuer tant le diametre que la circonference du cercle, ainsi qu'il

eſt enſeigné cy-deuant en la 5. p. puis faire que comme le plus grand terme de la raiſon donnée eſt au moindre, ainſi la circonference trouuée ſoit à vne autre, qui ſera l'arc ou baſe du ſecteur requis. Ainſi le contenu d'vn cercle, duquel il faut prendre vn ſecteur qui ſoit à iceluy cercle comme 2 à 5, eſtant 154; ie trouue que le diametre du cercle ſera 14, & ſa circonference 44, puis faiſant que comme 5 eſt à 2, ainſi 44 ſoit à vn autre nombre, viendront $17\frac{3}{5}$, qui ſera la baſe du ſecteur requis, & le ſemy-diametre 7; tellement que le contenu dudit ſecteur ſera $61\frac{1}{5}$.

2. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, & auſſi le contenu d'vn ſecteur d'iceluy cercle; cognoiſtre la baſe dudit ſecteur.*

Il faut trouuer le diametre du cercle, & puis apres diuiſer le contenu du ſecteur par le quart dudit diametre trouué, & viendra la baſe cherchée. Ainſi l'aire d'vn cercle eſtant 154, & le contenu d'vn ſecteur du meſme cercle 30: pour trouuer la baſe d'iceluy ſecteur, ie trouue premierement que le diametre du cercle eſt 14, dont le quart eſt $3\frac{1}{2}$, par lequel ie diuiſe le contenu du ſecteur 30, & viennent $8\frac{4}{7}$ pour l'arc ou baſe du ſecteur propoſé.

3. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, & la raiſon du diametre à la ſubtendente d'vn ſegment d'iceluy cercle; cognoiſtre l'aire d'iceluy ſegment.*

Soit trouué le diametre du cercle, puis la corde ou ligne droicte du ſegment ſelon la raiſon donnée; en apres ſoit trouué l'arc par le moyen des ſinus, & puis apres le contenu tant du ſecteur que du ſegment, le tout comme il appert en l'exemple ſuiuant. Soit vn cercle dont l'aire eſt $78\frac{4}{7}$, & la raiſon du diametre à la ligne droicte ou baſe d'vn ſegment d'iceluy comme 5 à 4; & il faut trouuer tant l'arc que la corde qui comprennent ledit ſegment, afin d'auoir ſon contenu. Premierement donc le diametre ſera trouué de 10; & puiſque comme 5 eſt à 4, ainſi le diametre du cercle eſt à la baſe du ſegment propoſé, icelle ſera 8 maintenant ſoit faict que comme 5 eſt à 4, ainſi le ſinus total 100000 ſoit à vn autre, & viendront 80000, qui eſt le ſinus de 53 deg. 7 m. 49 ſec. & partant l'arc du ſegment propoſé ſera de 106 d. 15 m. 38 ſec. lequel arc eſtant reduit en meſmes parties que celles du diametre ſera trouué valoir d'icelles parties enuiron $9\frac{5}{18}$, & ſa moitié $4\frac{23}{36}$, qui multipliez par le ſemy-diametre 5, donnent $23\frac{7}{36}$, pour l'aire & ſurface du ſecteur, qui a pour ſegment celuy propoſé: & puiſque la corde dudit ſegment eſt 8, & le ſemy-diametre du cercle 5, le contenu du triangle iſoſcelle compris de ladite corde, & de deux ſemy-diametres du cercle ſera 12, qui oſtez du ſecteur trouué $23\frac{7}{36}$, reſteront $11\frac{7}{36}$ pour le contenu du ſegment propoſé à trouuer.

4. *Eſtant cogneu l'aire d'vn cercle, le contenu d'vn ſegment d'iceluy, & la difference du diametre du cercle à la baſe dudit ſegment; cognoiſtre tant l'arc que la baſe ou corde du ſegment.*

Soit trouué le diametre du cercle, duquel ſoit oſtée la difference donnée, & reſtera la corde du ſegment propoſé, & partant on trouuera l'arc d'iceluy par le moyen des ſinus, comme il eſt dit cy-deſſus. Ainſi le contenu d'vn cerle eſtant $78\frac{4}{7}$, vn ſegment d'iceluy $11\frac{7}{36}$, & la difference du diametre du cercle à la baſe ou ligne droicte dudit ſegment 2: Le diametre du cercle ſera trouué eſtre de 10, duquel eſtant oſtée la difference 2, reſtera 8 pour la baſe.

du segment proposé ; & procedant ainsi que deuant, l'arc sera trouué d'enuiron $9\frac{5}{18}$.

5. Estant cogneu le diametre d'vn cercle, & la difference d'vn segment d'iceluy cercle à son secteur, trouuer le contenu dudit segment.

Ayant osté du quarré du semy diametre du cercle le double de la difference du segment au secteur, & adiousté le reste au quadruple de ladite difference, soit prise la racine quarrée de ce qui en viendra, à la moitié de laquelle soit adiousté la moitié de la racine quarrée dudit reste premierement trouué, & viendra la moitié de la base du segment proposé, & partant il sera aisé de trouuer l'arc d'iceluy segment, comme il a esté enseigné cy-deuant. Soit vn cercle duquel le diametre est 10, & que la difference d'vn secteur d'iceluy à son segment soit 12 : & il faut trouuer tant l'arc que la corde dudit segment, afin de cognoistre le contenu d'iceluy. Le quarré du semy-diametre est 25, qui osté de 24 double de la difference donnée, reste 1, qui adiousté à 48, quadruple de ladite difference, viennent 49, dont la racine quarrée est 7, à la moitié de laquelle i'adiouste $\frac{1}{2}$, moitié de la racine quarreé du reste trouué, & viennent 4 pour la moitié de la corde requise ; & partant icelle est 8: Maintenant soit faict que comme 5, moitié du diametre donné est au sinus total 100000, ainsi 4 moitié de ladite corde soit à vn autre, viendront 80000, qui est le sinus de 53 d. 7 m. 49 sec. dont le double 106 d. 15 m. 38 sec. est l'arc du segmẽt requis, qui reduit en mesmes parties du diametre donné, vaudra enuiron $9\frac{5}{18}$; & partant la moitié d'iceluy $4\frac{23}{36}$ estant multipliée par le semy-diametre 5, viendront $23\frac{7}{36}$ pour l'aire du secteur, duquel estant ostée la difference donnée 12, resteront $11\frac{7}{36}$ pour le contenu du segment requis.

6. Estant cogneu le diametre d'vn cercle, & la distance du centre d'iceluy à la base d'vn segment dudit cercle ; trouuer le contenu d'iceluy segment.

Ayant adiousté au semy-diametre du cercle la distance donnée, & multiplié la somme par le reste du diametre, la racine quarré du produict donnera la moitié de la base du segment, qui multipliée par ladite distance donnée, viendra le contenu du triangle, dont le segment proposé differe à son secteur ; & partant iceluy secteur sera trouué comme dit est cy-dessus, & puis apres le segment requis. Ainsi le diametre d'vn cercle estant 10, & la distance du centre dudit cercle iusques à la base d'vn segment d'iceluy 3 : pour trouuer le contenu dudit segment, i'adiouste icelle distance 3 au demy-diametre 5, & viennent 8, que ie multiplie par 2, reste du diametre, & viennent 16, dont la racine quarrée 4, est moitié de la ligne droicte du segment, qui multipliée par la distance 3, donne 12 pour le contenu du triangle, par lequel le segment proposé differe de son secteur : maintenant donc procedant comme nous auons enseigné cy-deuant l'aire dudit secteur, sera trouué d'enuiron $23\frac{7}{36}$, duquel estant osté ladite difference 12, restent $11\frac{7}{36}$ pour le contenu du segment proposé à trouuer.

7. Estant cogneu le diametre d'vn cercle ; cognoistre le costé du quarré égal à iceluy cercle.

Ce probleme est vn de ceux dont la solution Geometrique n'est encore cogneuë, combien que plusieurs graues Autheurs, tant anciens que moder-

nes ayent taſché d'en acquerir la gloire, voire meſmes ces iours paſſez, P. Lanſbergius penſant l'auoir acquiſe, le treſ-docte & ingenieux Andreſſon auroit auſſi toſt deſcouuert & monſtré le parallogiſme d'iceluy Lanſbergius. Nous dirons donc icy, (ſuyuant la tradition d'Archimede) qu'ayant multiplié le diametre cogneu par les $\frac{11}{14}$ d'iceluy, la racine quarrée du produict donnera le coſté d'vn quarré fort peu different de celuy égal au cercle. Ainſi pour trouuer le coſté d'vn quarré égal à vn cercle dont le diametre eſt 6 : ie prends les $\frac{11}{14}$ d'iceluy diametre, qui ſont $4\frac{5}{7}$, par leſquels ie multiplie le diametre 6, & viennent $28\frac{2}{7}$, pour l'aire ou ſurface dudit cercle, dont la racine quarrée $\sqrt{28\frac{2}{7}}$ eſt le coſté du quarré prochainement égal au cercle propoſé.

8. *Eſtant cogneu le coſté d'vn quarré ; cognoiſtre le diametre du cercle égal à iceluy.*

8. Soit faict que comme 11 eſt à 14, ainſi l'aire du quarré donné ſoit à vn autre, & viendra le quarré du diametre requis ; & partant la racine quarrée d'iceluy donnera le diametre du cercle prochainement égal au quarré propoſé. Ainſi le coſté d'vn quarré eſtant 10, l'aire d'iceluy ſera 100, & faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi 100 ſoit à vn autre nombre, iceluy ſera $127\frac{3}{11}$, dont la racine quarrée eſt $\sqrt{127\frac{3}{11}}$, & autant eſt le diametre du cercle égal au quarré propoſé.

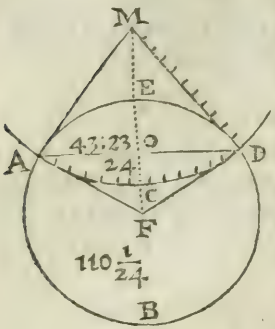
Or puiſque toutes figures rectilignes ſe peuuent reduire en quarré, & au contraire qu'à tout quarré on peut donner vne figure rectiligne égale & ſemblable à vne propoſée ; il s'enſuit qu'on peut trouuer le diametre du cercle égal à quelconque figure rectiligne cogneuë ; & au contraire bailler les coſtez de quelconque figure rectiligne égale à vn cercle donné, non toutesfois exactement, mais ſi pres de la verité que l'erreur en ſera inſenſible, ſoit qu'on ſuiue les regles & preceptes cy-deſſus enſeignez au regard des nombres, ou bien les conſtructions Geometriques que le treſ-docte Viette a baillez ſur ce ſubiect de la quadrature du cercle, leſquelles auec autres voyes trouuées par quelques anciens, nous delaiſſons comme eſloignées de noſtre but & intention.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuiura auſſi que la ſection d'vn cercle faicte par vn autre cercle pourra eſtre meſurée.

Comme ſoit la ſection à meſurer ABDC d'vn cercle qui a 14 pieds de diametre, couppée par vn autre cercle ADC, duquel le diametre eſt 21, & la circonference 66, il faut meſurer le ſecteur MAD *par le Corollaire precedent* : Poſons donc la ligne circulaire ou baſe du ſecteur ACD eſtre de 12 pieds & demy : maintenant il conuient multiplier 12 & demy par la moitié du demy-diametre CM (c'eſt à dire par 5 & 1 quart) & en prouiendra 65 & 5 huictieſmes pour le contenu du ſecteur MACD : deſquels il faut leuer le triangle recti-

ligne ADM, duquel chascun des deux costez MA, MD, faict 10 & demy: & la ligne droicte AD enuiron 12, la perpendiculaire MO 8, & 2 tiers, laquelle multipliée par DO (c'est à sçauoir par 6) produira 52 pour le contenu du triangle: iceux 52 soustraits du secteur MACD, qui contient 65 & 5 huictiesmes, restera le nombre 13 & 5 huictiesmes pour la section AODC.

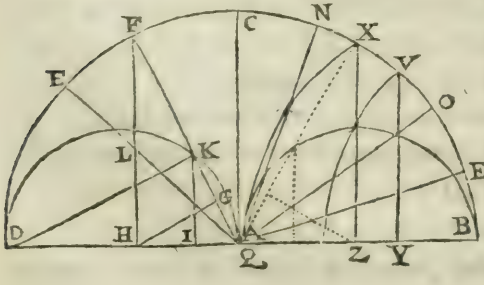


Ce faict faut mesurer le secteur FAED: posons donc l'arc AED de 14: Et pource que 14 sont la tierce partie de toute la circonference 44, il s'ensuyura que le secteur FAED sera aussi la tierce partie du contenu du cercle AEDB, & contiendra 51 & 1 tiers: mais il faut maintenant oster le triangle rectiligne ADF pour obtenir le contenu d'vne chascune section. Il a esté dit que FD est de 7, comme aussi FA de 7, & AD 12. Si donc on multiplie OF par OD (c'est à dire 3 & demy par 6) il en prouiendra 21 pour le contenu du triangle ADF, lesquels 21 ostez du secteur 51 & 1 tiers, restera 30 & 1 tiers que contiendra la section AODE. Et par ainsi il est manifeste que l'autre section AODB contiendra 123 & 2 tiers, desquels si finalement nous leuons la section AODC, qui contient 13 & 5 huictiesmes, restera le nombre 110 & 1 vingt-quatriesme, qui sera le contenu de la section courbeligne ACDB. Que si on adiouste les mesmes 13 & 5 huictiesmes à l'autre AODE (qui contient 30 & 1 tiers) on aura 43 & 23 vingt-quatriesme pour le contenu de l'autre figure courbeligne AEDCA.

COROLLAIRE III.

Les choses ainsi demonstrées, la superficie du cercle pourra estre diuisée en sections, qui auront telle proportion qu'on voudra.

Soit pour exemple de demy-cercle BCD à diuiser en deux demy-sections lesquelles ayent telle proportion l'vne à l'autre que la circonference BE à la circonference ED. Il est notoire *par les precedentes* que le secteur EBA a la mesme proportion au secteur EDA. Soit donc faict le demy-cercle



cle DKA, apres adiouſte au ſecteur DEA vn autre ſecteur EFA, en ſorte que la baſe d'iceluy EF ſoit égale à la ligne droicte IK (i'entens ſelon la vulgaire tradition d'Archimedes) laquelle IK ſoit auſſi parallele à CA, & couppe le coſté FA au meſme poinct K. Ce faict tire la ligne FH parallele à CA, & tu auras la demy-ſection DFH égale au ſecteur DEA. La raiſon eſt que le ſecteur EFA, eſt égal au triangle rectiligne DKA *par la conſtruction*, & par conſequent au triangle FHA, *comme on peut colliger par la 36 du 6*: tellement que le triangle commun FLA eſtant oſté, l'eſpace EFL ſera égal au triangle LHA. Que ſi on veut acheuer tout le cercle, on aura les ſections toutes entieres, qui auront l'vne à l'autre la meſme proportion.

COROLLAIRE IV.

Le cercle pourra auſſi eſtre diuiſé en telle proportion qu'on voudra, par vn autre cercle.

Comme ſi ie veux diuiſer le demy-cercle de la figure precedente en telle proportiõ que DO à BO. Ie diuiſe en deux égallement OB, & rends par ce moyen la demy-ſection BVY égale au ſecteur EBA *par la precedente*. Apres ie tire vne ſemblable & égale demy-ſection ſçauoir VYI, & par tel moyen ceſte figure VBIV eſt égale au ſecteur OBS: & par conſequent a la meſme proportion à l'autre partie du cercle VCLI.

Que ſi on veut coupper encor vne autre partie par le meſme cercle, laquelle ſoit égale au ſecteur ONA: Il conuiendra lors diuiſer en deux également la circonference NB (& ſoit pour exemple au poinct O) & rendre vne demy-ſection (comme XZB) égale au ſecteur OBA *par les precedentes*. Puis deſcrire vne autre ſemblable demy-ſection XQZ qui ſera par ce moyen égale au ſecteur ONA, par ainſi ſe pourront continuer telles diuiſions par le meſme cercle. Et de cecy ne s'en eſt encor trouué rien de plus precis.

COROLLAIRE V.

De là eſt manifeſte que le cercle peut eſtre ſouſtraict de quelconque figure rectiligne qui luy ſera circonſcripte, & de laquelle la capacité ſera cogneuë, & par ce moyen le contenu de ce qui reſtera ſera auſſi cogneu.

COROLLAIRE VI.

Les figures rectilignes inscriptes au cercle, pourront aussi estre soustraictes d'iceluy, si leur contenu est cogneu, & par ce moyen ce qui restera du cercle sera cogneu.

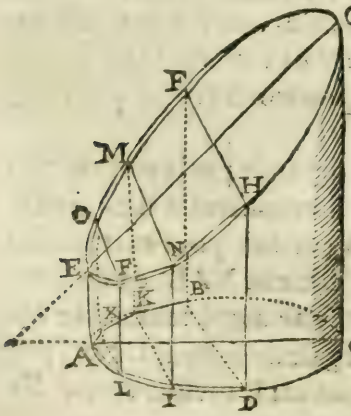
COROLLAIRE VII.

S'ensuit aussi que les places & superficies mixtes, c'est à dire compriſes de lignes droictes & circulaires (les portions de cercles conuexes ou concaues estans cogneuës) seront facillement mesurees.

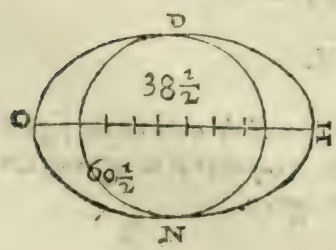
De la mesure de l'ouale.

CHAPITRE X.

La superficie de l'ouale peut estre mesurée, ayant la connoissance de la superficie du cercle descrit sur le plus petit diametre: car la superficie de ce cercle est au mesme ouale, comme le plus petit diametre est au plus grand.



CEla se prouue ainsi. Soit le cylindre duquel la base circulaire A B C D correspõde à l'ouale E F G H, lequel ouale soit coupé du cylindre par vne superficie plane, mais non en angles droicts n'y parallele à la base (*comme il est dit en la definition.*) Il est certain que F H estant le plus petit diametre correspondra aussi au diametre de la base B D, & le plus grand diametre E G, à l'autre diametre A C, s'entrecouppans en angles droict au centre d'vne chascune figure. Or dans le cercle de la base peut estre inscripte vne figure rectiligne reguliere, contenant plusieurs trapezes, comme B I, K L, & le triangle L A X: & le cylindre aussi peut estre couppé par superficies planes rectangles & paralleles l'vne à l'autre, esleuées de la base orthogonelle-



ment iuſques à l'ouale, comme BFHD, KMNI, XOPL, qui couperont les diametres EG & AC en angles droicts proportionnellement, *par la 17 du 11.*

Tous les trapezes donc auec le triangle, qui ſeront dedans le cercle ſçauoir BI, KL, & le triangle X A L, auront meſme raiſon aux trapezes & au triãgle FN, MP, OEP, comme AC à EG, *par le Corollaire de la premiere du 6.*

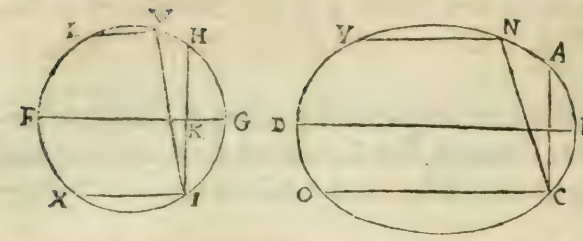
Il ne ſe peut donc inſcrire au cercle aucune figure rectiligne qui ait au contenu de l'ouale ſemblable raiſon, d'autant que la ſuperficie de l'ouale eſt plus grande que toutes les figures rectilignes qui luy ſont inſcriptes. Semblablement auſſi ne ſe pourra circonſcrire au cercle aucune figure rectiligne qui ait la meſme raiſon à l'ouale: d'autant que telles figures circõſcriptes aurõt la meſme raiſon aux circonſcriptes de l'ouale: & celles-cy ſont plus grandes & ſpatieuſes que l'ouale. Il s'enſuit donc que le contenu du cercle a telle raiſon au contenu de l'ouale, comme le petit diametre AC (c'eſt à dire FH) à E G.

Si donc on propoſe vn ouale à meſurer, ayant pour ſon plus grand diametre 11 toiſes, & pour le plus petit 7: meſure le cercle duquel le diametre eſt 7, il contiendra 38 & demy: leſquels diuiſez par 7 donnent pour quotient le nombre 5 & demy: lequel multiplié par 11, faict 60 & demy, qu'eſt iuſtement l'aire de l'ouale: Car 60 & demy à 38 & demy a meſme raiſon que 11 à 7.

COROLLAIRE I.

Il eſt euident que ſi le grand diametre & celuy du cercle ſont couppez en meſme raiſon & en angles droicts par la baſe d'vn ſecteur, les ſections auront auſſi la meſme raiſon l'vne à l'autre.

Comme la ſection ABCD, laquelle eſt coupée par AC en angles droicts ſur le grand diametre DB, a meſme raiſon à la ſection du cercle HIG (couppée auſſi en angles droicts ſur FG, & en ſorte que DE eſt à FK, comme de DB à FG) que DB à FG *par les raiſons deuant dites.*



Encores ſi les diametres ſont coupez autrement, comme NC, VI, & que les lignes NY, OC paralleles au diametre DB, ayent la raiſon deuant dite aux lignes VL & IX paralleles au diametre FG: la ſection NCD aura auſſi la meſme raiſon à l'autre ſection VIG, que DB à FG, *par les prealeguées*. Et par tel moyen & conſideration ſe pourront meſurer toutes autres ſections d'ouale.

Poſons donc la ſection du cercle HIG contenir 7 & 7 douzieſmes (comme eſtant la circonference HGI la tierce partie du cercle qui a ſon diametre de 7) il eſt certain que la ſection de l'ouale ACB contiendra 11 & 11 douzieſmes, pour obſeruer la raiſon deuant dite.

COROLLAIRE II.

Il s'enſuit auſſi que l'ouale peut eſtre ſouſtraict de toute figure cogneuë qui luy ſera circonſcripte, & par conſequent le reſidu ſera facilement meſuré.

COROLLAIRE III.

Comme auſſi toute figure cogneuë peut eſtre ſouſtraicte de l'ouale, & le reſidu ſera meſuré.

Ce que noſtre autheur dit & demonſtre en ce chapitre, eſt colligé des 5 & 6 p. du liure des Conoïdes & Spheroïdes d'Archimedes, à l'ayde de laquelle 5 p. Henrion a auſſi demonſtré au ch. 8. du 3 liure de ſa Geometrie, que le cercle ayant pour diametre la moyenne proportionnelle entre le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe (ou figure ſemblable à icelle, vulgairement nommée oualle) eſt égal à ladite Elipſe: ſuiuant lequel theoreme trouuons derechef l'aire ou ſurface de l'oualle propoſée par noſtre autheur. Multiplions donc le plus grand diametre 11 par le moindre 7, & viendront 77, dont la racine quarrée ſera $\sqrt{77}$, pour le diametre du cercle égal à ladite oualle: & partant faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 77 ſoit à vn autre nombre; iceluy ſera $60\frac{1}{2}$ pour le contenu dudit cercle ou ſurface de l'oualle propoſée. Or nous ioindrons icy quelques problemes ſur ce ſubiect de l'Elipſe.

1. *Eſtant cogneu le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe; cognoiſtre le diametre du cercle égal à icelle Elipſe.*

L'operation de cecy eſt manifeſte, par ce que nous venons de dire cy deſſus:

tellement qu'il n'y a qu'à trouuer le moyen proportionnel entre les diametres donnez, & on aura le requis : Ainſi le moindre diametre de l'oualle propoſee eſtant 8, & le plus grand 18, le moyen proportionnel entre ces diametre 8 & 18 eſt 12 : autant eſt donc le diametre du cercle égal à l'Elipſe propoſee.

Au contraire, diuiſant le quarté du diametre du cercle donné par quelconque nombre, iceluy & le quotient ſeront le moindre, & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale audit cercle proposé.

2. *Eſtant cogneu le moindre ou le plus grand diametre d'vne Elipſe, & l'aire d'icelle; cognoiſtre l'autre d'iceux diametres.*

Puiſque quelconque Elipſe eſt égale au cercle, dont le diametre eſt moyen proportionnel entre le moindre & le plus grand diametre d'icelle : il eſt manifeſte qu'ayant trouué par le 5 prob. du ch. precedent le quarré du diametre du cercle, dont l'aire ſoit égal à l'Elipſe propoſee, ſi on diuiſe ledit quarré par le diametre de l'Elipſe cogneu, viendra l'autre diametre d'icelle. Ainſi le moindre diametre d'vne Elipſe, qui contient 154 en ſuperficie, eſtant 8; ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi 154 ſoit à vn autre nombre, & viendront 196 pour le quarré du diametre du cercle égal à ladite Elipſe proposée, lequel quarré 196 ie diuiſe par 8 diametre donné, & viennent au quotient 24 $\frac{1}{2}$ pour le plus grand diametre de ladite Elipſe.

3. *Eſtant cogneu le moindre, ou le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à vne autre, de laquelle le plus petit & le plus grand diametre ſoient auſſi cogneus; cognoiſtre l'autre deſdits diametres.*

D'autant que les Elipſes égales ont les moindres & les plus grands de leurs diametres proportionnellement reciproques; ayant multiplié les deux diametres cogneus entr'eux, & diuiſé le produict par l'autre diametre cogneu, viendra le diametre requis. Ainſi le plus grand diametre d'vne Elipſe eſtant 16, & que le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à icelle, ſoiẽt 8 & 12; ie multiplie ces deux diametres cy entr'eux, & viennent 96, que ie diuiſe par l'autre diametre 16, & viennent 6 pour le moindre diametre de l'Elipſe propoſee.

4. *Eſtans cogneus les moindres & les plus grands diametres de deux Elipſes diſſemblables; cognoiſtre le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe ſemblable à l'vne des proposées, & égale à l'autre.*

Soient trouuez les moyens proportionnaux entre leſdits deux diametres de chacune deſdites Elipſes propoſees, qui ſeront diametres de cercles égaux à icelles Elipſes; puis ayant trouué vn troiſieſme proportionnel à ces deux diametres trouuez, ſoit fait que comme le premier d'iceux diametres eſt à ce troiſieſme proportionnel, ainſi lequel on voudra des deux diametres de l'Elipſe, à la quelle on en veut faire vne ſemblable, ſoit à vn autre nombre; & finalement entre ces deux derniers ſoit trouué vn moyen proportionnel, qui ſera le diametre de l'Elipſe requiſe homologue à celuy pris : Ce que nous rendrons manifeſte par l'exemple ſuiuant. Soient A 8, & B 18 les moindre & plus grand diametre d'vne Elipſe, mais C 9 & D 36 ceux d'vne autre; & il faut trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe qui ſoit

A.	E.	B.	C.	F.	D.
8.	12.	18.	9.	18.	36.
	G.	H.	K.		
	27.	18.	40 $\frac{1}{2}$		
		L.	M.		
		12.	27.		

semblable à celle des diametres A, B, mais égale à celle de C, D. Premierement ie trouue E 12 moyenne proportionnelle entre les diametres A & B, mais F 18 entre C & D: puis ayant trouué à ces deux nombres E & F vn troiſieſme proportionnel G 27, ie fais que comme E eſt à G, ainſi chacun des deux diametres A & B ſoit à vn quatrieſme nombre proportionnel, & viendront H 18, & K 40 $\frac{1}{2}$; Finablement entre A & H, ie trouue le le moyen proportionnel L 12, mais entre B & K le moyen proportionnel M 27, leſquels moyens proportionnaux L & M ſont le moindre & le plus grand des diametres d'vne Elipſe ſemblable à celle dont A & B ſont le moindre & le plus grand diametre, mais égale à celle des diametres C & D. Car d'autant que comme E eſt à G, ainſi A eſt à H, & B à K, & qu'entre iceux, L & M ſont moyens proportionnaux: il y aura telle raiſon de A à L, que de B à M: & par conſequent comme le diametre A eſt au diametre B, ainſi le diametre L eſt au diametre M: Parquoy l'Elipſe d'iceux diametres L & M ſera ſemblable à celle des diametres A & B. D'auantage, puiſque les cercles dont E & F ſont diametres, ſont égaux aux Elipſes des diametres A, B, & C, D; comme E eſt à G, ainſi l'Elipſe de A, B ſera à l'Elipſe de C, D: Mais auſſi comme E eſt à G, ainſi ladite Elipſe de A, B eſt à l'Elipſe de L, M: icelle Elipſe de L, M eſt donc égale à l'Elipſe de C, D, ainſi qu'il eſtoit requis.

On obtiendra encore le meſme, ſi ayant trouué l'aire de l'vne & l'autre Elipſe propoſee, ainſi qu'il eſt dit cy deuant, ſçauoir eſt de A, B 113 $\frac{1}{7}$, & de C, D 254 $\frac{4}{7}$, on fait que comme celle là 113 $\frac{1}{7}$ eſt à 64 quarré du diametre A, & à 324 quarré du diametre B, ainſi celle-cy 254 $\frac{4}{7}$ ſoit à d'autres, viendront 144, & 729, qui ſeront les quarrez des diametres L & M, qui partant ſeront 12 & 27 comme deuant; & ce d'autant que les Elipſes ſemblables ſont entr'elles comme les quarrez de leurs diametres homologues. Derechef, puiſque le cercle du diametre F eſt égal, tant à l'Elipſe des diametres C & D, qu'à celle requiſe L, M, qui doit eſtre ſemblable à celle de A & B: & par conſequent L, F, M proportionnaux à A, E, B: il eſt manifeſte que leſdits diametres L & M ſeront encore trouuez bien plus promptement que deſſus, faiſant que comme E eſt à chacun des diametres A & B, ainſi F ſoit à chacun des diametres L & M.

Or ſi au lieu de l'vne des Elipſes propoſees, vn cercle eſtoit donné; tellement qu'il les faluſt trouuer diametres ſuſdits d'vne Elipſe ſemblable à la propoſee, mais égale audit cercle donné, l'operation n'en ſeroit diſſemblable, mais encore plus prompte & aiſee qu'auec les deux Elipſes.

5. Eſtans cogneus les moindres & les plus grands diametres de tant d'Elipſes qu'on voudra; cognoiſtre le plus grand & le petit diametre d'vne autre Elipſe égale aux propoſées, mais ſemblable à l'vne d'icelles.

L'operation de cecy eſt manifeſte, puiſque par les choſes cy-deuant dites on peut trouuer les diametres des cercles égaux auſdites Elipſes donnees,

& puis apres le diametre d'vn autre cercle égal à tous ceux-là: & finalement le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à ce cercle cy, & ſemblable à vne autre. Exemple, Soient trois Elipſes, deſquelles les plus petits diametres ſont A 2, C 4, & E 9, mais les plus grands ſont B 8, D 9, & F 16: Et il faut trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à toutes ces trois, mais ſemblable à la premiere. Premierement, ie trouue par le 1. probl. cy-deſſus les diametres des cercles égaux à icelles Elipſes, leſquels diametres ſont G 4, H 6, & I 12; puis par la 7 prop. du chap. precedent ie trouue que le diametre du cercle égal à tous ces trois là eſt K 14: finalement par le prec. prob. ie trouue L 7 pour le moindre diametre de l'Elipſe requiſe, & M 28 pour le plus grand.

A.	G.	B.	C.	H.	D.	E.	I.	F.
2.	4.	8.	4.	6.	9.	9.	12.	16.
		L.	K.		M.			
		7.	14.		28.			

Et puiſque à quelconque figure rectiligne propoſée on peut trouuer vn quarré egal. & puis à ce quarré vn cercle, ainſi que nous auõs enſeigné au ch. precedent, & finalement à vn cercle vne Elipſe: il eſt manifeſte & apparent qu'eſtans propoſees tant qu'on voudra de figures rectilignes, circulaires, & eliptiques, on peut donner vne autre figure égale à toutes les donnees, & ſemblable à telle qu'on voudra d'icelles.

6. Eſtans cogneus les moindres & les plus grands diametres de deux Elipſes inégales; cognoiſtre le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale à la difference des propoſées, mais ſemblable à l'vne d'icelles.

Il eſt éuident qu'ayant trouué les diametres des cercles égaux aux deux Elipſes propoſees, & ſouſtrait le quarré du moindre deſdits deux diametres du quarré de l'autre, reſtera le quarré du diametre d'vn cercle égal à la difference deſdits deux cercles, ou Elipſes propoſees; & partant il ſera aiſé de trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe égale à icelle difference, & ſemblable à laquelle on voudra deſdites deux Elipſes propoſees. Ainſi eſtant propoſees deux Elipſes inégales, deſquelles les moindres diametres ſoient A 2, & C 4, mais les plus grands B 8, & D 9: Et il faut ſouſtraire la moindre deſdites Elipſes de la plus grande, & trouuer le moindre & le plus grand diametre d'vne autre Elipſe égale au reſte, ou difference d'icelle, mais ſemblable à la premiere. Premierement ie trouue les diametres des cercles égaux à icelles Elipſes propoſees, qui ſont E 4, & F 6, deſquels les quarrez ſont 16 & 36: & celuy-là ſouſtrait de ceſtuy-cy, reſtent 20 pour le quarré de G diametre du cercle égal à la difference deſdits deux cercles, ou Elipſes propoſees: & faiſant que comme E eſt à chacun des diametres A & B, ainſi G $\sqrt{20}$ ſoit à autres H $\sqrt{5}$, & K $\sqrt{80}$, qui ſeront le moindre & le plus grand diametre de l'Elipſe requiſe.

A.	E.	B.	C.	F.	D.
2.	4.	8.	4.	6.	9.
	H.		G.		K.				
	$\sqrt{5}$.		$\sqrt{20}$.		$\sqrt{80}$.				

Or ce que nous auons dit au prob. precedent, touchant l'addition des diuerſes figures, a auſſi lieu en la ſouſtraction, c'eſt à dire qu'on peut ſouſtraire

vne figure rectiligne ou circulaire d'vne Eliptique; & au contraire, & en bailler vne égale au reſte & differẽce des propoſees, mais ſemblable à celle qu'on voudra.

7. *Eſtans cogneus le moindre & le plus grand diametre de tant d'Elipſes qu'on voudra; cognoiſtre la proportion qu'elles ont entr'elles.*

Si les Elipſes propoſees eſtoient ſemblables, elles ſeroient entr'elles comme les quarrez de leurs diametres homologues; mais quelles qu'elles ſoient, elles ſont en la proportion des rectangles compris ſoubs le plus grand & le moindre de leurſdits diametres. Parquoy les moindres diametres de trois Elipſes eſtans A 2, C 4, & E 9, mais les plus grands B 8, D 9, & F 16, pour trouuer la proportion que leſdites Elipſes ont entr'elles, ie multiplie le plus grand diametre de chacunes d'icelles par le moindre, & viennent 16, 36, & 144, & telle eſt la proportion deſdites Elipſes, ou bien comme 4, 9, & 36.

A.	B.	C.	D.	E.	F.
2.	8.	4.	9.	9.	16.

8. *Eſtans cogneus le moindre & le plus grand diametre d'vne Elipſe; cognoiſtre ceux d'vne autre Elipſe ſemblable, qui ſoit à la propoſée, ſelon vne raiſon donnée.*

Il eſt manifeſte que procedant tout ainſi qu'és figures rectilignes, on aura l'Elipſe requiſe, c'eſt à dire qu'ayant trouué vn quatrieſme nombre proportionnel aux deux termes de la raiſon donnée, & à l'vn ou l'autre diametres cogneus, ſi on trouue le moyen prop. entre iceluy quatrieſme trouué, & ledit diametre pris, ledit moyen prop. ſera le diametre homologue à celui pris. Ainſi le moindre diametre d'vne Elipſe eſtant A 2, & le plus grand B 8; & qu'il faille trouuer les diametres homologues d'vne autre Elipſe ſemblable à icelle propoſee, & à laquelle ladite donnée ſoit comme C 4, à D 5. Faiſant que comme C eſt à D, ainſi le diametre A ſoit à vn autre, viendra E $2\frac{1}{2}$, qui multiplié par A, viennent 5, dont la racine quarrée F $\sqrt{5}$ eſt pour le moindre diametre de l'Elipſe requiſe: mais faiſant que comme A eſt à B, ainſi F ſoit à vn autre, viendront $\sqrt{80}$ pour le plus grand diametre de ladite Elipſe cherchée.

A.	B.	C.	D.
2.	8.	4.	5.

E.	F.	G.
$2\frac{1}{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{80}$.

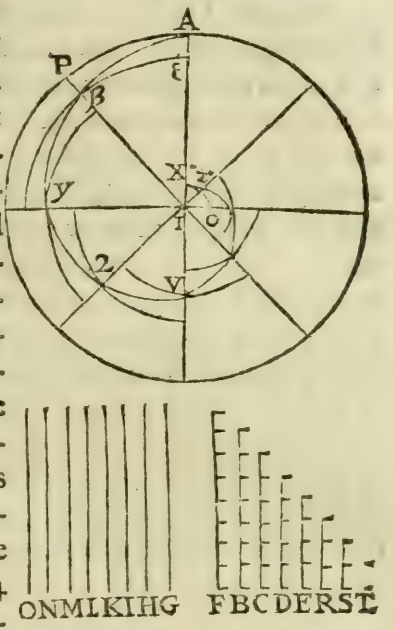
De la meſure de la ſuperficie encloſe dans vne ligne ſpirale.

CHAP. XI.

La ſuperficie encloſe dans vne ſpirale en ſa premiere reuolution, eſt égalle à la tierce partie du cercle, duquel le diametre eſt égal à la ligne de la premiere reuolution d'icelle ſpirale.

Comme

COmme soit la spiralle IVQYA, & ligne de premiere reuolution IA, laquelle contienne pour exemple 7. Il a esté mõstré au chap. 9. que le cercle qui aura 7 pour demy-diametre contiendra 154, desquels le tiers 51 & 1 tiers est égal à la superficie enclose de la spiralle & de la ligne de premiere reuolution IA. Ce qui se prouue ainsi. Soient autant de lignes droictes qu'on voudra, & lesquelles s'excedent l'vne l'autre également, & que l'exces soit egal à la plus petite d'icelles, comme TSREDCBF: soient encores autant d'autres lignes droictes, vne chacune égale à la plus grande F, comme GHIKLMNO, les quarrez d'vne chacune de celles-cy, auec le quarré de F, ensemble le produit de toutes les lignes TSREDCBF, & de la ligne T, seront triples aux quarrez faicts d'vne chascune TSREDCBF: Car 9 fois 64 pour les quarrez des huict grandes lignes & de F, font 576, auec le produit de 8,7,6,5,4,3,2,1, par la ligne T (c'est à dire 36) font 612, qui sont triples aux quarrez de TSREDCBF, qui valent seulement 204. Et de là est manifeste, que les quarrez des huict lignes (vne chascune desquelles est égale à la plus longue) sont moindres que triples aux quarrez des lignes qui s'excedent également, veu que pour estre triples il y faut adiouster. Or comme tous cercles sont semblables, & ont telle raison l'vn à l'autre que les quarrez de leur diametre, *par la 2 du 12*: ainsi sont leurs parties équiangles encloses dans la spiralle. Or si l'espace compris en la spiralle n'est égal à la tierce partie du cercle deuant dit, il sera plus grand ou plus petit. Et posons qu'il soit plus petit. Il est certain qu'à l'entour de la spiralle peut estre descrite vne figure composée de pieces semblables, en sorte qu'elle sera encore moindre que la tierce partie du mesme cercle, *par la commune sentence premise*. Soit donc ainsi circonscrite la figure de laquelle la plus grande piece soit IPA, & la plus petite IXZ: les lignes comprenàt telles pieces inegales (equiangles neãtmoins) menees dans le cercle du poinct I à la ligne spiralle



l'excedent l'vne l'autre également (*comme on peut colliger par la definition de la ſpiralle*) deſquelles la plus grande eſt I A, & la plus petite I Z, laquelle I Z eſt egale à l'excés, duquel vne chacune ſurpaſſe ſa precedente. Or il y a autant de lignes deſquelles chacune eſt égale à la plus grande, comme de celles qui s'excedent également: celles-cy ſont tirees du poinct I à la ſpiralle, les autres du meſme poinct I à la circonference du cercle, & les pieces compriſes, tant des vnes que des autres ſont ſemblables & equiangles: les pieces donc qui ſont compriſes des lignes égales à la plus longue, ſont moindres que triples aux autres pieces contenuës de lignes, qui s'excedent également, *comme il a eſté monſtré cy deuant.* Or les pieces compriſes des lignes egales à la plus longue ſont egales au cercle, qui a pour demi-diametre la ligne de premiere reuolution, & les pieces compriſes des lignes qui s'excedent egalement, ſont egales à la figure circonſcrite, que nous auions poſee eſtre moindre que la tierce partie du cercle. Ce qui ſe trouue faux. Poſons encor la ſuperficie encloſe en la ſpirale plus grande que la tierce partie du cercle. Soit dans la ſpiralle inſcrite vne figure de pieces ſemblables & equiangles, laquelle ſoit plus grande que la tierce partie du cercle deuant dit: & ſoit la plus grande piece I^{8} ‹, & la plus petite I Z O. Or il y a autant de lignes tirees de I à la circonference du cercle, comme de celles qui s'excedent egalement tirees à la ſpiralle: de celles-cy la plus grande eſt I A, & la plus petite I Z, egale à l'excés: & des vnes & des autres ſont compriſes ſemblables pieces & equiangles: les pieces donc contenuës & compriſes de celles qui s'excedent egalement (hors & excepté la piece qui ſe fait de la plus grande I A, laquelle n'eſt point nombree entre les pieces inſcrites) ſont moindres que la tierce partie des pieces compriſes des lignes egales à la plus grande: *comme il a eſté monſtré*: mais ces pieces cy ſont egales au contenu du cercle, que nous auons poſé moindre que triple à la ſuperficie compriſe en la ſpiralle. Ce qui eſt abſurde. Icelle donc n'eſtant ny plus grande, ny plus petite que la tierce partie de ſon cercle, ſera par neceſſité egale.

Ce que noſtre autheur a voulu icy prouuer, eſt demonſtré en la 24 p. du liure des Spirales d'Archimedes, où aura recours l'amateur d'entiere & parfaite demonſtration: car Archimede auparauant que venir à ladite 24 p. a demonſtré beaucoup de choſes qui meritent eſtre prouuees, & leſquelles noſtre autheur dit icy ſans s'arreſter à les demonſtrer, ſoit à cauſe des longues, ennuyeuſes & peu vtiles repetitions qu'il euſt falu faire icy, ou bien qu'il eſtima y auoir peu de perſonne curieux & amateurd'icelles demonſtrations, qui ne les

puisse voir és œuures de l'Autheur d'icelles; Et c'est aussi pourquoy nous les delaisserons, & dirons seulement qu'estant cogneu l'aire ou contenu d'vn plan spiral, compris d'vne ou plusieurs reuolutions, il sera aisé de cognoistre le diametre du cercle égal audit plan, par ce qui est enseigné és prob. du 9 ch. & puis apres qui desireroit les diametres d'vne Elipse, ou le costé de quelconque figure rectiligne reguliere, égale audit plan Spiral, le pourra aussi trouuer par ce que nous auons dit cy-deuant. Quant à ce que dit nostre autheur en l'article suiuant, il est demonstré en la 27 prop. des mesmes Spyrales d'Archimedes.

Quant aux autres reuolutions, comme deuxiesme, troisiesme, quatriesme, &c. Il me suffira de dire comme en passant, que la seconde est au cercle second, comme 7 à 12: la troisiesme est double à la seconde. La quatriesme triple à la mesme seconde. La cinquiesme est quadruple. Et ainsi des autres suiuantes. Quant à la premiere reuolution, c'est la sixiesme partie de la seconde. De cecy ie ne bailleray autre raison que l'authorité *d'Archimedes*, qui en a amplement traitté, ensemble des sectiõs de telles superficies, lesquelles nous laissons à cause de briefveté, ioint aussi que le fondement a esté mechanique: & ce que nous auons traitté de la premiere reuolution, est d'autant que elle est plus simple, plus cogneuë & vulgaire, & que le mesme Archimedes s'en sert pour monstrer la longueur de la circonference du cercle, & aussi que telles demonstrations ne peuuent estre desagreables à ceux qui se delectent és subtilitez Geometriques.

Fin du second Liure.

A MONSEIGNEVR D'O,

CHEVALIER DES DEVX ORDRES du Roy, &c. Gouuerneur & Lieutenant general pour ſa Majeſté à Paris, & Iſle de France.

MONSEIGNEVR,

I'ay eſté aſſez long-temps en ſuſpend, auant que me reſoudre à vous offrir ce petit traitté. Ie penſois que la main d'où il partoit, le pourroit rendre meſpriſable : D'autre coſté, ie me repreſentois voſtre bon naturel & humanité, qui a touſiours eu plus d'égard à la bonne volonté, qu'à la grandeur & valeur des preſens. Ceſte derniere conſideration l'a emporté. Ie vous ſupplie donc le receuoir de bon œil, cela me donnera courage de rechercher les moyens, ſous voſtre adueu, de mettre en lumiere choſe qui vous ſera plus agreable. Cependant ie demeureray.

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur,

I. ERRARD.

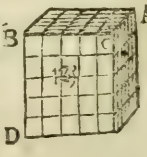
LE TROISIESME LIVRE.

De la meſure des Solides; Et premier des Rectangles.

CHAPITRE I.

TOVT ainſi qu'en la meſure des ſuperficies planes nous auons commencé par le quarré, auſſi en la meſure des ſolides conuient commencer par le cube, comme par le plus ſimple de tous les ſolides rectangles, & par lequel ſont meſurez tous autres ſolides, *comme il a eſté dit és definitions.*

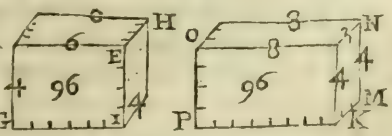
De tout ſolide rectangle, la plus petite face multipliee par le plus long coſté, ou la plus grande face par le plus petit coſté, produit le contenu du rectangle ſolide donné.



Comme ſoit premierement le cube donné ABCD, ayant de chacun coſté 5 pieds: faut multiplier B D par B C, c'eſt à dire 5 par 5, & il en prouiendra 25 pour l'vne des faces, leſquels multipliez par le coſté C A (qui eſt 5) produiront 125 pieds cubes, qui eſt le contenu vniuerſel du cube *par la 19. definition du 7.*

Soit encor le ſolide rectangle long d'vn coſté G H, ayant les lignes de ſes coſtez 4 & 6: ie multiplie I E par E H (c'eſt à dire 4 par 4) qui produiſent 16 pour la plus petite face I H, laquelle multipliee par I G, qui eſt 6, produit 96 pieds cubes, pour le contenu du corps donné G H. Ou autrement ie multiplie la plus grande face E G qui contient 24 par le plus petit coſté E H (qui eſt 4) & en vient le meſme produit.

Soit auſſi le ſolide rectãgle long des deux coſtez PN: ie multiplie la plus petite face NK (qui contient 12) par KP (c'eſt à dire par 8) & le produit 96 eſt le contenu du ſolide. Ou bien ie multiplie la plus grande



face O K (qui eſt 32) par le plus petit coſté K M (qui eſt 3) & en vient le meſme produit.

Or tout ainſi qu'au liure precedent nous auons adjoint à chaſque ch. quelques propoſitions ſur le ſubject d'iceluy, auſſi ferons-nous en ceſtuy-cy, mais plus brefvement toutesfois qu'au precedent.

1. *Eſtant cogneu le coſté d'vn cube; cognoiſtre la ſuperdiagonalle d'iceluy.*

Puis que par la 47 p. 1. ou 15 p. 13. il eſt manifeſte que le quarré dudit coſté du cube eſt le tiers de celuy de la ſuperdiagonalle; ſi ayant multiplié le coſté du cube propoſé en ſoy, & triplé le produit, on prend la racine quarree de ce qui en viendra, elle ſera la ſuperdiagonalle requiſe. Ainſi le coſté d'vn cube eſtant 5; ie multiplie 5 en ſoy, & viennent 25, que ie triple, & ſont 75, dont la racine quarree eſt $\sqrt{75}$, qui ſera pour la ſuperdiagonalle dudit cube propoſé.

2. *Eſtant cogneuë la ſuperdiagonalle d'vn cube; cognoiſtre le coſté d'iceluy.*

Il eſt manifeſte que le tiers du quarré de ladite ſuperdiagonalle, eſt celuy du coſté du cube. Parquoy la ſuperdiagonalle d'vn cube eſtant 6; ſon quarré ſera 36, dont le tiers eſt 12, & la racine d'iceluy tiers eſt $\sqrt{12}$, qui ſera le coſté du cube, duquel la ſuperdiagonalle eſt 6.

3. *Eſtant cogneuë la ſomme du coſté d'vn cube & de la ſuperdiagonalle d'iceluy; on peut cognoiſtre ledit coſté du cube.*

Car la moytié du quarré dudit aggregé eſt egal à la ſomme du quarré dudit coſté du cube, & du rectangle compris d'iceluy coſté & aggregé donné: Parquoy ayant poſé que la racine quarree de la moitié du quarré de l'aggregé donné ſoit moyenne proportionnelle entre deux nombres, deſquels la difference ſoit ledit aggregé (ſi on trouue le moindre deſdits deux nombres, comme nous auons dit cy deuant) il ſera le coſté du cube requis. Ainſi l'aggregé du coſté d'vn cube auec ſa ſuperdiagonalle eſtant $\sqrt{48}+4$; le quarré d'iceluy aggregé ſera $64+\sqrt{3072}$, & ſa moytié $32+\sqrt{768}$, que i'adiouſte à $16+\sqrt{192}$, quarré de la moytié dudit aggregé donné, & viennent $48+\sqrt{1728}$, dont la racine eſt $6+\sqrt{12}$, de laquelle racine i'oſte la moytié dudit aggregé donné, & reſte 4 pour le coſté du cube cherché. Trouuons encore ledit coſté par voye Algebraïque: Ie poſe que ledit coſté du cube requis ſoit 1ℛ: donc la ſuperdiagonalle d'iceluy ſera $\sqrt{48}+4-1\mathcal{R}$, & ſon quarré ſera $1q+64+\sqrt{3072}-\sqrt{192}\mathcal{R}-8\mathcal{R}$, qui ſeront egaux à 3q, puis que le quarré de la ſuperdiagonalle d'vn cube eſt triple du quarré du coſté d'iceluy: Et procedant à la reduction de l'equation viendra 1q egal à $16+\sqrt{192}-\sqrt{12}\mathcal{R}-2\mathcal{R}$; & partant l'extraction donnera 4 pour la valeur dudit coſté du cube, comme deuant.

4. *Eſtant cogneu l'excez de la ſuperdiagonalle d'vn cube pardeſſus le coſté d'iceluy; on peut cognoiſtre ledit coſté.*

Car la moytié du quarré de l'excez donné, eſt egal au quarré du coſté du cube moins le rectangle compris deſdits coſté & excez: Parquoy ſi on trouue le plus grand de deux nombres, entre leſquels le coſté de ladite moytié du quarré de l'excez donné ſoit moyen proportionnel, & iceluy excez leur difference; iceluy nombre ſera le coſté du cube requis. Ainſi l'excez ou difference d'entre la ſuperdiagonalle d'vn cube, & le coſté d'iceluy eſtant $\sqrt{48}-4$; ie

trouue que le quarré d'icelle difference eſt 64—$\sqrt{}$3072, & partant ſa moytié ſera 32—$\sqrt{}$768, que i'adiouſte au quarré de la moytié dudit excez donné, & viennent 48—$\sqrt{}$1728, dont la racine quarree eſt 6—$\sqrt{}$12, à laquelle i'adiouſte la moytié de l'excez donné, & viennent 4 pour le coſté du cube requis. L'operation Algebraïque ne ſera difficile apres celle du precedent prob. c'eſt pourquoy nous la delaiſſerons.

5. *Eſtant donné le nombre produit de la ſuperdiagonalle d'vn cube multipliee par le coſté d'iceluy; cognoiſtre ledit coſté.*

D'autant que le tiers du quarré dudit produit eſt egal au quarré de quarré du coſté du cube; ayant multiplié le nombre donné par ſoy-meſme, & pris le tiers de ce qui en viendra; la racine quarree d'iceluy tiers donnera le quarré du coſté requis. Ainſi le produit de la ſuperdiagonalle d'vn cube multipliee par le coſté d'iceluy eſtant $\sqrt{}$243; le quarré d'iceluy produit ſera 243, duquel le tiers eſt 81, dont la racine quarree eſt 9, & la racine quarree d'iceluy eſt 3; autant eſt le coſté du cube cherché. Soit derechef propoſé $\sqrt{}$1875 pour le produit de la ſuperdiagonalle d'vn cube multiplié par le coſté dudit cube; & il faut trouuer iceluy coſté. Ie poſe que ledit coſté ſoit 1℞; la ſuperdiagonalle ſera donc $\frac{\sqrt{1875}}{1℞}$, & ſon quarré $\frac{1875}{1q}$, mais celuy du coſté ſera 1q; & partant 3q ſeront egaux à $\frac{1875}{1q}$, & par multiplication croiſee 3qq ſeront egaux à 1875, c'eſt à dire 1qq egaux à 625: Parquoy 1℞ vaudra 5: autant ſera donc le coſté du cube demandé.

6. *Eſtans cogneus les coſtez de la baſe d'vn parallelipipede rectangle, & auſſi ſa hauteur; cognoiſtre la ſuperdiagonalle d'iceluy.*

Il eſt manifeſte par la 47. p. 1. que l'aggregé des quarrez des deux coſtez de la baſe eſtant adiouſté au quarré de la hauteur, donnera le quarré de ladite ſuperdiagonalle: Parquoy eſtant requis la ſuperdiagonalle d'vn parallelipipede rectangle, les coſtez de la baſe duquel ſoient 3 & 4, & ſa hauteur 12; ie multiplie chaſque coſté de la baſe, & hauteur en ſoy, & viennent 9, 16, & 144, que i'adiouſte enſemble, & viennent 169, dont la racine quarree 13, eſt la diagonalle requiſe.

7. *Eſtant cogneu la difference de la hauteur d'vn parallelipipede rectangle à chaſque coſté de la baſe, & la ſomme de tous les trois; cognoiſtre icelle hauteur & coſtez.*

Si l'vne & l'autre difference ſont de meſme ſorte, l'aggregé, d'icelles ſoit adjouſté ou ſouſtrait de la ſomme donnée (c'eſt aſſauoir adjouſté ſi leſdites differences ſont excés de la haulteur pardeſſus les coſtez, mais oſté, ſi elles ſont excés des coſtez pardeſſus ladite haulteur) & le tiers du reſte ſera la haulteur requiſe, à laquelle eſtant adjouſté ou ſouſtrait chacune des differences données, viendront les coſtez de la baſe cherchez. Ainſi l'excés d'vn coſté de la baſe d'vn parallelipipede pardeſſus la haulteur d'iceluy eſtant 1, & celuy de l'autre coſté 3, mais l'aggregé d'iceux coſtez & haulteur ſoit 20: pour trouuer iceux coſtez & haulteur, i'aſſemble leſdites differences, & ſont 8, que i'oſte de l'aggregé 20 (à cauſe que leſdites differences ſont excés pardeſſus la haulteur)

& reſtent 12, dont le tiers 4, ſera la haulteur du parallelipipede propoſé, à laquelle i'adjouſte chacune des differences données 5 & 3, & viennent 9 & 7 pour leſdits coſtez de la baſe dudit parallelipipede.

Mais ſi leſdites differences n'eſtoient de meſme ſorte, la difference d'icelles ſoit adiouſtée ou ſouſtraite de l'aggregé donné, (adiouſtee, ſi deſdites differences donnee l'excés de la haulteur eſt la plus grande, mais oſtee, ſi elle eſt la moindre,) & le tiers du reſte ſera la haulteur requiſe, à laquelle eſtant adiouſtee & ſouſtraite chacune des differences données, viendront les coſtez de la baſe. Ainſi l'excés d'vn coſté de la baſe d'vn parallelipipede pardeſſus la haulteur d'iceluy eſtant 2, & l'excés de ladite haulteur pardeſſus l'autre coſté 4, mais la ſomme tant deſdits coſtez que hauteur ſoit 19 : La difference d'iceux excez eſt 2, que i'adiouſte à l'aggregé donné 19, & ſont 21, dont le tiers 7 ſera la hauteur du parallelipipede propoſé ; & partãt l'vn des coſtez de la baſe d'iceluy eſt 9, & l'autre 3. Soit encore 5 l'excez d'vn coſté de la baſe pardeſſus la hauteur, & 2 l'excez d'icelle hauteur pardeſſus l'autre coſté, mais que l'aggregé d'iceux coſtez & hauteur ſoit 15. Ie poſe que ladite hauteur ſoit 1R : donc le plus grand coſté ſera 5+1R, & l'autre 1R—2 ; leur aggregé ſera donc 3R+3, qui ſeront egaux à 15 : oſtons 3 de part & d autre, & reſteront 3R egales à 12 ; & partant chaſque racine vaudra 4 : & autant ſera la hauteur cherchee, & par conſequent le plus grand coſté ſera 9, & le moindre 2.

8. *La difference de la hauteur d'vn parallelipipede à chaſque coſté de la baſe d'iceluy eſtant cogneuë, & auſſi la raiſon d'icelle à l'vn deſdits coſtez ; cognoiſtre icelle hauteur & coſtez.*

D'autant que comme la difference des termes de la raiſon eſt à celuy correſpondant à la hauteur, ainſi la difference d'icelle au coſté correſpondant, ſera à ladite hauteur ; il eſt aiſé de cognoiſtre icelle hauteur, & puis apres les coſtez. Ainſi l'excez d'vn coſté de la baſe d'vn parallelipipede pardeſſus la hauteur d'iceluy ſoit 3, & la raiſon d'icelle hauteur à iceluy coſté ſoit comme 2 à 3, mais l'excez d'icelle pardeſſus l'autre coſté de la baſe ſoit 4. La difference des termes de la raiſon eſt 1, faiſant donc que comme 1 eſt à 2, (terme de la raiſon correſpondant à la hauteur) ainſi la difference 3 ſoit à vn autre, viendront 6 pour ladite hauteur, & partant le plus grand coſté de la baſe ſera 9, & l'autre 2. Derechef l'excez d'vn coſté pardeſſus la hauteur ſoit 4, & de l'autre coſté 2, mais la raiſon du moindre coſté à ladite hauteur ſoit comme 3 à 2. Ie poſe que ladite hauteur ſoit 2R : Donc le moindre coſté de la baſe ſera 3R : & partant leur difference ſera 1R, laquelle ſera egale à la difference donnee 2. Donc la hauteur cherchee ſera 4 : & par conſequent le plus grand coſté ſera 9, & le moindre 6.

9. *Eſtant cogneuë la ſomme des coſtez de la baſe d'vn parallelipipede & hauteur d'iceluy, & encore la proportion d'iceux ; on peut cognoiſtre leſdits coſtez, & hauteur du parallelipipede.*

Car comme la ſomme des termes de la proportion eſt auquel on voudra d'iceux, ainſi la ſomme donnee eſt au coſté correſpondant Parquoy l'aggregé des coſtez de la baſe d'vn parallelipipede auec ſa hauteur eſtant 18, & la proportion d'iceux coſtez & hauteur, comme 4, 3, 2 : l'aggregé des termes d'i-

celle proportion eſt 9,& faiſant que cõme 9 eſt à chacun d'iceux termes 4,3, 2 : ainſi l'aggregé donné 18 ſoit à autres, viendront 8,6,& 4,pour iceux coſtez & hauteur requiſe. Soit encore 17 l'aggregé des coſtez de la baſe,auec la hauteur d'vn parallelipipede,qui ſont entr'eux comme 3, $\frac{1}{3}$, 2. Ie poſe que le plus grand coſté ſoit 3ℛ : l'autre coſté ſera donc $\frac{1}{3}$ℛ,& la hauteur 2ℛ : & la ſomme d'iceux ſera $5\frac{2}{3}$ ℛ, qui ſont egales à 17 : diuiſant donc 17 par $5\frac{2}{3}$, viendront 3 pour la valeur d'vne racine : & partant le plus grand coſté ſera 9, le moindre 2,& la hauteur 6.

10. *Eſtant cogneu le contenu d'vn parallelipipede rectangle,& la proportion que les coſtez de la baſe & hauteur d'iceluy ont entr'eux ; cognoiſtre leſdits coſtez & hauteur du parallelipipede.*

D'autant que les corps ſemblables ſont en raiſon triplee de leurs coſtez homologues : ſi on conçoit vn parallelipipede compris des termes de la proportion donnee,il y aura telle raiſon du contenu d'iceluy parallelipipede à celuy donné,que du cube de chacun terme de la proportion donnee au cube du coſté homologue au terme pris : Parquoy le contenu d'vn parallelipipede eſtant 480,& la proportion des coſtez de la baſe & hauteur d'iceluy comme 5,4,3 : pour trouuer leſdits coſtez & hauteur dudit parallelipipede, i'en conçois vn autre dont les coſtez de la baſe ſoient 5 & 4,& la hauteur 3 :& partant le contenu d'iceluy parallelipipede ſera 60 : Maintenant ie fais que comme 60 eſt à 480,ainſi le cube de chacun des termes de la proportion,ſçauoir eſt 125,64,& 27,ſoit à vn autre,& viendront 1000, 512, & 216, pour les cubes des coſtez,& hauteur requiſes : tellement que l'vn des coſtez de la baſe du parallelip. propoſé ſera 10,l'autre 8,& la hauteur 6. Soit derechef vn parallelipipede,dont le contenu ſoit 216 , & la proportion des coſtez de la baſe & hauteur d'iceluy ſoit comme 4,2,1 : pour trouuer leſdits coſtez & hauteur, ie poſe que le plus grand coſté de la baſe ſoit 4ℛ, l'autre ſera donc 2ℛ,& la hauteur 1ℛ : multiplions ces racines entr'elles,& viendront 8 cubes egaux à 216 : & partant chaſque cube vaudra 27,& par conſequent la valeur d'vne racine ſera 3 : Ainſi le plus grand coſté du parallelipipede propoſé ſera 12,l'autre 6,& la hauteur 3.

11. *Eſtant cogneue la ſuperdiagonalle d'vn parallelipipede rectangle,& la proportion que la hauteur,& coſtez de la baſe d'iceluy ont entr'eux ; cognoiſtre icelle hauteur & coſtez de la baſe dudit parallelipipede.*

Ayant trouué la ſuperdiagonalle du parallelipipede compris ſous les termes de la proportion donnee,ſoit fait que comme ceſte ſuperdiagonale trouuee ſera à la donnee,ainſi chaſque terme de la proportion ſoit à vn autre,& viendront les coſtez & hauteur requiſes. Ainſi la ſuperdiagonalle d'vn parallelipipede,duquel les coſtez de la baſe & hauteur ſont entr'eux comme 5,4,3, eſtant $\sqrt{200}$; pour trouuer leſdits coſtez & hauteur d'iceluy parallelip. i'aſſemble les quarrez des termes de la proportion donnee,afin d'auoir celuy de la diagonalle du parallelipipede rectangle compris d'iceux termes,& trouue qu'icelle diagonalle eſt $\sqrt{50}$: faiſans donc que comme icelle diagonalle $\sqrt{50}$ eſt à la donnee $\sqrt{200}$,ainſi chaſque terme de la prop.donnee 5,4,& 3 ſoit à vn autre,viendront 10,8, &6,pour les coſtez & hauteur requiſes. Soit en-

core vn parallelipipede, duquel les costez de la base & hauteur soiēt entr'eux comme 4,2,& 1,& la superdiagonalle $\sqrt{189}$: Ie pose que le plus grand costé de la base soit 4ℛ: Donc l'autre sera 2ℛ,& la hauteur 1ℛ; & partant la superdiagonalle sera 21q, qui seront donc egaux à $\sqrt{189}$,& par consequent on trouuera qu'vne racine vaut 3,& ainsi le plus grand costé de la base du parallelipipede proposé sera 12, l'autre 6,& la hauteur d'iceluy 3.

12. *Estant cogneu l'aggregé de la superdiagonalle, des costez de la base, & de la hauteur d'vn parallelipipede rectangle, & aussi la proportion que lesdits costez & hauteur ont entr'eux; cognoistre iceux costez & hauteur.*

Ayant trouué la superdiagonalle du parallelipipede compris sous les termes de la proportion donnee: comme l'aggregé d'icelle diagonalle, & des termes de ladite proportion sera à l'aggregé donné, ainsi chasque terme d'icelle proportion sera à son homologue requis: Parquoy l'aggregé de la diagonalle d'vn parallelipipede, & des costez de la base & hauteur d'iceluy estant $\sqrt{200}+24$, & la proportion desdits costez & hauteur comme 5,4,& 3: Ie trouue que la diagonalle du parallelipede compris des termes d'icelle propor. est $\sqrt{50}$,& l'aggregé d'icelle diagonalle auec lesdits termes $\sqrt{50}+12$: faisant dōc que comme $\sqrt{50}+12$ est $\sqrt{200}+24$, ainsi chasque terme de la prop. donnee 5, 4,& 3 soit à vn autre, viendront 10,8,& 6, pour les costez & hauteur requises.

Soit encore vn parallelipipede, duquel les costez, & hauteur soient entr'eux comme 4,2,& 1,& l'aggregé d'iceux costez & hauteur auec la superdiagonalle soit $\sqrt{189}+7$: Ie pose que le plus grand costé de la base soit 4ℛ: l'autre sera donc 2ℛ,& la hauteur 1ℛ,& la diagonalle 21q: tellement que 21q+7ℛ seront egaux à $\sqrt{189}+7$: & partant la valeur d'vne racine sera 3,& par consequent le plus grand costé de la base du parallelipipede sera 12, l'autre 6,& la hauteur 3.

13. *Estant cogneu le costé d'vn cube; trouuer le costé d'vn autre, qui soit au donné, selon vne raison proposee.*

NB

Soit fait que comme le terme de la raison donnée, correspondant au cube proposé, est à l'autre terme, ainsi le costé dudit cube proposé soit à vn autre; puis entre ledict costé du cube, & ce nombre trouué soit cherché le premier de deux millieux proportionnaux; & iceluy sera le costé du cube requis. Ainsi le costé d'vn cube estant 4, qu'il faille trouuer le costé d'vn autre cube, auquel le donné soit comme 2 à 5: pour ce faire, soit fait que comme 2 est à 5, ainsi 4 soit à vn autre nombre, & viendra 10, lequel ie multiplie par le costé donné 4,& viennent 40, que ie multiplie derechef par 4,& viennent 160, qui est le contenu du cube requis, dont la racine cubique est $\sqrt{c}$ 160, qui est le costé cherché. Mais est à notter que si on vouloit trouuer le costé d'vn cube double, triple, quadruple, &c. d'vn proposé, ou biē qui fut moitié, tiers, quart, &c. d'iceluy: il seroit plus prompt de doubler, tripler, quadrupler, &c. le contenu du cube proposé, ou bien en prendre la moitié, le tiers, &c. selon qu'il seroit proposé, & la racine cubique de ce, donneroit le costé du cube requis. Ainsi voulant trouuer le costé d'vn cube qui soit quintuple d'vn autre, dont le costé est 3: le contenu d'iceluy cube est 27, qui multiplié par 5, viennent 135, qui est pour le contenu du cube requis, & son costé sera $\sqrt{c}$ 135.

Or en la mesme maniere que dessus, on peut aussi trouuer les costez d'vn

rallelipipede,(ou de quelconque autre ſolide) qui ſoit à vn ſemblable propoſé,ſelon vne raiſon donnée: Car ayant fait que comme le terme correſpondant au ſolide donné,eſt à l'autre terme,ainſi chacun des coſtez dudit ſolide proposé ſoit à vn autre,ſi on trouue le premier de deux moyens proportionnaux entre le coſté pris,&ce quatrieſme proportionnel trouué,viendra le coſté du ſolide homologue au coſté pris. Ainſi les coſtez de la baſe d'vn parallelipipede rectangle eſtans 3,& 4,mais la haulteur 6: pour trouuer les coſtez de la baſe & haulteur d'vn autre ſolide ſemblable à celuy-cy,& auquel il ſoit comme 2 à 3: ſoit fait que comme 3 eſt à 2,ainſi la haulteur 6 ſoit à vn autre nombre,& viendra 4,que ie multiplie par ladite haulteur 6,& viennent 24,que ie multiplie derechef par 6,& viennent 144,dont la racine cubique, ſçauoir eſt $\sqrt{c}$ 144,eſt pour la haulteur du parallelipipede requis: & procedant tout ainſi auec les deux coſtez de la baſe donnee 3 & 4,on trouuera $\sqrt{c}$ 18,& $\sqrt{c}$ 42 $\frac{1}{3}$ pour les deux coſtez de la baſe du ſolide requis. Et eſt à notter, qu'ayant trouué l'vn des coſtez,on peut trouuer les autres par vn quatrieſme proportionnel: Ainſi ayant trouué cy deſſus que la haulteur du ſolide demãdé eſtoit $\sqrt{c}$ 144,faiſant que comme la haulteur 6,eſt à la trouuée $\sqrt{c}$ 144,ainſi chacun des coſtez de la baſe propoſee, 3 & 4 ſoit à vn quatrieſme proportionnel,iceluy ſera le coſté homologue à celuy pris.

14. *Eſtans cogneus les coſtez homologues de pluſieurs parallelipipedes,ou autres ſolides ſemblables; cognoiſtre le coſté d'vn autre ſolide ſemblable,& égal aux propoſez.*

Les coſtez homologues donnez ſoient chacun multipliez cubiquement, & les nombres produicts eſtans recueillis en vne ſomme,la racine cube d'icelle ſera le coſté homologue cherché. Comme pour exemple,ſi les coſtez homologues de deux figures ſolides ſemblables ſont 2 & 4: le cube de chacun d'iceux coſtez ſera 8 & 64,qui adiouſtez enſemble font 72,& la racine cubique d'iceluy nombre eſt $\sqrt{c}$ 72: & autant eſt le coſté homologue du ſolide ſemblable,& égal aux propoſez. Le meſme coſté ſeroit auſſi trouué,ſi ayant vn quatrieſme nombre pris continuellement proportionnel aux deux coſtez donnez 4 & 2,on l'adiouſte au premier 4,viendra 4 $\frac{1}{2}$,& le premier de deux moyens proportionnaux d'entre ces deux cy 4 & 4 $\frac{1}{2}$,ſera le meſme coſté $\sqrt{c}$ 72.

15. *Eſtans cogneus les coſtez homologues de deux parallelipipedes ou autres ſolides ſemblables & inégaux; cognoiſtre le coſté homologue d'vn autre ſolide ſemblable,& égal à la difference des donnez.*

Ayant multiplié cubiquement chaſque coſté donné,ſoit oſté le moindre produict du plus grand,& la racine cube du reſte ſera le coſté homologue d'vn corps ſemblable aux propoſez,& égal à leur difference. Ainſi les coſtez homologues de deux parallelipipedes ſemblables eſtans 4 & 2; pour trouuer le coſté homologue d'vn autre parallelipipede ſemblable,& égal à la difference des dõnez,ie multiplie cubiquemẽt chaſque coſté donné 4 &2,& viennẽt 64. & 8,deſquels le moindre oſté du plus grand,reſtent 56,dont la racine cubique eſt le coſté du parallelipipede égal à la difference des propoſez. On trouueroit encore ledit coſté prenant vn quatrieſme nombre continuellement proportionnel aux deux coſtez donnez 4 & 2,qui ſeroit $\frac{1}{2}$,lequel oſté du pre-

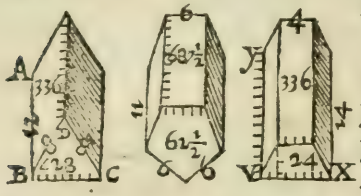
mier & plus grand coſté 4, reſtent 3 $\frac{1}{2}$: & puis apres le premier de deux moyens proportionnaux entre ces deux cy 4, & 3 $\frac{1}{2}$, ſera le meſme coſté $\sqrt{c}$ 56.

Comment ſont meſurées les colomnes.

CHAP. II.

De toute colomne, l'vne des baſes multipliée par la hauteur de ladite colomne, produict le contenu ſolide d'icelle.

COmme ſoit premierement le priſme ABCD, duquel la baſe ſoit vn triangle equilateral, ayant pour chacun coſté 8 : il eſt certain que tel triangle pourra contenir enuiron 28 ; leſquels multipliez par la hauteur A B, (que nous poſerons de 12) produiront 336 pieds cubes, pour le contenu du priſme. La raiſon eſt, que ſi la baſe eſt reduite en rectangle, la colomne quadrangulaire de meſme hauteur, eſleuée orthogonellement ſur iceluy rectangle, ſera egalle au priſme donné.

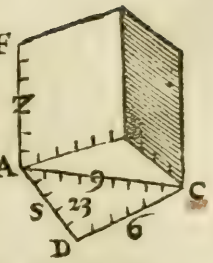


Soit encores la colomne pentagonalle, de laquelle la baſe ayant pour chacun coſté 6, & eſtant meſurée, *par le ch. 8. du liure precedent*, contiendra 62 & demy, leſquels auſſi multipliez par la hauteur 11, produiront en fin 687 & demy, pour le contenu de toute la colomne : *& ce par les raiſons prealeguées* : & ainſi ſeront facilement meſurées toutes autres colomnes regulieres.

Soit auſſi à meſurer le priſme trapeze V X Y Z, duquel le coſté de la baſe V X contienne 8. pieds, & celuy qui luy eſt oppoſé 4. Et la ligne perpendiculaire de l'vn à l'autre ſoit auſſi 4. il eſt manifeſte, *par le chap. 7. du ſecond liure*, que la ſuperficie de telle baſe ſera de 24. pieds, leſquels multipliez par la hauteur V Y (que nous poſons de 14) produiront 336 pieds cubes pour tout le contenu du priſme trapeze donné.

Par la meſme facilité ſera auſſi meſurée la colomne, de laquelle la baſe eſt figure irreguliere, comme tablette : ſçauoir en reduiſant icelle baſe en deux triangles, comme ABC, ACD, deſquels la ſuperficie ſera meſurée, *comme il a eſté monſtré au liure ſecond en traittant des triangles.*

Si donc AB contient en longueur 6, BC 4, AC 9, DA 5, DC 6: le triangle ABC pourra contenir enuiron 9 pieds, & le triangle ACD 14: lesquels ioincts feront 23 pour toute la superficie de la figure ABCD: icelle multipliée par la hauteur perpendiculaire AE (que nous posons de 7) produira 161 pieds solides pour tout le contenu du corps EC. Et pour mesurer la superficie.



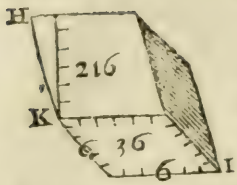
De toute colomne esleuee orthogonellement sur la base (hors les deux bases) faut multiplier la circonference de la base par la hauteur d'icelle colomne, & le produit sera egal à la superficie des costez.

Est icy à notter qu'il faut que la base de tout corps proposé à mesurer soit trouuee le plus exactement que faire se pourra, d'autant que peu d'erreur en icelle se multiplie par la hauteur du solide, & par consequent l'erreur se rendra tant plus sensible que ladite hauteur sera grande: Ainsi nostre autheur presupposant que l'aire de la base triangulaire BCD est 28, trouue pour le contenu du prisme ABCD 336, & il ne peut estre que $332\frac{1}{2}$ peu plus: car la base est seulement $27\frac{13}{18}$: Pareillement posant que la base pentagonalle ayant 6 de chasque costé est de $62\frac{1}{2}$, le contenu solide de toute la colomne est $687\frac{1}{2}$, & il ne peut seulement estre $681\frac{5}{12}$: car ladite base n'est pas qu'enuiron $61\frac{55}{58}$. Tellement qu'en ces deux exemples-là nostre autheur excede de beaucoup la iuste mesure: mais au dernier exemple de la colomne ABCDE, qui a pour base la tablette ABCD, nostredit autheur luy baille 5 moins qu'il ne faut: car il trouue que ledit corps contient en sa solidité seulement 161, & il en contient presque 166: pource que sa base ayant ses costez selon qu'ils sont cottez, contiẽdra en sa surface enuiron $23\frac{79}{161}$. Il est donc manifeste par ces exemples de combien il importe que la base de tout corps proposé à mesurer soit exactement supputee: Ce que nous dirons seulement icy pour ne le repeter en plusieurs endroits de ce liure où nostre autheur ne s'arreste guere aux penibles & ennuyeuses supputations, lesquelles toutefois i'estime vtiles & necessaires aux choses reelles & materielles, esquelles est besoin de conseruer le droict à vn chacun de ceux à qui l'affaire touche & preiudicie.

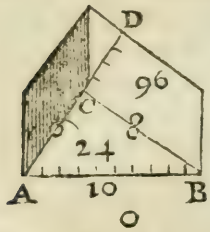
Comment sont mesurez les Rhomboïdes solides.

CHAP. III.

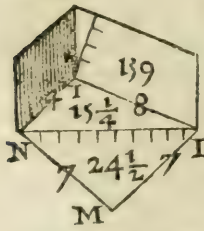
De tout Rhomboïde, ayant les deux bases paralleles, & egales, la superficie de l'vne multipliee par la perpendiculaire qui tombe de l'vne desdites bases à l'autre, produit le contenu solide de tout le Rhomboïde.



POur exemple, ſoit du Rhomboide H I (qui a ſes deux baſes paralleles & egales) la ſuperficie de l'vne d'icelles meſuree, comme K I, laquelle ſoit quarree & de 6 pieds de chacun coſté: icelle contiendra 36, laquelle multipliee par la perpendiculaire qui tombe de l'vne à l'autre (comme O K, que nous poſons auſſi de ſix pieds) produira 216, pour tout le tout le contenu ſolide du Rhomboïde H I. La raiſon eſt que la colomne quadrangulaire qui aura ſa baſe egale à celle du Rhomboïde, & ſa hauteur auſſi egale à O K, le contenu ſera egal au contenu du Rhomboïde H I : *comme on peut colliger par la 31. du 11.*



Si le Rhomboide a ſa baſe triangulaire, de laquelle les coſtez ſoient 6, 8, & 10, comme A B C, tel triangle ſera rectangle, *par la 47. du 1.* & contiendra 24, leſquels multipliez par D C (qui eſt la perpendiculaire entre les deux baſes, & qui contiendra 4) produirons 96, pour le contenu ſolide du Rhomboïde A B C D.



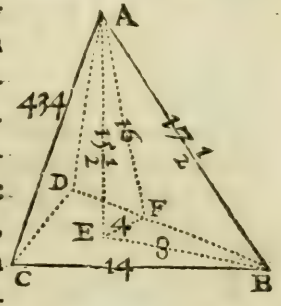
Mais ſi quelqu'autre Rhomboïde auoit ſa baſe irreguliere, comme N I L M, lors conuiendroit la reduire en deux triãgles, ainſi qu'il eſt icy monſtré. Et poſons que l'vn ait pour trois coſtez 4, 8, & 10, & l'autre 7, 7, & 10: ceſtuy-cy pourra contenir 24 & demy, & l'autre enuiron 15 & 1 quart: leſquels ioints enſemble font 39 & 3 quarts, multipliez par l'eſpeſſeur du Rhomboïde, c'eſt à dire, par la ligne perpendiculaire, qui tombe d'vne des baſes ſur l'autre IO, (que nous poſons de 4 pieds) produiront 159 pieds cubes, pour le contenu vniuerſel du Rhomboïde N I L M O. Et ainſi ſeront meſurez tous autres ſolides, qui auront leurs baſes paralleles, egales, & de pluſieurs angles, ſoient reguliers ou irreguliers, Rhomboides, ou non.

Mais quant aux autres ſolides compris de pluſieurs ſuperficies planes & irregulieres, & non paralleles, ils ſeront meſurez en les reduiſant premierement en pyramides, leſquelles on pourra facilement meſurer, ſi leurs coſtez peuuent eſtre diſtinguez & cogneus, comme il ſera monſtré cy apres: car autrement ne s'en peuuent donner aucuns preceptes.

Comment ſont meſurees les Pyramides.

CHAP. IV.

De toute Pyramide, la ſuperficie de la baſe multipliee par le tiers de la ligne perpendiculaire, qui tombe de la cime & ſommet de la Pyramide ſur icelle baſe : ou le tiers d'icelle ſuperficie multipliee par toute icelle perpendiculaire, produit le contenu ſolide de la Pyramide.



COmme ſoit la Pyramide equilatere à meſurer A B CD, de laquelle la baſe ſoit vn triangle Iſopleure BC D, ayant de chacun coſté 14 pieds: tel triangle pourra contenir enuiron 84. Apres poſons la longueur de chacun coſté de la Pyramide (comme A B) de 17. pieds & demy : il eſt manifeſte, *par la 47 du 1,* que le quarré de A B eſt egal au quarré de la perpendiculaire A E (laquelle tombe du ſommet de la Pyramide en angles droits ſur le centre de la baſe E) & au quarré de E B. Or E B peut auoir 8 pieds de longueur, le quarré de laquelle 64, ſouſtrait du quarré de A B, qui eſt 306, reſtent 242, pour le quarré de la perpendiculaire A E, la racine quarree deſquels (ſçauoir enuiron 15 & demy) eſt la hauteur d'icelle perpendiculaire. Si donc ie multiplie toute la baſe 84 par le tiers de 15 & demi, ou le tiers de la baſe (28) par 15 & demi, il en prouiendra 434 pieds cubes, pour le contenu vniuerſel de la Pyramide propoſee. La raiſon eſt, que ceſte Pyramide eſt la tierce partie du priſme qui aura meſme baſe & hauteur, *comme il ſe collige des Corollaires de la 7. du* 12. Et ainſi ſeront meſurees toutes autres Pyramides, tant regulieres qu'irregulieres, & ayans leurs baſes de tant d'angles qu'on voudra.

I'eſtime que la plus grande difficulté qu'on puiſſe rencontrer en la meſure du contenu ſolide d'vne Pyramide, eſt à trouuer la hauteur d'icelle, laquelle on obtiendra, ſoit qu'on la meſure ainſi qu'il eſt enſeigné au premier liure, ou bien qu'on accommode au ſommet d'icelle quelque plan parallel à la baſe, duquel tombe quelque plomb ou perpendicle ſur le plan de ladite baſe: On obtiendra encore icelle hauteur par la doctrine des triangles rectilignes, ayant meſuré vn des coſtez de la Pyramide, & l'inclination d'iceluy à la baſe, ſoit par le moyen du compas de prop. d'vne Sauterelle, ou autre inſtrument à ce propre. Il y a encore quelques autres moyens (mais peculiers ſeu-

lement à quelques Pyramides) dont les Geometres se pourront fort bien seruir, & mettre en pratique lors que l'occasion s'en presentera, comme quād la Pyramide a tous ses costez & la base triangulaire, ou de costez egaux, à cause qu'alors la perpendiculaire tiree du sommet d'icelle Pyramide à la base va rencontrer le centre du cercle circonscrit ou inscrit en icelle; tellemēt que par le moyen d'vn costé de la Pyramide, comme A B, & de la distance du centre du cercle inscrit en la base iusques à l'angle d'icelle, comme E B, ou bien par le moyen de la perpendiculaire tiree du sommet au plan de l'vn des costez de la Pyramide comme A F, & du semi-diametre dudit cercle inscrit, comme E F; on obtiendra facilemēt la perpendiculaire ou hauteur de la Pyramide. Or nous auons enseigné au liure precedent à trouuer lesdites distances E F & E B, c'est pourquoy nous n'en dirons rien icy, mais bien adiousterons en cest endroit vn plus court moyen peculier au Tetraedre, qui est tel: A cause que par la 13.p.13.le quarré du diametre de la sphere est au quarré du costé du Tetraedre en raison sesquialtere, si on fait que comme 2 est à 3, ainsi le quarré dudit costé du Tetraedre soit à vn autre, viendra le quarré du diametre de la sphere, auquel peut estre inscrit iceluy Tetraedre; & partant la racine quarree de ce 4 nombre proportionnel sera le diametre de ladite sphere, les deux tiers duquel seront la hauteur cherchee par le Corol. de ladite 13. p.13.

Et pour mesurer la superficie des costez de la Pyramide, faut y proceder comme il a esté monstré és chap.3. & 4. du 2 liure. Ou autrement mesure le triangle qui sera equiangle à la base, & duquel la ligne tiree de son centre en angles droits sur l'vn des costez de la base, sera la moyenne proportionnelle entre A F & F E: car iceluy sera egal à la superficie cherchee. Ce qui se monstre ainsi.

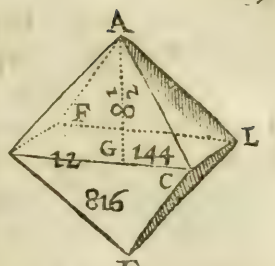
La base est à la superficie lateralle, comme E F à F A: *par la 1 du 6*, d'autant qu'elles ont vn mesme multipliant (sçauoir la moytié du circuit de la base) pour produire leur contenu. Or la base sera au triangle predit de la moyenne proportionnelle, comme E F à F A (c'est à dire en raison double des costez) *par la 19 du 6*. Dont s'ensuiura *par la 9. du 5.* que ce triangle sera egal à la superficie laterele de la Pyramide.

COROLLAIRE I.

Les corps reguliers composez de plusieurs Pyramides regulieres equicrures, seront aussi facilement mesurez.

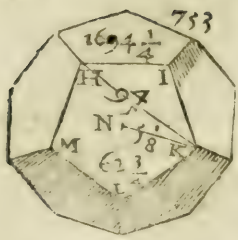
Comme soit l'octahedre ABCDEF, lequel est composé de huit Pyramides trilateres equicrures & egales, ou de deux Pyramides quadrilateres semblables equicrures & egales: ie pose que la base commune

commune de ces deux BCDF, ait pour chacun coſté 12 : Icelle baſe contiendra 144, le tiers deſquels (ſçauoir 48) multiplié par la perpendiculaire AG (c'eſt à dire 8 & demy) produira 408 pour le contenu de la moytié de l'Octahedre : lequel nombre 408 doublé fera 816 pour le contenu ſolide de tout l'octahedre ABCDEF.



Noſtre autheur n'enſeigne point à trouuer la perpendiculaire AG, pource qu'il eſt aiſé de la cognoiſtre, eſtant manifeſte par la 47. p. 1. que le quarré d'icelle eſt moytié du quarré du coſté de l'octahedre propoſé. Maiseſt à notter que ſi on multiplie le quarré du coſté de l'octahedre propoſé par le diametre d'iceluy (qui eſt le meſme que celuy de la ſphere qui peuſt circonſcrire ledit octahedre, & lequel on aura ſi du double du quarré dudit coſté de l'octahedre on prend la racine quarree par la 14. p. 13.) le tiers du produit donnera encore le contenu ſolide de tout l'octahedre.

Le Dodecahedre ſera auſſi facilement meſuré. Comme pour exemple poſons que l'vn de ſes pentagones H I K L M ait pour chacun coſté 6 pieds, iceluy pourra contenir en ſa ſuperficie enuiron 62 & 3 quarts, *comme il eſt monſtré au chap. 8. du 2 liure.* Mais afin de trouuer au plus prés la perpendiculaire qui tombe du centre de tout le corps ſur le centre de chacun pentagone, & les longueurs des lignes de telle pyramide, qui ſont incommenſurables, ie mettray icy en auant ce qui peut eſtre tiré des elemens d'Euclide. Il faut donc eſtre aduerty que la ligne H K ſubtendente l'vn des angles du pentagone eſt le coſté d'vn cube inſcrit en la meſme ſphere, en laquelle eſt auſſi inſcrit le Dodecahedre, *par le probleme 5 du 13.* C'eſt à dire que la ſuperdiagonalle du cube eſt le diametre de la meſme ſphere, & par conſequent double au coſté de la pyramide qui a pour ſa baſe le pentagone H I K L M. Si donc les lignes H K & N K ſont cogneuës, il ſera facile de trouuer le coſté de la pyramide, & par conſequent la perpendiculaire. Mais la ſuperdiagonalle de ce cube (c'eſt à dire le diametre de la ſphere circonſcrite au Dodecahedre) eſt triple par puiſſance au coſté du meſme cube, *par le probleme 3 du 13.* Il conuient donc multiplier H K (laquelle pourra auoir de longueur enuiron 9 & 4 cinquieſmes) par ſoy-meſme, le produit ſera 96 : lequel produit triplé fera 288, deſquels la racine quarree (qui eſt quaſi 17) ſera la longueur du diametre de ladite ſphere, double au coſté de la pyramide,

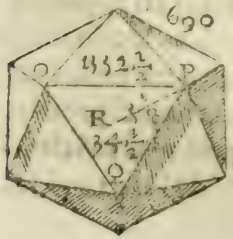


lequel costé (c'est à dire 8 & demy) multiplié par soy-mesme fait le nombre 72, egal aux quarrez de N K, & de la perpendiculaire tiree du centre de la figure solide sur le poinct N. *par la* 47 *du* 1.

Si donc nous posons N K de 5 & 1 huitiesme, son quarré 26 & 1 quart soubstrait de 72 resteront 45 & 3 quarts, desquels la racine quarree (qui est enuiron 6 & 3 quarts) sera la hauteur de la perpendiculaire cherchee.

Si nous multiplions le pentagone (c'est à dire 62 & 3 quarts) par le tiers de la perpendiculaire, il en prouiendra 141 & 3 seiziesmes, pour le contenu de l'vne des douzes pyramides du Dodecahedre: iceux 141 & 3 seiziesmes, multipliez par 12, produiront finalement 1694 pieds & 1 quart solides pour tout le contenu vniuersel du Dodecahedre.

Quant à l'Icosahedre, & pour trouuer sa mesure, il faut estre aduerty *par la* 4 *du* 14. Qu'vn mesme cercle comprend & le pentagone du Dodecahedre, & le triangle de l'Icosahedre inscrits en vne mesme sphere: dont est euident que les perpendiculaires & les costez des pyramides de l'vn & de l'autre inscrits en vne mesme sphere sont egaux entr'eux: & par consequent le solide du Dodecahedre au solide de l'Icosahedre sera comme la superficie de l'vn, à la superficie de l'autre: c'est à dire comme la ligne H K à la ligne O P, *par la* 16 *& 8 du* 14. & cecy se peut aisément demonstrer, si on diuise les 12 pentagones en 60 triangles: car la moytié du costé d'vn triangle (c'est à dire la moytié de 5 & 1 huitiesme) multipliee par la moytié de H K, produit la superficie de l'vn des 60 triangles: comme en semblable si les 20 triangles de l'Icosahedre sont diuisez en 60 triangles, la perpendiculaire d'vn chacun sera la moytié de 5 & 1 huitiesme, laquelle multipliee par la moytié de O P, produira le contenu de l'vn de ces 60 triangles.

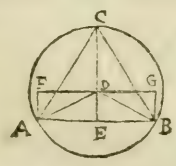


Si donc on mesure la superficie de l'vn des triangles, comme O P Q: le costé duquel est quasi de 9 pieds, le contenu de ce triangle pourra estre 34 pieds & demy, multipliez par le tiers de la perpendiculaire qui tombe du centre de l'Icosahedre sur le poinct R, laquelle nous auons trouuee de 6 & 3 quarts, produit 77 pieds solides & 5 hui-

tieſmes, pour le contenu de la pyramide trilatere, qui a ſa baſe OPQ: leſquels 77 & 5 huitieſmes multipliez par 20, font 1552 pieds & demy cubes pour tout le contenu vniuerſel de l'Icoſahedre.

Dont eſt euident que le ſolide du Dodecahedre 1694 fait 49 parties, deſquelles le ſolide de l'Icoſahedre 1552 en fait vn peu moins de 45: comme auſſi la ſuperficie de l'vn 753 faiſant 49 parties, la ſuperficie de l'autre 690 en fera peu moins de 45, qui eſt quaſi comme 12 à 11: & ainſi ſera la raiſon de la ligne H K à la ligne O P: ce qu'il falloit demonſtrer.

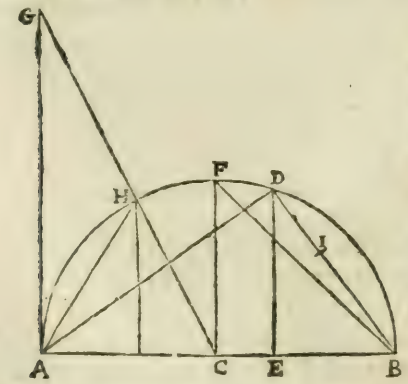
Afin de rendre plus intelligible ce que dit icy noſtre autheur, touchant la meſure du contenu ſolide, tant du Dodecahedre que de l'Icoſahedre, nous dirons encore quelque choſe ſur ce moyen de meſurer, non ſeulement ces deux corps reguliers, mais auſſi l'appliquerons aux trois autres corps reguliers. D'autant que ſi du centre de la baſe de quelque corps que ce ſoit ſont tirees des lignes droites à chaſque angle d'icelle baſe, elle ſera diuiſee en autant de triangles qu'il y a d'angles ou de coſtez en icelle; & partant ſi ce nombre de triangle eſt multiplié par le nombre des faces ou ſuperficies qui comprennent le corps regulier propoſé, le produit monſtrera le nombre de tout les triangles contenus en toute la ſuperficie conuexe dudit corps. Ainſi la baſe quarree d'vn cube A B C D eſtant diuiſee en quatre triangles par lignes droites menees du centre E aux quatre angles dudit quarré; les ſix faces d'iceluy cube contiendront enſemble 24 tels triangles. Item la baſe triangulaire d'vn Tetraedre, Octaedre & Icoſaedre A B C, eſtant diuiſee en trois triangles par lignes droites menees du centre D à chaſque angle de ladite baſe;



le Tetraedre qui eſt compris de 4 faces ou baſes, contiendra en toute ſa ſuperficie conuexe 12 tels triangles; & l'Octaedre en contiendra 24 en ſes 8 baſes: mais l'Icoſaedre eſtant compris de 20 baſes, aura 60 tels triangles en toute ſa ſurface conuexe. Pareillement le Dodecaedre ayant 12 faces pentagonalles, telles que la baſe A B C D E, laquelle eſt diuiſee en 5 triangles par lignes droites menees du centre F, aura en toute ſa ſuperficie conuexe 60 tels triangles. Maintenant puiſque deux tels triangles ſont enſemble egaux au rectangle contenu ſous la perpendiculaire tiree du centre de la baſe au coſté, & ſous ledit coſté, il y aura 12 tels rectangles en toute la ſuperficie du cube: ſix en celle du Tetraedre, douze en la ſurface de l'Octaedre, & 30 tant en la ſuperficie du Dodecaedre que de l'Icoſaedre. Or eſtant tiree en la baſe du cube A B C D la perpendiculaire E F, elle ſera egale à la moytié du coſté du cube. Car puis que par ce qui eſt demonſtré au ſcholie de la 26. p. 1. la perpendiculaire E F couppe la baſe AB egalement, & que par la 6. p. 1. elle eſt egale

à A F, il conſte qu'icelle E F eſt egale à la moytié du coſté du cube. Mais eſtant tiree en la baſe du Tetraedre, Octaedre, & Icoſaedre, vne perpend. DE, elle ſera moytié du ſemi-diametre C D. Veu donc que par la 12. p. 13. le quarré du coſté A C eſt triple du quarré du ſemi-diametre C D; ſi on fait que comme 3 eſt à 1, ainſi le quarré du coſté donné AC ſoit à vn autre, ſera produit le quarré du ſemi-diametre C D: & partant la moytié de la racine quarree d'iceluy produit donnera la perpendiculaire D E. Finalement eſtant tiree en la baſe pentagonalle du Dodecaedre la perpendiculaire F G, elle ſera cogneuë oſtant du quarré du ſemi-diametre A F, le quarré de A G moytié du coſté de la baſe pentagonalle du Dodecaedre, ou bien prenant moytié de l'aggregé du ſemi-diametre A F, & du coſté du decagone inſcrit au cercle A B D par la 1. p. 14. Ayant donc cogneu le coſté de la baſe d'vn corps regulier, & la perpendiculaire menee du centre d'icelle baſe au coſté, on trouuera la ſuperficie conuexe d'iceluy corps propoſé, laquelle eſtant multipliee par la perpendiculaire tombant du centre d'iceluy corps ſur l'vne de ſes baſes, le tiers du produit donnera le contenu ſolide dudit corps regulier propoſé.

Or pour d'autant plus illuſtrer & rendre manifeſte les choſes cy-deſſus, nous enſeignerons encore à cognoiſtre tant les coſtez des cinq corps reguliers inſcriptibles en vne meſme Sphere, dont le diametre ſoit cognu, que les perpendiculaires tombantes du centre de la Sphere ſur la baſe de chacun deſdits corps reguliers, comme auſſi leurs ſuperficies conuexes, & contenus ſolides, ayant au prealable trouué leſdits coſtez, ſuiuant ce qui eſt dict & demonſtré en la 18 p. 13.



Soit donc la ligne droite A B le diametre d'vne Sphere: Et il faut trouuer les coſtez des 5 corps reguliers inſcriptibles en icelle. Ayant deſcrit ſur iceluy diametre A B le demy cercle A D B, ſoit diuiſé icelui diametre en E, tellemẽt que A E ſoit double de E B, & du poinct E ſoit eſleuee la perpendiculaire E D, & mené A D, qui ſera le coſté du Tetraedre: mais ayant mené B D, icelle ſera le coſté du cube: en apres du centre C ſoit eſleué à angles droicts le ſemi-diametre C F, & menee B F, qui ſera le coſté de l'Octaedre: par apres ſoit eſleuee la perpendiculaire A G egale au diametre A B, & menee C G coupant la periphere en H, & ayant mené A H, elle ſera le coſté de l'Icoſaedre: Finalemẽt ſoit coupé le coſté du cube B D en la moyenne & extréme raiſon en I, & le plus grand ſegment B I ſera le coſté du Dodecaedre. Maintenant appliquons les nombres à ceſte conſtruction Geometrique.

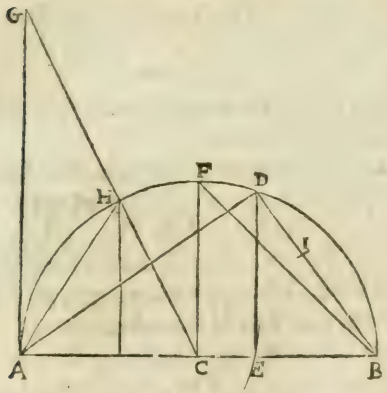
Le diametre de la Sphere A B ſoit 12: la partie A E ſera donc 8, & E B 4; & partant la moienne proportionnelle E D ſera $\sqrt{32}$, dont le quarré 32 eſtant

adiouſté au quarré de A E, viendront 96, dont la racine, ſçauoir eſt √96, ſera pour A D coſté de la pyramide ou Tetraedre; lequel ſera auſſi donné comme dit eſt cy deuant, ſi on fait que comme 3 à 2, ainſi 144 quarré du diametre A B ſoit à vn autre 96: ou biẽ faiſant que cõme 3 eſt à √6, ainſi le diametre 12 ſoit à vn autre √96. Et puis que par le corol. de la 12. p. 13. le quarré du coſté du triangle equilateral eſt au quarré du diametre du cercle qui le circonſcrit comme 3 à 4; faiſant que comme 3 eſt à 4, ainſi 96 quarré du coſté A D ſoit à vn autre, viendront 128 pour le quarré du diametre du cercle circonſcriuãt la baſe du Tetraedre; & partant le ſemi-diametre ſera √32, & ſa moytié à laquelle eſt egale la perpendiculaire menee du centre de la baſe au coſté ſera √8. Mais nous auons dit que la ſuperficie conuexe du Tetraedre contient ſix rectangles faits ſous ladite perpendiculaire & le coſté: multipliant donc le coſté √96 par la perpendiculaire √8, viendront √768, qui multipliez par 6, donneront √27648 pour l'aire ou ſurperficie conuexe dudit Tetraedre. Or puis que par le corol. de la 13. p. 13. la perpendiculaire tombant du ſommet du Tetraedre au plan de la baſe, eſt les deux tiers du diametre de la ſpere A B, icelle perpendiculaire ſera 8; & par le meſme corol. la perpendiculaire tombante du centre de la ſphere audit plan de la baſe eſt la ſixieſme partie dudit diametre A B; partãt icelle perpendiculaire eſt 2, par laquelle eſtant multiplié la ſuperficie conuexe cy deſſus trouuee, viendront √110592, dont le tiers eſt √12288, & autant eſt le contenu ſolide de tout le Tetraedre.

Maintenant le quarré du coſté A D eſtant oſté du quarré du diametre A B, reſteront 48, dont la racine quarree √48 eſt le coſté du cube B D; lequel ſeroit auſſi donné prenant le tiers du quarré dudit diametre A B. Or il eſt manifeſte que tant la perpendiculaire tombante du centre de la baſe au coſté, que celle tombante du centre cube à ladite baſe, eſt egale à la moytié dudit coſté; & partant chacune d'icelle ſera √12: & puis que la ſuperficie conuexe du cube contient 12 rectangles compris ſous ladite perpendiculaire, & le coſté; multipliant le coſté √48 par ladite perpendiculaire √12, viendront 24, qui multipliez par 12, viendront 288 pour la ſuperficie conueze du cube, laquelle multipliee derechef par la perpendiculaire √12, viendront √995328, dont le tiers √110592 eſt pour le contenu ſolide du cube.

Quant à l'Octaedre, le quarré du diametre AB eſt double du quarré d'iceluy coſté de l'Octaedre B F; & partant ledit coſté BF eſt √72. Mais par la 12. p. 13. le ſemidiametre du cercle circonſcriuant la baſe triangulaire dudit Octaedre ſera √24; & partant la perpendiculaire tiree du centre d'icelle baſe au coſté ſera √6. Et puis que la ſuperficie conuexe dudit Octaedre eſt egale à douze fois le rectangle compris ſous icelle perpendiculaire, & le coſté de la baſe; multipliant ledit coſté √72 par icelle perpendiculaire √6, viendront √432, qui multipliez par 12, viendront √62208 pour la ſuperficie conuexe de l'Octaedre, qui multipliee par √12, (qui eſt la ſuperpendic. tombante du centre de la ſphere à la baſe de l'Octaedre; car icelle eſt la moytié du coſté du cube inſcrit en vne meſme ſphere, ou bien à cauſe que le quarré du ſemi-diametre de ladite ſphere eſt triple du quarré perpendiculaire,) & viendront √746496, dont le tiers 288 eſt le contenu ſolide de l'Octaedre.

Pour le regard du coſté du Dodecaedre, qui eſt B I, il ſera $\sqrt{60}-\sqrt{12}$, puis qu'il eſt le plus grand ſegment de B D $\sqrt{48}$ couppé en la moyenne & extréme raiſon. Or nous auons trouué au liure precedent, que la raiſon du diametre du cercle au coſté du pentagone inſcrit en iceluy cercle eſt comme 4 à $\sqrt{(10-\sqrt{20})}$; & partant ſi on fait que comme $10-\sqrt{20}$ eſt à 4, ainſi $72-\sqrt{2880}$ quarré du coſté du pẽtagone de la baſe du Dodecaedre ſoit à vnautre, viendront $24-\sqrt{115\frac{1}{9}}$ pour le quarré du ſemi-diametre du cercle circonſcriuant la baſe pentagonalle du Dodecaedre; & par conſequent iceluy ſemi-diametre eſt $\sqrt{(24-\sqrt{115\frac{1}{9}},)}$ du quarré duquel eſtant oſté le quarré de la moytié du coſté, ſçauoir eſt $18-\sqrt{180}$, reſteront $6-\sqrt{28\frac{4}{9}}$ pour le quarré de la perpendiculaire tombante du centre de la baſe au coſté d'icelle; & partant iceſle perpend. ſera $\sqrt{(6-\sqrt{28\frac{4}{9}})}$, par laquelle eſtant multiplié le coſté de ladite baſe $\sqrt{60}-\sqrt{12}$, viendront $\sqrt{(720-\sqrt{501811\frac{1}{9}})}$, qui multipliez par 30 (à cauſe que la ſuperficie conuexe du Dodecaedre contient 30 fois ce produit) donneront $\sqrt{(648000-\sqrt{406667072000})}$ pour toute la ſuperficie conuexe du Dodecaedre, qui a $\sqrt{60}-\sqrt{12}$ pour chaſque coſté de ſes baſes. Et pour auoir la perpendiculaire tombante du centre de la ſphere ſur chacune d'icelles baſes, ſoit oſté le quarré du ſemi-diametre du cercle qui les circonſcrit de celuy du ſemi-diametre de la ſphere, ſçauoir eſt $24-\sqrt{115\frac{1}{9}}$ de 36, & reſteront $12+\sqrt{115\frac{1}{9}}$, pour le quarré de ladite perpendiculaire, qui partant eſt $\sqrt{(12+\sqrt{115\frac{1}{9}})}$, par laquelle ſoit multipliee ladite ſuperficie conuexe trouuee, & le tiers du produit, ſçauoir eſt $\sqrt{(864000+\sqrt{597196\ 800000}-\sqrt{722963683555\frac{5}{9}}-\sqrt{5783709\ 46844\frac{4}{9}})}$ ſera le contenu ſolide dudit Dodecaedre inſcrit en la ſphere qui a 12 pour diametre.



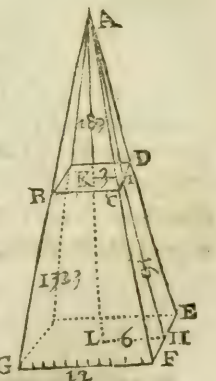
Reſte finalement l'Icoſaedre, dont le coſté eſt A H; pour trouuer lequel ſoit tiree de H la perpendiculaire H K, afin d'auoir les deux triangles rectangles A G C, K H C equiangles. Et d'autant que A G eſt egal au diametre A B, & A C la moytié d'iceluy, G C ſera $\sqrt{180}$; & faiſant que comme G C $\sqrt{180}$ eſt à G A 12, ainſi C H 6 ſoit à vn autre, viendront $\sqrt{28\frac{4}{9}}$ pour H K; & partant K C ſera $\sqrt{7\frac{1}{9}}$, qui oſté de A C 6, reſteront $6-\sqrt{7\frac{1}{9}}$ pour A K, duquel le quarré eſt $43\frac{1}{9}-\sqrt{1036\frac{4}{9}}$, qui adiouſté au quarré de K H $28\frac{4}{9}$, viendront $72-\sqrt{1036\frac{4}{9}}$ pour le quarré de A H coſté de l'Icoſaedre, & partant iceluy coſté eſt $\sqrt{(72-\sqrt{1036\frac{4}{9}})}$. Et puis que par la 3. p. 14. vn meſme cercle circonſcrit le pentagone du Dodecaedre, & le triangle de l'Icoſaedre inſcrit en vne meſme ſpere, le ſemi-diametre du cercle circonſcriuant ledit triangle de l'Icoſaedre ſera $\sqrt{(24-\sqrt{115\frac{1}{9}})}$ du quarré duquel eſtant oſté le quarré de la moytié du coſté, ſçauoir eſt $18-\sqrt{64\frac{4}{9}}$ reſteront $6-\sqrt{16\frac{1}{9}}$, pour le quarré de la perpendiculaire menee du centre de l'vne des baſes au coſté d'icelle; & partant icelle perpẽdiculaire eſt $\sqrt{(6-\sqrt{16\frac{1}{9}})}$, par laquelle eſtãt multiplie ledit coſté de la baſe,

& le produit derechef multiplié par 3c, viendrõt $\sqrt{(505440-\sqrt{7542072000})}$ pour toute la superficie de l'Icosaedre. Et puis que par la susdite 3. p. 14. vn mesme cercle circonscrit tant le pentagone du Dodecaedre que le triangle de l'Icosaedre, il s'ensuit que les perpendiculaires tombantes du centre de la sphere sur la base de l'vn & l'autre solide sont egales: icelle est donc telle que dessus, sçauoir est $\sqrt{(12+\sqrt{115\frac{1}{2}})}$, par laquelle estant multipliee la superficie cy dessus trouuee, & pris le tiers du produit, viendront $\sqrt{(6065280+\sqrt{3633345331}20-\sqrt{13408128000}-\sqrt{10726502400})}$ pour le contenu solide de l'Icosaedre, dont A H est le costé.

COROLLAIRE II.

Toute pyramide reguliere equicrure, & recindee par vn plan semblable & parallele à la base, sera mesuree auec la mesme facilité.

Car continuant les costez d'icelle iusques à ce qu'ils se rencontrent en vn mesme sommet, la pyramide sera parfaite, & pourra estre mesuree cõme il a esté monstré: comme aussi sera mesuree à part la petite pyramide qu'on aura adiousted dessus la pyramide recindee & imparfaite, cõme dit est.



Pour exemple. Soit la pyramide imparfaite à mesurer BCDEFG quadrilatere, equicrure, recindee & couppee par le plan B D, semblable & parallele à la base: de laquelle base vn chacun costé soit 12: & de l'autre plan B D vn chacun costé de 6. Il est manifeste, que telle raison qu'a G F à B C, telle & semblable a la toute F C A à AC, & par consequent H I A à A I, & L K A à K A, *par la 2. du 6. & par les 1. & 2. problesmes du mesme.* Que si G F est double à B C, la ligne A H sera double à A I, & A L à A K: & s'ensuit, que si H I contient 16, I A contiendra aussi 16, & sera par ce moyen la pyramide coupee par la moytié de sa hauteur iustement. Et pource que du quarré de HA 1024, faut soustraire le quarré de L H 36, afin que la racine quarree de ce qui restera soit la hauteur de L A, *par la 47. du premier.* Il est euident qu'icelle L A pourra estre de 31 & demy: la moytié desquels sont 15 & 3 quarts pour la hauteur L K, ou K A.

Or la base G E contient 144, le tiers desquels (sçauoir 48) multiplié par 31 & demy produira 1512, pour le contenu vniuersel de toute la pyramide A G E.

Apres conuient meſurer la petite pyramide A B D, la baſe de laquelle contient 36: le tiers (ſçauoir 12) multiplié par 15 & 3 quarts produira 189, leſquels ſouſtraits de 1512, reſteront 1323 pieds ſolides pour le contenu de la pyramide imparfaite propoſee B D F G. Or pour meſurer la ſuperficie d'icelle (excepté les deux baſes) cela a eſté monſtré en la meſure des trapezes: car les coſtez ſont quatre trapezes.

Ou autrement meſure le quarré qui aura ſon demi-diametre egal à la moyenne proportionnelle entre la ligne I H, & la compoſee de K I, L H: car iceluy ſera egal à la ſuperficie des coſtez. La raiſon eſt, que pour meſurer les deux baſes, il faut multiplier la moytié de la compoſee par le tour & circuit d'icelles baſes: & pour meſurer la ſuperficie des coſtez faut multiplier la moytié de L H par les meſmes circuits: ce qui eſt euident: dont s'enſuit *par la premiere du 6*, que la ſuperficie des coſtez a telle raiſon aux baſes que I H a la compoſee de K I, L H: la figure donc ſemblable & equiangle à l'vne des baſes, & de laquelle le demi-diametre ſe trouuera moyen entre I H, & la compoſee de K I, L H, ſera egale à la ſuperficie des coſtez, *par la 19. du 6.*

Si noſtre autheur auoit demonſtré que pour meſurer les deux baſes G E, B D, il faut multiplier la moytié de la compoſee de L H, K I par le tour & circuit d'icelles baſes, la conſequence qu'il tire par la 1. p. 6. pourroit bien auoir lieu; mais cela ne pouuant eſtre, ladite conſequence demeure nulle; ce que nous diſons ſeulement en paſſant afin que perſonne ne ſ'ahurte en ceſt endroit, nous eſtant contenté de corriger en quelque façon les fautes qui ſ'eſtoient gliſſees és precedentes impreſſions en pluſieurs endroits de ce Corol. 2. tant par le changement de deux lettres en la figure qu'autrement.

COROLLAIRE III.

Par meſme moyen auſſi ſont meſurees les pyramides Rhomboïdes.

Comme ſoit la pyramide Rhomboïde A B C D, de laquelle la baſe contienne 35, & la hauteur perpendiculaire 15: laquelle hauteur ſoit iuſtement ſur le poinct C: c'eſt à dire que le coſté A C ſoit orthogonel: ie multiplie 35 par 5, ou 11 & 2 tiers par 15, & le produit 175, eſt le contenu ſolide de la pyramide Rhomboïde A B C, la raiſon eſt qu'iceluy eſt egal à la pyramide equicrure de meſme baſe & hauteur, *par la 5. & 6. du 12.*

Et ainſi ſe meſureront toutes autres pyramides Rhomboïdes plus panchantes & enclinees (c'eſt à dire, deſquelles la perpendiculaire tombera

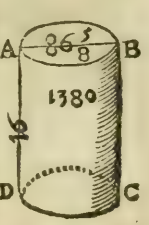
tombera du ſommet hors la baſe): car elles auront touſiours meſme raiſon à autres pyramides de meſme hauteur, que leurs baſes auront l'vne à l'autre: *par les meſmes.*

Et pour trouuer telles perpendiculaires, quand elles tombent hors la baſe, il ſera facile à celuy qui aura bien entendu comment ſe trouue la perpendiculaire qui tombe hors de la baſe d'vn triangle ambligone: *comme il a eſté monſtré au Corollaire troiſieſme du troiſieſme chap. du ſecond liure.*

Comment ſont meſurez les corps compris des ſuperficies circulaires, & premierement le cylindre.

CHAP. V.

De tout cylindre la baſe multipliee par la hauteur orthogonelle d'iceluy, produit le contenu ſolide du meſme cylindre.



Comme pour exemple le cylindre A B C D ait pour baſe 86 & 5 huitieſmes, (eſtant ſon diametre 10 & demy) il faut multiplier 86 & 5 huitieſmes par la hauteur orthogonelle du cylindre, que nous poſons de 16: le produit 1386 eſt le contenu ſolide dudit cylindre. La raiſon eſt que le rectangle ſolide de baſe & hauteur egale, luy eſt auſſi egal en ſon contenu, *par le Corollaire de la ſeptieſme du 12.*

Quant à ſa ſuperficie (hors les baſes) elle ſera trouuee en multipliant la circonference de la baſe par icelle haulteur orthogonelle: car le produit ſera egal à la ſuperficie cherchee: la raiſon de ce eſt euidente. Ou autrement d'autant que la meſme ſuperficie a telle raiſon à la baſe que BC au quart du diametre de la meſme baſe, *par la 1. du 6*, meſure le cercle, duquel le quart du diametre ſoit moyen entre BC, & le quart du diametre de la baſe du cylindre: car iceluy ſera egal à la ſuperficie du coſté dudit cylindre, *par la 19. du 6.*

Par la 13. p. du liure de la ſphere & cylindre d'Archimede, ladite ſuperficie conuexe du cylindre eſt egale au cercle duquel le demi-diametre eſt moyen proportionnel entre la hauteur du cylindre & le diametre de la baſe d'iceluy: Ce qui me ſemble plus aiſé que ce que deſſus. Or nous aduertirons encore le lecteur, que noſtre autheur n'ayant pris la peine de faire ſes ſupputations exactes, nous les auõs corrigees en pluſieurs endroits de ce liure eſquels les fautes eſtoient ſenſibles, comme on pourra voir és figures, où les nombres d'icelles ſupputations ſont encores cottez, & ce à cauſe qu'icelles figures ont

eſté taillees ſur celles des precedentes impreſſiõs: Comme pour exemple, en la ſupputation du cylindre cy-deſſus, il y auoit ſeulement 1380, & il y faloit 1386, leſquels 1380 ſont encore demeurez en la figure; & au Corol. ſuiuant, les nombres du diſcours ne correſpondent à ceux de la fig. & neantmoins nous ne les auons voulu changer, eſtimãt que l'intention de noſtre autheur a eſté de diuerſifier l'exemple precedent; & partant que l'erreur eſt en la fig. & non au diſcours: le lecteur ne ſ'aheurtera dõc à ces diuerſitez, mais prendra peine de ſuiure exactement les regles & preceptes y mentionnez. Adiouſtõs encore icy quelques propoſitions ſur ce ſuject des cylindres.

1. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cylindre, & la baſe d'iceluy; cognoiſtre le diametre d'icelle baſe, & la hauteur du cylindre.*

Il faut diuiſer le contenu du cylindre par la baſe d'iceluy, & viendra ſa hauteur; & quant au diametre de la baſe, il ſera trouué par ce qui eſt enſeigné au 5. prob. du 9. chap. du liure precedent. Ainſi le contenu ſolide d'vn cylindre eſtant 924, & ſa baſe 154; pour trouuer ſa hauteur ie diuiſe le contenu 924 par la baſe 154, & viennent 6 pour ladite hauteur: mais faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi la baſe 154 ſoit à vn autre, viendront 196, dont la racine quarree 14, eſt pour le diametre de ladite baſe du cylindre propoſé.

2. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cylindre, & la hauteur d'iceluy; cognoiſtre tant ſa baſe, que ſa ſuperficie conuexe.*

Il faut diuiſer le contenu du cylindre par ſa hauteur, & viendra ſa baſe, la periphere de laquelle ſoit trouuee, comme il eſt enſeigné au 5. prob. du chap. 9. du liure precedent: puis ſoit multipliee icelle periphere par la hauteur propoſee, & viendra la ſuperficie conuexe du cylindre propoſé. Ainſi le contenu d'vn cylindre eſtant 924, & ſa hauteur 6: pour trouuer ſa baſe ie diuiſe le contenu 924 par la hauteur 6, & viennent 154 pour la baſe du cylindre: mais faiſant que comme 7 eſt à 88, ainſi ladite baſe 154 ſoit à vn autre nõbre, viendront 1936, dont la racine quarree 44 donne la periphere de la baſe du cylindre propoſé.

3. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cylindre, & ſa ſuperficie conuexe; trouuer le contenu du cylindre.*

Soit trouuee la circonference du cercle de la baſe donnee, ainſi qu'il eſt dit au 5. prob. du 9. chap. du ſecond liure: puis par icelle periphere ſoit diuiſee la ſuperficie conuexe propoſee, & le quotient donnera la hauteur du cylindre, par laquelle eſtant multipliee ladite baſe donnee, viendra le contenu du cylindre. Ainſi la baſe d'vn cylindre eſtant 154, & la ſuperficie conuexe 220: pour ſçauoir le contenu en ſolidité d'iceluy cylindre, ie trouue premierement que la periphere de la baſe 154 eſt 44, par laquelle ie diuiſe la ſuperficie 220, & viennent 5 pour la hauteur du cylindre, par laquelle hauteur ie multiplie la baſe 154, & viennent 770 pour le contenu ſolide du cylindre propoſé. On pourroit encore trouuer ladite hauteur du cylindre par le moyen du cercle egal à la ſuperficie conuexe, mais il ſeroit beaucoup plus long & difficile que par la maniere cy deſſus: Car il faudroit premierement trouuer tant le diametre du cercle egal à la ſuperficie conuexe donnee, que celuy de la baſe propoſee: puis à ce diametre cy, & moytié de celuy-là, trouuer vn troiſieſme

proportionnel, qui ſeroit la hauteur requiſe.

4. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cylindre, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe dudit cylindre; cognoiſtre le contenu ſolide d'iceluy.*

Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee correſpondant à la baſe eſt à l'autre terme, ainſi ladite baſe ſoit à vn autre nombre, iceluy ſera la ſuperficie conuexe: tellement que la hauteur ſera trouuee, comme dit eſt, au precedent prob. Ainſi la baſe d'vn cylindre eſtant 154, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe d'iceluy ſoit comme 7 à 10: pour trouuer la hauteur ie fais que comme 7 eſt à 10, ainſi la baſe donnee 154 ſoit à vn autre nombre, & viendra 220, qui ſera la ſuperficie conuexe du cylindre: En apres, ie trouue que la periphere du cercle de la baſe ſera 44, par laquelle ie diuiſe la ſuperficie trouuee 220, & vient 5 pour la hauteur du cylindre: & partant la baſe 154 eſtant multipliee par 5, viendront 770 pour le contenu en ſolidité du cylindre propoſé.

5. *Eſtant cogneuë la ſuperficie conuexe d'vn cylindre, & la raiſon d'icelle à la baſe; cognoiſtre le contenu du cylindre.*

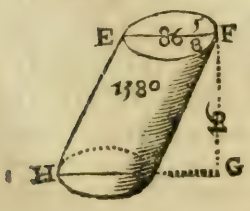
Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee homologue à la ſuperficie eſt à l'autre terme, ainſi ladite ſuperficie ſoit à vn autre nombre, viendra la baſe, de laquelle il faudra trouuer la periphere, comme dit eſt cy deſſus: puis diuiſer la ſuperficie donnee par icelle periphere, & viendra la hauteur du cylindre, par laquelle eſtant multipliee la baſe, viendra le contenu ſolide du cylindre: Ce qui eſt ſi manifeſte & aiſé à pratiquer apres l'exemple du precedent prob. qu'il n'eſt beſoin d'en mettre d'autre.

6. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cylindre, & la raiſon du diametre de la baſe d'iceluy à ſa hauteur; cognoiſtre tant la baſe que la hauteur du cylindre.*

Soit vn cylindre le contenu ſolide duquel ſoit 924, & que le diametre du cercle de la baſe d'iceluy ſoit à ſa hauteur comme 7 à 3: pour trouuer la baſe & la hauteur du cylindre, ie cherche premierement quel eſt le contenu en ſolidité du cylindre, duquel le diametre de la baſe eſt 7, & ſa hauteur 3, & trouue que le contenu d'iceluy eſt $115\frac{1}{2}$: puis apres ie fais que comme iceluy contenu trouué $115\frac{1}{2}$ eſt au contenu donné 924, ainſi 3 (terme de la raiſon donnee homologue à la hauteur) ſoit à vn autre nombre, & viennent 24: Finalement ie cherche le premier de deux moyens proportionnaux entre ledit terme 3, & les 24 trouuez, & iceluy eſt 6: autant eſt donc la hauteur du cylindre popoſé, par laquelle eſtant diuiſé le contenu donné, viennent 154 pour la baſe d'iceluy, tellement que ſon diametre ſera 14.

COROLLAIRE I.

Les cylindres Rhomboïdes ſont meſurez par vn meſme moyen.



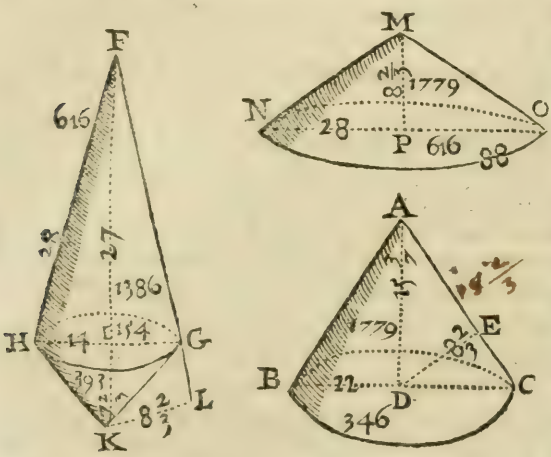
Comme ſoit le cylindre Rhomboïde EFH, duquel la baſe contienne 86 & 5 huitieſmes (à cauſe du diametre de 10 & demy) & la hauteur orthogonelle GF 14. Ie multiplie 86 & 5 huitieſmes par 14, le produit 1212 & 3 quarts eſt le contenu cherché *par les raiſons deuant dites.*

De la mesure des Cones, Rhombes & Rhomboïdes.

CHAPITRE VI.

De tout cone la superficie de la base multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle, ou toute icelle hauteur par le tiers de la base, produit le contenu solide dudit cone.

COmme soit le cone ABC, duquel la base contienne 346 & demy (à cause du diametre qui est de 21) & la hauteur perpendiculaire AD soit de 15 & 3 septiesmes. Ie multiplie $346\frac{1}{2}$ par 5 & vn septiesme, ou 15 & 3 septiesmes par 115 & 1 tiers, le produit 1782, est le contenu solide d'iceluy cone: parce que le cone est la tierce partie du cylindre qui a base & haulteur egale: *par la 10. du 12.*



Et pour auoir le contenu de la superficie laterale, multiplie toute la circonference de la base 66 par la moytié du costé AC (c'est à dire par 9 & 1 tiers) ou tout le costé AC 18 & 2 tiers par la moytié de la circonference, & le produit 616, sera egal à la superficie cherchee: car il est euident que telle superficie n'est autre chose qu'vn secteur de cercle qui a son diametre egal à AC.

Ou autrement mesure le cercle, qui aura pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre AC & CD: car iceluy sera egal à la mesme superficie, ce qui se demonstre ainsi. DC multiplié par la moitié de la circonference de la base, produit le contenu d'icelle base: & aussi AC multiplié par la moytié de la mesme circonference, produit la superficie laterale du cone: veu donc que ces deux superficies ont vn mesme multipliant, elles sont l'vne à l'autre comme AC à CD, *par la 1. du 6.* Or la moyenne proportionnelle entre DC & CA (c'est à dire 14) décrit vn cercle, duquel la base a telle raison, que DC à CA (c'est à dire raison doublee des costez) *par les Corollaires de la 19. & 20.*

du 6,(car les cercles ſont l'vn à l'autre comme les quarrez de leurs diametres (*par la 2. du 12.*) Il s'enſuit donc que tel cercle eſt egal à la ſuperficie lateralle du cone donné *par la 9. du 5.* Il ne ſera point inutile ny deſ-agreable de donner encores vn autre exemple, pour le regard de la meſure ſolide. Soit le cone MNO, ayant le diametre de ſa baſe 28 : icelle baſe contiendra 616, & ſera egale à la ſuperficie lateralle du cone A B C, & poſons que ſa hauteur ſoit egale à la ligne D E du premier cone, laquelle eſt tiree en angles droits du centre de la baſe ſur le coſté AC. Ceſte hauteur M P ſera donc 8 & $\frac{70}{105}$. Ie dis que ce cone eſt egal au premier ABC. Car comme la ſuperficie lateralle 616 du cone ABC eſt à ſa baſe 346 & demy, ainſi A C à C D (c'eſt à dire AD à D E : car les triangles ſont equiangles & proportionnaux) *par la 4. du 6.* Les hauteurs doncques de ces deux cones ont à leurs baſes vne mutuelle proportion & reciproque (c'eſt à dire que comme la baſe NO à la baſe BC, ainſi AD à MP) il s'enſuiura donc qu'ils ſeront egaux, *par la 15. du 12. ou par la 16. du 6* : car de quatre grandeurs proportionnelles, ce qui eſt fait des extrémes eſt égal à ce qui eſt produit des moyennes. Multiplie auſſi 610 par 2 & $\frac{92}{105}$, il en viendra le meſme nombre 1782.

Tout ainſi qu'és autres chap. nous auons dit quelque choſe ſur le ſujet d'iceux, auſſi ferons-nons icy, inſerant quelques probleſmes concernant le cone orthogonel.

1. *Eſtant cogneu le contenu d'vn cone, & la baſe d'iceluy ; trouuer tant ſa hauteur, que ſon coſté.*

Il n'y a qu'à diuiſer le contenu du cone par ſa baſe, & le triple du quotient ſera la hauteur d'iceluy cone : en apres ſoit trouué le ſemi-diametre de la baſe, comme il eſt enſeigné au 5. prob. du chap. 9. du ſecond liure, & le quarré d'iceluy ſemi-diametre eſtant joint au quarré de la hauteur trouuee, on aura le quarré du coſté du cone ; & partant iceluy coſté ſera cogneu. Ainſi vn cone contenant en ſa ſolidité 616, & en la ſuperficie de ſa baſe 154 ; pour trouuer la hauteur d'iceluy, ie diuiſe le contenu 616 par la baſe 154, & viennent 4, dont le triple 12, eſt la hauteur du cone propoſé ; mais pour trouuer le coſté d'iceluy, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi la baſe 154 ſoit à vn autre nombre, & viennent 196, dont la racine quarree 14 eſt pour le diametre de la baſe : tellement que le ſemi-diametre eſt 7, duquel le quarré 49 eſtant ioint au quarré de la hauteur 144, viennent 193, dont la racine quarree eſt le coſté du cone propoſé ; iceluy coſté eſt donc $\sqrt{193}$.

2. *Eſtant cogneu le contenu d'vn cone, & la hauteur d'iceluy ; cognoiſtre tant ſa baſe que ſa ſuperficie conuexe.*

Il faut diuiſer le contenu du cone par le tiers de ſa hauteur, & viendra au quotient la baſe du cone, la periphere de laquelle ſoit trouuee par le ſuſdit 5.

prob. & puis apres ſoit trouué le coſté du cone, comme il eſt dit cy deſſus, par la moytié duquel eſtant multipliee la periphere de la baſe, viendra la ſuperficie conuexe du cone. Ainſi le contenu d'vn cone eſtant 616, & ſa hauteur 12, pour trouuer ſa baſe ie diuiſe le contenu 616 par la hauteur 12, & viennent 154 pour ladite baſe: & faiſant que comme 7 eſt à 88, ainſi la baſe trouuee 154. ſoit à vn autre nombre, viennent 1936, dont la racine quarree 44 eſt la periphere de la baſe: mais faiſant que comme 11 eſt à 14, ainſi la meſme baſe 154 ſoit à vn autre nombre, viendroit le quarré du diametre, lequel diametre on aura plus promptement faiſant que comme 22 eſt à 7, ainſi la circonference trouuee 44, ſoit à vn autre nombre 14, qui ſera le diametre: & partant le quarré du ſemi-diametre ſera 49, qui adiouſté à 144, quarré de la hauteur du cone, viennent 193, dont la racine quarree $\sqrt{193}$, eſt le coſté du cone, qui multiplié par la moytié de la circonference trouuee, viendront $\sqrt{93412}$ pour la ſuperficie conuexe du cone propoſé.

3. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone, & ſa ſuperficie conuexe; cognoiſtre le contenu du cone.*

Il faut premierement trouuer tant le diametre du cercle de la baſe que ſa periphere: puis par la moytié d'icelle periphere, ſoit diuiſee la ſuperficie conuexe du cone, & viendra le coſté d'iceluy, du quarré duquel ſoit oſté celuy du ſemi-diametre de la baſe, & reſtera le quarré de la hauteur du cone, par le tiers de laquelle hauteur eſtant multipliee la baſe, viendra le contenu dudit cone. Parquoy la baſe d'vn cone eſtant $254\frac{4}{7}$, pour trouuer le contenu d'vn cone, ie trouue, comme dit eſt cy deſſus, que le diametre de la baſe ſera 18, & ſa periphere $56\frac{4}{7}$, par la moitié de laquelle periphere $28\frac{2}{7}$, ie diuiſe la ſuperficie conuexe donnee $424\frac{2}{7}$, & viennent 15 pour le coſté du cone, dont le quarré eſt 225, duquel i'oſte 81 quarré du ſemi-diametre de la baſe, & reſtent 144, dont la racine quarree 12, eſt la hauteur du cone, par le tiers de laquelle hauteur ie multiplie la baſe donnee $254\frac{4}{7}$, & viennent $918\frac{2}{7}$ pour le contenu ſolide du cone propoſé.

4. *Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone, & la raiſon d'icelle à la ſuperficie conuexe du cone; cognoiſtre le contenu ſolide d'iceluy cone.*

Faiſant que comme le terme de la raiſon donnee homologue à la baſe eſt à l'autre terme, ainſi ladite baſe ſoit à vn autre nombre, viendra la ſuperficie lateralle: tellement que nous aurons la baſe, & la ſuperficie conuexe d'vn cone cogneus: & partant le contenu d'iceluy ſera trouué, comme il eſt dit au precedent probl. Ce qui eſt ſi manifeſte, & facile à operer, qu'il n'eſt beſoin d'exemple, non plus que ſi la ſuperficie conuexe eſtoit cogneuë, & la raiſon d'icelle à la baſe.

5. *Eſtant cogneu le contenu ſolide d'vn cone, & la raiſon du diametre de la baſe à la hauteur d'iceluy; cognoiſtre tant la baſe que la hauteur du cone.*

Soit vn cone le contenu duquel eſt 616, & le diametre du cercle de la baſe d'iceluy ſoit à ſa hauteur comme 7 à 6: pour trouuer tant la baſe que la hauteur du cone, ie cherche premierement le contenu ſolide du cone, dont le diametre du cercle de la baſe ſeroit 7, & ſa hauteur 6, & trouue que le contenu d'iceluy cone ſeroit 77: Secondement ie fais que comme iceluy nombre trouué 77 eſt au donné 616, ainſi 6 (terme de la raiſon donnee homologue à

la hauteur) ſoit à vn autre nombre, lequel eſt 48 : En apres ie cherche le premier de deux moyens proportionnaux entre ledit terme 6, & ledit nombre trouué 48, & trouue qu'iceluy eſt 12 : autant eſt donc la hauteur ducone, par le tiers de laquelle ie diuiſe le contenu donné, & viennent 154 pour la baſe du cone propoſé, & partant ſon diametre ſera 14.

6. Eſtant cogneuë la baſe d'vn cone & la raiſon du diametre de la baſe d'iceluy à ſa hauteur; cognoiſtre le contenu du cone.

Veu que le coſté d'vn cone eſt l'hypotenuſe d'vn triangle rectangle, duquel vn des coſtez de l'angle droit eſt la hauteur du cone, & l'autre coſté la moytié du diametre du cercle de la baſe dudit cone, nous pourrions inſerer icy beaucoup de prob. ſur ce ſujet des cones : mais d'autant que ceux qui entendront bien ce que nous auons dit juſques icy, les pourront faire d'eux-meſmes, & reſoudre à l'ayde des prob. que nous auons inſeré à la fin du ch. 2. du ſecond liure, nous les delaiſſons, nous contentant de celuy-cy, qui ſe reſoud par le moyen du 16. prob. dudit chap. 2. Soit donc vn cone duquel le coſté eſt 15, & la raiſon du diametre du cercle de la baſe d'iceluy à ſa hauteur ſoit comme 3 à 2 : & il faut trouuer le contenu d'iceluy cone. Il eſt manifeſte que le ſemi-diametre de la baſe ſera à la hauteur, comme 3 à 4 : les quarrez d'iceux termes ſont 9 & 16, mais leur aggregé 25, & le quarré du coſté du cone eſt 225 : Faiſant donc que comme ledit aggregé 25 eſt au quarré du coſté 225, ainſi le quarré du terme homologue au ſemi-diametre 9 ſoit à vn autre, viendra 81 pour le quarré dudit ſemi-diametre, qui partant eſt 9 ; & par conſequent la hauteur ſera 12 : & procedant comme deſſus, le contenu ſolide du cone ſera trouué de $918\frac{3}{7}$.

COROLLAIRE I.

De là s'enſuit que le tiers de la ſuperficie laterale d'vn cone multipliée par la ligne qui tombe perpendiculairement du centre de la baſe ſur le coſté du meſme cone produira le contenu ſolide d'iceluy.

Cecy meſme ſe peut demonſtrer par les pyramides de pluſieurs coſtez, leſquelles ſe pourront reduire en pluſieurs pyramides trilateres, & qui auront vne chacune leur ſommet & cime au poinct D : & lors les pyramides inſcrites au cone ſe trouueront moindres que le cone, & les circonſcrites plus grandes.

COROLLAIRE II.

Auſſi eſt euident que la baſe d'vn Rhombe multipliee par le tiers de la hauteur des cones deſquels il eſt compoſé, ou toute icelle hauteur par le tiers de la baſe, produira le contenu dudit Rhombe.

Comme ſoit le Rhombe F G H K duquel la baſe G H contienne

154, à cauſe du diametre de 14, & le coſté F G 28 : la perpendiculaire F I pourra eſtre de 27, laquelle multipliee par le tiers de la baſe, ou toute la baſe par le tiers de la hauteur FI, produira 1386, pour le contenu ſolide du cone F G H.

Apres poſons la perpendiculaire I K de 7 & 2 tiers : le tiers donc de la baſe multiplié par 7 & $\frac{2}{7}$ ou le tiers de 7 & $\frac{2}{7}$ par toute la baſe, produira 396 pour le contenu de l'autre cone G H K : les deux joints enſemble feront 1782, pour tout le contenu ſolide du Rhombe propoſé.

COROLLAIRE III.

D'où s'enſuiura auſſi que le Rhombe eſt egal au cone, qui aura baſe & hauteur egale.

COROLLAIRE IV.

Le Rhombe auſſi eſt egal au cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie laterale de l'vn des cones du Rhombe, & la hauteur egale à la ligne qui tombe perpendiculairement du ſommet de l'autre cone ſur le coſté de l'oppoſé.

Soit meſuree la ſuperficie laterale de FGH (comme il a eſté monſtré) icelle contiendra 616, & ſera egale à la baſe du cone M N O : Apres ſoit la ligne K L (procedant du sõmet de l'autre cone oppoſé, & tombant en angles droicts ſur le coſté prolongé F G L) egale à la hauteur M P : il eſt euident que la baſe N O à meſme raiſon a la baſe H G, que F G à G I (c'eſt à dire F K à K L) d'autant que les triangles F G I & F K L ſont equiangles & proportionnaux *par la 4. du 6.* Or nous auons mis M P egale à K L : il s'enſuit donc que le cone M N O eſt egal *par la meſme 15. du 12*, au cone qui aura baſe & hauteur egale au Rhombe, c'eſt à dire au Rhombe meſme F G H K.

COROLLAIRE V.

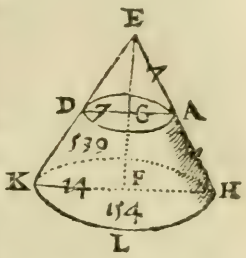
Il s'enſuit que le tiers de la ſuperficie de l'vn des cones d'vn Rhombe multipliee par la ligne qui tombe du ſommet de l'autre cone perpendiculairement ſur le coſté du premier cone, produira le contenu ſolide du Rhombe.

Car les pyramides trilateres Rhomboïdes inſcrites au Rhombe deſquelles le ſommet ſoit au poinct K, ſeront moindres que le Rhombe, & les circonſcrites plus grandes, cela eſt euident.

COROL-

COROLLAIRE VI.

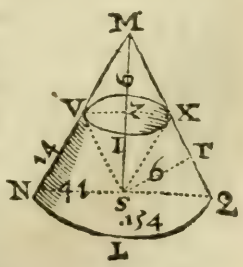
Par vn meſme moyen ſont meſurez les cones imparfaits & retendez par vn plan parallele à la baſe.



Comme ſoit le cone imparfait ADKH, ayant le diametre de l'vne de ſes baſes H K de 14, & le diametre de l'autre A D de 7, & le coſté AH auſſi de 7: il conuient conſiderer tout le cone parfait en ceſte ſorte: comme F H eſt à G A, ainſi toute la ligne F E à E G (c'eſt à dire H E à E A) *par la 4. du 6.* Or H F eſt double à GA, il s'enſuit donc que H E eſt double à E A, & F E double à E G. Ainſi E A ſera de 7, & la perpendiculaire E F enuiron 12. Si donc on meſure tout le cone parfait, *par les regles de ce chapitre*, il pourra contenir 616: deſquels faut leuer le petit cone adjouſté E D A, qui contiendra 77, ainſi reſtera 539 pour le contenu ſolide du cone imparfait A D K H.

COROLLAIRE VII.

De là eſt manifeſte qu'ayant oſté vn Rhombe de quelque cone, le reſidu pourra facilement eſtre meſuré.



Comme ſoit le cone M N Q, ayant chacun coſté de 14, & le diametre de la baſe N Q auſſi 14: l'autre diametre V X de 7: il eſt euident *par le Corollaire precedent*, que M Z ſera egale à Z S, & pourra eſtre 6. Le cone donc M V X contiendra 77, & le Rhombe M V S X 154: Leſquels ſouſtraits de tout le cone M N Q (qui contient 616) reſtera 462 pour le cõtenu ſolide du reſidu N V S X Q.

COROLLAIRE VIII.

Il s'enſuit auſſi que ce reſidu eſt egal au cone qui a baſe egale à la ſuperficie laterale dudit reſidu, & ſa hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement du centre de la baſe au coſté du meſme reſidu.

Car les pyramides quadrilateres inſcrites en ce reſidu, deſquelles le ſommet & cime ſoit en S, ſeront enſemble moindres que ledit re-

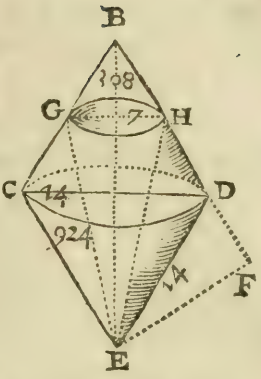
ſidu, & les circonſcrites plus grandes. Ou autrement ſoient expoſez trois cones ayans meſme hauteur, ſçauoir S T perpendiculaire ſur X Q, deſquels le premier ait ſa baſe egale à la ſuperficie laterale du petit cone M V X: le ſecond ait auſſi la baſe egale à la ſuperficie laterale du reſidu de queſtion: & le troiſieſme ait ſa baſe egale à la ſuperficie laterale du cone M N Q, c'eſt à dire aux baſes des deux autres. Il reſtera manifeſte que ce troiſieſme eſtant egal à tout le cone parfait M N Q *par les demonſtrations precedentes*, ſera auſſi egal au premier & ſecond enſemble: d'où s'enſuiura que ſi de ce troiſieſme on oſte le premier qui eſt egal au Rhombe M V S X, le ſecond ſera egal au reſidu N V S X Q.

Mais pour meſurer la ſuperficie du cone imparfait V X Q N (hors les deux baſes) il conuient multiplier la ligne X Q par la compoſee de la moitié de la circonference de l'vne des baſes N Q, & de la moitié de l'autre circonference V X: & le produit ſera egal à la ſuperficie cherchee. Car elle ſe meſure comme vn trapeze: *ainſi qu'on peut colliger de la meſure du cercle & de ſes parties.* Ou autrement meſure le cercle qui aura pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre X Q, & la ligne compoſee des deux demi-diametres: Car iceluy ſera egal à la meſme ſuperficie cherchee: la raiſon eſt que M X multipliant les deux lignes X I V & X Z ſeparément, les deux produits auront telle raiſon l'vn à l'autre que la circonference au diametre *par la 17. du 7.* Auſſi X Q multiplié par deux lignes (ſçauoir par la compoſee de X I V & Q L N, & par l'autre compoſee de X Z & Q S, les produits auront la meſme raiſon que la circonference au diametre *par la 18. du 5.* Or la moyenne entre M X & X I V, eſt le coſté du quarré egal à la ſuperficie laterale du petit cone M X V: *par la derniere du 2.* la moyenne entre M X & X Z, eſt le demi-diametre d'vn cercle egal à la meſme ſuperficie, *comme il a eſté monſtré.* Il s'enſuit donc (la moyenne entre X Q & la compoſee de X I V & Q L N, eſtant le coſté d'vn quarré egal à la ſuperficie laterale du cone imparfait ou du reſidu V S Q) que la moyenne entre X Q & la compoſee des deux diametres X Z & Q S, ſera le demi-diametre d'vn cercle egal à ceſte meſme ſuperficie du cone imparfait V X Q N.

COROLLAIRE IX.

Si d'vn Rhombe on ſouſtrait vn autre Rhombe, le contenu du reſidu ſera facilement cogneu.

Comme ſi le Rhombe B C D E, qui a 14 de chacun coſté, & le diametre de la baſe commune CD auſſi de 14, contient 1232: & d'iceluy on leue l'autre Rhombe B G H E, qui a le diametre de la baſe commune G H de 7, & qui contient 308: il reſtera 924 pour le reſidu G C E D H.



COROLLAIRE X.

Dont s'enſuiura que ce reſidu eſt egal au cone qui aura la baſe egale à la ſuperficie laterale du cone imparfait entre les deux baſes, & ſa hauteur egale à la ligne tiree du ſommet du reſidu en angles droits ſur le coſté du meſme cone imparfait.

Car les pyramides quadrilateres Rhomboïdes inſcrites en ce reſidu, deſquelles le ſommet ſera en E, ſeront moindres que ledit reſidu, & les circonſcrites plus grandes. Ou autrement ſoient preſentez trois cones de meſme hauteur, ſçauoir de E F, & que la baſe du premier ſoit egale à la ſuperficie laterale de B G H: la baſe du ſecond ſoit egale à la ſuperficie laterale entre G H & C D: & la baſe du troiſieſme egale à la ſuperficie du cone B C D (c'eſt à dire aux baſes des deux autres.) Il eſt manifeſte que ce troiſieſme ſera egal au Rhombe B C D E, *comme il a eſté monſtré*: mais le premier a auſſi eſté monſtré egal au Rhombe B G H E. Si donc on le ſouſtrait du troiſieſme, il reſtera le ſecond eſtre egal au reſidu du Rhombe de queſtion: d'autant que ce troiſieſme eſt egal aux deux premiers.

COROLLAIRE XI.

Le contenu ſolide des cones Rhomboïdes eſt meſuré de meſme que le contenu des cones equicrures.

Comme ſoit le cone Rhomboïde K L M ayant la baſe 38 & demy (à cauſe du diametre qui eſt de 7) & ſa hauteur perpendiculaire K N de 12. Il faut multiplier 38 & demy par 4, ou 12 & 5 ſixieſmes par 12, & le produit 154 ſera egal au cone Rhomboïde donné: la raiſon eſt que ce cone Rhomboïde eſt egal au cone equicrure qui a baſe & hauteur egale *par la 11. du 12.*

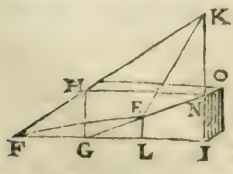
Et pour trouuer la perpendiculaire quand elle tombe hors la base regarde le Corollaire troisiéme du chapitre troisiéme du second liure: car le plus long costé K L, & le plus petit K M, auec le diametre de la base L M, font vn triangle ambligone, duquel il est facile *par le mesme Corollaire* de trouuer la perpendiculaire K N.

COROLLAIRE XII.

Tous solides rectangles, pyramides, cylindres, & cones peuuent estre reduits en cube.

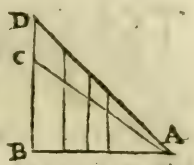
D'autant que tout solide rectangle qui a base egale à vne pyramide, & sa hauteur egale à la tierce partie de la hauteur d'icelle, est egal à icelle mesme pyramide. Il sera necessaire pour seruir aux demonstrations suiuantes, de monstrer par quel moyen tels corps rectãgles sont reduits en cube. Soit donc la plus petite face du solide rectangle mise en quarré comme IO: apres cherche deux moyennes cõtinuellement proportionnelles entre G I & I N, car la seconde proportionnelle sera le costé d'vn cube egal au solide G N O: d'autant que le cube de I N a au cube de la seconde moyenne la raison triplee du costé du second cube, *comme on peut colliger par la* 33. *&* 34. *du* 11. Mais pour obtenir deux lignes moyennes proportionnelles entre deux autres lignes, nous n'auons rien de plus exacte que l'inuention de Hieron & Appollonius, laquelle nous demonstrerons presentement.

Soit donc le mesme solide rectangle G I N O: entre les costez desquels sçauoir G I & I N faut trouuer deux moyennes continuellement proportionnelles. Il conuient tirer la ligne I N iusques à K & I G iusques à F, en sorte que du centre du parallelogramme G N (sçauoir de E) les lignes E K & E F soient egales, & de telle sorte encor que la ligne droite tiree de K à F, passe par le poinct H, alors nous obtenons la chose desiree: car soit tiree la perpendiculaire E L, icelle coupera I G en deux egalement: le rectangle donc fait de I F, F G auec le quarré de G L sera egal au quarré de L F: *par la* 6. *du* 2, adjoustant le quarré commun E L, le rectangle compris sous I F, F G, auec les deux quarrez de G F, L E sera egal aux quarrez de F L & L E: c'est à dire au quarré de F E, *par la* 47. *du* 1.



Tellement que le rectangle sous I F, F G auec le quarré de G E, se-

ra egal au quarré de F E. Semblablement & par les meſmes raiſons (I N eſtant diuiſee en deux egalement) ſera monſtré que le rectangle ſous I K, K N, auec le quarré E N, ſera egal au quarré de E K (qui eſt egale à E F:) Oſtant donc les quarrez de G E, E N (qui ſont egaux) le rectangle compris ſous I F, F G ſera egal au rectangle de I K, K N. Dont s'enſuit *par la 16. du 6.* que comme F L à I K, ainſi I K à K N & K N à F G. Or comme F I à I K, ainſi H N à N K *par la 2. du 6*, & F G à G H. Voila donc entre H N & H G deux moyennes continuellement proportionnelles, ſçauoir K N & G F: tellement que nous pourrons conclurre *par les choſes ainſi demonſtrees*, que le cube duquel le coſté ſera le ſecond proportionnel (ſçauoir G F) ſera egal au ſolide G O. Quant aux cylindres & cones, ils peuuent eſtre reduits de meſme en rectangles ſolides, puis en cube; & de cecy pluſieurs perſonnes en ont traitté, mais auec les meſmes demonſtrations.



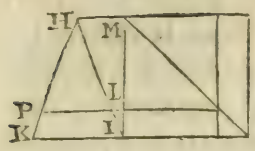
Voila donc le moyen d'adjouſter à tout cube, pyramide, cylindre ou cone, telle portion qu'on voudra ſans changer la forme: Car le cube de la ſeconde moyenne deuenant plus grand, augmentera auſſi ſon coſté, & ſera facile d'adjouſter aux autres trois lignes ſelon la meſme proportion, ſçauoir en les diſpoſant paralleles, & que leurs extremitez ſoient ſous deux lignes droites, comme on void en ceſte figure A B C: Car lors adjouſtāt à la ſeconde, & tirant du poinct A vne autre ligne droite A D, elle adjouſtera aux autres la meſme proportion *par la 4. du 6.* Et lors la plus grande ſera le coſté de la baſe du corps augmenté, en la meſme raiſon qu'au premier, *cecy eſt euident.*

COROLLAIRE XIII.

De là s'enſuit que toutes pyramides & cones peuuent eſtre diuiſez par plans parallels à la baſe ſelon la proportion donnee.

Soit la pyramide H K I à diuiſer en deux egalement: & ſoit fait vn cube de hauteur egale à la pyramide, comme M I: & ſoit fait encores vn autre cube M L, qui ſoit au premier comme la proportion donnee, ie dis que diuiſant le coſté de la pyramide par L P parallele à la baſe de la pyramide paſſant par la ſection coupera ladite pyramide ſelon la proportion donnee.

Car la pyramide trilatere M I N (de laquelle la baſe eſt vn triangle rectangle Iſoſcelle) ayant l'angle droict au poinct I, eſt la ſixieſme



partie du cube M I N O *par les Corollaires de la 7. du 12.* & eſt diuiſé ſelon la proportion donnee. Il s'enſuiura auſſi que la pyramide H K I, ayant telle baſe qu'on voudra, receura auſſi la meſme proportion en ſes parties, icelle eſtant la ſixiéme partie d'vn ſolide parallelipipede, de meſme hauteur & largeur, *par les meſmes Corollaires de la 7. du 12.*

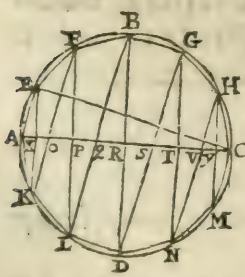
La raiſon des cones eſt ſemblable à celle des pyramides, comme il a eſté monſtré.

De la meſure de la Sphere.

CHAPITRE VII.

TOut ainſi que le cercle eſt l'enclos de toutes les figures plaines regulieres, & comme ce qu'elle comprend peut eſtre meſuré, auſſi tombe-elle ſous la meſure, tant pour le regard de ſa ſuperficie que de ſon contenu ſolide. Mais pour venir à ce contenu ſolide, il conuient meſurer premierement la ſuperficie, pour les raiſons qui ſeront cy apres monſtrees.

Or la ſuperficie de la Sphere contient quatre fois autant que le plus grand cercle d'icelle.



Cecy ſe preuue ainſi. Soit le plus grand cercle de la ſphere à meſurer A B C D, dans lequel ſoit inſcrite vne figure reguliere de pluſieurs coſtez & angles, comme A E F B G H C M N D L K, le diametre du cercle ſoit A C: ſoient auſſi tirees les lignes E K, F L, B D, G N, H M, leſquelles auront telle raiſon au diametre A C que la ligne droite de C au premier angle E (ſçauoir C E) au coſté E A: car E X a telle raiſon à X A que K X à X O, *par la 29. du 1, & par la 21. du 3.* Et ainſi des autres ſuiuantes: comme F P à P O, ainſi L P à P Q: B R à R Q: D R à R S: G T à T S: N T à T V: H Y à Y V: M Y à Y C. Tellement que les toutes conjointes, ont vne meſme raiſon à toutes les autres conjointes, (c'eſt à dire au diametre A C) comme E X à X A, *par la 18. du 5.* Or comme E X à X A, ainſi C E à E A, d'autant que le triangle E X A eſt equiangle au triangle C E A, *par la 8. du 6.*

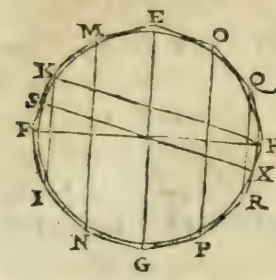
Or ſi nous preſuppoſons en la ſphere vne figure ſolide d'autant d'angles,& compoſee de pluſieurs cones imparfaits, comme EFLK, FBDL,BGND,GH MN,& de deux cones entiers comme E A K & H C M,il ſera euident que la ſuperficie du cone E A K eſt egale au cercle qui a pour demi-diametre la moyenne proportionnelle entre A E & E X: la ſuperficie du cone imparfait E L eſt auſſi egale au cercle duquel le demi-diametre eſt la moyenne proportionnelle entre la ligne E F(c'eſt à dire E A) & la compoſee de P L,X E. Le cercle duquel le demi-diametre ſera moyen proportionnel entre F B (c'eſt à dire A E) & la compoſee de P L,B R,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait F D. Le cercle auſſi duquel le demi-diametre eſt moyen proportionnel entre B G (c'eſt à dire E A) & la compoſee de R D,GT,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait BN.Le cercle auſſi qui a ſon demi-diametre moyen proportionnel entre G H(c'eſt à dire A E)& la compoſee de T N,H Y,eſt egal à la ſuperficie du cone imparfait G M : finalement le cercle duquel le demi-diametre eſt moyen entre Y M & HC (c'eſt à dire E A) eſt egal à la ſuperficie du cone H C M. Toutes ces choſes ont eſté cy deuant amplement demonſtrees. Il eſt donc euident que le cercle duquel le demi-diametre ſera moyen porportionnel, entre le coſté E A & la ligne compoſee de E K, F L, B D, G N, H M,ſera egal à la ſuperficie de telle figure ſolide inſcrite en la ſphere, comme dit eſt: lequel cercle ſera auſſi moindre que quadruple au plus grand cercle de la ſphere,ainſi qu'il ſera preſentement monſtré. Soit donc le demi-diametre de ce cercle qui eſt egal à la ſuperficie de la figure inſcrite λε. Il a eſté mon-

λ ——————————— ε

ſtré que la ligne compoſee predite,eſt à la ligne A C, comme C E à E A: icelles quatre lignes ſont donc proportionnelles: tellement que *par la 16. du 6*,ce qui eſt fait de la compoſee par E A,eſt egal à ce qui prouient de AC par EC: doncques la moyenne proportionnelle λε ſera auſſi moyenne proportionnelle entre A C & E C (car il n'y a qu'vn produit *par la 1. commune ſentence* d'Euclide.) Mais d'autant que A C eſt plus grand que E C *par la 15. du 3*, il s'enſuiura auſſi que la meſme AC ſera plus grande que la moyenne proportionnelle λε, & par conſequent le cercle décrit ſur le demi-diametre λε moindre que le cercle duquel le demi-diametre ſera A C(qui eſt quadruple au plus grand cercle de la ſphere A B C D) *par la 2. du 12.*

Pareillement ſera monſtré que la ſuperficie de ſemblable figure

ſolide circonſcrite à l'entour de la ſphere, ſera plus grande que quadruple au plus grand cercle d'icelle ſphere. Soit donc icelle figure circonſcrite E K F G H: il eſt euident *par les raiſons deuant dites* que la ligne compoſee de I K, M N, E G, O P, Q R, a telle raiſon au diametre F H, que la ligne H K à K F: la ſuperficie donc de la figure circonſcrite eſt egale au produit de la compoſee par K F (c'eſt à dire de F H par H K) *par les raiſons premiſes*: la moyenne donc entre F H & H K eſt plus grãde que H K, laquelle H K eſt egale au diametre de la ſphere S X, *par la 2. du 6.* Il s'enſuit donc que le cercle duquel le demi-diametre ſera egal à la moyenne, ſera plus grand que le cercle qui aura ſon demi-diametre egal au diametre de la ſphere, lequel eſt quadruple au plus grand d'icelle. Veu donc qu'on ne peut inſcrire ny circonſcrire en la ſphere aucune figure ſolide de laquelle la ſuperficie n'ait plus petite, ou plus grande raiſon à la ſuperficie d'icelle ſphere, que le cercle quadruple au plus grand cercle d'icelle, à la ſuperficie d'icelle meſme ſphere: nous conclurrons icelle ſuperficie ſpherique eſtre iuſtement egale au cercle quadruple au plus grand cercle de la ſphere. Si donc le diametre de la ſphere eſt 14, la circonference ſera 44, & le contenu de ce plus grand cercle 154: lequel multiplié par 4 produira 616, pour tout le contenu de la ſuperficie de la ſphere.

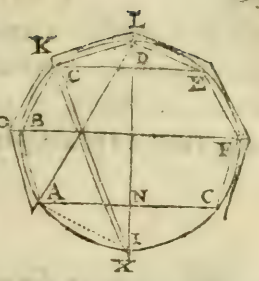


COROLLAIRE I.

Si vne ſphere eſt couppee par vn plan, les ſuperficies conuexes des ſections ſont l'vne à l'autre comme les parties du diametre (couppé par le meſme plan) ſont l'vne à l'autre en longitude.

Soit donc la ſphere couppée par A H G, & ſoit dans l'vne des ſections inſcrite vne figure ſolide de pluſieurs angles & coſtez egaux comme A B C D E F G, & ſoient auſſi tirees les lignes C E, B F. Il eſt euident *par les demonſtrations precedentes* que telle raiſon que la ligne compoſee de C E, B F, A G, a en la ligne D H, telle auſſi a la ligne I C à C D. De ces quatre proportionnelles donc ce qui eſt faict de la compoſee par C D, eſt egal à ce qui eſt fait de I C par D H, *par la 16. du 6.* Or le cercle qui a ſon demidiametre egal à la moyenne entre la compoſée & C D, (c'eſt à dire entre I C & D H) eſt egal à la ſuperficie

de



de la figure solide inscrite en la portion de la Sphere, *par les raisons prealeguées*. Mais tel cercle est moindre que celuy qui a pour demidiametre D A (car icelle D A est moyẽne entre D I & D H) *par la 8. du 6*: lesquelles sont plus grãdes que I C & H D *par la 15. du 3*. Semblablement si on circonscrit à l'entour de la mesme section de Sphere vne figure solide semblable, d'autant d'angles & costez comme O K L, &c. la superficie d'icelle sera egale au cercle qui aura pour diametre la moyenne entre le costé K L & la ligne composée de toutes les lignes qui conjoindront les angles (comme il a esté monstré cy deuant). Icelle moyenne sera aussi moyenne entre X K & I H (qui sont plus longues que I C & D H) & par consequent plus grandes que A D (qui est la moyenne proportionnelle entre D I & D H). Veu donc que la superficie de toute figure solide inscrite en la section de la sphere, est égale à vn cercle, duquel le demi-diametre est moindre que D A: & que la superficie de toute figure circonscrite à l'entour de la mesme section, est egale au cercle, duquel le demi-diametre est plus grand que la mesme D A: nous conclurrons qu'icelle D A est le demidiametre d'vn cercle egal à la superficie conuexe de la section A C D F G.

Nous pourrons aussi par les mesmes raisons & demonstrations prouuer que I A est le demi-diametre d'vn cercle egal à la superficie conuexe de l'autre section A I G.

Posons donc D I de 14, & D H de 10 & demy: telle raison qu'a D H à H A, telle obtient aussi A H à H I: *par la 4. & 8. du 6*. Or A D est à I A, comme A H à H I, *par la mesme*. Mais *par le Corollaire des 19. & 20. du 6*. comme D H est à H I en longitude, ainsi A H à H I par puissance (c'est à dire A D à I A aussi par puissance, car les lignes sont monstrees proportionnelles) dont s'ensuit, que comme D H est à H I en longitude, ainsi est la superficie conuexe de la grande section A B D G, à la superficie conuexe de la petite section A I G. Or D H est posé contenir trois fois autant que H I: la superficie conuexe de la grande section contiendra donc trois fois autant que la superficie conuexe de la petite: mais d'autant que la superficie des deux contient 616, la grande sera de 462, & la petite de 154. Ainsi seront facilement mesurees les superficies conuexes de toutes sections: car telle raison qu'aura la plus grande partie du diametre (couppé par le plan)

à la plus petite en longitude: telle & semblable aura par puissance la superficie conuexe de la plus grande section à la superficie conuexe de la plus petite. Cecy est par nous traitté plus amplement en la description du planisphere.

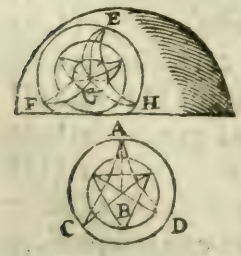
COROLLAIRE II.

Des choses cy deuant demonstrees, il s'ensuiura que la superficie cõuexe de toute section de sphere sera egale au cercle, duquel le demi-diametre est egal à la ligne qui est tiree du sommet de la section à la circonference du cercle qui separe icelle section du reste de la sphere.

COROLLAIRE III.

Il est aussi tres-euident, que toute figure plane peut estre auec quelque facilité souscrite à la superficie de la sphere, rapportant les angles plans aux spheriques: & conuersement.

Comme si, sur la sphere nous desirons décrire la figure plane A B C D. Il faudra tracer l'arc G E, en sorte que sa corde soit egale à B A, & l'arc G H, qui ait sa corde egale à B D: semblablement l'arc G F, qui ait sa ligne droite egale à BC: & le tout en sorte que l'angle spherique E G H, soit egal à l'angle plan A B D, & ainsi consequemment tous les autres angles qui seront en G, soient egaux aux angles plans qui sont en B: & alors fermant la figure aux extremitez des lignes, on obtiendra finalement vne superficie egale à la superficie donnee, & semblablement descrite selon le sujet.



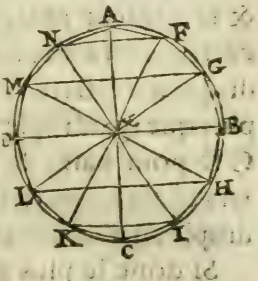
Que si la figure EFHG, est plus grande que l'autre: il est certain que dans icelle se pourra tracer vne figure de plusieurs pieces de cercle, laquelle sera encores plus grande que A C B D: *par la commune sentence premise.* Ce qui est absurde, d'autant que telle figure seroit egale à vne autre figure de plusieurs pieces de cercle inscrite en A C D, *par les precedentes*: & la circonscrite à EFH, seroit aussi egale à la circonscrite à l'entour de A C D: il faut donc par necessité que E F H soit egale à A C D.

Or des circonferences & circuits de telle figure suscrites à la superficie de sphere, on n'en peut donner aucun precepte: mais on ap-

prochera d'autant plus pres de la verité, diuiſant la figure plane en pluſieurs angles, au poinct B: car la multitude d'iceux reduits ſur la ſphere, rendront la figure plus preciſe, *comme il eſt par nous plus amplement demonſtré au traitté de la mappemonde & planiſphere.*

Seconde partie de ce chapitre.

Le contenu ſolide de la ſphere eſt quadruple au cone, qui a pour baſe le plus grand cercle de la ſphere, & ſa hauteur egale au demi-diametre d'icelle.



Faut donc premieremẽt demonſtrer, que quelconque figure ſolide compoſee de deux cones & cones imparfaicts (comme la deuant dite) inſcrite en la ſphere, eſt egale au cone, duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie d'icelle figure, & la hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement du centre de la figure à l'vn de ſes coſtez. Soit donc entenduë icelle figure inſcrite comme eſt la preſente: & ſoient deſcrits les cones ſur les cercles N F, M G, L H, K I, ayans leurs ſommets au centre X. Il a eſté monſtré au chap. precedent que le cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie du cone N A F, & la hauteur à la ligne tiree de l'extremité X en angles droits ſur N A, eſt egal au Rhombe N A F X. Semblablement que le cone (duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie d'entre les cercles N F, M G, & la hauteur à la ligne tiree de X en angles droits ſur M N (ou ſur N A) eſt egal au reſidu compris entre les ſuperficies laterales du cone N X F (par dedans) & du cone M X G (par dehors). Auſſi que le cone duquel la baſe eſt egale à la ſuperficie laterale entre les cercles M G & D B, & la hauteur à la ligne tiree de X en angles droits ſur D M (ou N A) eſt egal au reſidu qui eſt entre le plus grand cercle D B, & la ſuperficie laterale du cone M X G, qui a le ſommet en X. Et ainſi a eſté & peut eſtre demonſtré de l'autre hemiſphere. Veu doncques que la ſuperficie des baſes de ces cones, eſt egale à la ſuperficie exterieure de telle figure ſolide inſcrite, & la hauteur egale en tous: il s'enſuiura, qu'vn ſeul donc duquel la baſe ſera egale à toutes les baſes des autres enſemble, & la hauteur de meſme (c'eſt à dire la ligne procedant de X, & tombant perpendiculairement ſur N A) ſera egal à la figure ſolide, *comme on peut colliger par la* 11. *du* 12.

Or la superficie de ceste figure inscrite a esté monstree moindre que quadruple au plus grand cercle de la sphere: & la ligne perpendiculaire de X sur N A moindre aussi que le demi-diametre X A. Il s'ensuit donc que ce cone sera aussi moindre que quadruple au cone qui aura pour base vn grand cercle & sa hauteur le demidiametre de la sphere.

Semblablement a esté demonstré que la superficie d'vne semblable figure circonscrite à l'entour de la sphere, est plus grande que quadruple au plus grand cercle d'icelle sphere: il s'ensuit donc que le cone, duquel la base sera egale à la superficie d'icelle circonscrite, & la hauteur egale à la ligne tiree perpendiculairement sur l'vn des costez (c'est à dire au demi-diametre de la sphere) sera plus que quadruple à la sphere. Veu donc qu'on ne peut circonscrire, qui ne soit plus que quadruple au cone qui aura vn grand cercle comme A B C D pour base, & sa hauteur X A: nous conclurrons, que ce cone sera egal à la quatriesme partie de la sphere: & sera icelle sphere quadruple au mesme cone; ce qu'il falloit demonstrer.

Si donc le plus grand cercle de la sphere a pour diametre 14, sa circonference sera 44, & son contenu 154, qui seront pour la base du cone qui aura 7 de hauteur: iceux 154 multipliez par le tiers de 7, ou 7 par le tiers de 154, produiront 359, & vn tiers, pour le contenu solide du cone qui sera egal à la quatriéme partie de la sphere. Ce nombre multiplié par 4 produira 1437 & vn tiers pour le contenu vniuersel de la sphere proposee.

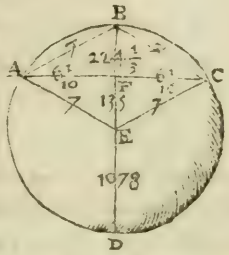
Corollaire I. de la seconde partie de ce chapitre.

Tout secteur de sphere est egal au cone, duquel la base est egale à la superficie conuexe d'iceluy secteur, & sa hauteur au diametre d'icelle sphere.

Car le secteur M A G X (de la figure solide inscrite en la sphere) est egal au cone, duquel la base est egale à la superficie exterieure d'iceluy secteur, & sa hauteur egale à la ligne perpendiculaire de X à l'vn des costez: l'autre plus grand M C G, est aussi egal au cone, duquel la base est egale à la superficie exterieure d'iceluy secteur, & sa hauteur aussi egale à la ligne tiree en angles droits du centre X sur l'vn des costez, *comme on a peu entendre par le discours cy deuant.* Or la superficie de tels secteurs est moindre que celle des secteurs de la sphere: & la superficie des secteurs d'vne figure circonscrite, est plus

grande que la superficie de la mesme sphere : il s'ensuit donc (*par les regles deuant dites*) que la proposition de ce Corollaire est veritable, sçauoir que *Tout secteur de sphere est egal au cone duquel, &c.*

Comme pour exemple, soit le secteur à mesurer A B C E, duquel les lignes droites A B, B C, C E, & E A, soient chacune de 7 pieds, la ligne droite A C pourra estre de 12 & 1 huitiesme. Il a esté mõstré que A B est le demi-diametre d'vn cercle egal à la superficie cambre de la section de la sphere A B C : ce cercle contiendra donc 154 : le tiers desquels multiplié par B E (c'est à dire par 7) sera produit 359 & 1 tiers pour le contenu du secteur de sphere A B C E.



Que si on soustrait 359 & 1 tiers de tout le contenu de la sphere 1437 & 1 tiers, restera 1078, pour l'autre contenu de l'autre plus grand secteur A D C E : auquel, si on adjouste le cone A C E (qui a pour base le cercle couppant les sections, & duquel le diametre est A C) on obtiendra le contenu de la section A D C A.

Soit donc le diametre de la base de ce cone 12 & 1 huitiesme, *comme il a esté posé* : la circonference sera vn peu plus de 38 : le contenu enuiron 116 : lequel contenu multiplié par le tiers de F E c'est à dire par 1 & 1 sixiesme) ou F E par le tiers de 116, qui est 38 & 2 tiers, produira 135, pour le contenu solide du cone A E C, iceux 135 adiouſtez à 1078, sera fait le nombre 1213, egal à la plus grande section A D C : finalement le mesme nombre 135 leué de 359 & 1 tiers restera 224 & 1 tiers, egal au contenu solide de la plus petite section A B C A.

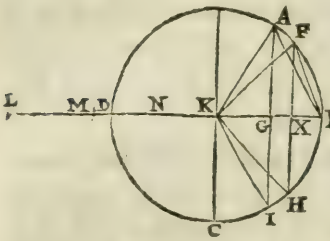
COROLLAIRE II.

Il est donc manifeste par les choses cy deuant demonstrees, que le cylindre qui a vn grand cercle de la sphere pour base, & sa hauteur egale au diametre de la sphere est sesquialtere à icelle sphere : Et la superficie aussi (y compris les deux bases) est sesquialtere à la superficie de la mesme sphere.

COROLLAIRE III.

La sphere aussi sera auec quelque facilité, diuisee par sections, qui auront l'vne à l'autre telle proportion qu'on voudra.

Comme en la ſphere A D C B ſoit la proportion donnee le grand ſecteur F D H K, & le petit F B H K, auquel petit faut faire vne ſection egale. Il a eſté monſtré, que le cone qui aura pour baſe le cercle deſcrit ſur la ligne droite B F, eſtre egal au ſecteur FHK. Soit donc faite vne autre ligne droite B A, & de telle longueur, que ce dequoy le cercle deſcrit ſur icelle excedera le cercle de B F, ſoit au cercle de la perpendiculaire A G, comme A K eſt à K G en longueur: lors ie dis que la ſection A I B ſera egale au ſecteur F H K: d'autant que tel excés, multiplié par le tiers de A K, produit le contenu du ſolide A K F, qui a eſté adiouſté à l'entour du premier ſecteur F H K, *comme il a eſté monſtré tant au Corollaire 7. du chap. 6. de ce liure, qu'en ce chap. preſent.* Il s'enſuit donc *par les meſmes*, que le cone A I K ſera egal au ſolide ainſi adiouſté: Car la baſe de l'vn eſt à la baſe de l'autre, comme la hauteur de l'autre à la hauteur de ceſtuy *ſelon la conſtruction.*



Si donc on ſouſtrait le cone A I K: il reſtera la ſection A I B egale au ſecteur F B H K: mais cecy n'eſt point ſimplement determiné, & n'a-on encor trouué la raiſon entre telles lignes, non plus que du cercle à ſon diametre. Et Archimedes n'a point autremẽt declaré, qu'en ce qu'il dit, qu'au diametre B D faut adiouſter D L egale au demi-diametre, & coupper L D ſelon la proportion donnee, comme L M. Alors diuiſant en N, en ſorte que D B ſoit à N B par puiſſance, comme N L à L M en longueur, la ſphere ſera auſſi couppee ſelon la proportion deuant dite, par vn plan qui paſſera en angles droicts par le poinct N.

Suiuant donc ce qui a eſté monſtré, la ſphere ſera auſſi couppee ſelon la proportion donnee par ſuperficies ſpheriques, tant conuexes que concaues, *ſelon l'inſtruction de la diuiſion du cercle.*

COROLLAIRE IV.

Par ces choſes, il s'enſuit qu'on peut augmenter vne ſphere ſelon toute proportion donnee.

Car tout le contenu eſtant reduit en cube, on trouuera incontinent la raiſon de l'axe de la ſphere, laquelle luy ſera egale.

De toutes les choſes demouſtrees en ce chap. nous auons colligé & recueilly les problemes ſuiuans, afin de rendre les operations d'icelles demonſtrations tant plus intelligibles:

1. *Le diametre d'vne sphere estant cogneu ; trouuer la superficie d'icelle.*

Il faut trouuer l'aire ou surface d'vn cercle, ayant pour diametre celuy de la sphere donné, ainsi qu'il est enseigné en la 3. p. du chap. 9. du second liure, & le quadruple d'icelle superficie sera la surface de la sphere dont le diametre est donné Ainsi le diametre d'vne sphere estant 12; le contenu du plus grand cercle d'icelle sera $113\frac{1}{7}$: Car faisant que comme 14 est à 11, ainsi 144 (quarré du diametre 12) soit à vn autre nombre, viennent $113\frac{1}{7}$ pour l'aire du cercle qui a son diametre de 12, & iceluy multiplié par 4, viennent $452\frac{4}{7}$ pour la superficie de la sphere proposee: laquelle on obtiendra encore, si ayant trouué la circonference d'vn cercle ayant pour diametre celuy de la sphere donné, on multiplie ladite periphere par ledit diametre; tellement qu'en ceste exemple, faisant que cõme 7 est à 22, ainsi le diametre 12 soit à vn autre nombre $37\frac{5}{7}$, qui multiplié par ledit diametre 12, viendra la mesme superficie $452\frac{4}{7}$.

2. *Estant cogneuë la circonference d'vn grand cercle de la sphere; cognoistre la superficie conuexe d'icelle.*

Faisant que comme 22 est à 7, ainsi le quarré de la periphere dõnee soit à vn autre nombre, iceluy sera la superficie de la sphere proposee. Ainsi la periphere d'vn grand cercle d'vne sphere estant 44; ie fais que comme 22 est à 7, ainsi 1936 soit à vn autre, & viennent 616 pour la superficie conuexe de ladite sphere.

3. *Estant cogneuë la surface d'vne sphere; cognoistre le diametre d'icelle.*

Soit pris le quart de la superficie donnee, puis soit fait que comme 11 est à 14, ainsi ledit quart de la superficie donnee soit à vn autre nombre, & viendra le quarré du diametre de la sphere. Ainsi la superficie conuexe d'vne sphere estant 616, voulant cognoistre le diametre d'icelle, ie fais que comme 11 est à 14, ainsi 154 (quart de la superficie donnee) soit à vn autre, viennent 196, dont la racine quarree 14 est le diametre de la sphere proposee.

4. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere; cognoistre le contenu solide d'icelle.*

Soit premierement trouué l'aire ou superficie d'vn cercle, qui ait mesme diametre que le proposé, & icelle superficie estant multipliee par la sixiesme partie dudit diametre de la sphere, sera produit le contenu solide d'vn cone, qui a pour base vn grand cercle de la sphere, & pour hauteur le semidiametre d'icelle, lequel contenu estant multiplié par 4, viendra le contenu solide de la sphere. Ainsi pour trouuer le contenu solide d'vne sphere, de laquelle le diametre est 12, ie fais que comme 14 est à 11, ainsi 144 (quarré du diametre 12) soit à vn autre, & viennent $113\frac{1}{7}$, que ie multiplie par 2, (qui est la sixiesme partie du diametre de la sphere) & viennent $226\frac{2}{7}$, que ie multiplie par 4, & sont produits $905\frac{1}{7}$ pour le contenu solide de la sphere, dont le diametre est 12: lequel on peut encore obtenir par diuerses autres manieres, desquelles j'estime la suiuante plus prompte & aisee à pratiquer que nulle autre. Soit fait que comme 21 est à 11, ainsi le cube du diametre de la sphere proposee (qui est icy 1728) soit à vn autre nombre, qui sera le requis: viendra donc comme deuant $905\frac{1}{7}$ pour le contenu solide de la sphere proposee.

5. La periphere d'vn grand cercle de la sphere estant cogneuë; trouuer le contenu solide d'icelle sphere.

Soit fait que comme 2904 est à 49, ainsi le cube de la circonference donnee soit à vn autre, & viendra ladite solidité de la sphere proposee. Ainsi pour trouuer le contenu solide d'vne sphere de laquelle la circonference d'vn grand cercle d'icelle est 44; ie fais que comme 2904 est à 49, ainsi 85184 (cube de la periphere donnee 44) soit à vn autre, & viennent $1437\frac{1}{3}$ pour le contenu solide de la sphere proposee.

6. Estant cogneuë la superficie d'vne sphere; cognoistre le contenu solide d'icelle.

Soit trouué le diametre de la sphere, comme dit est cy dessus; puis soit multipliee la moytié de la superficie donnee par le tiers du diametre trouué, ou bien le tiers de ladite superficie par ledit semi diametre, & viendra la solidité de la sphere. Parquoy la superficie conuexe d'vne sphere estant 616; pour en sçauoir le contenu solide, ie fais que comme 11 est à 14, ainsi 154 (qui est le quart de la superficie donnee) soit à vn autre nombre, qui sera 196, dont la racine quarree 14 est le diametre de la sphere, par la moytié duquel ie multiplie $205\frac{1}{3}$, (qui est la troisiesme partie de la superficie donnee), & viennent $1437\frac{1}{3}$ pour le contenu solide de la sphere, dont la superficie conuexe est 616.

7. Estant cogneu le contenu solide d'vne sphere; cognoistre le diametre d'icelle.

Soit fait que comme 11 est à 21, ainsi le contenu solide proposé soit à vn autre nombre, duquel la racine cubique donnera le diametre requis: Ainsi le contenu d'vne sphere estant $905\frac{1}{7}$; pour en obtenir le diametre, ie fais que comme 11 est à 21, ainsi la solidité donnee $905\frac{1}{7}$ soit à vn autre nombre 1728, duquel la racine cube 12 est le diametre requis.

8. Estant cogneu le diametre du cercle qui sert de base à vne portion de sphere, & la hauteur d'icelle portion; cognoistre la superficie conuexe de ladite portion spherique.

Soit adiousté le quarré du semi-diametre de la base au quarré de la hauteur de la portion spherique proposee, & viendra le quarré du semi-diametre du cercle egal à la superficie conuexe de ladite portion, par le moyen duquel semi-diametre sera trouué le requis. Ainsi voulant trouuer la superficie conuexe d'vne section de sphere, dont le diametre de la base est 8, & la hauteur, ou partie du diametre de la sphere coupee à angle droit par ladite base 3; i'adiouste 16 & 9 (quarrez du semi-diametre 4 & hauteur 3) & viennent 25, que ie quadruple, & font 100: puis ie fais que comme 14 est à 11, ainsi le nombre trouué 100 soit à vn autre, & viendront $78\frac{4}{7}$ pour le contenu de la superficie conuexe de la portion proposee. Soit encore proposé à trouuer la superficie d'vne autre portion de sphere, dont le diametre du cercle de sa base soit pareillement 8, mais sa hauteur $5\frac{1}{3}$; les quarrez de 4, & $5\frac{1}{3}$ feront 16 & $28\frac{4}{9}$, qui adiouſtez ensemble font $44\frac{4}{9}$, dont le quadruple est $177\frac{7}{9}$: & faisant que comme 14 est à 11, ainsi 177 soit à vn autre, viendront $139\frac{43}{63}$ pour la superficie conuexe de l'autre portion spherique. Or ces deux superficies iointes ensemble font $218\frac{16}{63}$, qui est pour la surface de toute la sphere, dont le diametre sera compoſé des hauteurs des deux portions spheriques cy dessus 3 & $5\frac{1}{3}$: car trouuant, comme dit est cy dessus, la superficie conuexe de la

sphere,

ſphere, dont le diametre eſt $8\frac{1}{3}$, viendra le meſme nombre $218\frac{16}{25}$.

9. *Eſtant cogneu le diametre d'vne ſphere, & celuy de la baſe d'vne portion d'icelle; cognoiſtre la ſuperficie conuexe de ladite portion ſpherique.*

Veu que le ſemi-diametre de la baſe d'vne portion de ſphere, eſt la moyenne de trois proportionnelles, dont la compoſee des extrémes eſt le diametre de la ſphere; ayant trouué l'vne deſdites extrémes, (ſçauoir eſt la moindre, ſi la portion ſpherique eſt propoſee moindre que l'hemiſphere, mais la grande, ſi c'eſt vne ſection maieur) on aura cogneu le diametre de la baſe de la ſection & ſa hauteur: partant la ſuperficie conuexe d'icelle portion ſera trouuee, comme dit eſt au precedent probl. Ainſi eſtant propoſé à trouuer la ſuperficie conuexe d'vne portion mineure de ſphere, dont le diametre eſt 13, & le diametre de la baſe ou plan coupant la ſphere 12: i'oſte le quarré du ſemi-diametre de la baſe, du quarré du demi-diametre de la ſphere, & reſte $\frac{25}{4}$, dont la racine $2\frac{1}{2}$ eſtant oſtee du ſemi-diametre de la ſphere, reſtent 4 pour la hauteur de la portion ſpherique propoſee, dont le quarré eſt 16, qui adiouſté au quarré du ſemi-diametre de la baſe 36, viennent 52, dont le quadruple eſt 208, & faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 208 ſoit à vn autre, viendront $163\frac{3}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de la portion de ſphere propoſee. Mais la portion eſtãt propoſee plus grande que l'hemiſphere, i'adiouſte la racine $2\frac{1}{2}$ au demi-diametre de la ſphere $6\frac{1}{2}$, & viennent 9 pour la hauteur de ladite portion maieur, le quarré de laquelle hauteur eſtant adiouſté au quarré du ſemi-diametre 36, viennent 117, dont le quadruple eſt 468: & faiſant que comme 14 eſt à 11, ainſi 468 ſoit à vn autre, viendront $367\frac{5}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de ladite portion ſpherique: laquelle ſuperficie eſtant iointe à celle de la portion mineure, ſera produit $531\frac{1}{7}$ pour la ſuperficie conuexe de toute la ſphere: car le meſme nombre eſt auſſi produit, faiſant comme il eſt enſeigné en la premiere prop. ſçauoir eſt, que comme 7 eſt à 22, ainſi le diametre 13 ſoit à vn autre nombre $40\frac{6}{7}$, & multipliant iceluy par le meſme diametre 13.

10. *Eſtant cogneuë la baſe d'vne portion de ſphere, & la ſuperficie conuexe d'icelle; cognoiſtre le diametre de la ſphere.*

Soit premierement trouué tant le ſemi-diametre de la baſe, que de la ſuperficie conuexe donnee, ainſi qu'il eſt enſeigné en la 5. prop. du chap. 9. du ſecond liure: en apres ſoit oſté le quarré du moindre ſemi-diametre de celuy du plus grand, & reſtera le quarré de la hauteur de la portion ſpherique, qui ſera vne des extrémes de trois proportionnelles, dont le ſemi-diametre de la baſe eſt la moyenne: & partant l'autre extréme ſera aiſément trouuee, & par conſequent tout le diametre de la ſphere cogneuë. Comme ſi la ſuperficie conuexe d'vne portion de ſphere eſt $78\frac{4}{7}$, & le contenu de ſa baſe ou plan coupant la ſphere $50\frac{2}{7}$, pour trouuer le diametre de la ſphere d'icelle portion, ie fais que comme 11 eſt à 14, ainſi $78\frac{4}{7}$ ſoit à vn autre nombre, & encore $50\frac{2}{7}$ à vn autre, & viennent 100, & 64, la difference du quart deſquels deux nombres eſt le quarré de la hauteur de la portion ſpherique propoſee, qui partant eſt 3, par laquelle eſtant diuiſé 16 quart dudit nombre 64, viennent $5\frac{1}{3}$ pour la hauteur de la portion maieure, qui adiouſtee à la hauteur 3, donne $8\frac{1}{3}$ pour

tout le diametre de la sphere, dont la portion donnee est coupee.

11. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere, & la superficie conuexe de la portion spherique d'vn secteur d'icelle sphere; cognoistre le contenu solide dudit secteur.*

Cecy est aisé, puis que pour auoir la solidité d'vn secteur de sphere, il faut trouuer la superficie conuexe de la portion spherique, laquelle estant multipliee par le tiers du semi-diametre de la sphere, ou bien le tiers de ladite superficie par tout le semi-diametre, est produit ladite solidité du secteur. Ainsi pour obtenir le contenu solide d'vn secteur de sphere, de laquelle le diametre est 12, & la superficie conuexe de la portion spherique d'iceluy secteur 180: Ie multiplie la superficie 180 par 2, & viennent 360 pour le contenu du secteur proposé. Que si au lieu de la superficie conuexe de la portion de la sphere, estoit cogneu le diametre, ou la periphere du cercle seruant de base à ladite portion spherique, on pourroit aussi trouuer ladite solidité du secteur, moyennant qu'on sçache s'il est moindre ou plus grand que l'hemisphere: Car par le moyen d'iceluy diametre, ou periphere on pourra trouuer la superficie conuexe, comme dit est cy dessus.

12. *Estant cogneu le diametre d'vne sphere, & aussi celuy de la base d'vne portion d'icelle; cognoistre le contenu solide d'icelle portion.*

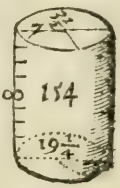
Si la portion proposee est moindre que l'hemisphere, ayant trouué le contenu du secteur d'icelle portion, en soit osté le contenu d'vn cone ayant mesme base que la portion, mais pour hauteur la perpendiculaire tombante du centre de la sphere en ladite base, & restera la solidité de la portion spherique proposee: Mais si ladite portion estoit plus grande que l'hemisphere, au contenu du secteur soit adiousté le contenu dudit cone, & viendra la solidité de la portion maieure. Ainsi soit vne portion mineure d'vne sphere, dont le diametre est 13, & le diametre de la base 12: Il faut trouuer la solidité d'icelle portion. Il appert par le 9. prob. que la superficie conuexe de ceste portion spherique sera $163\frac{3}{7}$, & aussi que la ligne perpendiculaire tombante du centre de la sphere sur la base de la portion proposee sera $2\frac{1}{2}$: Multipliant donc ladite superficie conuexe $163\frac{3}{7}$ par $2\frac{1}{6}$, (qui est le tiers du semi-diametre de la sphere) viendront $354\frac{2}{21}$ pour le contenu solide du secteur. Reste donc à cognoistre le contenu solide d'vn cone, dont le diametre de la base est 12, & la hauteur $2\frac{1}{2}$, qui par le chap. 6. sera trouué de $94\frac{2}{7}$, lequel osté du contenu solide du secteur $354\frac{2}{21}$, resteront $259\frac{17}{21}$ pour le contenu solide de la moindre portion de sphere proposee. Mais pour auoir la solidité de la portion maieur, ie trouue que sa superficie conuexe est $367\frac{5}{7}$, laquelle multipliee par le tiers du semi-diametre de la sphere, viendront $796\frac{5}{7}$ pour le contenu solide du secteur maieur, auquel estant adiousté le cone susdit $94\frac{2}{7}$, viendront 891 pour la solidité de ladite portion maieure. Que si on adiouste ensemble le contenu solide d'icelles deux portions spheriques, viendront $1550\frac{17}{21}$, à quoy deura estre egale la solidité de toute la sphere; & icelle sera trouuee d'autant par le 4. probl.

Des corps compris de ſuperficies ouales. Et premierement du cylindre ouale.

CHAP. VIII.

De tout cylindre ayant ſes baſes ouales, l'vne d'icelles multipliee par la hauteur orthogonelle du meſme cylindre, produit le contenu ſolide d'iceluy.

Comme ſoit le cylindre, duquel la baſe eſtant ouale (ayant ſon plus long diametre 7, & le plus petit 3 & demy) contienne 19 & 1 quatriéme: & la hauteur d'iceluy cylindre ſoit 8: il conuient multiplier la baſe 19 & 1 quatriéme par 8: & le produit 154 eſt egal au contenu ſolide du cylindre ouale donné.

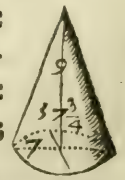


De la meſure du cone oualle.

CHAP. IX.

De tout cone ouale la baſe multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle d'iceluy, produit le contenu ſolide du meſme cone.

Comme ſoit le cone duquel la baſe eſt ouale ſemblable & egale à la baſe du cylindre precedent, & la hauteur orthogonelle de 9 pieds: il faut multiplier le tiers de la baſe par 9, ou le tiers de 9 par toute la baſe, & le produit 57 & 3 quarts eſt egal au contenu ſolide du cone propoſé.



Quant aux autres cylindres, & cones ouales, rhomboïdes, ils ſeront meſurez facilement, ſi on obſerue diligemment la ligne perpendiculaire qui tombe du ſommet de chacun corps ſur la baſe, ou ſur la continuation directe d'icelle, *comme il a eſté monſtré és autres cylindres & cones precedens.* Et le tout neantmoins fondé ſur les raiſons par nous cy deuant alleguees, que ie ne repeteray à cauſe de briefueté.

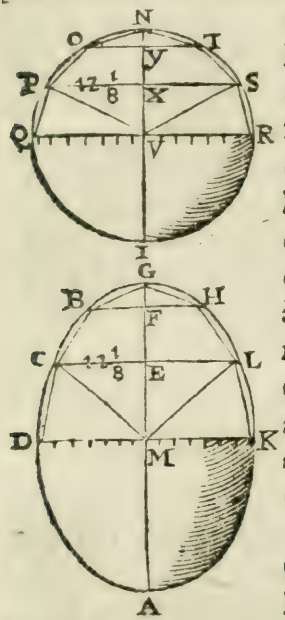
De la meſure du Spheroïde.

CHAP. X.

Le contenu ſolide du ſpheroïde oblong eſt double au Rhombe, qui a pour

hauteur le plus long diametre (c'eſt à dire l'axe du Spheroïde) & la baſe commune ſur le cercle du plus petit diametre.

COmme ſoit le Spheroïde G D A K, duquel l'axe ſoit G A, & le plus petit diametre D K. Il faut monſtrer que le ſpheroïde eſt double au rhombe duquel la baſe eſt le cercle N Q I R, & la hauteur G A, c'eſt à dire quadruple au cone qui aura le meſme cercle pour baſe, & la hauteur G M. Soit donc inſcrite au demi-cercle Q N R vne figure reguliere de tant de coſtez qu'on voudra comme Q P O N T S R, & ſoient tirees les lignes O T, P S, Q R, paralleles. Apres ſoit coupé le demi-diametre G M en meſme raiſon que N V, ſçauoir comme X N à E G, ainſi N V à G M: & ainſi des autres parties, & ſoient tirees les lignes B H, C L, D K. Icelles ſeront egales aux lignes O T, P S, Q R, *comme il a eſté monſtré au chap. 10. du 2. liure en la meſure de l'ouale.* Finalement ſoient auſſi tirees les lignes droites D C B G H L K.



Si donc nous preſuppoſons en l'hemiſphere Q N R, & au demi-ſpheroïde vne figure ſolide d'autant d'angles & coſtez, compoſee de cones & cones imparfaits, il eſt manifeſte, *par les choſes cy deuãt demonſtrees,* que le cone O T N a au cone B H G telle raiſon que Y N à F G: *par la 14. du 12, c'eſt à dire* N V à G M. Secondement le cone imparfait P O T S a meſme raiſon au cone imparfait C B H L, que Y X à F E (qu'eſt N V à G M) ainſi eſt le cone imparfait Q S au cone imparfait D L: d'autant que le cone imparfait de la ſphere eſtant acheué le diametre du cercle coupant le cone, aura au diametre de la baſe telle raiſon que la perpendiculaire du cone adiouſté à la perpendiculaire de tout le cone parfait *par la 4. du 6.* (Ainſi eſt des cones imparfaits du ſpheroïde, s'ils ſont acheuez.) Les hauteurs donc de tous les cones parfaits de la ſphere auront meſme raiſon aux hauteurs des cones parfaits du ſpheroïde que les reſtes Y X, X V à F E, E M (c'eſt à dire N V à G M) *par la conuerſe de la 11. du 7.*

Toute figure ſolide inſcrite en la ſphere, a donc la meſme raiſon à l'autre inſcrite au ſpheroïde, que N V à G M: & la raiſon ſera de meſme és figures ſolides circonſcrites: *ainſi qu'on peut colliger du 7. chap. de*

ce liure. Dont eſt manifeſte que la ſphere aura auſſi au ſpheroïde la meſme raiſon, ſçauoir de N V à G M.

Or il a eſté monſtré que l'hemiſphere eſt double au cone qui a le cercle N Q I R pour ſa baſe & la hauteur N V. Mais ce cone a au cone qui a le meſme cercle pour ſa baſe, & ſa hauteur G M, la meſme raiſon que N V à G M *par la* 14. *du* 12. Il s'enſuit donc que la moytié du ſpheroide eſt double au cone, qui a ſa hauteur G M, & ſa baſe le cercle duquel le diametre eſt D K. Ainſi ſera monſtré de l'autre hemiſphere Q I R, & de l'autre moytié de ſpheroïde D A K. Si donc nous poſons D K de 14, & G A de 28, la ſphere de laquelle l'axe eſt 14, contiendra en ſon contenu ſolide 1437 & 1 tiers: & le ſpheroïde 2874 & 2 tiers, qui eſt le double de la ſphere, d'autant que G M eſt double à D K.

COROLLAIRE I.

Des choſes cy deuant demonſtrees, il s'enſuit que le ſecteur & la ſection de la ſphere ont meſme raiſon au ſecteur & ſection du ſpheroïde, que le plus petit diametre du ſpheroïde a l'axe d'iceluy ſpheroïde.

Comme ſoit la ſection de la ſphere P N S, laquelle coupe la ligne N V au poinct X, en meſme raiſon comme la ſection du ſpheroïde C G L coupe la ligne G M au poinct E. Il eſt euident que dans l'vne & l'autre ſection peuuēt eſtre inſcrites certaines figures ſolides d'autant de coſtez & angles l'vne que l'autre, & en ſorte que celle inſcrite en la ſection de ſphere, aura meſme raiſon à l'autre inſcrite à la ſection du ſpheroïde, que N V à G M: comme auſſi pourront eſtre circonſcrites à l'entour dicelles ſections ſemblables figures, qui auront l'vne à l'autre la meſme raiſon, *cela a eſté monſtré au chap.* 7. Or le cone duquel le diametre de la baſe eſt P S, & la hauteur X V, a meſme raiſon au cone duquel le diametre de la baſe eſt G L, & la hauteur E M que D M à G M. Il s'enſuit donc que le ſecteur & la ſection de la ſphere, ont meſme raiſon au ſecteur & ſection du ſpheroïde, que D M à G M. Si donc nous poſons la hauteur de la ſection de ſphere N X eſtre le quart de I N: il s'enſuiura *par le premier Corollaire du chap.* 7. *de ce liure*, que la ſuperficie conuexe de la ſection, ſera le quart de la ſuperficie de la ſphere: tellement que le cone qui aura ſa baſe egale à icelle ſuperficie de ſection, & ſa hauteur le demi-diametre N V, ſera la quatriéme partie de la meſme ſphere, & egal au ſecteur P N S V, qui contiendra par ce moyen 359 & 1 tiers. Or le ſecteur du ſpheroïde

C G L M eſt demonſtré double à iceluy ſecteur de ſphere. Il s'enſuit donc qu'il contiendra 718 & 2 tiers: duquel ſecteur C G L M ſi on oſte finalement le cone C L M, qui contient 270, il reſtera 448 & 2 tiers, pour le contenu ſolide de la ſection du ſpheroïde C L G.

Seconde partie.

La ſuperficie du Spheroïde eſt à la ſuperficie de la ſphere inſcrite, comme la circonference de l'vn à la circonference de l'autre.

D'autant que les ſuperficies des cones imparfaits, tant inſcrits que circonſcrits, ſont les vnes aux autres comme leurs coſtez, cecy eſt manifeſte. Si donc nous poſons la circonference GDAK de 62, icelle multipliee par 14 produira 868 pour la ſuperficie du ſpheroïde. Or que la circonference du ſpheroïde à la circonference de la ſphere ait meſme raiſon que le grand diametre au petit, cela eſt manifeſte en la demonſtration du cylindre coupé par vn plan non en angles droits.

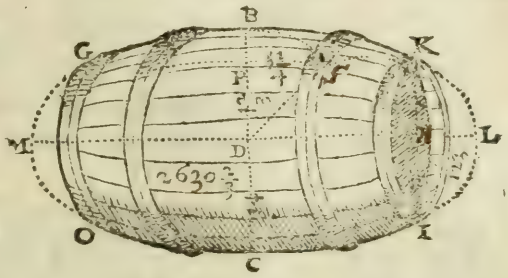
COROLLAIRE II.

Le ſpheroïde ſe diuiſera auſſi ſelon toute proportion donnee, par plans qui couperont l'axe en angles droits.

Car ſi la ſphere inſcrite eſt diuiſee premierement (comme il a eſté monſtré) ſelon la proportion donnee, il s'enſuiura (diuiſant l'axe du ſpheroïde en ſemblable raiſon que l'axe de la ſphere aura eſté diuiſé) que les ſections de l'vn auront meſme raiſon aux ſections de l'autre, *par les demonſtrations precedentes.*

Or pour mettre fin à la meſure des ſpheroïdes, ie mettray encores en auant comment ſe peuuent meſurer les muids & tonneaux, qui ſont vaſes & corps les plus fameux entre tous les autres. Poſons donc la pinte (ou autre meſure commune) contenir autant que le cube qui aura 5 poulces de chacun coſté, laquelle longueur (pour plus facile intelligence) nous appellerons poignee. Maintenant ſoit le tonneau duquel la longueur G K eſt de 21 poignees, la hauteur C B 14, & le diametre de l'vne des faces coupee K I 9 & 1 tiers: maintenant il conuient ſçauoir la longueur de D L, pour laquelle obtenir, mettons la ligne D P egale à H K, & ſoit imaginee la ligne droite P K: ſoit auſſi tiré le demi-diametre D S, egal à D B: le quarré d'iceluy ſera 49, egal aux quarrez de P D & P S, *par la 47. du 1.* Si donc de 49 on leue le quarré de P D (c'eſt à dire 21 & 7 neufiémes) reſteront 27 & 2 neufiémes, la

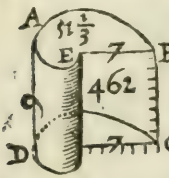
racine quarree desquels est enuiron 5 & 1 quart, pour la longueur de la ligne P S. Mais il a esté monstré, que telle raison que P S a à P K, telle aussi a B D à D L. Il s'ensuit donc que P K est double à P S, & D L aussi double à B D. Soit donc mesuré le rhõbe duquel la base commune est le cercle qui a son diametre B C (c'est à dire 14) & l'axe ou hauteur la ligne M L, (c'est à sçauoir 28) iceluy contiendra 1437 & 1 tiers, egal à la sphere de laquelle le diametre est B C: ce nombre doublé fait 2874 & 2 tiers egal au spheroïde, *comme il a esté monstré.* Apres soit imaginee la sphere coupee par vne superficie plane, en sorte que le diametre d'icelle sphere soit aussi coupee en mesme raison que M H, H L: la superficie conuexe de telle section sera la huitiéme partie de la superficie de la sphere, (car H L est la huitiéme partie de l'axe M L), & par consequent le secteur compris sous icelle superficie sera aussi la huitiéme partie solide de la mesme sphere, *cela a esté monstré.* Dont est euident, que le secteur du spheroïde D I L K, est la huitiéme partie de tout le corps parfait, & contiendra 359 & 1 tiers: duquel secteur si on oste & soustrait le cone duquel la base est le cercle K I, & la hauteur H D, le reste sera le contenu de la section K I L retranchee du tonneau. Soit donc mesuré le cone, duquel le diametre de la base est 9 & 1 tiers, en ceste sorte: multiplie la circonference d'icelle base (c'est à dire enuiron 29) par le quart de 9 & 1 tiers (sçauoir par 2 & 1 tiers) le produit sera 67 & 2 tiers. Derechef, multiplie ce produit par le tiers de H D (c'est à dire par 3 & demy) le produit sera presque 237, lequel leué & soustrait de 359 & 1 tiers restera le nombre 122, lequel est egal au contenu de la section K I L. Les deux sections donc K I L & G O M leuees de tout le spheroïde (c'est à dire 244 de 2874 & 2 tiers) restera le nombre 2630 & 2 tiers, qui est le contenu du tonneau au proposé: c'est à dire qu'il contiendra 2630 poignees cubes, pintes, ou autres mesures communes que tu auras posé auec deux tierces parties, ce qu'il falloit demõstrer.



Des corps desquels les bases sont spiralles.

CHAP. XI.

De toute colomne, de laquelle la base sera enclose en vne spirale, la mesme base multipliee par la hauteur orthogonelle d'icelle colomne produira le contenu solide de la mesme colomne.



COmme pour exemple soit la colomne ABCDE, de laquelle l'vne des bases spiralles soit de 51 & 1 tiers de pied, à cause de la ligne E B (qui est de 7) qui monstre que le cercle ayant pour demi-diametre E C contiendra 154 *par le chap. 9. du 2. liure,* le tiers desquels est 51 & 1 tiers pour la superficie enclose en la spiralle *par le chap. 11. du 2. liure.* Iceux 51 & 1 tiers multipliez par la hauteur C B (qui est de 9) produiront 462 pieds, à quoy se monte le contenu solide du corps ABCD.

Du cone spiral.

CHAP. XII.

De tout cone, duquel la base sera enclose en vne spiralle, la mesme base multipliee par le tiers de la hauteur orthogonelle du cone, produira le contenu solide du mesme cone.

COmme soit le cone spiral, duquel la base contienne 51 & 1 tiers, & la hauteur orthogonelle 9: icelle base multipliee par 3 produira 154 pieds solides, pour le contenu du mesme cone.

Si ces corps (desquels les bases sont spiralles) sont rhomboïdes & panchans, ils seront mesurez, si on obtient leur hauteur orthogonelle, comme il a esté dit des autres corps rhomboïdes, *le tout par les raisons tant de fois alleguees en la mesure des cylindres & cones.*

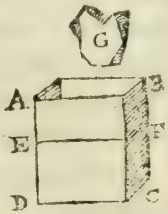
De la mesure des corps irreguliers.

CHAP. XIII.

QVant aux autres corps irreguliers, nous n'en auons aucune chose precise, sinon suiuant l'inuention qu'Archimedes trouua

contre

contre la tromperie de l'orfeure, qui auoit falsifié la couronne d'or dediee aux Dieux par le Roy Hieron.



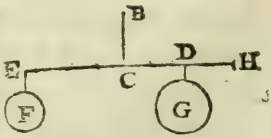
Ceste inuention est telle. Soit preparé vn vaisseau rectangle parallelipipede (comme A B C D) dans lequel y ait de l'eau à suffisance.

Et soit le corps irregulier G à mesurer, lequel conuient mettre au vaisseau en sorte qu'il soit couuert d'eau: & lors l'eau se haussant (comme pour exemple depuis E iusques à A) monstrera le contenu de G: car il est tres-euident que le rectangle solide qui aura les mesmes dimensions que ce hauſsement d'eau A E F B, sera egal au corps irregulier.

De la maniere de peser.

CHAP. XIV.

D'Autant que la science de peser depend de la Geometrie, il ne sera inutile de monstrer comment on peut par vn seul poids & par vne seule balance cognoistre les pesanteurs. *Archimedes* au Theoreme sixiéme du premier liure *de æque ponderantibus*, dit que deux pesanteurs inegales seront en equilibre, si elles sont mises & constituees en distances selon la proportion de leurs poids.



Si donc en la balance B E H, les deux corps inegaux F, G sont egalement balancez, il faut que la ligne E C soit à C D, comme la pesanteur G à F: tellement que l'vn des poids estant cogneu, comme posons F estre vne liure, & la ligne E C double à C D, il est certain que le poids G sera double au poids F *par la conuerse de ce theoreme*. Et cecy est general, que telle proportion qu'il y aura aux lignes de costé & d'autre de l'examen B C, telle & semblable sera aux poids suspendus.

Il y a encor vne autre maniere de peser en vne balance plusieurs liures auec peu de poids: mais la subiection y est plus grande qu'en ceste-cy, & pourtant nous la laisserons, à cause de briefueté: & pour mettre fin à ceſt œuure, nous declarerons & demonstrerons encore ceste nostre inuention, de la maniere de distinguer les metaux de semblable forme, & de pesanteur egale mis & cachez en autres corps egaux & semblables, tant pour respondre à ceux qui estiment chose

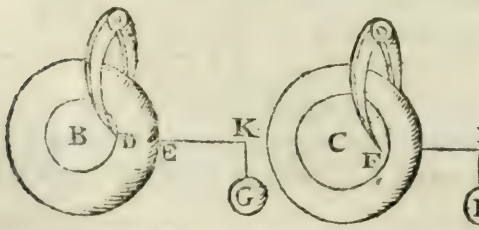
impossible au seruiteur de l'Empereur de pouuoir choisir sans difficulté ny doute la boite plaine d'or, & laisser celle plaine de plomb, que pour orner & enrichir ceste fin de liure d'vne telle inuention, de laquelle dependent plusieurs belles & gentilles subtilitez, qui ne seront inutiles aux amateurs & studieux de ceste science. Il faut donc premierement estre aduerty que

Deux metaux de mesme forme, & egale pesanteur, ne sont pas d'egale grandeur.

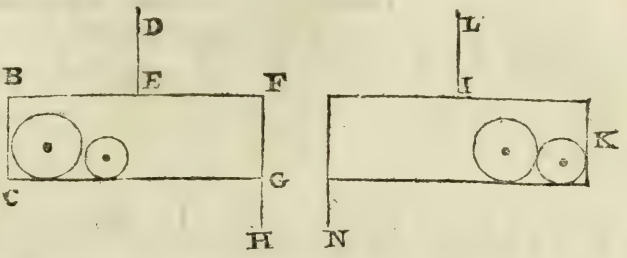
L'experience nous a fait assez cognoistre que l'or est le plus pesant de tous les metaux occupant le moins de place: il s'ensuiura donc que mesme pesanteur de plomb occupera plus de lieu.

Si donc on presente deux globes de bois, ou autre matiere, semblables & egaux, dans l'vn de quels, & au milieu y ait vn autre globe de plomb pesant vne liure (comme C) & au milieu de l'autre y ait aussi vn autre globe d'or pesant vne liure (comme B:) il est euident, que les centres des pesanteurs seront aussi les centres des globes, soit neantmoins le tout fait en sorte que la boete & le contenu d'vn costé soit egal & de mesme pesanteur à la boete & contenu de l'autre.

Et pour sçauoir auquel des deux est l'or, prends vn instrument en forme de compas crochu, & pince par les pointes d'iceluy vne partie du globe comme tu vois d'vn costé D, alors fiche dans le globe au milieu des deux pointes du compas vne aiguille, ou autre chose semblable de certaine grandeur (comme E K) au bout de laquelle mets vn poids G, tel qu'il soit en equilibre auec le globe premier suspẽdu sur les poinctes du mesme compas. Fais le mesme en l'autre globe: lors si tu ne trouue aucune difference entre les distances du poids suspendu à l'aiguille de chacun globe, prends dauantage de circonference auec les pointes dudit compas, & en fin tu pourras aussi comprendre partie du globe interieur, où les pointes seront iustemẽt sur l'extremité d'iceluy globe interieur, comme pour exemple en D: & posons que le poids G soit en equilibre auec tout le reste: il est certain qu'en l'autre ou sera le plomb, les pointes estant de mesme ouuerture, & tenant le globe suspendu, comme au poinct F, comprendront partie du globe interieur de plomb, & ceste partie



de plomb entre F & N, aidera au poids H, & diminuera de l'autre costé C: Qui sera cause, que pour rendre H en equilibre auec C, la distance N I ne sera si grande que E K, *par le theoreme precedent.* De là nous conclurrons, que là où sera la plus petite distance entre le poids suspendu en l'aiguille & la circonference du globe, là dedans sera le plomb, & en l'autre, l'or.



Soit encor proposee vne boete en forme de cylindre qui ait pour diametres de ses bases B C, F G, en laquelle soient mis deux globes de diuers metaux (comme d'or & de cuiure) egaux en poids: & soit l'or le plus petit (comme il a esté dit cy deuant) & le plus proche de l'examen D E, que nous posons au milieu de la ligne B F, (qui est le costé de la boete) & le poids H tenant icelle boete en equilibre. Il est euident, si l'or change de lieu, & se trouue le plus esloigné du mesme examen comme en K, & le mesme poids H soit suspendu de l'autre costé comme en N, que l'examen L I ne pourra pas estre au milieu du costé de la boete, comme il estoit premierement pour tenir le tout en equilibre, ains sera plus proche de K, d'autant que le centre de la grauité des deux globes est plus esloigné du milieu de la boete qu'en la premiere figure: tellement que l'examen demeurant tousiours au milieu, il faudroit augmenter le poids N pour auoir l'equilibre desiré, & cognoistre qu'en ceste sorte l'or est le plus esloigné dudit examen, & en l'autre, le cuiure.

Et ainsi ces regles seront generales & vniuerselles pour toutes autres formes: car on trouuera tousiours en fin quelque difference en l'equilibre, qui fera cognoistre non seulement les metaux cachez en quelques boetes, mais aussi l'ordre de leur situation, à celuy qui sera accort & subtil au maniement de telle affaire.

OR voila (amy Lecteur) les trois liures de la Geometrie du sieur Errard: sur les derniers chapitres desquels nous n'auons rien annotté,

pource qu'il y a tant de choſes à dire & demonſtrer ſur le ſujet d'iceux, que cela merite bien vn traitté particulier, lequel attendant tu receuras en bonne part ce que ledit ſieur Errard te donne en ces trois liures: Quant à ces miennes annotations que tu y trouueras, ie te les preſente, (afin qu'ainſi que i'ay commencé par vne ſimilitude priſe de Mr du Vair auſſi ie finiſſe) comme Appelles & Polyclette faiſoient leurs tableaux & images, le pinceau & le ciſeau encore à la main preſt à amender & reformer tout ce qu'vn plus ſubtil & ingenieux y trouuera à redire.

FIN.

TRAICTE'

TRAICTE' FAMILIER,

POVR TOISER, MESVRER,

ET

EXACTEMENT CALCVLER TOVTES

SVPERFICIES ET SOLIDITEZ; COMME toute ſorte de Maçonnerie, les plates-formes, turcies, & leuées de riuieres, foſſez, & vuidanges de terres.

A PARIS,

M. DC. XX.

TRAITTE' FAMILIER,

POVR TOISER, MESVRER, ET exactement calculer toute Maçonnerie, tant en quarré & ſuperficie, que cube & maßiue : comme auſsi les plates-formes, turcies, & leuées de riuieres, foſſez, & vuidanges de terres, fait par Alexandre Guybert, Conſeiller du Roy, & Eſleu ſur le faict de ſes Aydes & Tailles en l'eſlection d'Orleans.

Auparauant que commencer audit toiſé & calcul, nous ferons mention des dimenſions de Geometrie, dont ſon propre ſuject eſt magnitude (qui n'eſt autre choſe qu'vne quantité continuë) à laquelle ſont aſſignées trois dimenſions. C'eſt à ſçauoir Altimetrie, Planimetrie, & Stereometrie.

Deffinition d'icelles trois Dimenſions.

ALTIMETRIE eſt ſeulement vne longitude imaginée, ſoit en longueur, ou en hauteur, ſans aucune largeur, comme vne ligne droicte, vne toiſe, vne aulne, ou vne perche. Cecy ſoit toutefois entendu ſainement, & pour l'ayde des ſens, d'autāt que la toiſe, l'aulne & la perche ont quelque largeur, & non la ligne, laquelle ſelon la definition que Euclide luy donne au premier liure de ſes Elemens Geometriques, n'eſt qu'vne longueur ſans largeur.

Planimetrie, autrement appellée ſuperfice, ou ſuperficie, comprend longueur & largeur, comme vne toiſe quarrée, vne aulne quarrée, vne perche quarrée, & ainſi des autres.

Solidimetrie, ou Stereometrie, contient longueur, largeur, &

profondité, & eſt vulgairement appellée Cube, corps, ou ſolide, comme pierre de taille, vuidanges de terre, coulonnes maſſiues, & autres ſoliditez.

Et ainſi vne figure peut auoir longueur & largeur tant ſeulement, & alors elle ſe nomme ſuperficie. Elle peut auſſi auoir longueur, largeur, eſpaiſſeur, ou profondeur. Et lors elle ſe nomme ſolide, ou corporelle.

Ce que deſſus preſuppoſé, nous viendrons à la diuiſion & ſubdiuiſion de la toiſe de long.

La toiſe ſe diuiſe en ſix pieds de Roy de long, dont pour trois pieds de long ſera compté demie toiſe de long.

Pour vn pied & demy, ſera compté vn quart de toiſe de long.

Pour deux pieds de long, ſera compté vn tiers de toiſe de long.

Pour vn pied de long, ſera compté vn ſixieſme de toiſe, ou demy tiers de toiſe de long.

Pour trois quarts de pied de long, ſera compté la huictieſme partie d'vne toiſe, ou autrement le demy quart d'vne toiſe de long.

Chacun deſdits ſix pieds eſt diuiſé en douze poulces de long, & iceux poulces ſont ſubdiuiſez en vingt-quatre demis poulces, ou bien chacun deſdits poulces eſt, ſelon le vulgaire, diuiſé en douze lignes.

Leſdites douze lignes ſe peuuent encores ſubdiuiſer en douze autres particulieres, & meſme en demies lignes, toutesfois l'on ne procede point couſtumierement outre la diuiſion des lignes.

Pour ſix poulces de long, ſera compté demy pied de long.

Pour trois poulces de lōg, ſera compté vn quart de pied de long.

Pour vn poulce & demy, demy quart de pied de long, ou vn huictieſme.

Pour vn poulce de long, ſera compté la douzieſme partie d'vn pied de long.

Ce que deſſus ſuffit quant à la longitude ſimplement.

De la toiſe quarrée.

LA toiſe quarrée contient ſix pieds de long ſur ſix pieds de large, qui ſont trente-ſix pieds quarrez, que comprend ladite toiſe quarrée en face, ou ſuperfice, d'autāt que ſix fois ſix ſont trente-ſix.

Le pied quarré contient douze poulces de long, ſur douze poulces de large, qui ſont cent quarante quatre poulces quarrez.

Et partant la toiſe quarrée contient trente-ſix fois cent quarante quatre poulces, ou 72. poulces de haut, ſur 72. poulces de large, qui ſont 5184. poulces quarrez que contient ladite toiſe quarrée.

Exemple.

144	72
36	72
864	144
432	504
5184. poul. qu.	5184. poulces quarrez.

Diuiſion de la toiſe quarrée.

LA toiſe quarrée ſe diuiſe en deux demies toiſes, dont pour chacune demie toiſe faut compter 18. pieds quarrez.

Plus ladite toiſe ſe diuiſe en quatre quarts, dont pour chacun quart faut compter neuf pieds quarrez.

Elle ſe diuiſe encores en huict demis quarts, ou $\frac{8}{8}$, dont chacun demy quart, ou $\frac{1}{8}$, vaut $4\frac{1}{2}$ pieds quarrez.

Elle eſt derechef diuiſee en $\frac{16}{16}$, dont pour chacun ſeizieſme l'on prend $2\frac{1}{4}$ pieds quarrez.

Plus elle ſe peut auſſi diuiſer en trois tierces parties, dont pour chacune tierce partie ſera compté 12. pieds quarrez.

Elle eſt encore diuiſee en ſix demy tiers, ou $\frac{6}{6}$, dont chacun demy tiers, ou ſixieſme, vaut & eſt compté pour ſix pieds quarrez.

Dauantage eſt auſſi diuiſee en $\frac{9}{9}$, dont pour chacun neufieſme ſera compté quatre pieds quarrez.

Plus eſt encores diuiſee en $\frac{12}{12}$, dont pour chacune douzieſme ſera compté trois pieds quarrez.

De tout eſt cy-deſſous monſtré & enſeigné pour plus claire intelligence.

36. pieds quarrez,	vne toiſe quarree.
18. pieds quarrez,	demie toiſe quarrée.

12. pieds quarrez, vn tiers de toiſe.
9. pieds quarrez, vn quart de toiſe.
6. pieds quarrez, demy tiers, ou vn ſixieſme de toiſe.
4 ½ pieds quarrez, demy quart, ou vn huictieſme de toiſe.
4. pieds quarrez, vne neufieſme de toiſe.
3. pieds quarrez, vne douzieſme partie de toiſe.

Diuiſion du pied quarré.

LE pied quarré eſt diuiſé en 144. poulces, ainſi qu'il eſt cy-deſſus declaré, dont la moictié, qui eſt 72. poulces, vaut demy pied quarré, car deux fois ſeptante-deux font 144. poulces quarrez.

Le quart d'vn pied vaut 36. poulces quarrez, parce que quatre fois trente-ſix poulces font cent quarante-quatre poulces, qui eſt tout ledit pied quarré.

Plus, dix-huict poulces quarrez font le demy quart d'vn pied quarré, ou la huictieſme partie d'iceluy, pource que la huictieſme partie de cent quarante-quatre poulces quarrez ſont dixhuict, car huict fois dixhuict font 144.

Item, neuf poulces quarrez font la ſeizieſme partie d'vn pied quarré, d'autant que ſeize fois neuf font cent quarante-quatre.

Dauantage, quarante-huict poulces font vn tiers de pied, parce que trois fois quarante-huict font cent quarante-quatre.

Plus, vingt-quatre poulces font le demy tiers, ou le ſixieſme de pied, parce que ſix fois vingt-quatre, font cent quarante-quatre poulces quarrez que tient ledit pied quarré.

Auſſi douze poulces quarrez font la douzieſme partie d'vn pied quarré, parce que douze fois douze font cent quarante-quatre, qui eſt ledit pied quarré. Et ainſi faut entendre des autres diuiſiõs, & en tant de partie que l'on voudra; Et chacune diuiſion, ſuiuant ſon ordre, ſe peut voir cy-deſſouz.

144. poulces quarrez, vn pied quarré.
72. poulces, demy pied quarré.
48. poulces, vn tiers de pied,
36 poulces, vn quart de pied.
24. poulces, demy tiers, ou vn ſixieſme de pied.

18. poulces, demy quart, ou vn huictieſme de pied.
12. poulces, la douzieſme partie d'vn pied quarré.
9. poulces, la ſeizieſme partie d'vn pied.

Diuiſion d'vn poulce en quarré.

LE poulce quarré ſe diuiſe en deux demis poulces.
Il eſt encores party en quatre quarts de poulces.
Et finalement le poulce quarré ſe diuiſe en 144. lignes quarrees.

Autre diuiſion & declaration bien exacte & particuliere de la toiſe, pied & poulce, tant en leur longueur, que quarré & ſuperfice.

LA toiſe a de longueur 6. pieds.
La toiſe a de longueur 72. poulces.
La toiſe a de longueur 864. lignes.
Le pied a de longueur 12. poulces.
Le pied a de longueur 144. lignes.
Le poulce a de longueur 12. lignes.

La toiſe quarree contient 36. pieds quarrez, d'autãt que ſix pieds qu'elle a de longueur multipliez en ſoy, font 36.

La toiſe quarree contient 5184. poulces quarrez; Pource que trente-ſix pieds quarrez que contient ladite toiſe en ſa ſuperficie, multipliez par cent quarante-quatre (qu'vn pied quarré vaut de poulces quarrez) en prouient 5184. Ou bien multipliant 72. poulces (que la toiſe a de longueur par ſoy-meſmes) en prouient le meſme nombre 5184.

La toiſe quarrée contient ſept cens quarante-ſix mil quatre cens quatre vingts ſeize lignes quarrées; Pource que cinq mil cent quatre vingts quatre poulces quarrez, que contient ladite toiſe quarree, multipliez par cent quarante-quatre (qu'vn poulce quarré vaut de lignes quarrées) en prouient ledit nombre 746496. lignes quarrees. Ou bien multipliant en ſoy-meſme huict cens ſoixante-quatre lignes (que la toiſe a de longueur) en prouient le meſme nombre ſept cens quarante-ſix mil quatre cens quatre vingts ſeize lignes quarrées.

Vn pied quarré contient en ſa ſuperficie 144. poulces quarrez, pource que douze poulces (longueur du pied) multipliez en ſoy font 144.

Le pied quarré contient auſſi en ſon aire & ſuperficie vingt mil ſept cens trente-ſix lignes quarrees; Pource que multipliant cent quarante-quatre poulces, que contient le pied quarré par meſme nombre cent quarante-quatre (que le poulce quarré contient de lignes quarrees) en vient ledit nombre 20736. lignes quarrees: Ou bien nous dirons que multipliant cent quarãte-quatre lignes (longueur du pied par ſoy-meſme) en viendra ledit nombre 20736. lignes quarrées.

Vn poulce quarré a en ſa ſuperfice 144. lignes quarrees, d'autant que multipliant douze lignes (longueur du poulce par ſoy-meſme) en vient ledit nombre 144. lignes quarrees.

Briefve declaration & éualuation de toiſes, pieds, poulces, & lignes quarrées.

TOiſes multipliees par toiſes, en vient toiſes quarrees.

Toiſes multipliées par pieds, en vient pieds, dont les ſix font la toiſe quarrée, & chacun d'iceux pieds vaut ſix pieds quarrez.

Toiſes multipliées par poulces, en vient poulces, dont pour chacun poulce faut prendre demy pied quarré, qui ſont 72. poulces quarrez.

Vne toiſe ſur vne ligne, ou vne ligne courant ſur vne toiſe, vaut ſix poulces quarrez.

Vne toiſe ſur demie ligne, ou demie ligne courant ſur vne toiſe, vaut trois poulces quarrez.

Vne toiſe ſur vn quart de ligne, vaut vn poulce & demy quarré.

Pieds multipliez par pieds, en vient pieds, dont en faut trente-ſix pour la toiſe quarrée.

Pieds multipliez par poulces, en vient poulces, dont en faut douze pour le pied quarré, & chacun d'iceux poulces vaut douze poulces quarrez.

Vn pied ſur vne ligne, ou vne ligne courant ſur vn pied, eſt vn poulce quarré.

Vn pied ſur demie ligne, ou demie ligne courant ſur vn pied, eſt demy

demy poulce quarré.

Vn pied ſur vn quart de ligne eſt vn quart de poulce quarré.

Poulces multipliez par poulces, en vient poulces ſimplement, deſquels cent quarante quatre font vn pied quarré.

Poulce ſur lignes, ou lignes courans ſur poulces, en vient lignes, dont en faut 12. pour vn poulce quarré, & chacunes d'icelles lignes vaut douze lignes quarrees.

Lignes multipliees par lignes, en vient lignes ſimplement, deſquelles cent quarante quatre font vn poulce quarré.

Les choſes predictes bien entenduës ſeruiront grandement à l'intelligence du toiſé & calcul detoute maçonnerie.

Eualuation ou multiplication de toiſes, & pieds courans, auec leurs exemples, pour l'intelligence d'icelles.

TOiſes de long, ſur toiſes de large, c'eſt à dire, que toiſes multipliees par toiſes rendent toiſes quarrees.

Soit pour exemple huict toiſes de long, ſur quatre toiſes de large, vallent 32. toiſes quarrees, parce que quatre fois huict font trente deux.

Toiſes multipliees par pieds, ou pieds par toiſes, que les maçons diſent communément & vulgairement pieds ſur toiſes, autrement appellez pieds courans ſur toiſes, rendent pieds, dont les ſix font la toiſe quarree. Et chacun deſdicts ſix pieds vaut ſix pieds quarrez.

Auſſi eſt à noter, que apres auoir multiplié les pieds par toiſes, pour chacune fois ſix pieds, il faut compter vne toiſe quarree vallãt trente ſix pieds quarrez, & pour chacun pied reſtant ſix pieds quarrez.

Exemple.

S'Il eſtoit propoſé, que vallent huict toiſes de long ſur cinq pieds de large, il faut multiplier cinq par huict, il en viendra au produict quarante, que nous ſuppoſions eſtre quarante pieds, & pource qu'en quarante y a ſix fois ſix, qui ſont trente ſix, l'on doit compter ſix toiſes quarrees, chacune toiſe de trente ſix pieds quarrez, & y aura quatre pieds, reſtans pour chacun deſquels ſera compté ſix

pieds, qui ſera pour les quatre pieds vingt-quatre pieds quarrez, qui vallent demie toiſe ſix pieds quarrez, & partant cinq pieds courans ſur huict toiſes, ou cinq pieds de huict toiſes (ainſi que proferent les maçons de Paris) vallēt ſix toiſes, vingt-quatre pieds quarrez, ou ſix toiſe & demie, ſix pieds quarrez.

Si on veut reduire leſdicts vingt-quatre pieds à parties de toiſes quarrees, nous dirons que leſdicts vingt-quatre pieds valent $\frac{24}{36}$ de toiſe, parce que la toiſe, comme dit eſt, tient trente-ſix pieds quarrez, leſquels $\frac{24}{36}$ abreuiez font $\frac{2}{3}$ de toiſe quarree, ou bien demie toiſe ſix pieds quarrez (qui eſt choſe ſemblable): & pour l'entendre plus vulgairement, attendu que vingt-quatre pieds, comprennent dix-huict pieds vallans demie toiſe, & reſte ſix pieds. Nous pouuons dire & prononcer iceux vingt-quatre pieds valloir demie toiſe & ſix pieds quarrez.

La raiſon de ce, eſt, ſi vous multipliez quarante-huict pieds, que huict toiſes tiennent en longueur: (Car huict fois ſix, ou ſix fois huict font quarāte-huict) par cinq pieds de large, vous aurez, deux cents quarante pieds, leſquels diuiſez par trente ſix pieds (que contient la toiſe quarree) vous aurez ſix toiſes, vingt-quatre pieds quarrez, ou ſix toiſes & demie ſix pieds quarrez comme deſſus.

Ou autrement pource que trois pieds eſt demie toiſe, prenez la moitié de huict toiſes, & vous aurez quatre toiſes, puis pour deux pieds, qui reſtent de cinq pieds (qui eſt le tiers d'vne toiſe de long) prenez le tiers de huict toiſes (qui eſt deux toiſes, vingt-quatre pieds) puis adiouſtez quatre toiſes, auec deux toiſes vingt-quatre pieds, monte ſix toiſe vingt-quatre pieds quarrez comme deuant.

Exemple.

Pour 3. pieds la moictié de / Pour 2. pieds, le tiers de } 8. toiſes. — 4. toiſes

2. toiſes 24 pieds.

6. toiſes 24. pieds.

Pour éualuer poulces ſur toiſes.

TOiſes multipliees par poulces, ou poulces ſur toiſes vallent demis pieds quarrez, qui eſt pour chacun demy pied quarré, ſoixante douze poulces quarrez, & la raiſon eſt, que la toiſe de long contient ſix pieds, & chacun pied, douze poulces de long, qui ſont ſix fois douze poulces vallent ſoixante douze poulces, que tire toute la longueur de la toiſe reduicte à poulces.

Et pour ceſte raiſon, qui fait courir vn poulce de large ſur 72. poulces de long (qui eſt la toiſe de long) il a demy pied quarré: car vne fois ſoixante douze, eſt touſiours 72. (qui eſt la moitié de cent quarante poulces) que cõtient en ſuperfice le pied quarré.

Ou autrement, pour éualuer poulces ſur toiſes, ou toiſes ſur poulces, faut prendre ſur les toiſes les parties d'vn pied qui vallent les poulces, & icelles adiouſter enſemble. Ce qui prouiendra de l'addition, ſeroit repreſentez pieds: mais pour chacune fois ſix pieds qui ſe trouueront en icelle addition ſera compté vne toiſe quarree, & pour chacun pied reſtant ſix pieds quarrez, & pour chacun demy pied, trois pieds quarrez.

Soit pour exemple 7. poulces courans ſur 77. toiſes, ou 7. poulces de 77. toiſes, faut premierement pour 6. poulces (qui eſt demy pied) prendre la moitié de 77. toiſes, & l'on aura 38 $\frac{1}{2}$ pieds, qui diuiſez par ſix, en viendra ſix toiſes quarrees, & pour les deux pieds & demy, reſtans deſdits trente-huict pieds & demy, faut compter 15. pieds quarrez, & ainſi l'on aura 6. toiſes 15. pieds quarrez, puis pour vn poulce reſtant deſdicts 7. poulces courans ſur 77. toiſes (& lequel poulce eſt la ſixieſme partie deſdicts ſix poulces) faut encores prendre la ſixieſme partie de ſix toiſes quinze pieds, & l'on aura vne toiſe deux pieds & demy, que faut adiouſter auec les ſix toiſes quinze pieds, il en viendra 7. toiſes 17. pieds $\frac{1}{2}$ quarrez, & tant vallent 7. poulces courans ſur 77. toiſes, comme il appert par le calcul cy-deſſouz.

7. poulces.

Pour 6. poulces, la moitié de 77. toiſes } 38 $\frac{1}{2}$ pieds vallant 6. toiſes 15. pieds quarrez.

Pour vn poulce reſtant de 7. la ſixiéme partie de 6. toiſes 15. pieds quarrez. 1. toiſes 2 $\frac{1}{2}$ pieds quarrez.

7. toiſes 17 $\frac{1}{2}$ pieds quarrez.

Pour éualuer demis poulces & quarts de poulces ſur toiſes.

TOiſes ſur demis poulces, ou demis poulces ſur toiſes compoſent quarts de pieds quarrez, dont pour chacun quart de pied l'on comptera trente ſix poulces quarrez, d'auttant que trente ſix poulces quarrez ſont vn quart de 144. poulces quarrez, (qui eſt le contenu du pied quarré en ſa ſuperfice) & auſſi trente ſix poulces quarrez eſt la moictié de 72. poulces quarrez (qui eſt demy pied.)

Toiſes ſur quarts de poulces font demy quart de pied, ou la huictieſme partie de pied, qui vaut dix-huict poulces quarrez.

Pour éualuer lignes courans ſur toiſes.

VNe ligne courant ſur vne toiſe, vault 6. poulces quarrez. La raiſon eſt, qu'vne ligne eſt la douzieſme partie d'vn poulce, qui courant ſur 72. poulces ne comprend que la douzieſme partie de 72. poulces qui ſont ſix poulces quarrez. Parquoy vne ligne courant ſur 72. poulces, que tient la toiſe de long reduite à poulces, voudra ſix poulcesquarrez.

Pour éualuer pieds ſur pieds.

PIeds multipliez par pieds vallent pieds quarrez, deſquels en faut trente-ſix pour faire la toiſe quarree.

Pour éualuer pieds courant ſur poulces.

PIeds multipliez par poulces, ou poulces par pieds, ſeroient repreſentez poulces, mais pour chacune fois douze poulces, ſera prins vn pied quarré (qui vaut 144. poulces quarrez) & pour chacun poulce reſtant ſeront comptez douze poulces quarrez en les multipliant par douze, & fault entendre que ladicte multiplication de poulces ſe peut reduire en parties d'vn pied quarré, comme ſera cy-apres declaré.

Soit pour exemple 8. poulces ſur 5. pieds ou 5. pieds ſur 8. poul-

ces; faut multiplier cinq par huict, en viendra 40. (que ſuppoſerons eſtre 40. poulces.) Leſquels diuiſez par douze en vient 3. pieds quarrez, & le reſte (qui eſt quatre) faut multiplier par douze, en viendra 48. poulces quarrez (qui eſt vn tiers de pied quarré.) Car quarante-huict eſt la tierce partie de cent quarante quatre poulces quarrez (que tient vn pied quarré) & par ainſi nous dirons que cinq pieds ſur huict poulces, ou huict poulces ſur cinq pieds (qui eſt choſe ſemblable) vallent trois pieds & vn tiers de pied quarré.

Cecy ſe peut prouuer en ceſte maniere, ſoient reduicts les cinq pieds en poulces de longueur, comptant pour chacun pied douze poulces de long, & l'on aura ſoixante poulces, leſquels multipliez par huict poulces, en eſt produict quatre cents quatre vingts poulces, qu'il faut partir par 144. (nombre des poulces que tient vn pied quarré) viendra de la diuiſion trois pieds quarrez, & reſtera quarante-huict poulces eſt vn tiers de pied quarré comme diſt eſt.

Auſſi ſe peut prouuer par tel moyen, pour ſix poulces (qui eſt demy pied courāt ſur cinq pieds,) ſoit prins la moitié de cinq pieds, & l'on aura 2. pieds 6. poulces, puis pour les deux pieds reſtans de huict poulces (qui ſont le tiers de ſix poulces) ſoit prins le tiers de deux pieds ſix poulces, & l'on aura dix poulces, qui adiouſtez auec les deux pieds & demy, font trois pieds quatre poulces, leſquels poulces valent quarante huict poulces quarrez, comme dict eſt, deſquels trois exemples nous en auons cy-deſſoubs faict le calcul & ſupputation.

8 × 5 = 40. poulces.

24 | 3 1/3 pieds.
4ϕ |
12 |

12 × 5 = 60 × 8 = 480 poulces quarrez.

4
12 | 8 | 3. pieds 48. poulces quarrez.
4 8 ϕ |
12 4 4 |

8. poulces.

Pour 6. poulces, la moitié de 5. pieds. 2. pieds 6. poulces.

Pour 2. poulces reſtans, le tiers de 2. pieds 6. poulces. 0. pieds 10. poulces.

3. pieds. 4. poulces valāt 48. poulces quarrez.

Pour éualuer poulces courans ſur poulces.

QVi multiplie poulces par poulces, il en vient poulces quarrez (deſquels 144. font vn pied quarré.)

Soit pour exemple 16. poulces courans ſur 9. poulces, multipliez l'vn par l'autre en vient 144. poulces quarrez valans vn pied quarré.

16
9

144 poulces quarrez.

Ainſi vn poulce courant ſur vn pied vaut 12. poulces quarrez.

Demy poulce courant ſur vn pied vaut 6. poulces quarrez.

Vn poulce courant ſur vn poulce vaut vn poulce quarré.

Demy poulce courant ſur vn poulce, en vient demy poulce quarré.

Finablement demy poulce, ſur demy poulce fait vn quart de poulce quarré.

Application des Reigles cy-deſſus mentionnées.

LE moyen de toiſer & calculer vne maçonnerie, où il y a ſeulemēt des toiſes & des pieds, tant en ſa longueur que largeur.

Soit pour exemple, vne muraille ayant 6. toiſes 4. pieds de longueur, ou haulteur, ſur 5. toiſes 5. pieds de largeur, il faut en premier lieu multiplier les cinq toiſes de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra 20. pieds valant trois toiſes quarrees, & reſtera deux pieds, chacun deſquels vaut 6. pieds quarrez, qui ſont pour les deux, douze pieds quarrez, ce faict vous multiplierez leſdites cinq toiſes de large par les ſix toiſes de long, en viēdra tren-

te toiſes auſquelles faudra adiouſter les trois toiſes cy-deſſus prouenuës de la multiplication deſdites cinq toiſes par quatre pieds de longueur, ce ſera trente trois toiſes quarrees.

En apres vous multiplierez les cinq pieds de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra vingt pieds quarrez, & finablement conuient multiplier leſdits cinq pieds de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendra au produict trente pieds, valans à raiſon de ſix pieds pour toiſe, cinq toiſes quarrees, & le calcul ainſi faict ſe trouuera, que la ſuperficie de ladite maçonnerie reuiendra à 38. toiſes 32. pieds quarrez, ou 38. toiſes $\frac{1}{4}$ 5. pieds quarrez, comme par le calcul cy-deſſoubs appert.

6. toiſes	4. pieds.	longueur.
5. toiſes	5. pieds.	largeur.
33	12	
5	20	
38. toiſes	32. pieds quarrez.	

Ou autrement, quand il n'y aura que toiſes pieds, vous reduirez le tout en pieds, tant la longueur, que largeur, & puis multiplierez l'vn par l'autre, & le produict diuiſerez par trente ſix (nombre des pieds que contient la toiſe quarrée) & le quotient ſera ce que demandez.

Nous prendrons pour ceſt exemple, le nombre des toiſes & pieds de la precedente reigle & propoſition, & reduirons les ſix toiſes de long en pieds, monteront trente ſix pieds, auſquels eſtans adiouſtez les quatre pieds de longueur, en viendra pour toute la longueur 40. pieds, & les cinq toiſes de largeur auſſi reduictes en pieds, en viendra trente pieds, auquel nombre eſtans adiouſtez les cinq pieds de largeur, ladicte largeur entiere ſera de trẽte cinq pieds, leſquels multipliez par ladicte longueur, en viendra au produict quatorze cens pieds, & iceux diuiſez par trente ſix (nombre des pieds que contient la toiſe quarrée) en viendra 38. toiſes 32. pieds quarrez comme deuant, ainſi qu'il appert par le calcul cy-deſſoubs.

6 toiſes 5 toiſes
6 6
36 30
4 5

40. pieds. long. 35. pieds. largeur.

40
35
200
120

1400. pieds quarrez.

38. toiſes 32. pieds quarrez.

Si au deſſus du quarré de ladite muraille il y auoit vn pignõ en forme de triãgle, il le faudroit toiſer & calculer comme cy-deſſoubs eſt declaré.

Soit pour exemple, que au deſſus du quarré de la maçonnerie de la precedente reigle, il y euſt vn pignon repreſentant comme dict eſt la figure d'vn triangle, vous aurez pour baze d'iceluy la largeur de ladicte muraille, (qui eſt 35. pieds) & ſuppoſons que la perpendiculaire, ou ligne à plomb, qu'on appelle auſſi cathetenſe, deſcendant de la poincte en haut dudit triangle, ſur ladicte baze, euſt dix pieds: pour auoir la ſuperficie dudit triãgle, ou pignon depuis ledit quarré, vous multiplierez ladicte baze (qui eſt de 35. pieds) par la moitié de ladite perpendiculaire (qui eſt cinq pieds) en viendra au produict cent ſoixante quinze pieds quarrez, leſquels diuiſez par trente ſix, le quotient ou ce qui viendra de ladicte diuiſion ſera quatre toiſes, trente vn pied quarré, pour la ſuperficie dudit triangle, qu'il faudra adiouſter auec leſdits trente huict toiſes, trente deux pieds que contient ladicte muraille iuſques à ſon quarré, afin d'auoir toute la ſuperficie d'icelle muraille & pignon, & l'addition faicte ſe trouuera contenir

en

en tout quarante trois toiſes vingt ſept pieds quarrez, valans leſdits pieds trois quarts de toiſe, comme appert par le calcul cy-deſſoubs.

35. pieds, baze du triangle.
5. pieds, moitié de la perpendiculaire.

175. pieds quarrez.

3 [4. toiſes 31. pieds quarrez pour la ſuperficie du pignon ou triangle.

38. toiſes 32. pieds.
4. toiſes 31. pieds.

43. toiſes 27. pieds quarrez.

Addition des deux nombres pour la ſuperficie entiere de ladicte muraille & pignon.

Le moyen de toiſer & calculler vne maçonnerie, où y a toiſes, pieds & poulces tant en longueur que largeur.

POur ſçauoir que valent en quadrature, ou contiennent en ſuperficie, ſix toiſes quatre pieds ſix poulces de longueur ſur deux toiſes quatre pieds quatre poulces de largeur, ſoit le nõbre eſcript, & couché ainſi qu'il eſt cy-deſſoubs.

6. toiſes 4. pieds. 6. poul. longueur.
2. toiſes 4. pieds. 4. poul. largeur.

Ce faict vous commencerez voſtre operation, en multipliant les deux toiſes de largeur, par les ſix poulces de longueur, en viendra douze poulces, & d'autant que toiſes multipliees par poulces, le produict repreſente demis pieds quarrez, ce ſera ſix pieds quarrez, vous mettrez donq' o deſſoubs les poulces & retiendrez ſix pieds.

En apres vous multiplierez leſdictes deux toiſes de largeur, par quatre pieds de longueur, ce ſeront huict pieds, ſix deſquels pieds valent vne toiſe quarrée, ainſi vous retiendrez vne toiſe, & vous reſtera deux pieds, chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez, qui ſeroit pour les deux douze, & ſix que vous auez retenu de la multi-

plication des poulces par toiſes, y aura dix-huict pieds quarrez.

Cela expedié, vous multiplierez leſdites deux toiſes par les ſix toiſes de longueur, en viendra douze toiſes, que vous poſerez ſouz les toiſes auec vne que vous aurez retenuë de la multiplication des toiſes & des pieds, ce ſeront 13. toiſes.

Ce faict vous multiplierez les quatre pieds de largeur par les ſix poulces de longueur, en viendra vingt quatre poulces, douze deſquels valent vn pied quarré, ainſi vous poſerez o ſoubs & à l'endroit deſdits poulces, & retiendrez deux pieds.

Conſequemment vous multiplierez les quatre pieds de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendra ſeize pieds quarrez, & deux que vous auez retenu, ce ſeront dix-huict pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds.

Semblablement vous multiplierez leſdits quatre pieds de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendra vingt quatre pieds, (ſix deſquels valent vne toiſe quarrée) ainſi ce ſeront quatre toiſes que vous poſerez ſoubs les toiſes.

En apres viennent à multiplier les quatre poulces de largeur par les ſix poulces de longueur, ce ſeront vingt quatre poulces quarrez, dont en faut 144. pour faire vn pied quarré.

D'auantage faut multiplier iceux quatre poulces de largeur par les quatre pieds de longueur, en viendront 16. poulces, douze deſquels valent vn pied quarré, & chacun des quatre reſtant, douze poulces quarrez, qui ſeront quarante huict poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs leſdits poulces, & mettrez vn pied ſoubs les pieds.

Finalement leſdits quatre poulces de largeur doiuent eſtre multipliez par les ſix toiſes de longueur, en viendra au produict vingt-quatre, qui ſeront vingt-quatre demis pieds quarrez, ainſi vous mettrez ſoubs les pieds douze, & trouuerez apres toutes les precedentes operatiõs faictes, que ceſte quadrature & ſuperficie monte dix-huict toiſes treize pieds & ſoixante douze poulces quarrez, (qui eſt demy pied) ainſi qu'il appert par le calcul & operation ſuiuante.

6. toiſes	4. pieds.	6. poul. longueur.
2. toiſes	4. pieds.	4. poulces largeur.
13	18	0
4	18	0
	1	24
	12	48
18 toiſes	13. pieds.	72 poulces quarrez.

Pour auoir la quadrature & ſuperficie de la muraille cy-deſſus propoſée autremẽt que par la precedente reigle & exemple, Il faut en premier lieu, multiplier les deux toiſes de largeur par les ſix poulces de longueur, en viendra douze poulces, valans vn pied, dont les ſix pieds ſont vne toiſe quarrée, pource que ce ſont poulces ſur toiſes, parquoy l'on poſera o deſſouz & à l'endroit des poulces, & ſera retenu vn pied pour leſdits douze poulces.

Ce faict conuient multiplier leſdits deux toiſes de largeur par les quatre pieds de longueur, le produict monte huict pieds, & vn pied qu'auez gardé à part, ce ſont neuf pieds, qui valent vne toiſe quarrée, & trois pieds, (chacun deſquels pieds vaut ſix pieds quarrez) parquoy faut poſer 3. pieds deſſouz, & à l'endroit des pieds, & garder & retenir vne toiſe.

En apres vous multiplierez les deux toiſes de largeur par les ſix toiſes de longueur, en viendront 12. toiſes quarrées, & vne que vous auez retenuë, ce ſeront treize toiſes, que vous eſcrirez deſſoubs & à l'endroit des toiſes.

Et d'autant qu'il reſte quatre pieds, quatre poulces courans ſur leſdictes ſix toiſes quatre pieds ſix poulces, prenez pour trois pieds (qui eſt demie toiſe) la moitié de ſix toiſes 4. pieds, ſix poulces, & vous aurez 3. toiſes 2. pieds 3. poulces, que faut eſcrire & poſer ſuiuant leur ordre: (puis apres pour vn pied reſtant de quatre pieds, (qui eſt la tierce partie de trois) prenez le tiers de trois toiſes, deux pieds trois poulces, & vous aurez vne toiſe neuf poulces que faut ſemblablement eſcrire & poſer ſuiuant leur ordre.

Et pource que quatre poulces reſtans ſont la tierce partie d'vn pied, prenez le tiers d'vne toiſe neuf poulces, & vous aurez deux pieds trois poulces, que vous eſcrirez ſoubs les autres nombres ſui-

uant leur ordre, comme appert cy-deſſoubs.

6. toiſes	4. pieds.	6. poulces.
2. toiſes	4. pieds.	4. poulces.
13	3	0
3	2	3
1	0	9
	2	3
18. toiſes	2. pieds.	3. poulces.
18. toiſes	13 ½ pieds	quarrez.

Mais comme cy deuant eſt dict, faut pour leſdits deux pieds douze pieds quarrez, & pour les trois poulces, (qui eſt le quart d'vn deſdits pieds, chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez) conuient auſſi compter trois demy pieds quarrez, & finablement vous aurez pour toute ceſte quadrature dix-huict toiſes treize pieds & demy quarrez, lequel demy pied vaut 72. poulces quarrez.

S'il y auoit tant en la longueur, que largeur de la muraille, toiſes, pieds, poulces & partie de poulces, comme cy-deſſoubs eſt contenu.

2. toiſes 2. pieds. 2. poulces ½ longueur.
2. toiſes 2. pieds. 2. poulces ½ largeur.

Vous multiplierez les deux toiſes de largeur par demy poulce de longueur, en viendra demy pied quarré, vallant 72. poulces, que vous poſerez ſoubs les poulces. En apres vous multiplierez leſdictes deux toiſes de largeur par les deux poulces de longueur, en viendra quatre, qui ſeront demy pieds quarrez, que vous poſerez ſoubs les pieds, mettant o ſoubs les poulces. Puis vous multiplierez leſdites deux toiſes par les deux pieds de longueur, en viendra quatre pieds, chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez, qui ſeront vingt-quatre pieds quarrez, que vous poſerez auſſi ſoubs leſdits pieds. Ce faict vous multiplierez auſſi icelles deux toiſes de largeur par les deux toiſes de longueur, en viendra quatre toiſes, que vous poſerez ſoubs les toiſes.

Cela expedié, vous multiplierez les deux pieds de largeur par demy poulce de longueur, en viendra vn poulce, lequel poulce vaut douze poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs les poulces;

en apres vous multiplierez leſdits deux pieds de largeur par deux poulces de longueur, en viendra quatre poulces, chacun deſquels poulces vaut 12. poulces quarrez,ainſi les quatre vallent 48. poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs leſdits poulces, puis vous multiplierez iceux deux pieds de largeur par les deux pieds de longueur, en viendra quatre pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds. Auſſi vous multiplierez leſdits deux pieds par les deux toiſes de longueur,en viendra quatre pieds,chacun deſquels vaut ſix pieds quarrez, ainſi les quatre reuiendroient à 24. pieds quarrez,que vous poſerez ſoubs les pieds.

Ceſte operation faicte,vous viendrez puis apres à multiplier les deux poulces de largeur par demy poulce de longueur,en viendra vn poulce quarré,que vous poſerez ſoubs les poulces.Ce faict vous multiplierez leſdits deux poulces de largeur par les deux poulces de longueur, en viendra quatre poulces quarrez, que vous poſerez ſous les poulces. En apres conuient multiplier leſdits deux poulces, par les deux pieds de longueur,en viendra quatre poulces,chacun deſquels vaut douze poulces quarrez , qui ſera pour les quatre, quarante-huict poulces quarrez,que vous poſerez ſoubs les poulces. Auſſi faut multiplier leſdits deux poulces par les deux toiſes de longueur, en viendra quatre poulces , chacun deſquels vaut demy pied quarré,(ainſi ce ſera deux pieds quarrez que vous poſerez ſoubs les pieds.)

Finablement le demy poulce de largeur doibt eſtre multiplié par le demy poulce de longueur,il en viendra vn quart de poulce, qui ſera mis ſoubsladite fraction,puis ledit demy poulce ſera multiplié par deux poulces de longueur, en viendra vn poulce, que vous poſerez ſoubs les poulces : dauantage iceluy demy poulce ſera multiplié par deux pieds de la longueur,en viendra vn poulce vallant douze poulces quarrez,qui ſeront poſez ſoubs les poulces, auſſi ledit demy poulce ſera multiplié par les deux toiſes de longueur,en viendra demy pied quarré, qui ſeront 72. poulces quarrez, que vous poſerez ſoubs les poulces.

Le calcul ainſi faict,& comme cy deſſus eſt bien diſtinctement & particulieremēt declaré,l'on doit adiouſter le tout enſemble,& ſe trouuera que ladite muraille contiendra cinq toiſes,vingt-vn pied, ſix-vingts ſix poulces,vn quart de poulce quarré, comme appert par le prochain calcul.

2. toiſes	2. pieds.	2. poulces
2. toiſes	2. pieds.	2. poulces
4. toiſes	2	72
	24	0
	4	12
	24	48 $\frac{1}{4}$
	2	1
		4
		48
		1
		12
		72
5. toiſes	21. pieds	126. poulces $\frac{1}{4}$.

Si par autre moyen que les precedentes reigles & exemples, vous voulez calculer le toiſé d'vne maçonnerie, ou il y ait toiſes, pieds, & poulces, vous reduirez tant la longueur que largeur en poulces: ce fait vous multiplierez l'vn par l'autre, & le produict diuiſerez par 5184. (nombre des poulces quarrez que contient la toiſe quarrée.) Et ce qui en viendra ſera la ſuperficie demandée en toiſes quarrées.

Soit pour exemple, vne muraille ayant 6. toiſes 4. pieds 6. poulces de longueur ſur 2. toiſes quatre pieds 4. poulces de largeur, il faut reduire ladite longueur en poulces, icelle reduction faicte elle montera 486. & la largeur auſſi reduicte montera 196.

Ce faict conuient multiplier leſdites longueur & largeur, ainſi reduites en poulces l'vn par l'autre, en viendra au produit 95256. qu'il faut diuiſer par 5184. & le quotient ſera 18. toiſes, & reſtera à partir 1944: (qui ſont poulces quarrez.) & pour en auoir pieds, faut diuiſer ledit reſte par 144, (nombre des poulces quarrez que le pied quarré contient) en viendra 13. poulces, & reſtera à partir 72. poulces (qui eſt demy pied quarré) & par ainſi toute la quadrature & ſuperficie de ladite muraille aura 18. toiſes 13. $\frac{1}{2}$ pieds.

6 toiſes.

6

36

4

40

12

80

40

480

6

486 poulces longueur.

2. toiſes.

6

12

4

16

12

32

16

192

4

196. poulces largeur.

486
196
2916
4374
486
95256. poulces quarrez.

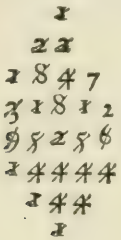
1
2 9 4
3 6 7
4 4 4 1 4
9 9 2 9 6 [18. toiſes.
9 1 8 4 4
9 1 8

7
2 8
9 6 2
1 9 4 4 [13. pieds 72. poulces.
1 4 4 4
1 4

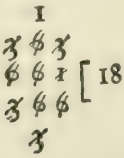
Mais à raiſon que en l'exemple precedente le partiteur 5184. eſt grand, & qu'aucuns non encores bien entendus en la diuiſion s'y trouueroient (peut eſtre) empeſchez. Nous baillerons vn autre moyen vn peu plus facile, c'eſt que l'on diuiſera ledit nombre 95256. poulces quarrez, par 144. valeur en poulces du pied en quarré, en viendra au produit 661. pieds quarrez, & reſtera 72. poulces.

En apres vous diuiſerez leſdits 661. pieds par 36. (valeur en pieds de la toiſe en quarré,) en viendra au quotient dix-huict toiſes, & reſtera treize pieds: ainſi appert que leſdites deux operations ſe

rapportẽt, & que en l'vne & en l'autre ſe trouuent dix-huict toiſes treize pieds, & ſoixante douze poulces quarrez, valans demy pied quarré.



661. pieds, & reſtent 72. poulces quarrez.



18. toiſes quarrées, & reſtent 13. pieds quarrez.

S'il y auoit pieds, poulces & demy poulces, tant en la longueur que largeur d'vne pierre, ou muraille, vous reduirez le long ou le large, lequel des deux qu'il vous plaira en poulces, & parties de poulces, & iceluy coſté reduit vous le multiplierez par l'autre, reduict ſeulement en poulces, y eſtant ſa fraction adiouſtée, & le prouenu de ceſte multiplication doibt eſtre diuiſé par le double de cent quarante quatre pour auoir pieds, lequel nombre doublé mõtera 288. Ce qui viendra de ladicte diuiſion monſtrera quants pieds quarrez contiendra ladite maçonnerie: s'il reſtoit quelque choſe à partir, ce ſeroit demy poulces ou autre partie ſelon la reduction que vous aurez faicte.

Soit pour exemple vne pierre ayant quatre pieds trois poulces & demy de longueur, ſur deux poulces & demy de largeur, vous reduirez ladicte longueur en demy poulces, il y en aura 103. ce faict vous reduirez la largeur en poulces, il y en aura vingt-ſix, & adiouſtant la fraction, il y aura 26 $\frac{1}{2}$, par lequel nombre vous multiplierez 103. en viendra au produit 2729 $\frac{1}{2}$, & iceluy diuiſé par 288. (double de 144. nombre des poulces quarrez que contient le pied quarré) en viendra au quotient neuf pieds ſoixante huict poulces trois quarts quarrez.

4. pieds $3\frac{1}{2}$ poulces longueur.
2. pieds $2\frac{1}{2}$ poulces largeur.

4
12
48
3
51
51
1
103 demy poul. long.

2
12
24
2
$26\frac{1}{2}$ poulces largeur.

103
$26\frac{1}{2}$
51 $\frac{1}{2}$
618
206
2729 $\frac{1}{2}$

1
2 3
9 0 7 [9. pieds 68 $\frac{3}{4}$ poulces
2 7 2 9 $\frac{1}{2}$ quarrez.
2 8 8

L'on peut auſſi reduire, tant leſdites longueur que largeur en leur fraction, mais il fraudra diuiſer le produict de leurs multiplications par le double de 288. qui ſera 576. Comme il ſe cognoiſt par le calcul & operations ſuiuantes, faictes ſur les precedens nombres de longueur & largeur.

103 longueur.
53 largeur.

309
515
5459

2
3 7 [9 pieds, & reſte 275. quarts
9 2 5 de poulces valans 68 $\frac{1}{4}$ poul-
8 4 8 9 ces quarrez.
8 7 6

S'il y auoit ſeulement fraction à la longueur, ou largeur, vous re-

duirez celle où il y a fraction en ſa fractiõ,& icelle multipliérez par l'autre où il n'y en aura,que vous partirez ainſi que deſſus eſt dict, c'eſt à ſçauoir par 288. & le reſte ne pouuant eſtre party,ce ſera parties de la fraction.

Soit pour exemple 3. pieds 3 $\frac{1}{2}$ poulces de longueur ſur 2. pieds 5. poulces de largeur,vous reduirez ladite longueur en la fraction, montera 79. que vous multiplierez par 29. poulces largeur,en viendront 2291. lequel nombre vous diuiſerez par 288. en reſſortira au quotient 7. pieds,& reſtera 275. demy poulces valans 137. $\frac{1}{2}$ poulces quarrez.

Et s'il y a toiſes auec pieds,poulces, & parties de poulces,faut reduire la longueur,ou largeur en ſa fractiõ,laquelle reduction faicte, & ſi la fraction ſe trouue eſtre demy poulces,& voulez que le quotient repreſente toiſes quarrees, il conuient doubler 5184. (nombre des poulces quarrez que contient la toiſe quarrée,)lequel nombre doublé montera 10368. qui ſera le partiteur du nombre ainſi reduict pour auoir toiſes: & s'il y a aucun reſte apres ladite diuiſion, il faudra pour auoir pieds,partir ledit reſte par 288. double de 144. (que contient de poulces quarrez le pied quarré) il en viendra au quotient des pieds. Et s'il reſte encores quelque autre choſe à partir,ce ſeront demy poulces.

Eſt à noter & remarquer que ſi on reduiſoit tant la longueur que largeur en demy poulces, multipliant l'vn par l'autre,& partiſſant comme deſſus,le quotient ſeroit le double de ce qui doit eſtre,de ſorte qu'il faudroit diuiſer ledit quotient par la moitié. Vray eſt que ſi au lieu dudit nombre 10368 que vous auez nagueres prins pour partiteur pour auoir toiſes, & 288. pour auoir pieds,vous doublez leſdits nombres,qui ſeront 20736. d'vne part, & 576. d'autre, vous aurez ce que vous cherchez tout à vne fois , car multipliant $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$ en vient $\frac{1}{4}$,qui vous demonſtre que cela ſe doit ainſi faire,& qu'il faut quadrupler comme deſſus leſdits nombres pour en auoir les partiteurs.

Sil y auoit lignes en la longueur ou largeur,outre le moyen qui a eſté donné cy deuant en éualuant & multipliant toiſes, pieds, & poulces par lignes,pour en auoir la ſuperficie & quarré d'vne maçonnerie, vous reduirez les toiſes, pieds & poulces en lignes,tant de la longueur que largeur: & ayant faict les multiplications l'vn par

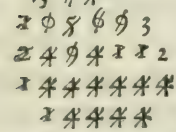
l'autre ainſi qu'il eſt requis, vous diuiſerez en premier lieu le produit deſdites multiplications par 144. (que le poulce quarré a en ſa ſuperficie de lignes,) & le quotiẽt repreſentera poulces, lequel quotient vous diuiſerez en apres par meſme nombre 144. (que le pied quarré contient de poulces quarrez,) & ce quotient repreſentera pieds quarrez, que vous diuiſerez auſſi par trente ſix (que la toiſe quarree contient de pieds quarrez) & ce qui viendra de ceſte derniere diuiſion, ce ſeront toiſes quarrees.

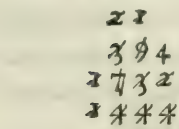
Exemple.

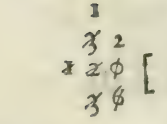
IL eſt propoſé de meſurer, toiſer & calculer vne maçonnerie ayant deux toiſes, vn pied, deux poulces, cinq lignes de longueur, ſur vne toiſe trois pieds vn poulce quatre lignes de largeur, vous reduirez en premier lieu la longueur en lignes, elle montera 1901. lignes, & la largeur 1312. lignes, que vous multiplierez l'vn par l'autre, en viendra au produict deux milions quatre cens quatre vingt quatorze mil cent douze lignes, leſquelles diuiſees par 144. en vient au quotient 17320. poulces, & reſte 32. lignes, lequel quotient auſſi diuiſé par cent quarante quatre, en vient au ſecond quotient 120. pieds quarrez, & reſte 40. poulces; cedict ſecond quotient auſſi diuiſé par trente ſix, en vient au dernier quotient trois toiſes quarrees, & reſte douze pieds quarrez (qui eſt vn tiers de toiſe:) ainſi toute ladite maçonnerie auroit trois toiſes, douze pieds, quarante poulces, & trente deux lignes quarrees, comme par le calcul & operations cy-deſſoubs clairement eſt demõſtré.

2. toiſes	1. toiſe
6	6
12	6
1	3
13. pieds.	9. pieds.
12	12
26	18
13	9
156	108
2	1
158. poulces	109. poul.

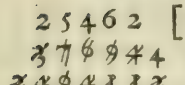
158 poulces. 109. poulces.
12 12
316 218
158 109
1896 1308
5 4
1901 lign. long. 1312. lignes larg.
1312
3802
1901
5703
1901
2494112.


[17320. poulces, reste 32. lignes.

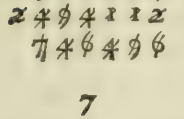

[120. pieds, reste 40. poulces.


[3. toises, reste 12. pieds.

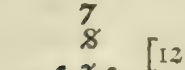
L'on peut tout à vne fois auoir les toises, en diuisant le produict des multiplications desdites longueur & largeur, par sept cens quarante six mil quatre cens quatre vingts seize, (que la toise quarree contient de lignes quarrees,) comme de ce appert par les calcul & operations suiuantes, & prendrons le mesme nombre cy-dessus, & au precedent exemple declaré.



[3. toiſes, & reſte 254624. lignes, que vous diuiſerez par 20736. (que le pied quarré contient de lignes quarrees.)



[12 pieds. Reſte 5792. lignes, que diuiſerez par 144. (que le poulce quarré contiẽt de lignes quarrees.)



[40. poulces, reſte 32. lignes.

Lequel calcul ſe rapporte au precedent, & ainſi pourrez vſer de tel des deux moyens qu'il vous plaira.

Le moyen de toiſer & calculer le berceau & voûte d'vne caue, auec les murailles d'où part ladicte voûte.

FAut en premier lieu meſurer leſdites murailles à part & ſeparément, en prenant la haulteur depuis le fondement iuſques au hault & extremité d'icelles murailles, appellees en aucuns lieux chifles, en d'autres Gibles, & par aucuns maçons pieds droicts, dont de chacune deſdictes murailles part la rotondité de la voûte & berceau: ce faict faut multiplier la hauteur & longueur de l'vne deſdites murailles par ſa largeur, & l'on aura la quadrature & ſuperficie d'icelle, laquelle doibt eſtre doublee, pour auoir la ſuperficie des deux murailles.

Et pour le regard du berceau & voûte de ladite caue, faut multiplier la longueur d'icelle par ſon circuit, & le produit ſera la ſuperficie & quarré de ladite voûte & berceau.

Soit pour exemple, que chacune deſdites murailles ait 13. pieds de haut depuis le fondement iuſques à l'endroit où elle regne hors rez de chauſſee, & d'où part la rotondité de ladite voûte, & que la largeur ſoit de 4. toiſes, faut multiplier leſdits treize pieds par leſdites quatre toiſes, il en vient au produict cinquante deux pieds,

(ſix deſquels vallent vne toiſe quarree, attendu que ce ſont pieds ſur toiſes) & iceux reduicts à toiſes, reuiennent à huict toiſes & demy ſix pieds quarrez, & y en aura autant pour l'autre coſté, leſquelles adjouſtez enſemble montent dix-ſept toiſes douze pieds quarrez. En apres ſe trouue que la rotondité & circuit de la voûte à 14. pieds, leſquels faut multiplier par leſdites quatre toiſes longueur d'icelle, l'on aura neuf toiſes douze pieds quarrez pour la ſuperficie de ladite voûte, & qui adiouſte leſdits deux nombres enſemble, monte l'addition 26 $\frac{1}{2}$ toiſes 6. pieds quarrez, & autant contient ladite voûte & berceau de caue, comprins leſdites murailles & Cibles.

Pour auoir exactement la rotondité & circuit de la voûte, faut meſurer tant le deſſus que deſſoubs d'icelle,) qui eſt l'exterieur & interieur, & des deux nombres adiouſtez enſemble, en prendre la moitié, qui ſera le millieu proportional, & le fort rapporté au foible, le nombre duquel millieu proportional ſera multiplié par ſa longueur (comme cy deuant eſt dict) pour auoir la ſuperficie de ladite voûte.

Pour toiſer & meſurer la maçonnerie d'vn puits.

IL faut meſurer la circonference de la bouche du puits tant par dedans que hors œuure, & du nombre des deux circonferences adiouſtez enſemble, en prendre la moitié, qui ſera le millieu proportional, laquelle moitié conuient multiplier par la profondeur du puits (i'entends iuſques à l'endroit où la maçonnerie regne) & le produict ſera la quadrature & ſuperficie de la maçonnerie dudit puits: toutesfois les maçons veulent que la profondeur ſoit conſideree depuis la bouche & ouuerture du puits, iuſques à la ſuperficie de l'eau, d'autant qu'ils ont la peine de creuſer & fouiller iuſques à la ſource, & rompre & tailler le roc s'il s'en trouue, comme auſſi de faire toute la vuidange des terres: ce qui ſemble raiſonnable.

Exemple.

VN puits ayant de circonferẽce hors œuure 8. pieds, dans œuure 6. pieds, & de profondeur quarante deux pieds, eſtans les cir-

conferences adiouſtees enſemble monterons 14. dont la moitié eſt 7. qui ſera la circonference moyẽne: ce faict faut multiplier quarante deux pieds de profondeur par ledict nombre ſept, en viendra au produict 294. pieds quarrez pour la ſuperficie & quadrature de toute la maçonnerie dudit puits: & eſtant reduicts à toiſes, il y aura 8. toiſes 6. pieds quarrez (qui eſt $\frac{1}{6}$ de toiſe) & de tant doibt eſtre payé le maçon.

8.	Les deux cir-	
6.	conferences.	42
14.		7
7.	Circonference moyenne.	294

8 6
2 9 4 [8. toiſes 6. pieds quarrez.
3 6

Le moyen de meſurer le quarré & ſuperficie d'vn colombier, ou tour ronde.

SI l'on veut ſçauoir combien la maçonnerie d'vn Coulombier, ou tour ronde contient de toiſes quarrees, faut en premier lieu conſiderer ſi ladicte tour ou Coulombier eſt en forme de Cilindre, ayant meſme circonference tant au pied, qu'en la cyme & ſommité d'iceluy, ou bien ſi le circuit du pied eſt plus grand, & de plus gros corſage que celuy de la cyme.

S'il eſt en forme de Cylindre, faut multiplier la circonference par la haulteur, & le produict ſera le nombre & quantité des toiſes, pieds & parties quarrees que contient ladite tour ou Coulombier, comme pour exemple. Si le Coulombier auoit 48. pieds de circuit, & 40. pieds de haulteur, il faut multiplier le circuit par la haulteur, le produict ſera 1920. pieds quarrez pour la ſuperficie de ladite maçonnerie, leſquels pieds reduits en toiſes, il y aura cinquante trois toiſes 12. pieds quarrez (qui eſt vn tiers de toiſe.)

Mais ſi le circuit & circonference dudit Coulombier eſtoit plus grand & de plus gros corſage par le bas, que par le haut & ſommité d'iceluy, il faut adiouſter les deux circonferences enſemble &

de l'addition en prendre la moitié, laquelle moitié ſera le circuit & circonference moyenne.

Soit pour exemple, le pied dudit Coulombier à 20. toiſes, & la cyme & ſommité 15. toiſes, les deux nombres adiouſtez enſemble montent 35. toiſes, dont la moitié 17. $\frac{1}{2}$ toiſes, eſt le circuit & circonference moyenne, par lequel nombre 17. $\frac{1}{2}$ il faut multiplier la haulteur, que nous ſuppoſerons eſtre huict toiſes depuis le fondement iuſques à la ſommité, & en viendra 140. toiſes quarrees.

Eſt à noter & conſiderer, que en voulant auoir la circonference moyenne dudit Coulombier, il faut meſurer ladite circonference tant dedans, que hors œuure, à ſçauoir en meſurant le pourtour & circuit exterieur, comme auſſi l'interieur; & eſtans adiouſtez enſemble, prendre la moitié du nombre, laquelle moitié ſera la circonference moyenne, & ce lors que ledit Coulombier ſera en forme de Cylindre.

Et ſi le circuit eſtoit plus grand par le bas que par le hault & ſommité, il faudroit pour auoir le milieu proportional, faire deux operations ſemblables tant au pied, que à la ſommité.

Comme pour exemple, ſi l'exterieur du pied eſtoit de 16. toiſes, & l'interieur de 10. toiſes, les deux nombres adiouſtez monteront 26. dont la moitié 13. eſt la moyenne proportion du circuit du pied dudit Coulombier: & ſi l'exterieur de la cyme eſtoit de 12. toiſes, & l'interieur de 8. toiſes, leſdits deux nombres adiouſtez monteront 20. toiſes, dont la moitié & moyenne proportion eſt 10. toiſes. Or maintenant ayant leſdites circonferences moyennes tant du pied que ſommité dudit Coulombier, vous les adiouſterez enſemble, & monterõt 23 toiſes, dont la moitié & moyenne proportion ſera 11. toiſes $\frac{1}{2}$, par leſquelles vous multiplierez la haulteur, que ie ſuppoſe eſtre de 10. toiſes, en viendra pour toute la quadrature & ſuperficie de la maçonnerie dudit Coulombier cent quinze toiſes quarrees.

Si par autre & plus facile moyen vous voulez ſçauoir le circuit & circonference moyenne dudit Coulombier, il faut meſurer en ligne droicte la diſtance qu'il y a depuis le commencement & entree exterieure du Coulombier, commençant voſtre meſure à l'extremité exterieure de la maçonnerie de la porte & entree dudict Coulombier, iuſques au rencõtre interieur de l'autre coſté

coſté de la muraille d'iceluy, & ainſi vous aurez le vray & iuſtifié diametre, moyennant lequel par la reigle du cercle vous aurez la circonference moyenne, laquelle conuient multiplier par la hauteur comme deſſus eſt dict, pour auoir le nombre des toiſes, pieds & poulces quarrez que contient iceluy Coulombier; mais cela s'entend ſi ledict Coulombier eſtoit en forme de Cylindre.

Et où iceluy Coulombier ne ſeroit en forme de Cylindre, mais que ſon circuit par le bas & fondement fuſt plus grand & de plus gros corſage que par le haut & ſommité, le moyen cy-deſſus declaré ne ſeroit bon ny aſſeuré, d'autant que lors qu'il aduient que le pied eſt de plus gros corſage que la ſommité, il y a retraicte en la maçonnerie depuis le fondement, & rez de chauſſee iuſques à la ſommité & haulteur d'icelle maçonnerie, laquelle ce faiſant, va en amortiſſant, qui eſt diminution d'vn poulce, ou deux, ou plus ou moins d'épeſſeur ſur la haulteur de chacune toiſe, & par ainſi pour ne rien faire à la vollee & ſans art & diſcretion, faut apres auoir prins le diametre du pied dudit Coulombier, comme cy-deſſus eſt declaré, prendre auſſi par le meſme moyen celuy de ſa cyme & ſommité, ayant lequel dernier diametre, il doibt eſtre adiouſté auec celuy du pied du Coulombier, & la moitié du nombre ſera le diametre moyen.

Nous baillerons icy le moyen pour trouuer la circonference, nous eſtant donné le diametre, & ce pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores inſtruits en la regle du cercle, pour par ce moyen reduire à peu prés, ledit cercle d'vn corps rond en quarré.

Soit que le diametre moyen aye 5. toiſes, pour auoir la circonference, il faut faire ceſte regle de trois. Si 7. de diametre me donne 22. de circonference combien 5. (noſtre diametre donné) apres l'operation de ladite regle, ladite circonference ſe trouue eſtre de 15. toiſes $\frac{5}{7}$ de toiſes, lequel nombre multiplié par 8. toiſes haulteur dudit Coulombier, en vient 125. $\frac{5}{7}$ toiſes quarrees pour toute la maçonnerie.

Faut entendre que la circonference du cercle contient ſon diametre 3. $\frac{1}{7}$ à peu prés ſelon Archimede.

Si 7 22 5

5

110

15 5/7 toiſes circonference.

15 5/7

8

5 5/7

120

125 5/7 toiſes quarrees.

Du moyen de ſçauoir combien il faut de circuit de muraille pour enclorre vne piece de terre en forme & figure quarree & à angles droicts.

S'Il eſtoit propoſé combien il faudroit de circuit pour enclorre en quarré parfaict de muraille vne piece de terre contenant deux arpens ſept perches, cent quarante quatre pieds quarrez, à 20. pieds de long pour perche. Il faut en premier lieu reduire les arpens & perches en pieds, le tout montera 82944. pieds quarrez, à raiſon de quarante mil pieds quarrez pour arpent quarré, qui ſont cent perches quarrées pour chaſcun d'iceux à ladite raiſon de 20. pieds pour perche en longueur, & 400 pieds en quarré : ayant ainſi faict la reduction en pieds, en faut extraire la racine quarrée: & apres qu'aurez trouué ladite racine, il la faut diuiſer par ſix, (qui eſt la racine de trente ſix, que la toiſe quarrée contient de pieds quarrez) le quotient repreſentera les toiſes de longueur de chaſcun des quatre coſtez de ladite piece de terre.

20 pieds, longueur de la perche.

20

400 pieds quarrez, contenu de la perche quarrée.

400
7

2800 pieds quarrez, que les ſept perches contiennent.

400
100

40000 pieds quarrez, que l'arpent en quarré contient.
2

80000
2800
144

82944 pieds quarrez, que contient toute la piece de terre.

48 toiſes pour chaſcun coſté de la muraille.

Pour la preuue de ce que deſſus, conuient multiplier 48 toiſes en ſoy & quarrément, en vient au produict 2304 toiſes, & encores ce produict par trente ſix (à raiſon que la toiſe quarrée contient trente-ſix pieds quarrez) & viendront à ce dernier produict 82944 pieds quarrez, contenu de ladite piece de terre.

Par le calcul & operations cy-deſſus, a eſté trouué que chaſcun des quatre coſtez de ladite muraille aura quarante-huict toiſes de longueur, leſquels quatre coſtez adiouſtez enſemble font 192 toiſes de circuit, qu'aura toute la piece de terre, & ſelon la haulteur que l'on voudra bailler à ladite muraille, il faudra multiplier par la largeur pour auoir toiſes, & pieds quarrez de toute ladite cloſture: ſi l'on donne à la muraille deux toiſes de haulteur comprins le fondement, il faudroit doubler leſdits 192 toiſes de circuit, en viendra 384 toiſes quarrées.

Qui ne voudroit diuiſer la racine trouuée comme cy-deuant a eſté dit par trente ſix, faudroit partir ledit nombre 82944. pieds (ſuperfice de toute la piece de terre) par trente ſix, & du quotient extrai-

re la racine quarrée, laquelle racine ſera l'vn des coſtez de ladite muraille, ce que vous cognoiſtrez par l'operation ſuyuante.

1
1 1 1
8 1 9 4 4 [2304 toiſes.
3 9 9 9 9
3 3 3

7 | 9
1 3 | 9 4
4 | 8 toiſes comme deuant.
8

Mais ſi la queſtion eſtoit combien il faudroit que la muraille euſt de longueur pour enclorre vne piece de terre que nous ſuppoſons contenir autant que la precedente en ſon aire & ſuperficie, à laquelle on voudroit bailler de largeur 22 toiſes, il faut partir le contenu de ladite piece de terre (reduicte premierement en toiſes comme eſt la precedente qui contient 2304 toiſes) par ladite largeur donnée 22 toiſes, & vous aurez pour la longueur $104\frac{8}{11}$ toiſes, laquelle fraction vaut 26 pieds 26 poulces $\frac{1}{11}$ de poulce quarrez.

1
1 1 6
1 3 9 4 [104 toiſes $\frac{16}{11}$ longueur trouuée.
1 1 1 1 $\frac{8}{11}$
1 1

Pour la preuue de ce que deſſus, qu'el'on multiplie l'vn par l'autre leſdites longueur & largeur, en viendra le meſme nombre de deux mil trois cens quatre toiſes, comme cy deſſoubs eſt demonſtré.

104 $\frac{8}{11}$ 22
22 8
16 176
208
208 9
7 9
2304 toiſes. 1 1 1 [16 toiſes.
1

Si la longueur eſtoit donnée, il faudroit pour auoir la largeur diuiſer le contenu de ladite piece de terre par ladite longueur, ainſi

que pour auoir cy-deſſus la longueur, vous auez faict la diuiſion par la largeur.

La cognoiſſance de la precedente propoſition pourra apporter commodité & vtilité à ceux qui voudront faire faire des parcs & cloſtures de murailles, afin qu'ils puiſſent ſçauoir auparauant que commencer, ſi leur bource eſt ſuffiſamment garnie pour fournir aux frais & deſpence neceſſaires.

Il me ſemble, ſoubs correction, que les reigles & exemples cy-deſſus ſuffiſent pour bien & exactement calculler tout toiſé de maçonnerie en ſon quarré & ſuperfice, & que ce ſeroit choſe inutile & ſuperfluë d'y rien adiouſter, ce qui me donne occaſion d'y mettre fin, pour venir au toiſé & calcul des dimenſions cubiques & ſolides.

Pour donner commencement aux dimenſions cubiques & ſolides, nous dirons qu'il n'y a que trois dimenſions ou meſurées en tout corps parfaict, qui ſont recogneus par trois poſitions de lieux, à ſçauoir le haut & le bas pour la longueur, le droict & le gauche pour la largeur, & le deuant & derriere pour l'épeſſeur.

Declaration de la toiſe cube & maſſiue.

LA toiſe cube & maſſiue, eſt entenduë par ſix pieds de long & ſix pieds de large ſur ſix pieds de profondeur, qui ſont deux cens ſeize pieds cubes : cela s'entend par telles meſures égales, dont le corps ſera compoſé, ſoit toiſes, pieds, braſſes, ou autres meſures, & ainſi faut multiplier le long par le large, & puis ce produict par la profondité.

L'on cognoiſtra la toiſe cube contenir 216 (qui eſt nombre cube) duquel la racine cube eſt ſix, pource que ſix fois ſix font trente ſix (qui eſt le quarré) & ſix fois trente ſix font deux cens ſeize, qui eſt le cube, par lequel cube deuons entendre la longueur multipliée par la largeur, & le produict d'iceux par la profondité : Ainſi le cube contient profondité auec ſuperfice.

Autre declaration exacte & particuliere de la toiſe cube, en toute ſes parties & dimenſions.

LA toiſe cube contient deux cens ſeize pieds cubes pour ce que trente ſix pieds quarrez, (que contient la toiſe quarrée) multi-

pliez par ſix pieds, longueur de ladite toiſe, en prouient deux cens ſeize.

La toiſe cube contient trois cens ſoixante & treize mil deux cens quarante-huict poulces cubes, d'autant que deux cens ſeize (que la toiſe cube contient de pieds cubes) multipliez par 1728 (que le pied cube contient de poulces cubes) en prouient ledit nombre de 373248 poulces cubes.

La preuue s'en faict encores par ce moyen en multipliant 5184 (que la toiſe quarrée contient des poulces quarrez) par 72 en prouient ledit nombre 373248 poulces cubes, & la raiſon pour laquelle la multiplication ſe faict par 72 eſt que la longueur de la toiſe eſt de ſix pieds, & chaſcun pied a douze poulces de long, & ſix multipliez par douze en vient 72 poulces pour la longueur de la toiſe.

Ladite toiſe cube contient ſix cens quarante quatre millions neuf cens ſoixante douze mil cinq cens quarante-quatre lignes cubes, car multipliant trois cens ſoixante treize mille deux cens quarante-huict (que la toiſe cube contient de poulces cubes) par 1728 (que le poulce cube contient de lignes cubes) en prouient ledit premier nombre 644972544 lignes cubes.

Ou bien ſi vous multipliez 746496 (que la toiſe quarrée contient de lignes quarrées) par 864, en prouiendra le meſme nombre 644972544 lignes cubes, & la raiſon pour laquelle ledit nombre 746496 ſe multiplie par 864 eſt que ledit nombre multiplicateur prouient de la multiplication de 72. (longueur de la toiſe en poulces) par douze lignes auſſi longueur du poulce courant: de maniere que la longueur de la toiſe eſt de 864 lignes, & ainſi le quarré de la toiſe en lignes eſtant multiplé par le nombre des lignes de la longueur d'icelle toiſe, le produict repreſente lignes cubes pour le contenu de ladite toiſe cube.

Le pied cube contient 1728 poulces cubes, d'autant qu'vn pied quarré contient 144 poulces quarrez, lequel nombre multiplié par douze poulces (longueur du pied) en prouient 1728.

Le pied cube contient deux millions neuf cens quatre-vingt cinq mil neuf cens quatre-vingt quatre lignes cubes, & la raiſon eſt que multipliant 20736 que le pied quarré contient de lignes quarrées par 144 (que le poulce quarré contient de lignes quarrées) en vient le meſme nombre 2985984 lignes cubes: & ſi vous multipliez ledit nombre par 216 (que la toiſe cube contient de pieds cubes) il en vient

le nombre cy-deuant trouué 644972544 lignes cubes pour le contenu de la toiſe cube.

Le poulce cube contient 1728 lignes cubes, par la meſme raiſon que le pied cube contient ſemblable nombre de dix-ſept cens vingt-huict poulces cubes, puis que le poulce ſe diuiſe en douze lignes de longueur, ainſi que le pied en 12. poulces.

La ſuſdite declaration bien entenduë donnera facile entrée & ouuerture à l'intelligence du toiſé & calcul des figures ſolides & corporelles.

Eualuation & reduction de toiſes & pieds cubes.

SOit quelque maçonnerie, ou autre choſe ſolide, & maſſiue que l'on veut meſurer, dont la longueur & largeur ſoient toiſes, & la profondeur ou eſpeſſeur pieds, eſt bien à noter que multipliant la longueur & largeur l'vne par l'autre, & le produict par la profondité (qui ſont pieds) il en vient pieds deſquels ſix ſeulement font la toiſe cube: & ainſi ayant diuiſé ledit produict par ſix, il en vient de ceſte diuiſion toiſes cubes, & s'il reſtoit quelque choſe à partir ſeroient parties de toiſes cubes, & chaſcune deſdites parties vaudroit trente ſix pieds cubes.

Exemple.

VNe muraille ayant deux toiſes de long, deux toiſes de large, & ſix pieds d'épeſſeur: multipliant deux par deux, en vient quatre, & ledit quatre par ſix pieds de profondeur ou eſpeſſeur ſeront vingt quatre pieds, leſquels reduicts en toiſes, à raiſon deſdits ſix pieds pour toiſe cube, en vient quatre toiſes cubes pour le contenu de ladite maçonnerie.

De ce que deſſus ſera baillé preuue familiere, c'eſt qu'en multipliant ladite longueur & largeur l'vne par l'autre, en vient quatre toiſes, leſquelles multipliees par la profondité (qui eſt vne toiſe, d'autant qu'vne toiſe tire ſix pieds de longueur) en vient touſiours quatre toiſes, qui ſont par le moyen de ladite derniere multiplication toiſes cubes.

Mais ſi la longueur ou largeur ſont pieds, comme auſſi l'eſpeſſeur, il faudra trente-ſix deſdits pieds, pour faire la toiſe cube, & pren-

drons noſtre exemple de 2. toiſes de longueur, ſur 12. pieds de largeur (que tirent deux toiſes) leſquels nombres multipliez l'vn par l'autre, en viendra vingt-quatre, & ce produict par ſix pieds d'eſpeſſeur, de ce dernier produict reſſortira 144. pieds, leſquels diuiſez par trente ſix, en viendra au quotient quatre, qui ſont toiſes cubes comme deſſus.

12
2

24
6
---
144 pieds.

2
144 [4 toiſes cubes.
36

Ou autrement ſi leſdites longueur, largeur, & eſpeſſeur ſont reduites en pieds, & icelles multipliées l'vne par l'autre comme il eſt requis, faudra diuiſer le produict deſdites multiplications par 216 (nombre des pieds cubes que contient la toiſe cube) ce qui viendra de ladite diuiſion ſeront toiſes cubes, & prendrons noſtre exemple ſur les longueur, largeur, & eſpaiſſeur precedentes, pour fortifier la preuue de ce que nous diſons.

12
12

24
12

144
6
---
864 pieds cubes.

2
8 [4 toiſes cubes.
21

Eualuation & reduction des toiſes & poulces cubes.

SI la longueur, & largeur ſont toiſes, & la profondeur ou eſpeſſeur poulces, leſdictes longueur & largeur multipliez entre eux, & le produit par la profondité, qui ſont poulces, en viennent poulces, deſquels faut ſeulement 72. pour la toiſe cube.

Soit pour exemple, vne maçonnerie ayant 3. toiſes de lõgueur, ſur 2. toiſes de largeur, & 144. poulces d'eſpeſſeur, leſdictes toiſes multipliees entre elles, en vient au produit ſix: & multipliant encores ce pro-

produit par 144. poulces (qui eſt l'eſpeſſeur) en vient 864. lequel diuiſé par 72. poulces (que tire toute la longueur de la toiſe en poulces) en vient au produit douze toiſes cubes pour toute la maçonnerie.

La preuue en eſt familiere, c'eſt qu'en multipliant leſdites trois toiſes de longueur, par deux toiſes de largeur, en eſt produict ſix toiſes, & icelles multipliees par deux toiſes (que tirent de longueur 144. poulces) en viendra au produit le meſme nombre de douze toiſes cubes.

Mais ſi la longueur, ou largeur ſont poulces, comme auſſi l'eſpeſſeur & profondité, il faut multiplier leſdictes longueur, & largeur l'vne par l'autre, & le produict par l'eſpeſſeur, en vient poulces, deſquels il en faut 5184. pour la toiſe cube.

Soit le meſme exemple 3. toiſes de longueur, ſur 144. poulces de largeur, (que tirent deux toiſes) eſtans multipliees l'vne par l'autre, en vient au produict 432. & encores ce produict par 144. poulces profondeur ou eſpeſſeur, en eſt produict 62208. poulces lequel nombre diuiſé par 5184. en vient douze toiſes cubes comme deſſus, comme appert par le calcul & operations ſuyuantes.

144
3

432
144

1728
1728
432

62208 pieds.

[12 toiſes cubes.

Ou autrement ſi le tout eſt reduict en poulces, & apres les multipications faites leſdictes longueur, largeur & eſpeſſeur, ainſi qu'il eſt requis, faudra diuiſer le produit deſdites multiplications par 373248. (que la toiſe cube contient de poulces cubes) ce qui viendra de ladicte diuiſion ſeront toiſe cubes, & ferons noſtre exemple ſur les meſmes dimenſions du toiſé precedent comme appert en la page ſuyuante.

72 216

3 144

216 864

864

216

31104

144

124416

124416

31104

4478976

12 toises cubes.

Eualuation & reduction de pieds & poulces cubes,

SI la longueur & largeur ſont pieds, & la profondité ou eſpeſſeur poulces, faut comme deſſus multiplier la longueur & largeur l'vn par l'autre, & le produit par l'eſpeſſeur, il en viendra poulces pour le contenu du corps ſolide, douze deſquels font vn pied cube, & s'il reſte quelque choſe à partir ou reduire, ce ſeront parties de pied cube, & chacune deſdictes parties vaudra 144. poulces cubes.

Soit pour exemple vne pierre ayant 3. pieds de longueur 2. pieds de largeur, & 12. poulces d'eſpeſſeur, multipliant trois par deux, en vient ſix, & le produict par douze poulces en viendra 72. poulces iceux reduicts en pieds à raiſon de douze deſdits poulces pour pied, il y aura ſix pieds cubes, qui eſt le contenu de ladite pierre conſideree en ſa ſolidité.

Pour la preuue familiere, multipliant la longueur & largeur qui ſont pieds l'vn par l'autre, en eſt produict ſix pieds quarrez, leſquels multipliez par vn pied (qui eſt l'eſpeſſeur) en vient touſiours ſix pieds, qui ſont pieds cubes comme deſſus.

Mais si la longueur ou largeur sont poulces, comme aussi l'espaisseur, il faudra 144. desdicts poulces pour faire vn pied cube, & pour le declarer, & demonstrer familierement, nous reprendrons la proposition precedente. Vne pierre ayant 3. pieds de longueur 24. poulces de largeur (qui sont deux pieds) & 12. poulces d'espesseur, (qui est vn pied) multipliant trois pied par 24. poulces, en est produit 72. poulces pour la superficie, lesquels multipliez aussi par l'espesseur (qui est 12. poulces) en vient à ce dernier produit 864 poulces, lequel nombre diuisé par 144. en vient au quotient six qui sont pieds cubes, ainsi qu'à la precedente prochaine operation à esté trouué.

Ou autrement, Si le tout est reduict en poulces, & apres les multiplicatiõs faites desdites longueur, largeur & espesseur, ainsi qu'il est requis, faudra diuiser le produit desdites multiplications par 1728. (que le pied cube contient de poulces cubes) & le quotient representera pieds cubes, ainsi qu'il est demonstré par les calcul & operations suyuantes faictes sur le precedent toisé.

36 poulces longueur
24 poulces largeur.

144
72
864
12 poulces espaisseur.
1728
864
10368 poulces cubes.

[6 pieds cubes, contenu de ladite pierre.

Si auec les toises, pieds, & poulces, il y auoit lignes, faudroit le tout reduire en lignes, & puis les multiplications faites des longueur, largeur & espaisseur de la muraille l'vn par l'autre, le produict doit estre diuisé par 1728, (que le poulce cube contient de lignes cubes) le quotient representera poulces cubes, ce fait conuient diuiser ledit quotient par mesme nombre 1728, (que le pied cube contient de poulces) viendra de ceste diuision pieds cubes, & finalement pour auoir toises cubes, faudra diuiser ce dernier quotient par 216. (que la toise cube contient de pieds cubes.)

Exemples.

VN mur ou muraille ayant 5. toiſes 2. pieds 3. poulces 6. lignes de longueur ou hauteur, ſur 4. toiſes 3. pieds 2. poulces 3. lignes de largeur, & 2. toiſes, vn pied, 4. poulces 4. lignes d'eſpaiſſeur, vous reduirez le tout en lignes, la longueur ou haulteur montera 4650. lignes, la largeur 3915. lignes, & l'eſpaiſſeur 1924. lignes, leſquelles longueur, largeur & eſpaiſſeur multipliées l'vne par l'autre, en vient au produict 35025939000. lignes cubes, leſquelles diuiſées par 1728. (valleur du poulce cube en lignes cubes) en vient au quotient 20269640. poulces cubes, (& reſte 1080. lignes cubes, lequel nombre prouenu de ladite diuiſion auſſi diuiſé par 1728. (valleur du pied cube en poulces cubes) vient au quotient 11730. pieds cubes, & reſte de ladite diuiſion 200. poulces cubes, lequel quotient pareillement diuiſé par 216. (nombre des pieds cubes que contient la toiſe cube) en vient 54. toiſes, & reſte auſſi de ladite diuiſion 66. pieds cubes, ainſi appert que ledit mur contient en ſolidité 54. toiſes 66. pieds 200. poulces, & 1080. lignes cubes, comme il appert par les calcul & ſupputations cy-deſſoubs.

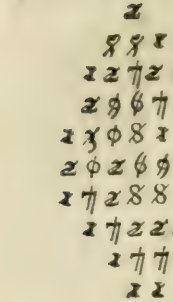
5 toiſes.	4 toiſes.	2 toiſes.
6	6	6
30	24	12
2	3	1
32 pieds.	27 pieds.	13 pieds.
12	12	12
64	54	26
32	27	13
384	324	156
3	2	4
387 poul.	326 poul.	160 poul.
12	12	12
774	652	320
387	326	160
4644	3912	1927

4644	3912	1920
6	3	4
4650	3915	1924
lignes long.	lignes larg.	lignes espes.

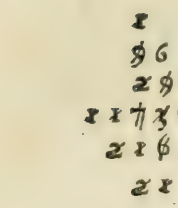
4650
3915
23250
4650
41850
13950
18204750 superficie.
1924
72819000
36409500
16384275 0
18204750
3502593900 0 lignes cubes.

Contenu solide de toute la muraille.

[20269640 poulces, & reste 1080 lignes cubes.

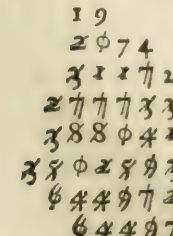


[11730 pieds, & reſte 200 poulces cubes.



[54 toiſes cubes, & reſte 66 pieds cubes.

Se peut auſſi auoir ledit contenu en toiſes à vne ſeule fois, en diuiſant le nombre des lignes d'iceluy contenu par ſix cents quarante-quatre milions neuf cens ſoixante douze mil cinq cens quarante quatre lignes, que contient la toiſe cube, mais d'autant que le partiteur eſt grand, & l'operation peut eſtre plus penible & difficile à aucuns, non encores bien inſtruicts en la diuiſion & partition, nous auons vſé des diuiſions precedentes: toutesfois pour contenter les curieux, nous auons bien voulu icy adiouſter ledit moyen, & vſer de ladite derniere diuiſion, comme appert par le calcul & operations ſuiuantes.



[54 toiſes cubes, & reſte 197421624 lignes, qu'il faut partir par 1728 pour auoir poulces.

114248 poulces, & reſte 1080 lignes; leſquels poulces faut partir par 1728 pour auoir pieds, il en vient 66, & reſte 20 poulces, ainſi appert que ledit mur ou muraille contient 54 toiſes 66 pieds 200 poulces 1080 lignes cubes, comme il a eſté trouué par le precedent exemple

66 pieds. Reſte 200 poulces.

Le moyen de meſurer vne plate forme rectangulaire.

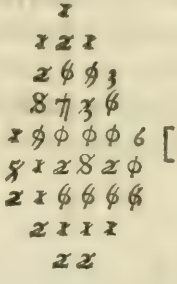
POur meſurer & calculer le contenu d'vne plate forme rectangulaire, faut comme aux reigles precedentes, multiplier la longueur par la largeur, & le produict par l'eſpaiſſeur: & s'il y a auec les toiſes des pieds, vous y procederez ſelon les reigles precedentes, ou bien reduirez le tout en pieds: & les multiplications faites comme elles doiuent, diuiſerez le dernier produict par 216. (que la toiſe cube contient de pieds cubes) le quotient repreſentera toiſes, & s'il reſte quelque choſe à partir, ce ſeront pieds cubes.

Soit pour exemple vne plate forme ayant 18. toiſes 3. pieds de longueur ſur 12. toiſes 5. pieds de largeur, & 10. toiſes d'eſpaiſſeur ou profondeur, eſtans les toiſes de la longueur reduicte à pieds, monteront auec les trois pieds cens vnze pieds, & en eſtant autant faict de la largeur, y aura pour ladite largeur, y comprins les cinq pieds, ſoixãte dix ſept pieds, leſquels deux nombres doiuent eſtre multipliez l'vn par l'autre, en viendra au produict 8547. pieds qu'il faut encores multiplier par l'eſpeſſeur (qui eſt 60. pieds valleur des dix toiſes)

viendra de ladicte multiplication 512820. pieds cubes, leſquels diuiſez par 216, en vient au quotient 2374. toiſes & 36. pieds cubes (qui eſt la ſixieſme partie d'vne toiſe cube.)

```
  18          12          10
   6           6           6
-----       -----       -----
 108          72          60 pieds eſpaiſſeur.
   3           5
-----       -----
 111 pieds long.   77 pieds largeur.
```

```
   111
    77
-------
   777
   777
-------
  8547
    60
-------
512820
```

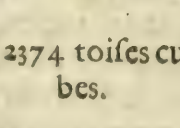


[2374 toiſes 36 piedscubes.

Apres auoir multiplié leſdictes longueur & largeur l'vne par l'autre reduictes en pieds comme deſſus, l'on pourra auoir le contenu de ladicte plate forme ſans reduire l'eſpeſſeur en pieds, mais ſeulement en multipliant le produict deſdictes multiplications de longueur & largeur par 10 toiſes d'eſpeſſeur, & ce dernier produict partir par trente-ſix, comme le calcul & operations ſuyuantes le monſtrent & enſeignent.

8547 pieds ſuperfice de la plate forme.

```
   10
-------
85470
```



[2374 toiſes cubes, reſte 6 pieds vallans 36 pieds cubes.

Par lequel dernier calcul appert, que ladite plate forme contient deux mil trois cens ſoixante quatorze toiſes cubes, comme au prochain precedent exemple, & reſte ſix pieds, chaſcun deſquels vaut

par

par les raiſons cy-deuant deduites, ſix pieds cubes (ainſi les ſix feroient trente-ſix pieds cubes) comme audit precedent exemple.

Ou autrement pour auoir le contenu d'vne plate forme, ou autre figure ſolide.

EXEMPLE.

SOit qu'vne plate forme aye 6 toiſes de long, 3 toiſes de large, & 4 pieds d'eſpaiſſeur, faut multiplier les toiſes de longueur par celles de la largeur, en viendra au produict 18 toiſes: & pource que quatre pieds d'eſpaiſſeur ſont les deux tiers de longueur d'vne toiſe, conuient prendre les deux tiers de dix-huict toiſes, qui ſont douze toiſes, & ainſi ladite plate forme contiendroit douze toiſes cubes.

6
3
⅔ 18 [12 toiſes cubes.

Et ſi ladite plate forme eſtoit de longueur inegalle, ayant d'vn coſté 20 toiſes, & de l'autre 10 toiſes, de largeur 30 toiſes, & de profondeur ou eſpaiſſeur 15 toiſes, faut pour ſçauoir ſon contenu reduire les deux longueurs en longueur commune & moyenne, adiouſtant vingt auec dix, en vient trente, dont la moitié eſt quinze, pour la longueur moyenne, lequel nombre conuient multiplier par trente, largeur, vient de ceſte multiplication 450 pour la ſuperficie, que vous multiplierez par 15 profondeur ou eſpaiſſeur, en viendra 6750 toiſes pour tout le contenu de ladite plate forme.

20
10
30
15 Moyenne longueur.

30
15
150
30
450 ſuperfice.

450
15

2250
450

6750 toiſes cubes, contenu de ladite plate forme.

Tour la vuidange d'vn foſſé.

L'On veut faire vn foſſé de 22 toiſes de long, de 4 toiſes de large par le haut & ouuerture dudit foſſé, de 3 toiſes par le fons, & de 4 toiſes de parfont: l'on demande de combien de toiſes cubes doit eſtre payé l'entrepreneur? pour ſoudre ceſte queſtion, il conuient multiplier 22 toiſes (qui eſt la longueur du foſſé) par $3\frac{1}{2}$ toiſes) qui eſt le millieu proportionnal de la largeur, à ſçauoir de quatre toiſes d'vne part, & trois toiſes d'autre, monte la multiplication 77 toiſes, lequel nombre faut encores multiplier par quatre toiſes, (qui eſt la profondeur du foſſé) & monte ce dernier produict trois cens huict toiſes cubes & maſſiues pour ladite vuidange & contenu dudit foſſé, & de tant de toiſes l'entrepreneur doit eſtre payé.

Propoſition & demande ſur la vuidange d'vn puiſet en forme ronde & Cylindrique.

VN quidam a entreprins de creuſer & faire la vuidange de terres d'vn puiſet rond & en forme d'vn Cylindre, ayant cinq pieds de diametre en ſon ouuerture, & cinq toiſes de profondeur, l'on demande quantes toiſes cubes & maſſiues il y a en ladite vuidange, ou bien de combien ledit puiſet ſeroit capable & contiendroit en toiſes cubes.

Pour ſoudre ceſte propoſition, il faut en premier lieu chercher la circonference dudit puiſet par la reigle du cercle, laquelle circonference ſe trouuera par le moyen qui s'enſuit, à ſçauoir en multipliant ledit diametre cinq par trois vn ſeptieſme, en viendra $15\frac{5}{7}$ pieds pour ladite circonference, ayant laquelle conuient trouuer la ſuperfice du cercle, ou ouuerture dudit puiſet, qui ſe trouuera par le moyen cy-apres declaré, c'eſt à ſçauoir en multipliant la circonference

par le diametre, & du produict en prendre le quart, lequel quart, ou quatrieſme partie monte 19 $\frac{9}{14}$ pieds, qu'il faut multiplier par la profondeur (qui eſt trente pieds valeur des cinq toiſes) en vient 589 $\frac{5}{7}$ pieds cubes q'il faut diuiſer par deux cens ſeize, (que la toiſe cube contient de pieds cubes) en vient au quotient 2 toiſes $\frac{1}{3}$ de toiſe 13 $\frac{4}{9}$ pieds cubes, comme la demonſtré le calcul cydeſſoubs.

5 pieds diametre
3 $\frac{1}{7}$
1 5 $\frac{5}{7}$ pieds circonference

15 $\frac{5}{7}$
5
3 $\frac{4}{7}$
75
78 $\frac{4}{7}$

19 $\frac{9}{14}$
30
19 $\frac{4}{7}$
57
589 $\frac{4}{7}$ pieds cubes.

2
78 $\frac{4}{7}$
44
[19 $\frac{9}{14}$ Superfice du cercle ou ouuerture du puiſet.

Contenu dudit puiſet.

5
1 6 7
5 8 9 $\frac{4}{9}$
2 1 6
[2 toiſes 157 $\frac{4}{9}$ pieds cubes, pour le contenu dudit puiſet, leſquels pieds & parties de pied vallent $\frac{1}{3}$ de toiſe cube 13 $\frac{4}{9}$ pieds cubes.

Autre propoſition ſur les dimenſions cubiques.

IL y a vn celier ou caueau, en forme de quadrangle longuet eſtant au deſſus, & en ſa haulteur planchayé d'aix, poultres & ſoliueaux, ayant de longueur 6 toiſes, de largeur 3 toiſes & 7 pieds de haulteur ou profondeur, dans lequel on veut faire deux voûtes ou berceau de pierre en la longueur dudit celier, & au long & millieu d'iceluy vne muraille de deux pieds d'eſpaiſſeur, pour ſeruir de gibles ou chifles, ou pieds droicts, (comme aucuns maçons proferent) à l'vn des coſtez de l'vne & l'autre voûte.

La queſtion eſt combien par le moyen deſdites deux voûtes & muraille, ledit celier ſera rendu moins capables en tout le contenu d'iceluy.

36 pieds longueur.
18 pieds largeur.
7 pieds haulteur ou profondeur.

36
18

288
36
---
6 4 8 pieds quarrez, ſuperfice.
7
---
4 5 3 6 pieds cubes.

2
3 1
4 5 3 6 [21 toiſes cubes, contenu dudit celier.
2 1 6 6
2 1

Par le calcul cy-deſſus appert, que tout le celier ou caueau contient quatre mil cinq cens trente-ſix pieds cubes, leſquels reduits à toiſes valient vingt & vne toiſe cube & maſſiue.

Ayant ainſi que deſſus trouué tout le contenu du celier, il faut à preſent voir & cognoiſtre combien il contiendra eſtant faict & reduict en deux caueaux voûtez, & pour y donner commencemẽt, nous multiplierons trente-ſix pieds longueur du dit celier par la largeur de l'vn deſdits caueaux (qui ſera ſeulement de huict pieds) à raiſon que la muraille du milieu eſtant propoſée de deux pieds d'eſpaiſſeur, la largeur entiere dudit celier qui eſt de dix-huict pieds en eſt d'autant diminuée, ainſi ne reſteroit plus pour ſa largeur que ſeize pieds (dont la moitié eſt huict pour la largeur de chaſcun deſdits caueaux) viendra de ceſte multiplication de huict pieds de largeur par trente-ſix pieds de longueur 288 pieds pour la ſuperfice, lequel produict multiplié par trois (haulteur de ladite muraille) en viendra 864 pieds cubes pour le contenu dudit caueau, tant en ſa lõgueur, largeur, que haulteur de trois pieds ſeulement, & autant pour l'autre caueau en meſme longueur, largeur & haulteur; ainſi les deux nombres adiouſtez monteront 1728 pieds cubes pour leſdits deux caueaux.

Ce faict, & pour auoir le contenu de l'vne deſdites deux voûtes ou berceaux ayant de diametre huict pieds ſeulement pour les raiſons cy-deſſus deduictes, & auſſi que la maçonnerie de l'vne & l'autre voûte ou berceau, qui part de ladite muraille faicte au milieu du-

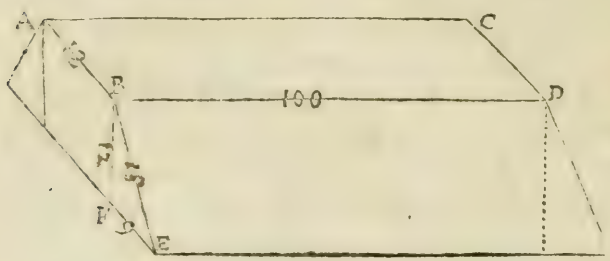
dit celier remplit en la largeur de deux pieds (qu'occupe icelle muraille) les quatre pieds de vuides de haulteur depuis l'extremité & sommité de ladite muraille, iusques à la haulteur du plancher d'iceluy celier.

Ayant ledit diametre, faut trouuer le cercle & circonference de ladite voûte par la reigle du cercle (ainsi que par la precedente proposition en a esté enseigné le moyen) laquelle circonference sera de $25\frac{1}{7}$ pieds, lesquels reduits en septiesme reuiennent à $\frac{176}{7}$.

Icelle circonference trouuée, conuient aussi chercher la superfice de tout le cercle & entiere circonference de l'vne desdites voûtes: ce qui se fera en ceste maniere en multipliant la moitié de ladite circonference (qui est $\frac{88}{7}$) par quatre moitié du diametre, & le produict sera $\frac{352}{7}$ vallans $50\frac{2}{7}$ pieds; mais il nous conuient seulement prendre la moitié dudit nombre, au moyen que la voûte ne represente que la moitié du cercle, icelle moitié monte $25\frac{2}{7}$ pieds, c'est à sçauoir $\frac{176}{7}$, par lequel nombre vous multiplierez la longueur dudit caueau, (qui est de trente-six pieds), & le produict de ceste multiplication nous donnera $\frac{6336}{7}$, lesquels reduicts en entiers vallent $905\frac{1}{7}$ pieds cubiques pour vn caueau, & y adiouſtant autant pour l'autre caueau, nous aurons pour les deux 1810 $\frac{2}{7}$ pieds cubes, lesquels nombres adiouſtez auec 1728 pieds cubes (contenu desdits caueaux depuis le rez de chauſſée, iusques aux trois pieds de haulteur de ladite muraille comme dessus est dit) le tout adiouſté montera $3538\frac{2}{7}$ pieds cubes, pour le contenu desdits deux caueaux; ainsi doncques si nous souſtrayons iceluy nombre de 4536 pieds cubes (contenu de tout ledit celier estant en son entier) restera $997\frac{5}{7}$ pieds cubes, lesquels reduits en toises cubes par la diuision de deux cens seize, en viendra 4 toises $137\frac{5}{7}$ pieds cubes, lesquels pieds vallent demie toise $25\frac{5}{7}$ pieds cubes, & ainsi lesdits deux caueaux faicts en voûte seront moins capables de ladite quantité de $4\frac{1}{2}$ toises $25\frac{5}{7}$ pieds cubes que ledit celier estant en son entier, d'autant que par les choses cy-dessus declarées appert que son contenu est de vingt & vne toise cube, & celuy desdits deux caueaux de 16 toises $82\frac{2}{7}$ pieds cubes seulement, dont la difference seroit de $4\frac{1}{2}$ toises $25\frac{5}{7}$ pieds cubes, comme dit est.

Le moyen de ſçauoir le contenu d'vne turcie ou leuée de riuiere.

SOit pour exemple la figure ſuyuante, repreſentant vne turcie & leuée, dont ABCD eſt ſa couronne ou chemin, AB ou CD la largeur, BE la pante ou talu, BF la ligne droicte & tombante à plomb de l'vn des bouts & extremitez de la couronne, FE l'empatement de ladite pante ou talu.



La longueur de la couronne, ou chemin de ladite leuée eſt de 100 pieds, ſa largeur de douze pieds, la pante ou talu de 15 pieds, l'empatement de 9 pieds, & ladite ligne perpendiculaire & tombante à plomb (qui eſt la haulteur ou profondeur de ladite leuée) ſe trouuera par le calcul & operations ſuyuantes de 12 pieds.

En premier lieu pour paruenir audit toiſé & calcul, faut ſçauoir combien aura de longueur ladite ligne perpẽdiculaire, (que nous ſuppoſons eſtre ignorée) & pour en auoir cognoiſſance, il conuient multiplier la pante ou talu quarrément, & du produict montant 225 ſouſtraire le quarré de l'empatement (qui eſt 81) reſtera 144, duquel nombre faut extraire la racine quarrée, icelle racine ſera 12, qui demonſtre que ladite perpendiculaire a 12 pieds, qui eſt la haulteur ou profondeur du chemin & couronne.

Ce faict, conuient ſçauoir combien contient en ſuperficie le triãangle rectangle faict de la ligne perpendiculaire, de l'empatement, & de la pante ou talu: ce que vous ſçaurez en multipliant 6, moitié de la perpendiculaire par 9 baſe (qui eſt l'empatement) & le produict 54 ſera la ſuperficie dudit triangle.

Ladite operation faicte, & ayant cogneu la ſuperfice du triangle, vous multiplierez ladite ſuperfice (qui eſt 54) par 100 longueur de la couronne ou chemin, en viendra 5400 pieds cubes, pour le contenu de l'vne des pantes de ladite leuée, qui ſeroit pour les deux pantes 10800 pieds cubes, vallans cinquante toiſes cubes.

Ayant le contenu de laquelle pante, & pour auoir celuy de la couronne & chemin, vous multiplierez ladite perpendiculaire & profondeur 12 par 12 pieds de largeur, en viendra 144, lequel nombre faut encores multiplier par 100 (longueur de ladite couronne & chemin) en viendra 14400 pieds cubes pour le contenu de ladite couronne & chemin conſideré en ſa longueur, largeur, eſpaiſſeur & profondité.

Auquel nombre faut adiouſter 10800 pieds cubes, contenu des deux pantes, le tout montera 25200 pieds cubes, & pour iceux reduire en toiſes cubes, les conuient diuiſer par 216 (que la toiſe cube contient de pieds cubes) en viendra 116 toiſes cubes, & reſtera 144 pieds cubes, vallans deux tiers de toiſe cube, ainſi ladite turcie & leuée auroit en tout ſon contenu 116 $\frac{2}{3}$ toiſes cubes.

9
9
81 Quarré de l'empatement.

15
15
75
15
225 Quarré de la pante.

la tois contient

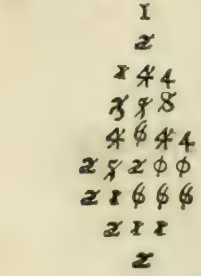
225
81
144

144
12 Ligne perpendiculaire, haulteur ou profondeur.

9
6
54 Superfice du triangle BFE.

100
54
400
500
5400 pieds cubes, contenu de l'vne des pantes.

```
    12
    12
  ----
    24
    12
  ----
   144
   100
-------
144 00  pieds cubes. Contenu de la couronne & chemin.
 5 4 00
 5 4 00
-------
25 2 00 pieds cubes, pour tout le contenu de ladite turcie
                & leuée.
```



[116 toiſes cubes 144 pieds cubes, pour tout le contenu de ladite turcie & leuée.

Et où il aduiendroit que la ligne perpendiculaire nous fuſt cogneuë, & que n'euſſions cognoiſſance de la quantité de l'empatement, (qui eſt la baſe de ladite pante & talu) pour cognoiſtre la quantité dudit empatement, conuient multiplier la pante (qui eſt 15) en ſoy-meſme, en viendra au produict 225, duquel vous ſoubſtrairez le quarré de la perpendiculaire (qui eſt 144) & reſtera 81, duquel nombre vous prendrez la racine quarrée, laquelle ſera 9, (qui eſt la quantité de la ligne dudit empatement) ainſi qu'il appert par les calcul & operations ſuyuantes.

```
  15          12
  15          12
------      ------
  75          24
15          12
------      ------
225 Quarré de la pante.   144 Quarré de la perpendiculaire.
225
144          81
------      ------
  81           9 Empatement.
```

Et pour ne laiſſer en arriere aucun moyen pour la dimenſion & meſure d'vne turcie & leuée, ou autre corps de meſme forme, ſi nous voulons auoir cognoiſſance de la quantité de la pante & talu (à nous incogneuë) ſans la meſurer (nous eſtans la perpendiculaire & empatement cogneus,) il faut multiplier ladite perpendiculaire en elle-meſme & quarrément, comme auſſi l'empatement, & adiouſter les produits deſdites multiplications enſemble, du nombre de l'additiõ en tirer la racine quarrée, icelle racine ſera ladite pante & talu, ainſi qu'il appert par les calcul & operations cy-deſſoubs miſes.

```
  12          9
  12          9
------      ------
  24          81 Quarré de l'empantement.
12
------
144 Quarré de la perpendiculaire.
 144
  81
------
 225 Addition des deux quarrez.
x|
x| xy
-------
15|  5 Quantité de la pante & talu.
--------
 | x
```

Si par autre moyen que les precedens exemples on veut ſçauoir le contenu de l'vne des pantes & talu de la turcie & leuée cy-deſſus propoſée, il faut proceder ſelon & comme cy-deſſoubs eſt declaré.

En premier lieu, conuient multiplier la longueur de ladite pante, (qui eſt de 100 pieds) par neuf, (qui eſt l'empatement) en viendra 900 pieds quarrez, & ce produict multiplier encores par 12 pieds, haulteur ou profondeur de ladite couronne & chemin, (qui eſt la ligne perpendiculaire, de laquelle eſt fait mention aux precedens exemples) en viendra 10800 pieds cubes, duquel nombre faut prendre la moitié pour le contenu de l'vne deſdites pantes, laquelle moitié ſera 5400 pieds cubes, & pour les deux pantes le precedent nombre 10800 pieds cubes, valans cinquante toiſes cubes, ainſi appert ſoit par l'vne ou l'autre façon de proceder que leſdites deux pantes & talu contiẽnent le ſuſdit nombre 50 toiſes cubes: & d'autant que ce moyen eſt plus facile & aiſé que le precedent, ie l'ay bien voulu icy adiouſter pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores bien verſez & inſtruicts en l'vſage & pratique de Geometrie, & regles d'Arithmetique, comme auſſi aux extractions des racines.

La raiſon pour laquelle l'on doit ſeulement prendre la moitié du nombre produict de la multiplication cubique de l'vne deſdites pantes & talu, eſt qu'elle ne repreſente que la moitié d'vn corps cubique & ſolide, & les deux pantes ioinctes en ſemble vn corps ſolide entier.

```
  100
    9
  ---
  900
   12
  ---
 1800
 900
 ----
10800 pieds cubes.
 5400 pieds cubes, contenu de l'vne deſdites pantes.
 5400
 5400
 ----
10800 pieds cubes, contenu deſdites deux pantes.
  3
1080000 [ 50 toiſes cubes, contenu deſdites deux pantes.
 2100
  21
```

Ayant finablement continué iuſques icy le preſent traitté, il m'a ſemblé que les propoſitions, regles & exemples contenus en iceluy,

ſuffiſent pour inſtruire ceux qui n'ont encore intelligence du calcul du toiſé, à bien & exactement toiſer & calculer à l'aduenir preſque toute ſorte de maçonnerie, tant quarrée que cube & maſſiue, comme auſſi plates formes, turcies & leuées de riuieres, & vuidanges de terres, qui me donne occaſion d'y mettre fin, priant tous Lecteurs vouloir benignement excuſer les fautes qui s'y pourrõt trouuer, en les compenſant auec le zele & bonne volonté que i'ay eu de profiter au public par ce mien trauail & labeur: & ſi i'ay vſé de quelques redictes, ç'a eſté pour rendre iceluy traitté plus clair & familier, pour le ſoulagement de ceux qui ne ſont encores bien verſez & inſtruits és regles d'Arithmetique, & vſage de Geometrie.

FIN.

DEVX CENS

QVESTIONS

INGENIEVSES

ET RECREATIVES

EXTRAICTES ET TIREES DES OEVVRES MATHEMATIQVES DE VALLENTIN MENHER Allemand.

Auec quelques Annotations de MICHEL COIGNET, ſur aucunes d'icelles queſtions.

Le tout corrigé, recueilly, & mis en cet ordre

Par D. H. P. E. M.

A PARIS.

M. DC. XX.

A

MESSIRES HENRY ET CHARLES DE SAVEVSES,

Cheualiers, Seigneurs du Cardonnoy, & de Pringy, Gentils-hommes ordinaires de la Chambre du Roy.

MESSEIGNEVRS,

Lors que ie commençay à gouſter les ſciences Mathematiques, vn de mes amis me preſta les œuures de Vallentin Menher, leſquelles me pleurent tellement, que ne les pouuant recouurer, ie me mis à en extraire & recueillir enſemble deux cens belles queſtions: & depuis ayant corrigé quantité de fautes qui s'y rencontroient, ie les aurois preſté à pluſieurs de mes amis, qui en ayant pris coppies, ſeroient en fin tombées, auec autres miens traictez de Mathematique, és mains d'vn Imprimeur, qui les auroit mis ſous la preſſe à mon deſçeu; ce qu'ayant découuert, i'en aurois empeſché la continuation, & retiré ce qui eſtoit ja imprimé, en intention de ſupprimer le tout, l'eſtimant indigne de la lumiere; mais depuis, voyant que quelques exemplaires, demeurez és mains des Imprimeurs, contrarioient mon deſſein, & que pluſieurs entre les mains deſquels ils eſtoient tombez, faiſoient grand eſtat de ces queſtions de Menher, ie me ſuis reſolu les laiſſer au public ſous voſtre pro-

tection, m'asseurant que portant en leur front vos illustres noms, elles seront veuës de bon œil, & n'agréeront moins aux amateurs des diuines Mathematiques, que le traicté des triangles Spheriques, lequel ie sacrifiay il y a presque quatre ans à l'eternelle memoire de vos vertus & perfections. Ie vous supplie donc M^rs, receuoir encore ces questions pour gage de mon deuoir, & de mon affection, attendant que ie sois si heureux, que vous pouuoir témoigner par meilleurs seruices, que ie suis & seray toute ma vie,

Vostre tres-humble & tres-affectionné seruiteur, D. HENRION.

S'ENSVIVENT PLVSIEVRS QVESTIONS RECREATIVES, POVR DELECTER ET AGVISER L'ENTENDEMENT.

1. N Marchand employe L 90 à diuerſes épiceries, à ſçauoir en poiure, à 3 ß la lb. cloux de girofles à 5 ß la lb. & en ſaffran à 22 ß la lb. en prenant de l'vne ſorte autant de lb. que de l'autre: on demande combien de lb. il aura? facit 60.

3
5
22
310 . . 1 . . 1810

90
20
lo--facit 60 lb.

2. Vn Marchand en Anuers achepte du velours à 13 $\frac{2}{3}$ ß l'aulne, & il l'enuoye à Dantzig, & illec luy reuient l'aulne à 70 $\frac{71}{72}$ gros polonois, ſans les fraiz: on demande, quelle proportion les aulnes d'Anuers ont à celles de Dantzig, quand le pair eſt compté à 134 $\frac{1}{2}$ gros? facit comme 6 à 5.

20 . . . 134 $\frac{1}{2}$ . . . 12 $\frac{2}{3}$

6 — 269 — 38

120 — 38 — 71

2152 — 70 — 72

807 — 5111

120 --- 10222 — 72

60 . . . 5111 — 5111

60 — 72

72 . . 60

Facit 6 . . . 5.

3. Vn Marchand veut employer L 296, ß 10 --- 8, & veut auoir du

poiure à 3 ß la lb. du cloux de girofles à 5 ß la lb. & du saffran à 22 ß la lb. en la sorte comme s'ensuit; à sçauoir que quand il prend 2 lb. du saffran, il prend 3 lb. des cloux de girofles, & pour 7 lb. des cloux de girofles, il prendra 20 lb. du poiure: on demande combien de lb. il prendra de chasque sorte? facit lb. 140 du saffran, lb. 210 des cloux, & lb. 600 du poiure.

2 . 3 X 7 . 20
296. 10. ---| 7 7 X 3 3
20
5930 14 . . 21 . . 60
22 5 3
308 . 105 . 180
105
180
593 . . . 5930 . . .
1 . . . 10

308 --- 3080
105 fa. 1050
180 --- 1800
ß 5930

22] 3080 5] 1050 3] 1800
Facit 140 lb. 210 lb. 600 lb.

4. Vn seigneur prend vn seruiteur pour vn an, auquel il promet pour son salaire 40 florins & vn cheual; & apres six mois ils deuiennent en discord: de sorte que le seruiteur demande son salaire; & ayant compté ensemble, il reçoit auec ledit cheual encore 10 florins: on demande à combien le cheual est compté? facit à 20 florins.

12 . . . 40 . . . 1 ch.
6 . . . 10 . . . 1 ch.
6 . . . 30 . . . 12
1 2 2
60
40

Facit 20 florins pour le cheual.

5. Vn homme chasse vn liévre, qui court deuant le chien 50 sauts du chien: & autant de fois que le liévre fait 7 sauts, le chien n'en fait que 5; mais 2 sauts du chien, font 3 sauts du liévre: on demande en combien de sauts le chien attaint le liévre? facit en 750 sauts.

5
3 . . 2 . . 7 4 2/3

2

3) 14 1/3 . . 5 . . 50
4 2/3 3

1 . . . 15
50

Facit 750.

6. Si vne aulne de toille couste 7 ℔, les 765 coufteront L 22. ℔ 75. combien de deniers ſont comptez pour vne L ? facit 240.

765
7

5355
75

22 . . 5280 . . 1

11 . 11) 26 0

Facit 240 ℔

7. Si 40 Daldres & ß 18. ℔ 4. valent L 11: combien vaut vn daldre? facit ß 5 ℔ 1/2.

11 18. 4
240 12

2640 . 220
220

410 2420 . . 1

12) 60 1/2 ℔.

Facit 5 ß 1/2 ℔.

8. Si vn drap vaut L 5 1/3. les 25 draps conſteront L 133. 6. 8. & vne L vaut 240 ℔: combien de ℔ contiendra vn ß? facit 12; ergo 20 ß feront vne L.

25
5 1/2

133 1/3 ——— 133 . 6 . 8
1 . . 9) 240 . . 1/3

80 ℔ . . 6 . 8
8

6) 72 12) 240 ℔

Facit 12 ℔ le ß. & 20 ß la L.

9. Vn Marchand preſte L 300 pour 4 mois, & L 500 pour 6 mois, & apres 4 mois le debiteur prie de luy laiſſer tout cet argent pour le payer tout enſemble: que nul n'y ſoit intereſſé, on demande, quand il le payera? facit 5 1/4 mois.

300 . . 4 . . 1200
500 . . 6 . . 3000

8|00 8) 4200

Facit 5 1/4 mois.

10. Item, il y a vn tonneau à 3 tuyaux, duquel ſi on deſtoupe le premier, toute l'eau s'eſcoule en 3 heures, le ſecond en 1 1/2 heure, & le tiers en vne heure: on demande, ſi on deſtoupe tous les trois tuyaux enſemble, en combien de temps ledit tonneau ſera vuide? facit en 1/2 heure.

3
3 ——— 1
1 1/2 ——— 2
1 ——— 3

6 . . 3 . . 1. facit 1/2 heure.

11 Vn Marchand donne L 300 à intereſt, & apres deux ans on luy rend L 363 tant pour capital que gain, & gain de gain: on demande, à combien le gain eſt compté pour cent par an? facit 10.

363
300
108900

2 ℔ | 8 ℔ | 00 { 330 / 300

℔ | 30

300 . . 30 . . 100

100 10 Facit 10.

12. Item, 3 bouchers loüent vn pré pour 40. fl. pour paſturer leurs bœufs, le premier met 100 bœufs pour 40 iours, le ſecond 80 bœufs pour 36 iours, & le tiers 120 bœufs pour 60 iours: on demande, combien chacun payera à raiſon de ſes bœufs & du temps? facit le premier flor. $11\frac{4}{11}$. la ſeconde $8\frac{2}{11}$ flor. & le tiers $20\frac{5}{11}$ flor.

100 . . 40 . . 4000

80 . . 36 . . 2880

120 . . 60 . . 7200

14080

4000 --- 1000 --- 125

14080 --- 40 ——— 2880 --- 720 --- 90

7200 --- 1800 --- 225

352 --- 1

88 11) 125 --- 11) 90 --- 11) 225.

11 $11\frac{4}{11}$ $8\frac{2}{11}$ $20\frac{5}{11}$

A B C

13. Vn Seigneur fait vn accord auec vn paſteur de luy paſturer 100 brebis 3 ans. Il aduient qu'apres 10 mois il luy donne encore 100 brebis en garde, à raiſon de la premiere condition: la demande eſt, combien de temps il gardera les 200 brebis pour acheuer ſon ſeruice? facit 13 mois apres les 10 mois.

3 36 100

12 100 10

36 3600 1000

1000

100 ———

100 2600

2600 Facit 13 mois.

14. Item, 4 bourgeois à Francfort loüent vne barque pour aller à Meus, dont ils payent 3 flor. à telle condition, que ſi quelqu'vn entre dauantage en ladite barque, que la $\frac{1}{2}$ du profit ſera pour eux, & l'autre $\frac{1}{2}$ au patron de la barque. Or il aduient que 6 autres entrent en

ladite barque, & l'vn paye autant que l'autre : on demande combien chacun payera ? facit $\frac{3}{7}$ flor.

6

3

4

7 . . 3 . . 1 Facit $\frac{3}{7}$ florins.

15. Item, il y a vn mur de 900 pieds de longueur, & 3 pieds d'eſpeſſeur, & chaque pierre eſt longue $\frac{1}{2}$ pied, large $\frac{1}{4}$ pied, & eſpeſſe $\frac{1}{8}$ pied, auec le mortier, & audit mur il y a 2000000 pierres : on demande la hauteur dudit mur ? facit 11 $\frac{31}{64}$ pieds.

$\frac{1}{2}$ --- $\frac{1}{4}$ --- $\frac{1}{8}$. facit $\frac{1}{64}$ 2000000

900 8) 250000

3

2700 31250

I

2

345

312 | 50 [11 $\frac{31}{64}$ pieds Facit.

200 | 00

2

16. Vn Capitaine a 3570 pietons, leſquels il veut mettre en ordre quarree : on demande combien il mettra de rang ? facit 59, & reſtent 89 pour ſeruir à l'ordre.

1

2 89

3481 [59 de rang. Facit.

2

17. Vn Marchand achete du ſucre, & trouue que s'il paye la lb. à 12 ß, que luy reſtent 37 ß ; mais s'il paye la lb. à 15 ß, luy defaillent 44 ß : on demande, combien d'argent il a eu ? facit 27 lb. a-il acheté, & il a eu 361 ß.

15 ----- 44 27 27

12 ----- 37 12 15

3) 81 324 405

facit 27 lb. 37 44

Facit 361 ß. 361 ß.

18. Si 12 œufs moins 4 ♀ valent 8 ♀ & 2 œufs: on demande, combien vaut vn œuf? facit $1\frac{1}{5}$ ♀.

12 ---- 4 = 8 ---- 2

2 4

10 .... 12 1

5 .... ♀ ($1\frac{1}{5}$ ♀ Facit.

♀

19. Item, 22 personnes, hommes & femmes, ont despendu 252 pat. à telle condition, qu'vn homme doit payer 16 pat. & vne femme 6 pat. on demande, combien il y a d'hommes & de femmes? facit 12 hommes & 10 femmes.

Par Alligation.

22 . . 1 . . 252 ($11\frac{5}{11}$ pat.

22

16 . $5\frac{5}{11}$ | 6 | 0

$11\frac{5}{11}$

6. $4\frac{6}{11}$ | 5 | 0

11 . . 22 . .

1 2 . .

6. 12 hommes facit
5. 10 femmes.

Autrement.

16 --- 10

6) 6 --- 0

22 252

132

110 . 120

Facit 12 hommes, ergo 10 femmes.

20. Vn lyon, vn loup, & vn chien, ont à manger vne brebis, le chien dit aux autres deux, ie la mangerois bien tout seul en vne heure, le loup dit, ie la mangerois bien en $\frac{1}{2}$ heure, & le lyon dit, ie la mangerois bien en $\frac{1}{4}$ d'heure. Or dit le lyon, d'autant que ie suis vostre maistre, si vous voulez que ie me contente, donnez-moy licence que ie commence $\frac{1}{8}$ d'heure deuant vous autres, & apres nous mangerons le reste ensemble: on demande (le contract conclud en cette sorte) en combien de temps la pauure brebis soit deuoree? facit $\frac{11}{56}$ d'vne heure.

$\frac{1}{4}$ . . 4 $\frac{1}{4}$ . . 1 . . $\frac{1}{3}$ 8 --- 14

$\frac{1}{2}$ . . 2 2 . . . . 1 1 X 1 14
1 . . 1 facit $\frac{1}{2}$ --- --- 8
14 8

7 . . 1 . . $\frac{1}{2}$ 112 22 11
(— facit
112 56

2

14 . 1

Facit $\frac{1}{14}$.

21. Vn homme terminant ſes iours laiſſa 2 fils, 3 filles, & la mere, & ordonna par teſtament, qu'ils aart iroient ſon bien eſtimé 1909 $\frac{1}{2}$ flor. en ceſte ſorte : à ſçauoir, qu'vne fille auroit deux fois autant que la mere, & vn fils trois fois autant qu'vne fille : on demande, combien chacun aura ? facit vn fils 903 florins, vne fille 201 florins, & la mere 100 $\frac{1}{2}$ florins.

1 . 2
1 . 3

1 2 . 6
1 . 3 . 2

1 . 6 . 12
6
1

19 . . 1909 $\frac{1}{2}$ { 12 --- 1206
6 fac. 603
1 --- 100 $\frac{1}{2}$

2) 1206 . 3) 603

Facit 603 . . 201 & 100 $\frac{1}{2}$

22. Vn Marchand achete vn mont de pierres long 40 $\frac{1}{2}$ aul. large 4 $\frac{1}{3}$ aul. & haut 1 $\frac{1}{4}$ aul. & il paye pour 1 $\frac{1}{8}$ aul. de largeur 2 $\frac{1}{4}$ aul. de hauteur, & 1 $\frac{2}{3}$ aul. de longueur L $\frac{1}{3}$: on demande, combien il monte en argent ? facit L 17. 6. 8.

1 $\frac{1}{8}$. 2 $\frac{1}{4}$. 1 $\frac{2}{3}$ | 40 $\frac{1}{2}$. 4 $\frac{1}{3}$. 1 $\frac{1}{4}$
9 9 5 81 13 5

9 9 81 81 | 8 4 32 3 96. | 13 243 81 1053 5 5265 | 2 8 6 4 24

405 .... $\frac{1}{3}$ L. 5265. | 240 | 4 | 405 . 80 . 21060 | 80 | 1684800

4160 | 12) 4160 | 346 . 8

Facit L 17 . 6 . 8

23. Vn Seigneur fait fouyr vn puis de 100 pieds de profondeur, de ce il payera 8 L. Or il aduient que quand le foſſoyeur a fouy 60 pieds de profondeur, qu'il deuient malade, & demande ſon ſalaire: on demande, comme il doit auoir quand ſon trauail monte en profondeur par progreſſion naturelle? facit L 2 . 17 . 11 $\frac{77}{101}$.

100 1 101 | 100 50 50. | 50510 — 8 — 240 1920 | 101. 384 | 60 1 61 | 60 30 30 | 183⁄0 384 732 1464 549 | 70272

695 $\frac{77}{101}$ | 57 . 11

Facit L 2. 17. 11 $\frac{77}{101}$.

24. Deux Marchands viennent à vn peage, l'vn a 7 caſſes de foye, & l'autre 11 caſſes: le premier paye vne caſſe pour peage, & on luy rend 50 ducats, & l'autre paye auſſi vne caſſe, & on luy rend 20 ducats: on demande, à combien vne caſſe eſt contee, & combien on paye de peage d'vne caſſe? facit $102\frac{1}{2}$ ducats pour la valeur d'vne caſſe, & le peage d'vne eſt $7\frac{1}{2}$ ducats.

11 50

7 20 4) 30 . . 1

4 . . 30 . . 7 facit $7\frac{1}{2}$

7

4.) 210

$52\frac{1}{2}$

50

Facit. $102\frac{1}{2}$

25. Trouuez vn nombre, lequel party par 24, & ſon quotient multiplié par 2, & qu'on leue du produit 8, qu'il en reſtent 4? facit 144.

4

8

2) 12

6

24

Facit. 144.

26. Trois Marchands font compagnie, & mettent tous enſemble 26 L, pour les meſmes ils achetent 3 draps, chacun de 36 aul. le premier à 6 L, le ſecond 8 L, & le tiers à 12 L la piece, & A paye 7 L, B 9 L & C 10 L. & chacun prend 36 aul. on demande, combien d'aulnes chacun prendra de chacun drap? facit A prend 24 aul. du premier drap, 9 aul. du ſecond, & 3. aul. du tiers. B prend 10 aul. du premier, 12 du ſecond, & 14 du tiers, & C prend 2. aul. du premier, 15 aul. du ſecond. & 19 aulnes du tiers. Or ceſte queſtion a auſſi pluſieurs autres reſponces.

36 . . 6 . . 1 facit $\frac{1}{6}$ L
36 . . 8 . . 1 facit $\frac{1}{9}$ L
36 . . 12 . . 1 facit $\frac{1}{3}$ L

6 ---- 3
4 ---- 1
3) 3 ---- 0

36

108

$\frac{1}{3}$ ---- 6
18) $\frac{1}{9}$ ---- 4
$\frac{1}{6}$ ---- 3

3) 18 . 1) 9

7 . 9 . 10
18. 18. 18
126. 162. 180
108. 108. 108
18. 54. 72

3 . 9 . 24 pour A

3) 54 . 1) 12

14 . 12. 10 pour B

3) 72. 1) 15

19. 15. 2 pour C

Preuue.

36 | 3 . 9 . 24
36 | 14. 12. 10
36 | 19. 15. 2
36 . 36 . 36

27. Vn Marchand donne 100 L à intereſt, à raiſon de 10 pour cent par an, à conter tous les $\frac{1}{3}$ d'vn an intereſt ſur intereſt, à telle condition, qu'il receura chaque 4 mois le tiers du capital & du gain, & que l'vn payement ſoit egal à l'autre: on demande, combien chacun payement montera? facit $35\frac{5}{9}$. à ſçauoir le capital du premier $35\frac{15}{91}$. & $\frac{320}{819}$ L d'intereſt: & $34\frac{18}{273}$ L pour capital, & $\frac{160}{1067}$ L pour intereſt du ſecond payement: & $34\frac{18}{91}$ du capital, & $1\frac{41}{1755}$ d'intereſt pour le troiſieſme payement.

3) 100

$33\frac{1}{3}$

1 { 10 } $\frac{1}{3}$
3 { 10 } 1

3 . . 10. $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{9}$ 10.
9 ($1\frac{1}{9}$
$2\frac{2}{9}$
$3\frac{1}{3}$

0 $\frac{2}{3}$

100
$6\frac{2}{3}$

3) $106\frac{2}{3}$

Facit. $35\frac{5}{9}$

$101\frac{1}{9}$ . . 100 . . $35\frac{5}{9}$? facit $35\frac{15}{91}$
$102\frac{1}{7}$ . . 100 . . $35\frac{5}{9}$? facit $34\frac{18}{13}$
$103\frac{1}{3}$ . . 100 . . $35\frac{5}{9}$? facit $34\frac{38}{93}$

Oſtez chacun des capitaux de $35\frac{5}{9}$. & reſteront les gains de chacun payement, à ſçauoir pour le premier $\frac{320}{819}$ L, pour le ſecond $\frac{160}{207}$ L, & $\frac{41}{279}$ L, pour le troiſieſme.

28. Vn Marchand a vne ſomme d'argent, auec laquelle il gagne 30 L, en apres il gagne auec la meſme ſomme enſemble ſon gain 46 L: on demande, combien d'argent il auoit quand il gagne vne fois autant pour cent que l'autre fois? facit $56\frac{1}{4}$.

46
30

16 . . 30 . . 30
30

900

4) 225

Facit $56\frac{1}{4}$

29. Item, il y a vne terre ronde de 154 verges quarrees, & au milieu d'icelle y a vn eſtang rond, comprenant iuſtement la moytié de toute la terre: on demande le diametre dudit eſtang? facit $\sqrt{98}$: qui eſt bien prés de 10.

154

11 . . 14 . . 77
7

1 98 7

Facit $\sqrt{98}$. qui eſt bien prés de 10.

Notez, ſi toute la terre fait 154. ſa $\frac{1}{2}$ fera 77, pour l'aire de l'eſtang. En apres conuient ſçauoir, qu'Archimedes demonſtre que l'aire d'vn cercle a proportion au quarré de ſon diametre, comme 11 à 14. Partant ie dy: 11 me donnent 14. combien 77, & il en viennent 98, dont la racine quarree eſt quaſi 10. pour le diametre dudit eſtang.

30. Item, il y a deux terres rondes, la circonference de l'vne eſt 60

verges, & on la vend 100 L, & celle de l'autre n'eſt que 20 verges, & on la vend 26 L : on demande, laquelle terre ſoit venduë à meilleur profit ? facit $14\frac{8}{9}$. L, qu'il a vendu la moindre terre plus qu'il ne doit à raiſon de la plus grande.

6lo ---- 2lo

3 ---- 1 — 26

3 ---- 1 — $11\frac{1}{9}$

9 ---- 1 ---- 100 L — L $14\frac{8}{9}$ gain.

9

Facit $11\frac{1}{9}$ L.

Notez que les ſuperficies planes ſemblables ont proportion l'vne à l'autre, par la dix-neufieſme du ſixieſme d'Euclide, comme la proportion doublee de leurs diametres, circonferences, ou autres coſtez reciproques. Dont s'enſuit, que ſi la proportion des circonferences de ces deux terres eſt comme 3 à 1, que celle de leurs aires ſera comme 9 à 1. Partant ie dy : 9 me donnent 1, combien 100 L ? & il en viennent $11\frac{1}{9}$ L, & tant doit-il vendre la moindre terre à raiſon de la premiere.

31. Vn tonnelier a deux tonneaux d'vne meſme longueur, l'vn contient 6 ames, & l'autre 4 ames, & il fait de ces deux tonneaux, vn tonneau, ſans y oſter ny adiouſter du bois en la rondeur : on demande, combien le tonneau neuf contiendra ? facit 19 ames $78\frac{18}{19}$ pots.

6 — 6 — 15

4 — 4 — 100

10 — 24 — 1500

4 — 1

$\sqrt{96}$ (9 $\frac{15}{19}$ ames. — 878

81 — [illegible] [78 $\frac{18}{19}$ pots.

15 — [illegible]

10.

9. $78\frac{18}{19}$.

Facit 19 ames $78\frac{18}{19}$ pots.

32. Item, il y a deux boules de fer, le diametre de l'vne eſt 4, & poiſe

lb. 6, & celuy de l'autre eſt 6: on demande, combien icelle poiſera? facit lb 20.

4 . . 6

2 . . 3
2 . . 3
2 . . 3

8 . . 27 . . 6
3

4 3

4) 81
Facit $20\frac{1}{4}$ lb.

Notez, que par la derniere du douzieſme d'Euclide la proportion des ſoliditez ou poids que 2 boules ont l'vne à l'autre, vient de la proportion triplee de leurs diametres: dont s'enſuit, que par la proportion de leurs diametres, qui eſt en ceſt exemple, comme deux à 3, l'on trouue que celle de leurs poids eſt comme 8 à 27, partant ie dy, 8 me donnent 27, combien 6 lb? facit $20\frac{1}{4}$ lb.

33. Vn homme a vn tonneau de vin qui contient 360 pots, duquel il tire 30 pots, & le remplit d'eau, ce qu'il fait par trois fois, y remettant à chaque fois 30 pots d'eau: on demande, combien de vin reſte au tonneau? facit $277\frac{7}{14}$ pots.

360
30

360 . 330

12 . . 11

12 . . 11

144 . . 121 . . 330
55

24 605 55
605

6655

34. Vn Marchand a vn tonneau de vin tenant 150 pots, à 10 ♑ le pot, duquel il tire 10 pots, & le remplit d'vne autre ſorte de vin à 7 ♑ le pot, ce qu'il fait par trois fois, y remettant à chaque fois 10 pots de

ce vin à 7 ♃ le pot: on demande, à combien reuient vn pot meſlé? facit à $9\frac{494}{1125}$ ♃.

150
10

15|0 ---- 14|0
15 14

150
225 .. 196 .. 140? facit $121\frac{43}{45}$
$28\frac{2}{45}$.

1 .. 10 .. $121\frac{43}{45}$? $1219\frac{5}{9}$
1 .. 7 .. $28\frac{2}{45}$? $196\frac{14}{45}$
$1415\frac{39}{45}$

4
49
2734
2♃19 [$9\frac{494}{1125}$ ♃ facit
2128

150 .. $1415\frac{13}{15}$ .. 1
15 15

2250 7078
1416
21238

1125 . 10619

35. Vn Tauernier a vn tonneau de vin de 360 pots, duquel il tire aucuns pots & le remplit d'eau, & fait cela par trois fois, y remettant à chaque fois autant de l'eau qu'il a tiré du vin: on demande, combien de vin il a tiré à chaque fois, quand audit tonneau ne reſtent que $208\frac{1}{3}$. pots de vin? facit 60 pots.

360
$208\frac{1}{3}$
75000
$208\frac{1}{3}$
15625000

♃
2♃ | ♃2♃ | 000 { 250.
8 | 12♃ |
1 ♃
♃

2 . . 4. (8
3 3
6 . 12
250 125 . 25 . 5
360
360. 150. 60
$\sqrt{}$ 90000 150
. . . 300 125
7625

Facit. 60 pots.

36. Vn bourgeois a vn tonneau de vin à 4 pat. le pot, du meſme il tire 30 pots, & le remplit d'eau, ce qu'il fait autrefois en remettant ſemblablement autres 30 pots d'eau, & trouue que le pot ainſi meſlé luy reuient à $3\frac{13}{316}$ pat. on demande, combien de vin ledit tonneau contient? facit 360 pots.

4
$3\frac{13}{316}$ 4
$\sqrt{}$ $13\frac{4}{9}$ ($3\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}$ . . 30 . . 4
3
1 90
4

Facit 360 pots.

37. Vn Marchand a deux pieces de cire en la forme d'vn cubus, le premier eſt long, large & eſpais ſur chacun coſté 3 pieds, & vaut 25 fl. & l'autre a ſur chacun coſté 6 pieds: on demande, combien icelle piece vaudra à raiſon de la premiere? facit 200 flor.

3 . . 6
1 . . 2
1 . . 2
1 . . 2
1 . . 8 . . 25
8

Facit 200 florins.

Ceſte propoſition tire ſes proportions de la derniere du douzieſme d'Euclide, comme la trente-deuxieſme queſtion.

38. Vn Marchand achete vne terre quadrangulaire de 18 verges 19 pieds de longueur, & 6 verges 5 pieds de largeur, à $3\frac{1}{3}$ flor. de Brabant la verge: on demande, combien icelle vaut en monnoye de Flandres? facit L 43. 17. $3\frac{7}{9}$.

18.19. 6 . 5
20 20
379 125
47375

400 .. $3\frac{1}{3}$ .. 47375
3 2
1200 10.9) 94750
3 . . 2 10527 $\frac{7}{9}$ 9
3600 20 fl. 87 | 7 . 3
40
8 | 00 Facit 43. 17. $3\frac{7}{9}$.
9 . . 2

39. Vn Seigneur achete vne terre qui tient 25 verges quarrees, & il paye de la premiere verge vne maille, de la ſeconde 2 mailles, de la tierce 4 mailles, de la quarte 8 mailles, & ainſi progrediſſant par progreſſion Geometrique double: on demande a combien luy reuient toute icelle terre, en contant 12 mailles pour vn 9 de gros? facit L 11650. 16. 10 $\frac{7}{11}$.

1 4096
2 4096
4
8 16777216
16
32 33555432
64 1
128 facit 33555431 mailles.
256 12) 2796202 $\frac{7}{11}$ 9
512
1024 233016. 10
2048
4096 Facit L 11650. 16. 10 $\frac{7}{11}$.

40. Vn Marchand achete 6 draps en progreſſion quarree, à ſçauoir, il paye pour le premier drap 1 L. pour le ſecond 4 L. pour le tiers 9 L. &c. on demande, combien il monte en argent? facit 91 L.

6 6 6
1 3 2
7 12
3 1
21 3) 13
$4\frac{1}{3}$ $4\frac{1}{3}$

Facit 91 L

41. Vn Marchand vend 6 aulnes de ſatin en progreſſion cubique: à ſçauoir, la premiere aul. vn pat. la ſeconde 8 pat. la tierce 27 pat. &c. combien monte-il en argent? facit L 3. 13. 6.

6. 6
1 3
7 3
7 9
49
9

6) 441
$7\frac{3}{6}$
facit L 3. 13. 6.

Facit 441 patarts.

42. Item, il y a vne progreſſion, de laquelle le premier terme eſt 3, & le dernier eſt 81: on demande, combien ſeront les autres 2 milieux proportionnaux? facit 9 & 27.

81
3
243
3
$\sqrt{c.}$ 729 (9 pour le premier milieu.
$\sqrt{}$ 729 (27 facit le ſecond milieu.

43. Vn Seigneur a deux ſeruiteurs, auſquels il baille de la marchandiſe pour 11 L. le premier vend ſa marchandiſe, & perd $\frac{1}{3}$ flor. du capital, & pour le reſte achete d'autre marchandiſe, ſur laquelle il gagne 3 L. le ſecond vend ſa marchandiſe & gagne le $\frac{1}{4}$ de ſon capital, &

deſpend

despend 2 L, & retournans vers leur maistre, il reçoit d'eux en tout 13 L: on demande, combien chacun a receu? facit A 3 L, & rend 5 L, & B a receu 8 L, & ne rend que 8 L.

Posez,

$(\frac{1}{3})$ 5 A	$(\frac{3}{4})$ 6 B	4 A	7 B
$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{4}$
$3\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{2}$	$2\frac{2}{3}$	$8\frac{1}{4}$
3	2	3	2
$6\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{2}{3}$	$6\frac{1}{4}$
		$6\frac{3}{4}$	
13			
$11\frac{5}{6}$	$6\frac{1}{3}$	$12\frac{5}{12}$	13
	$5\frac{1}{2}$		$12\frac{5}{12}$
$\frac{1}{6}$	$11\frac{5}{6}$		$\frac{7}{12}$

$$5 \times 1\tfrac{1}{6} \mid 14 \mid 2\,|\,8$$
$$4 \times \tfrac{7}{12} \mid 7 \mid 1\,|\,5$$
$$1)\ 3$$

Facit 3 pour A.

Preuue.

A	B
3 . .	8
1	2
2	10
3	2

Rend A 5 L . . 8 L que B rend.

8

3

Facit 13.

44. Item, deux nauires d'Angleterre sont parties en vn mesme temps, l'vne vers France, & l'autre vers Espagne, & celle tirant vers France fait en vne heure 2 lieuës, & l'autre qui tire vers Espagne fait en vne heure 3 lieuës. Or quand elles ont nauigé 5 heures, sont distantes l'vne de l'autre 6 lieuës, & arriuent toutes deux en 36 heures:

on demande la distance des arriuemens? facit 43½ lieuës.

5 . . 6 . . 36
6
5) 216
43½.

Notez, qu'en ceste question nous auons mis 6 lieuës pour la distance des nauires en 5 heures, mais Valentin n'auoit mis que 2 lieuës, lequel repugne à la vingtiesme du premier d'Euclide : car le lieu dont elles sont parties, auec les 2 lieuës d'arriuemens, font ensemble vn triangle, duquel il posoit les deux moindres costez ensemble moins que le troisiesme, lequel est impossible.

45. Vn Bourgeois pria vn iour 7 de ses voisins à souper auec luy, & estans assis à vne table quarree, tousiours deux à deux, en estans bien ioyeux, le prochain de l'hoste dit, ie vous prie aussi à souper demain auecques moy, & semblablement firent tous les autres ensuiuant l'ordre, lequel dura si longuement iusques à tant qu'ils pourroient changer leur ordre, & s'asseoir vne fois autrement qu'à l'autre fois: on demande, combien de temps leur bonne chere dureroit? facit 110 ans 143 iours.

1
2
3
6
4
24
5
110
6
720
7
5040
8
40320 banquets.

1
3z
1487
4φ3z0
3φφφφ
3φφ
3

(4
110 ans. 110
bissextes. 27

170.
27

Facit 110 ans 143 iours.

46. Item, il y a deux plats d'vne mesme matiere & forme, le diametre du plus grand plat est triple à celuy du moindre, & poise 8 lb. on demande, combien le moindre plat poisera ? facit $4\frac{10}{17}$ once.

3 . 1
3 . 1 8
3 . 1 16
27 . 1 . . 128

2
40
128 $4\frac{10}{17}$ onces facit.
27

Notez, que ceste question est semblable à la trente-deuxiesme, & partant elle tire ses proportions de la derniere du douziesme d'Euclide.

47. Item, vn homme a vne masse de cendree, qui poise certains marcqs, de laquelle il coupe vn marcq, en remettant vn marcq de cuiure, lequel il fait par quatre fois, en coupant à chaque fois vn marcq, y remettant à chaque fois vn marcq de cuiure, & finalement il trouue que le marcq est à 5 9 $18\frac{8}{9}$ gr. de fin: on demande, combien ladite masse poise ? facit 6 marcqs.

12 . . 5 . $18\frac{8}{9}$
24 24
288 138
9 9
2592 1250
1296 --- 625

1296
625
810000
. . .
9 0 0.

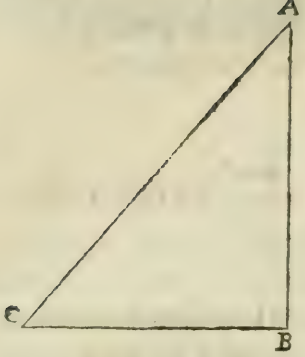
1296
900
1166400

1166400 { 1296
1080
216 . . . 1 . . . 1296

6.

Facit 6 marcqs.

48. Il y a vn triangle A B C, duquel l'angle B est droict, & A B se



nomme perpendiculaire, ou cathete, qui fait 80, & B C ſur le plan ſe nomme baſe, qui fait 60, & la ligne A C ſe nomme hypothenuſe.

Or quand le quadrat A B eſt adiouſté auec le quadrat B C, & qu'on tire du produit ✓, il en vient la ligne ou le coſté A C qui fait 100.

49. Quand on tire le quadrat B C du quadrat A C, & qu'on tire du reſte ✓, il en vient A B.

50. Quand on tire le quadrat A B du quadrat A C, & qu'on tire du reſte ✓, il en vient la ligne B C.

51. Pour trouuer l'aire dudit triangle, multipliez la moytié de A B auec B C, ou la moytié de B C auec A B, & en viendront 2400.

Ou bien ſi on multiplie A B auec B C, la moytié du produit fait auſſi 2400.

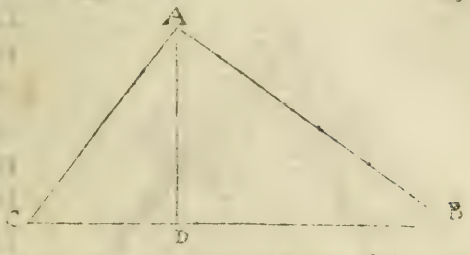
Encore autrement, adiouſtez les trois coſtez, A B, B C, & C A enſemble, qui font 240, deſquels la moytié fait 120, les meſmes poſez 3 fois, & tirez de chacun coſté, & reſteront 60, 40, 20, leſquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront 48000, les meſmes multipliez encore par la moytié des 3 nombres, qui ſont 120, & en viendront 5760000, deſquels tirez ✓, & en viendront 2400 pour toute la ſuperficie. Autrement par la cinquante-quatrieſme.

52. Si l'aire dudit triangle eſt 2400, & A B fait 80, combien eſt B C? Diuiſez 2400 par 80, & en viendront 30, leſquels doublez, & feront 60 pour B C.

53. Il y a vn triangle rectangle, duquel la baſe a proportion auec le cathete, comme 3 à 4, & ſon aire eſt 2400, combien fait chacun coſté? Multipliez $\frac{4}{3}$ par $\frac{1}{2}$, & en viendront $\frac{1}{3}$, puis diuiſez 2400 par $\frac{1}{3}$, & en viendront 3600, deſquels tirez ✓, & en viendra 60 pour la baſe, & 80 pour le cathete, car ainſi procede-il: Si ie prends pour l'vn 1 ℛ, l'autre ſera $1\frac{1}{3}$ ℛ, dont multipliez l'vn en la moytié de l'autre, & en viennent $\frac{1}{3}$ q, egal à 2400, fait 1 ℛ, egale à 60.

54. Item, il y a vn triangle A B C, duquel A B fait 15, B C 14, A C 13, pour cognoiſtre s'il eſt rectangle, oxigone, ou ambligone; ſçachez que ſi le quadrat des moindres lignes monte plus que le quadrat de la plus grande ligne, le triangle eſt oxigone: & ſi les deux moindres

quadrats montent moins que le plus grand quadrat, il eſt ambigone: & ſi les deux moindres quadrats montent iuſtement autant que le plus grand, il eſt triangle rectangle; & chacun triangle a deux rectangles.



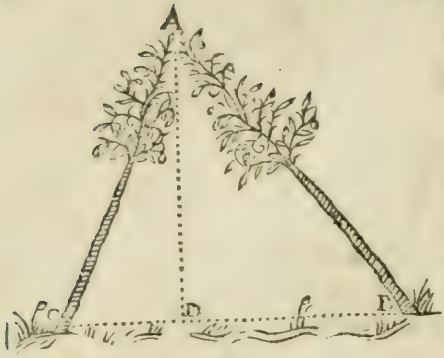
Pour y trouuer ſon aire, ſuiuez la cinquante-vniéſme propoſition, & en viendront 84; & ſi on diuiſe l'aire par la moytié de la baſe B C, il en viennent 12 pour la perpendicul. A D. Ou poſez pour C D 1 ℛ, le coſté B D fera 14 ---- 1 ℛ. Maintenant ſi on tire le quadrat C D du quadrat A C, il en reſteront autant, que ſi on tire le quadrat B D du quadrat A B, & il en viendront 169 ---- 1 q, egaux à 28 ℛ + 29 — 1 q, & 1 ℛ eſt egale à 5, pour C D: le meſme quadrat tirez du quadrat A C, & du reſte tirez √, & en viendront 12 pour A D: les meſmes multipliez auec 7, la moytié B C, & en viendront 84 pour tout l'aire dudit triangle.

55. Pour trouuer la perpendicul. A D, diuiſez l'aire par le demy coſté ſur lequel il pend, & en viendra 12 pour A D, & ſi on multiplie la perpendic. par la moytié de la baſe, il en vient l'aire dudit triangle.

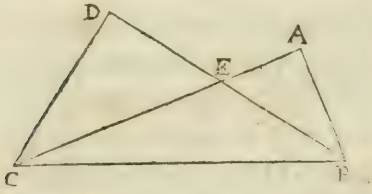
Autrement: Quand on tire le quadrat B D du quadrat A B, il en reſte autant que quand on tire le quadrat D C du quadrat A C. Poſez donc pour B C 1 ℛ, & ſon quadrat fera 1 q, le meſme tirez du quadrat A B, & il en reſtera 225 — 1 q, & C D fera 14 — 1 ℛ: le meſme quadrat tirez du quadrat A C, & il reſteront 28 ℛ — 27 — 1 q, egal à 225 — 1 q, facit 1 ℛ, egale à 9 pour B D.

Encore autrement, ſi l'aire du triangle fait 84, poſez par la fauſſe poſition que A D ſoit 8, leſquels multipliez par la moytié de B C, & en viendront 56, qui deuoient eſtre 84, eſt moins 28. Poſez donc pour A D 6, & en viendront par la meſme maniere 42, qui deuoient eſtre 84, eſt moins 42: adonc monſtrera l'operation de la fauſſe poſition, que A D fait 12.

56 Il y a deux arbres A B & A C, leſquels ſont diſtans l'vn de l'autte 140 pieds, & la longueur A B fait 150, & A C 130, & leſdits 2 arbres ſont tombez auec leurs pointes enſemble. La demande eſt, combien leurs pointes ſont encore diſtantes de la terre, c'eſt à dire, combien eſt le perpendicle A D? fait 120 par la cinquante-cinq propoſition. Ou ſi on dit, il y a deux arbres droits ſur vne plaine, qui ſont diſtants



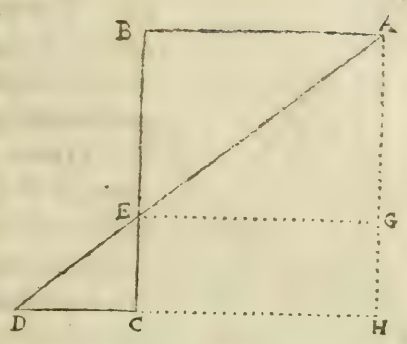
l'vn de l'autre 140 pieds, les mesmes sont tombez auec leurs pointes ensemble: de sorte que la distance de leurs pointes droitement à terre, est 120 pieds, & la longueur de l'arbre A C fait 130 pieds. La demande est, combien soit la lõgueur de l'arbre A B? Responce: Tirez le quadrat du perpendicle A D, qui est 120, du quadrat de l'arbre A C, qui est 130, & en resteront 2500, des mesmes tirez γ, & en viendront 50 pour D C: les mesmes tirez de B C 140, & il resteront 90 pour B D, ce quadrat adiousté auec le quadrat A D 120, & en viendront 22500; des mesmes tirez γ, & en viendront 150 pieds pour la longueur de l'arbre A B.



54. Il y a deux triangles A B C & B C D rectangles en A, & D, & leur hypothenuse B C, a γ 185, & A B fait 4, & D C fait 8. La demande est, combien est B E, E D, A E, & E C? Responce: Si on multiplie B A en E D, il en vient autant que si on multiplie A E en D C. Trouuez la longueur A C, & B D, par la quarante-huitiesme proposition, & en viendra 13 pour A C, & 11 pour B D, & puis comme A B a proportion auec D C, ainsi a B E, auec E C, & comme A B, auec D C, ainsi A E, auec D E, & comme A E, auec E D, ainsi B E, auec E C. Posez que A E soit 1 ☍, E D sera 2 ☍, car A B a proportion douple auec D C, & si E D fait 2 ☍, E B fera 11 — 2 ☍; il faut donc que E C soit deux fois autant, qui font 22 — 4 ☍, lesquels tirez de A C, & restera 4 ☍ — 9, egaux à A E, qui est 1 ☍, fait 1 ☍ egale à 3 pour A E, & 10 pour E C: adonc viendra par la quarante-huitiesme proposition 6 pour D E, & 5 pour B E.

58. Item, il y a deux lignes, à sçauoir A D qui fait 15, & B C qui fait 9, lesquelles se couppent en E, & vne autre ligne vient de A sur B à angles droits, & fait 8, & vne autre ligne de D sur C aussi à rectangles. La demande est, combien chacune ligne contient à part? Responce: Faites des lignes occultes, comme A H parallele auec B C: mais

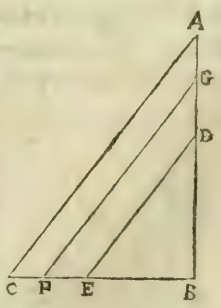
H C & G E parallel. auec A B. Maintenant comme A E a proportion auec A B, ainſi a D E auec D C, & comme B C, ou A H auec A D, ainſi B E, ou A G auec A E. Poſez pour B E, ou A G 1 ☇, & dites, 9 font 15, combien fait 1 ☇? facit $1\frac{2}{3}$ ☇ pour A E: les meſmes multipliez en ſoy, & en viendront $2\frac{7}{9}$ q. Plus adiouſtez le quadrat A B auec le quadrat B E,

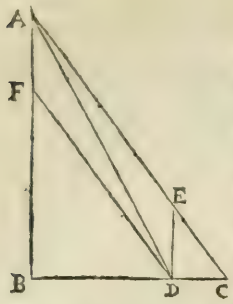


& il fera 1q + 64, egaux à $2\frac{7}{9}$ q, & 1 ☇ eſt egale à 6 pour B E: les meſmes tirez de 9, il reſteront 3 pour E C, & par la quarante-huitieſme propoſition, il en viendront 10 pour A E, & 5 pour D E, & par la quarante-neufieſme C D fera 4.

Autrement, tirez le quadrat A H 9 du quadrat A D 15, & il en reſteront 144: des meſmes tirez ♈, & en viendront 12 pour D H: des meſmes tirez A B ou C H 8, & il en reſteront 4 pour C D: les meſmes adiouſtez auec A B, & feront 12: en diſant 12 font A D 15, combien feront 8? facit 10 pour A E, les meſmes tirez de A D 15, & il en reſteront 5 pour D E.

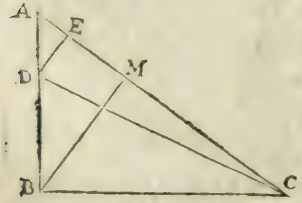
56. Il y a vn triangle A B C rectangle en B, duquel A B fait 8, B C 6, lequel doit eſtre party en 3 parties egales, que l'vne aire faſſe autant que l'autre, & que les lignes ſoient paralleles auec l'hypothenuſe. La demande eſt, où les lignes A B C ſeront couppees? Reſponce. Prenez la proportion, laquelle le cathete a auec la baſe, qui eſt comme 1 à $\frac{3}{4}$, & puis trouuez toute l'aire dudit triangle par la cinquante-vnieſme propoſition qui fait 24, leſquels diuiſez en 3 parties egales, & chacune fera 8: adoncques poſez que B F, la premiere ſection ſoit 1 ☇, B D fera $1\frac{1}{3}$ ☇, deſquels multipliez l'vn en la moytié de l'autre, & en viendra $\frac{2}{3}$ q, egaux à 8, & 24 egaux à 2 q, & 12 egaux à 1 q, & ♈ 12 egaux à 1 ☇ pour B F; & aux meſmes adiouſtez $\frac{1}{3}$, qui eſt ♈ $1\frac{1}{9}$, & en viennent ♈ $21\frac{1}{3}$ pour B D; & puis prenez les meſmes $\frac{2}{3}$ q, qui ſont venus de la multiplication, leſquels ſont auſſi egaux à 16, qui ſont les $\frac{2}{3}$ de toute l'aire, & en viendra 1 ☇ egale à ♈ 24 pour B F: aux meſmes adiouſtez auſſi $\frac{1}{3}$, & en viendra ♈ $42\frac{2}{3}$ pour B G.





60. Il y a vn triangle orthogone A B C, duquel A B fait 16, B C 12, combien long deura estre vne autre perpendicle, qui soit E D, afin que le triangle C D E tienne 6 d'aire? Responce: Trouuez premierement l'aire de tout le triangle A B C par la cinquante-vniesme proposition, & en viendront 96, lesquels diuisez par 6, & en viendront 16; & puis multipliez A B en soy, & en viendront 256, lesquels diuisez par 16, & en produiront 16, desquels tirez la γ, qui font 4 pour D E. Ou posez pour C D 1 ϱ, la perpendicul. D E fera $1\frac{1}{3}$ ϱ, multipliez l'vn auec la moytié de l'autre, & en viendront $\frac{2}{3}$ q, egaux à 6: facit 1 ϱ, egale à 3 pour C D.

61. Item, si vne ligne est tiree en la preced. fig. de D en F, tellement qu'elle soit parallele auec A C, adonc sera A E egale à F D, & A F sera egale à D E. En apres multipliez F B en soy, & en viendront 144, lesquels adioustez auec le quadrat B D qui est 81, & en viendra 225, desquels tirez γ, & fera 15 pour F D ou A E, lesquels adioustez auec E C qui sont 5, & en viendront 20 pour A C: & si on tire l'aire de F B D, & E D C de toute l'aire A B C, il en restera 36 pour l'aire du rhomboïde A F D E, que vous pouuez prouuer par la cinquante-vniesme proposition. Et comme D C a proportion auec D E, ainsi a B C auec B A, & B D auec B F, & par la quarante-huitiesme proposition fera A D γ337, & le triangle A D F sera egal au triangle D A E.



62. Item, il y a vn triangle A B C rectangle en B, & A B fait 30, B C 40, A C 50, & de C est tiree vne autre ligne sur A B en D; tellement que A C fait 10, D B 20, & de D est tiree vne autre ligne à rectangles sur A C en E. La demande est, combien contient A E? Responce: Pour A E, posez 1 ϱ, comme A B a proportion auec A C, ainsi a A E auec A D. Dites, A B 30, font A C 50, combien feront A E 1 ϱ? facit $1\frac{1}{3}$ ϱ, egal à 10, & 1 ϱ à 6 pour A E.

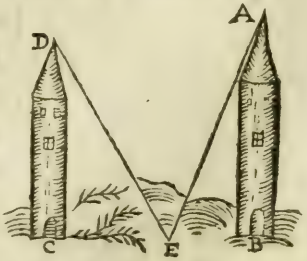
63. Item, de l'angle B est tiree vne ligne perpendiculairement sur A C en M. La demande est, combien A M contient? Responce: Multipliez la moytié de A B auec B C qui fait 600 pour l'aire, & par la quarante-huitiesme fera A C 50. Auec la moytié, qui sont 25, diuisez les 600, & il en viendront 24 pour B M. Comme maintenant A B a

proportion

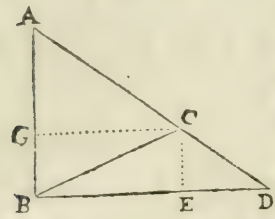
proportion auec B C, ainſi a A M auec M B. Dites, 40 font 30, combien font 24? facit 18 pour A M, & 32 pour M C: & quand on adiouſte le quadrat A M auec le quadrat M B, la racine quarree du produit fera 30 pour A B que i'ay voulu prouuer.

64. Item, il y a vn triangle A B C rectangle en B, & B C fait 40, & de C il eſt tiré vne ligne en D; tellement que D B fait 20, & vne autre ligne eſt tiree de D perpendiculairement ſur A C en E, qui fait 8. La demande eſt, combien que A E & A D, chacun ſoit pour ſoy? Reſponce: Poſez que A E ſoit 1 ☍, & dites, D E 8 font A E 1 ☍, combien feront B C 40? facit 5 ☍ pour A B: les meſmes multipliez auec la moytié de B C, il en viendront 100 ☍ pour l'aire du triangle A B C, & par la quarante-huitieſme propoſition fait D C ℣ 2000, & par la quarante-neufieſme fera E C 44: auec les meſmes adiouſtez 1 ☍, & viendront 1 ☍ + 44 pour A C: les meſmes multipliez auec la moytié de D E, il en viendront 4 ☍ + 176 pour l'aire de A C D. Plus multipliez la moytié de B D auec B C, il en viendront 400: les meſmes adiouſtez auec les 4 ☍ + 176, il en viendront 400: les meſmes adiouſtez auec les 4 ℞ + 176, & en viendront 4 ℞ + 576, egaux à 100 ℞; & 1 ℞ ſera egale à 6 pour A E, & par la quarante-huitieſme propoſition en viendront 10 pour A D.

65. Il y a deux tours A B & D C ſur vne plaine, & leur diſtance eſt 30 verges, & la hauteur de A B fait 20, & D C 15, & de A eſt tiree vne corde ſur la terre, & pareillement vne autre corde de D auſſi iuſques à terre: de ſorte que leſdites deux cordes viennent enſemble en E, & l'vne eſt auſſi longue que l'autre. La demande eſt, combien de diſtances ont les cordes en E, attachees de B & C, & combien longues? Poſez que B E ſoit 10; E C ſera 20, & puis multipliez B E en ſoy, & en viendront 100, leſquels adiouſtez auec le quadrat A B, & en viendront 500. En apres adiouſtez le quadrat E C auec le quadrat D C, & en viendront 625, qui deuroient eſtre 500, qui eſt plus 125. Poſez donc pour B E 15, & il en viendra plus 175, leſquels deux faux nombres demonſtrent par leur regle, que B E fait $12\frac{1}{11}$, & E C fait $17\frac{11}{12}$: & par la quarante-huitieſme propoſition fera A E ou D E ℣ $546\frac{1}{144}$, qui eſt bien pres de $23\frac{5}{12}$ pour l'vne & l'autre corde. Ou poſez pour C E 1 ℞ B E fera 30 — 1 ℞. Maintenant ſi on adiouſte le quadrat A B auec le quadrat B E, il

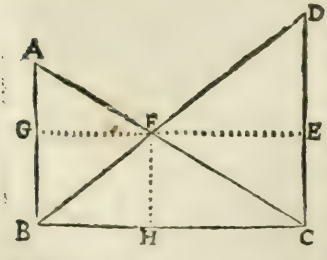


en viendra $1300 - 60\,\text{R} + 1\,q$, & le quadrat E C auec le quadrat D C fera $225 + 1\,q$, egaux à $1300 - 60\,\text{R} + 1\,q$, facit $1\,\text{R}$ egale à $17\frac{11}{11}$ pour C E, & $12\frac{1}{11}$ pour B E.



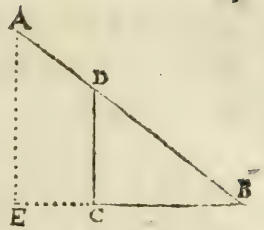
66. Il y a vn triangle A B C, duquel A B fait 14, B C 13, C A 15, & A B eſt mis perpendiculairement ſur vne ligne qui ſoit B D incogneuë, & A C eſt prolongee iuſques à ce qu'elle rencontre la baſe en D. La demande eſt, combien fera B D & D C? Reſponce: Faites vne perpendiculaire occulte, qui ſoit C F, pour laquelle poſez $1\,\text{R}$, & la multipliez en ſoy, qui fera $1\,q$, lequel tirez du quadrat B C, & en reſtera $169 - 1\,q$, deſquels tirez $\surd$, & fera $\surd 169 - 1\,q$ pour B F, ou C G, leſquels multipliez en ſoy, & adiouſtez le produit auec le quadrat A G, & en viendra $365 - 28\,\text{R}$ egale à 225, fait $1\,\text{R}$ egale à 5, pour C F ou G B, qui ſe pourroit auſſi trouuer par la cinquante-cinquieſme propoſition. Leſquels 5 tirez de 14, & reſteront 9 pour G A. En apres dites par la regle de trois, ſi 9 font 15, combien feront 5? fait $8\frac{1}{3}$ pour C D, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B D $18\frac{7}{3}$.

67. Il y a deux triangles A B C & D G B, rectangles en B & C; & A B fait 6, D C 8, & B C 10, & leurs hypothenuſes ſe coupent l'vne l'autre en F. La demande eſt, combien ſoit A F & F B? Reſponce: Faites deux lignes occultes, qui ſoient G E & F H par l'angle F, & que F H ſoit perpendiculaire ſur la baſe, & G E parallele à icelle baſe. Poſez pour H C $1\,\text{R}$, en diſant B C 10 donne A B 6, combien donnera $1\,\text{R}$? fait $\frac{3}{5}\,\text{R}$ pour F H, & puis ſçachez que les 3 aires A B F, B C F, C D F enſemble font autant que les deux aires A B C, & B C D moins l'aire de B C F. Pource trouuez par la cinquante-vnieſme propoſition leſdits 3 aires, qui font enſemble $30 + 4\,\text{R}$, & l'aire des deux triangles A B C, & B C D fait 70, deſquels tirez l'aire B C F, qui fait $3\,\text{R}$, & reſteront $70 - 3\,\text{R}$ egaux à $30 + 4\,\text{R}$, & $1\,\text{R}$ egale à $\frac{5}{7}$ pour H C ou F E; & B H ou G F fera $4\frac{2}{7}$; & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B F $\surd 30\frac{6}{49}$, & A F $\surd 24\frac{48}{49}$.

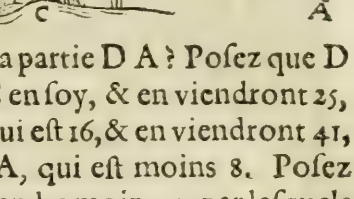


68. Il y a vn triangle B C D rectangle en C, duquel B C fait 8, C D 6, B D 10, & la ligne B D eſt prolongee iuſques en A, en ſorte que A D fait 5, & dudit poinct A on tire vne ligne en C. La demande eſt,

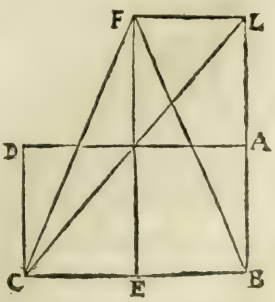
combien eſt ladite ligne A C ? Reſponce : Tirez vne perpendiculaire obſcure de A ſur la baſe qui ſoit en E, & puis comme B C a proportion auec D C, ainſi a A B auec la perpendiculaire A E. Pource dites, ſi 10 font 6, combien font 15, qui eſt A B, & en viendra 9 pour A E. En apres tirez le quadrat A E du quadrat B A, & du produit tirez ✓, & en viendra 12 pour B E, deſquels tirez B C, & en reſteront 4 pour C E, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera A C ✓ 97.



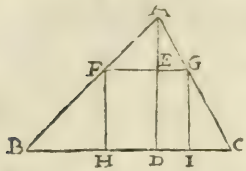
69. Plus, il y a vn arbre A D C long de 12 verges, lequel eſt couppé de ſorte que l'vne partie pend au tronc, & la pointe tombe outre vne riuiere; tellement que la baſe C A, ou la diſtance de la racine C iuſques aupres la pointe A, fait 4. La demande eſt, combien ſoit la partie D A ? Poſez que D C ſoit 5, D A ſera donc 7. Multipliez D C en ſoy, & en viendront 25, leſquels adiouſtez auec le quadrat C A, qui eſt 16, & en viendront 41, qui deuroient eſtre 49, leſquels font D A, qui eſt moins 8. Poſez donc que C D ſoit 4, D A ſera 8, & en viendra moins 32, par leſquels on trouue que C D fait $5\frac{1}{2}$, & D A $6\frac{1}{2}$. Ou poſez que C D ſoit 1 ℛ, A D ſera $12-1$ ℛ, ce quadrat fait $144-24$ ℛ $+1q$: & ſi on adiouſte le quadrat A C auec le quadrat C D, il en viendra $1q+16$ egal à $144-24$ ℛ $+1q$, & 1 ℛ ſera $5\frac{1}{2}$.



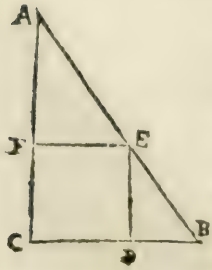
70. Plus, il y a vn triangle B C F, duquel B F & F C ſont d'vne longueur, & chacun de 10, & la baſe B C fait 8, lequel triangle doit eſtre changé en deux quadrangles rectãgles: cherchez F E par la quarante-neufieſme, & en vient ✓ 84, & puis tirez vne parallele, qui ſoit L B, & vne autre parallele F L, & puis fera le meſme quadrangle B E L F autant que le triangle B C F. En apres tirez vne ligne C L, laquelle diuiſera F E en deux parties egales, & fera vn triangle B C L, qui tiendra autant de ſuperficie que le triangle B C F fera autant que l'aire de L F B: & puis tirez vne ligne par la ſection de F E qu'elle ſoit A D parallele auec B C, & auſſi vn autre parallele D C, adoncques le



quadrat A B C D fera autant que le quadrat B E F L, ou le triangle B C F qui fait ✓1344.



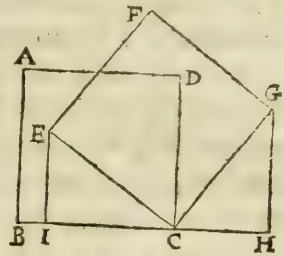
71. Plus, il y a vn triangle A B C, duquel le costé A C fait 13, B C 14, A B 15, dedans iceluy est fait sur B C vn quadrat le plus grand que faire se peut. La demande est, combien sera grand vn costé dudit quadrat? Premierement cherchez l'aire dudit triangle par la cinquante-vniesme proposition qui fait 84, & puis cherchez le perpendiculaire par la cinquante-cinquiéme proposition qui fait 12. En apres posez qu'vn costé du quadrat soit 6, le quadrat F G I H fera 36, & E A fera aussi 6, lesquels multipliez auec la moytié de F G, & en viendront 18: les mesmes adioustez auec 36, & en viendront 54, lesquels tirez de 84, & resteront 30 pour les deux superficies C I G, & B F H: si donc H I fait 6, il faut que C I auec H B facent 8, lesquels multipliez par la moytié de F H ou G I, & en viendront 24, qui deuroient estre 30, qui est -6: & si on prend 4 pour le costé du quadrat, il en vient moins 32, lesquels demonstrent par leur regle $6\frac{6}{13}$ pour le costé dudit quadrat. Ou posez pour le costé du quadrat $1\,\text{R}$, l'aire fera $1\,q$, & A E sera $12-1\,\text{R}$: les mesmes multipliez auec la moytié de F G, qui est $\frac{1}{2}\,\text{R}$, & en viendront $6\,\text{R}-\frac{1}{2}\,q$: & si on tire H I $1\,\text{R}$ de B C 14, il en resteront $14-1\,\text{R}$ pour B H & I C: les mesmes multipliez auec la moytié de G I, qui est $\frac{1}{2}\,\text{R}$, & en viendront $7\,\text{R}-\frac{1}{2}\,q$: les mesmes adioustez auec $1\,q$, & $6\,\text{R}-\frac{1}{2}\,q$, & en viendront $13\,\text{R}$ egales à 84, & $1\,\text{R}$ est egale à $6\frac{6}{13}$ pour chacun costé dudit quadrat. Ou adioustez A E $12-1\,\text{R}$ auec B H & I C $14-1\,\text{R}$, & en viendront $26-2\,\text{R}$: les mesmes multipliez auec la moytié de F G, & en viendront $13\,\text{R}-1\,q$: auec les mesmes adioustez l'aire du quadrat, qui est $1\,q$, & en viendront aussi $13\,\text{R}$ egales à 84, & $1\,\text{R}$ fera $6\frac{6}{13}$.



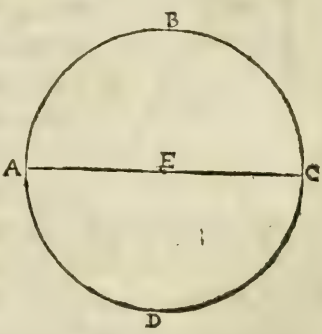
72. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en C, dedans luy est fait le plus grand quadrat que faire se peut, & A C fait 8, & B C 6. La demande est, combien fera le costé dudit quadrat? Responce: Trouuez l'aire dudit triangle A B C par la cinquante-vniesme proposition, & fera 24: & puis adioustez A C auec C B, & fera 14, desquels prenez la moytié qui font 7. En apres prenez que le costé du quadrat soit 4, lesquels multipliez par 7, & en viendront 28, qui deuroient estre 24, & fait $+4$. Prenez donc que le costé dudit quadrat

ſoit 6, & operez comme auez fait auec les 4,& en viendront + 18, leſquels demonſtrent par leur regle que chacun coſté fait $3\frac{3}{7}$. Ou ſi on poſe 1 ♎ pour le coſté,& qu'on le multiplie auec la moytié du coſté C B & B A, il en viendra 7 egales à 24,& 1 ♎ egale à $3\frac{3}{7}$.

73. Plus,il y a vn quadrat A B C D ſur vne ligne B H, & chacun coſté dudit quadrat fait 5,lequel doit eſtre eſleué;tellement que la perpendiculaire G H ſoit 4, & que le coin C ne ſe deſvoye hors de ſon poinct. La demande eſt, combien ſera C H C I, & le cathete E I? Reſponce: Il faut ſçauoir que le triangle C G H eſt egal au triangle E C I. Si donc le quadrat G H eſt tiré du quadrat G C,& la γ du produit fera 3 pour HC,& autant fait auſſi I E. Et ſi le quadrat fuſt eſleué en ſorte que E I fuſt egal à G H, adonc feroit l'aire des deux triangles E I C & G HC la moytié autant que l'aire du quadrat.



74. Plus, il y a vn cercle A B C D, c'eſt à dire, vne ſuperficie plane compriſe d'vne ſeule ligne appellee circonference,au milieu de laquelle eſt vn poinct E, qui s'appelle le centre, & la ligne droicte A C qui paſſe d'vn coſté à l'autre par le centre s'appelle le diametre: & par l'inuention de nos anciens la circonference a proportion auec le diametre, comme 22 à 7: & ſi on multiplie la moytié de la circonference auec la moytié du diametre, il en vient toute la ſuperficie, ou aire encloſe en ce cercle. Ie prends que le diametre ſoit 7, & la circonference (comme ſuſdit eſt) 22: ſi donc la moytié de 22, qui ſont 11 ſont multipliez auec la moytié de 7, il en vient $38\frac{1}{2}$ pour toute l'aire. La raiſon pourquoy on multiplie la moytié de la circonference auec la moytié du diametre pour auoir l'aire, eſt clairement demonſtré par Archimede. Ou multipliez le quarré du diametre, & du produict en prenez les $\frac{11}{14}$ parties; ou multipliez toute la circonference auec le diametre entier,le $\frac{1}{4}$ du produict ſera l'aire;ou multipliez le quarré de la circonference, & les $\frac{7}{88}$ parties ſont l'aire.



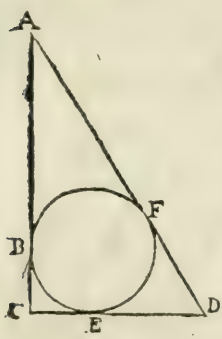
75. Plus,ſi on ſçait le diametre, & on veut ſçauoir la circonference, prenez que le diametre ſoit 12; dites par la regle, ſi 7 font 22, com-

bien font 12 ? fait $37\frac{5}{7}$.

76. Plus, ſi on ſçait la circonference, & on veut ſçauoir le diametre, comme ſi la circonference eſt $37\frac{5}{7}$, dites 22 font 7, combien font $37\frac{5}{7}$? facit 12.

77. Plus, il y a vn cercle, duquel la ſuperficie fait $38\frac{1}{2}$, combien fera le diametre & la circonference chacun à part ſoy? Poſez que le diametre ſoit 1 ℘, la circonference fera $3\frac{1}{7}$ ℘; car 7 à 22 ſont comme 1 à $3\frac{1}{7}$; pour ce multipliez la moytié de l'vn auec la moytié de l'autre, & en viendront $\frac{11}{14}$ q, egaux à $38\frac{1}{2}$, fait 1 ℘ egale à 7 pour le diametre.

78. Plus, l'aire d'vne circonference fait $38\frac{1}{2}$, & le diametre fait 7, combien fait la circonference dudit cercle? Diuiſez l'aire par le $\frac{1}{4}$ du diametre, qui fait $1\frac{3}{4}$, & il en viendra 22 pour la circonference.



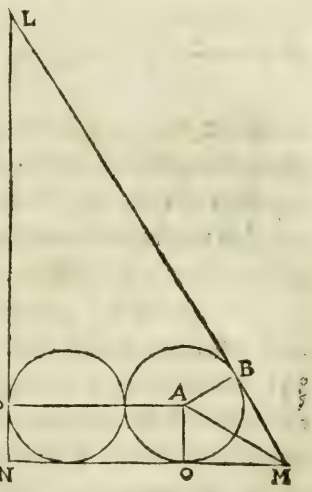
79. Plus, il y a vne ligne droicte de 29, de laquelle doit eſtre fait vn triangle rectangle pour enfermer dedans luy vn cercle qui a le diametre de $4\frac{1}{2}$. La demande eſt, combien fera chacun coſté? Poſez pour l'hypothenuſe AD 10, les deux autres coſtez feront donc 19, deſquels tirez les 10, & en reſteront 9, qui doiuent eſtre $4\frac{1}{2}$, fait $+4\frac{1}{2}$; (car ſi on tire l'hypothenuſe des deux autres coſtez, il en reſte le diametre) : mettez donc pour l'hypothenuſe 8, & operez comme auec les 10, & en viendront $+8\frac{1}{2}$, qui demonſtrent par leur regle que A D fait $12\frac{1}{4}$, leſquels tirez de 29, & reſteront $16\frac{3}{4}$ pour A C & C D, leſquels diuiſez en deux parties, de ſorte que ſi on adiouſte leurs quadrats enſemble, qu'il en vienne autant que ſi on multiplie A D en ſoy, & en viendra $8\frac{3}{8} - \sqrt{4\frac{57}{64}}$ pour C D, & $8\frac{3}{8} + \sqrt{4\frac{57}{64}}$ pour A C.

Autrement: Sçachez que les deux lignes qui viennent de C, l'vne vers A, & l'autre vers, D touchent la circonference en quelque place: adonc ie dis, que les deux lignes de chacun angle iuſques au touchement de la circonference, qui eſt en B & E, ſeront egales l'vne à l'autre, comme D E eſt egal à D F & A F à A B, pource ſi le diametre fait $4\frac{1}{2}$, B C ou E C feront $2\frac{1}{4}$: & ſi ie prends pour D E 1 ℘, D F fera auſſi 1 ℘: & puis ſi on tire B C, C D, & D F qui font enſemble $4\frac{1}{2} + 2$ ℘ de 29, il en reſtera $24\frac{1}{2} - 2$ ℘ pour A B & A F, deſquels la moytié fait $12\frac{1}{4} - 1$ ℘ pour A B ou A F. Le coſté A C fera donc $14\frac{1}{2} - 1$ ℘. Auec les meſmes adiouſtez C D 1 ℘ + $2\frac{1}{4}$, ils feront $16\frac{3}{4}$ pour A C & C D enſemble. Les meſmes tirez de 29, il reſteront $12\frac{1}{4}$ pour A D: les meſ-

mes tirez de 29, il resteront 16 $\frac{3}{4}$ pour A C & C D. Posez que A C soit 1 ☍, C D sera 16 $\frac{3}{4}$ — 1 ☍, & leurs quadrats ensemble feront 2 q + 280 $\frac{9}{16}$ — 33 $\frac{1}{2}$ ℞, qui sont egaux à 150 $\frac{1}{16}$, le quadrat de 12 $\frac{1}{4}$, ainsi sera 1 ☍ egale à 8 $\frac{1}{8}$ — $\surd$ 4 $\frac{57}{64}$ pour C D, & 8 $\frac{1}{8}$ + $\surd$ 4 $\frac{57}{64}$ pour A C.

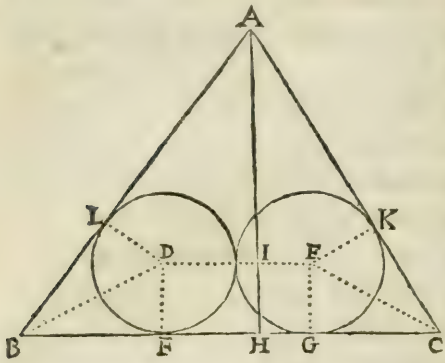
80. Item, il y a vn triangle A C D rectangle en C, duquel A C fait 8, C D 6, A D 10, dedans le mesme est fait vn cercle si grand que se faire pouuoit. La demande est, combien soit son diametre? Responce: Par la cinquante-vniesme proposition l'aire sera 24, & pour le demi-diametre posez 1 ☍, & puis adiouſtez les 3 costez ensemble, qui feront 24, desquels la moytié fait 12, les mesmes multipliez auec 1 ℞, & feront 12 ℞ egales à 24, & 1 ℞ sera 2, & tout le diametre sera 4.

81. Item, il a vn triangle rectangle en N, duquel M N fait 10, N L 18, en iceluy sont faits deux cercles egaux si grands que faire se pouuoit sur le base M N. La demande est, combien contient le diametre de l'vn ou l'autre? Responce: Pour N P le demi-diametre posez 1 ℞, le reste P L sera 18 — 1 ℞. Plus, cherchez l'aire de tout le triangle par la cinquante-vniesme proposition qui fait 90. Plus ayant tiré la ligne A L, cherchez les 4 aires de A L P, A P N O, A O M, & A M L, à sçauoir, multipliez A P 3 ℞, auec la moytié de L P, qui est 9 — $\frac{1}{2}$ ☍, & il en viendront 27 ☍ — 1 $\frac{1}{2}$ q pour l'aire A L P. Plus, multipliez A P 3 ☍, auec P N 1 ℞, & il en viendront 3 q pour l'aire A P O N. Plus, multipliez A O 1 ℞, auec la moytié de M O, qui est 5 — 1 $\frac{1}{2}$ ℞, & il en viendront 5 ℞ 1 $\frac{1}{2}$ q. Encore adiouſtez le quadrat L N auec le quadrat M N, & du produit tirez $\surd$, & il en viendront $\surd$ 424: les mesmes multipliez auec $\frac{1}{2}$ ℞, ou $\surd$ $\frac{1}{4}$ q, & en viendront $\surd$ 106 q pour l'aire A L M, & tous les 4 aires ensemble feront 32 ℞ + $\surd$ 106 q, egaux à 90, ou 1024 q + 8100 — 5760 ℞, seront egaux à 106 q, ou 918 q + 8100 sont egaux à 5760 ℞, ou 1 q + 8 $\frac{14}{17}$ sont egaux à 6 $\frac{14}{51}$ ℞, & 1 ℞ sera egale à 3 $\frac{7}{51}$ — $\surd$ 1 $\frac{49}{1601}$: les mesmes doublez, & feront 6 $\frac{14}{51}$ — $\surd$ 4 $\frac{196}{1601}$ pour chacun diametre. Ou si on multiplie L N auec la moytié de A P, & M N auec la moytié de A O, & L M auec la moytié de A R, les 3 aires ensemble feront aussi 32 ℞ + $\surd$ 106 q, egaux à 90. Mais si les deux cercles estoient faits sur L N la plus longue ligne, les diametres deuien-

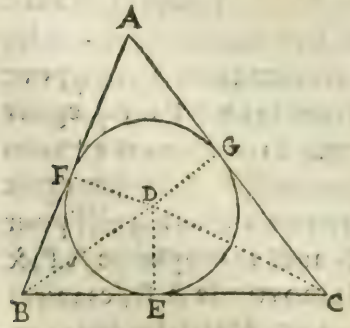


droient auſſi plus grands par la meſme demonſtration.

82. Item, il y a vn triangle A B C, duquel le coſté A C fait 13, A B 14, B C 15, dans le meſme ſont faits deux cercles egaux ſi grands que faire ſe pouuoit. La demande eſt, de combien eſt la longueur de leurs diametres ? Reſponce : Pour faire deux cercles d'vne grandeur, & au plus grand que faire ſe peut en vn triangle ſcalene, il faut que leſdits deux cercles touchent la plus grande ligne dudit triangle, qui eſt en F & G. Premierement cherchez l'aire de tout le triangle, qui fera 84 par la cinquante-vnieſme, ou cinquante-quatrieſme propoſition; & puis tirez des lignes occultes des deux centres D & E en A B C F G; & pour le demi-diametre poſez 1 ℛ, l'eſpace D E ſera 2 ℛ, & B F auec G C fera 15 — 2 ℛ: les meſmes adiouſtez auec A B 14, & A C 13, & feront 42 — 2 ℛ: les meſmes multipliez auec 1 ℛ le demi-diametre, & en viendront 21 ℛ — 1 *q* pour les 4 aires A E C, A D B, B D F, C E G. Plus, multipliez D E 2 ℛ auec E G 1 ℛ, & feront 2 *q* pour l'aire D F E G. Plus, diuiſez 84 l'aire entier par la moytié B C, & en viendront $11\frac{1}{5}$ pour la perpendiculaire A H, deſquels tirez E G 1 ℛ, & reſteront $11\frac{1}{5}$ — 1 ℛ pour la perpendiculaire A I: les meſmes multipliez auec la moytié D E, & en viendront $11\frac{1}{5}$ ℛ — 1 *q* pour l'aire A D E: le meſme adiouſtez auec 21 ℛ — 1 *q*, & 2 *q*, & feront $32\frac{1}{5}$ ℛ egales à 84, facit 1 ℛ egale à $2\frac{14}{113}$ pour le demi-diametre, & $5\frac{15}{113}$ pour le diametre entier.



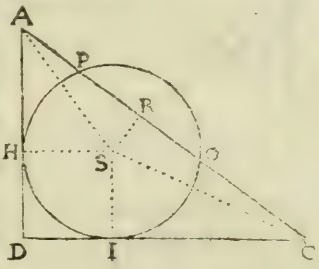
83. Plus, il y a vn triangle oxigone A B C, duquel A B fait 15, B C 14, A C 13, dedans luy eſt fait vn cercle ſi grand que faire ſe peut. La demande eſt, combien ſoit ſon diametre ? Reſponce: Trouuez par la cinquante-vnieſme propoſition ſon aire, & en viendra 84, & poſez pour le diametre 1 ℜ, & le demi-diametre fera $\frac{1}{2}$ ℜ, & la moytié de tous les 3 coſtez fait 21, leſquels multipliez par $\frac{1}{2}$ ℜ, & en viendra $10\frac{1}{2}$ ℜ egales à 84, & 1 ℜ eſt egale à 8 pour le diametre.



84. Item,

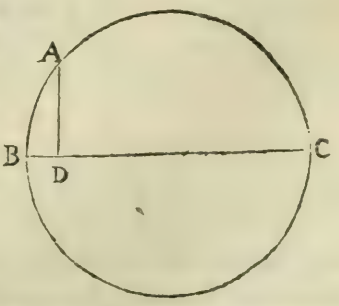
84. Item, il y a vn triangle ABC, duquel l'aire fait 84, & BC fait 1 plus que AC, & AB fait 1 plus que AB. Dedans le mesme triangle est fait vn cercle si grand que faire se peut, duquel le diametre est 8, combien est chacun costé? Posez pour AC 1 ℞, BC sera 1 ℞ + 1, & AB sera 1 ℞ + 2, & le tout ensemble fait 3 ℞ + 3: les mesmes multipliez auec le $\frac{1}{4}$ de 8 tout le diametre, & en viendront 6 ℞ + 6, egales à 84, & 1 ℞ sera 13 pour AC, 14 pour BC, & 15 pour AB.

85. Plus, il y a vn triangle rectangle AD C, duquel AD fait 6, & DC 8, sur lequel est mis vn cercle qui a le diametre 5, & la circonference touche les deux costez AD en H, & DC en I, & l'hypothenuse passe par la circonference. La demande est, combien soit la partie OP, laquelle la circonference comprend. Premierement,

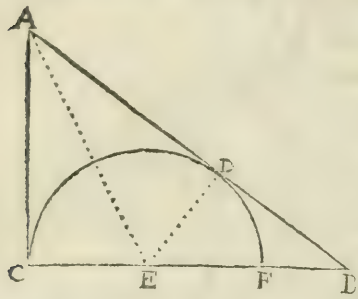


cherchez l'aire de tout le triangle par la cinquante-vniesme proposition, & sera 24, & puis tirez du centre S des lignes secrettes, qui font RS, CS, SA, SI, SH, par lesquelles sont faites 4 superficies, à sçauoir, 3 triangles & vn quadrat. Posez que RS soit 1 ℞, & par la cinquante-vniesme proposition cherchez toutes les superficies, & en viendront ensemble $17\frac{1}{2}$ + 5 ℞ egales à 24, & 1 ℞ egales à $1\frac{3}{10}$ pour RS, lesquels adioustez auec le demi-diametre, & les tirez du demi-diametre, & en viendront $3\frac{8}{10}$, & $1\frac{2}{10}$, lesquels deux produits multipliez l'vn par l'autre, & en viendront $4\frac{14}{25}$: les mesmes multipliez par 4, & feront $18\frac{6}{25}$, desquels tirez ϒ, & sera ϒ $18\frac{6}{25}$ pour OP.

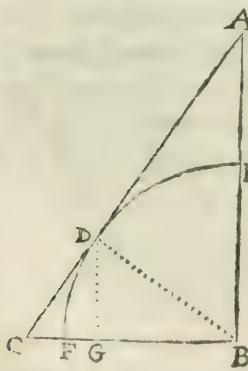
86. Plus, pour tirer racine quarree Geometrique, ie prends d'auoir ϒ de 9, faites vne ligne droite, & la mesme diuisez en 9 parties egales, & soit DC: à la mesme adioustez vn (c'est à dire qu'il faut tousiours adiouster vn à la mesme ligne qui soit DB), & puis diuisez BC en deux parties egales, & mettez le pied d'vn compas au milieu de ceste ligne, & l'autre pied estendez iusques en B ou en C, & faites vne circonference, & puis tirez vne perpendiculaire de la circonference sur D, qui soit AD: la mesme ligne sera ϒ de 9, qui sont 3; car si on multiplie BD en DC, la ϒ du produit fait AD.



87. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre B C fait 10, & le moyen proportionnal A D fait 3, combien font les deux extrémes B D & D C? Posez pour B D 1 ℛ, D C sera 10 — 1 ℛ, lesquels multipliez par 1 ℛ, & en viendra 10 ℛ — 1 q, egal à 9, qui est le quadrat de A D, & 10 ℛ seront egales à 1 q + 9, & 1 ℛ est egale à 1 pour B D, lesquels tirez de 10 resteront 9 pour D C.



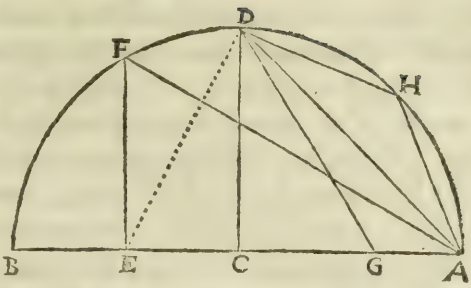
88. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en C, duquel A C fait 6, B C 8, A B 10, dedans luy est fait sur la base B C le plus grand demy cercle que faire se peut. La demande est, combien sera son diametre F C. Premierement, cherchez l'aire par la cinquante-vniesme proposition qui fait 24, & puis adiouſtez A B auec A C, il feront 16; & pour le demi-diametre posez 1 ℛ, lequel multipliez par la moytié de 16, & en viendront 8 ℛ egales à 24, & 1 ℛ est egale à 3 pour le demi-diametre, & 6 pour C F le diametre entier: & si le diametre du cercle couchoit sur A B, il feroit $6\frac{6}{7}$.



89. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en B, dedans luy est fait la quatrieſme part d'vn cercle, au plus grand que faire se peut, duquel le demi-diametre fait 120, & B C fait 150, & de C vers A iusques en D, où la circonference touche la ligne A C, est 90. La demande est, combien sont A E & A D? Responce: Tirez vne ligne secrette de B en D, laquelle sera autant que B F: & puis cherchez l'aire du triangle B D C en multipliant D C 90, auec la moytié de B D qui est 60, & en viendront 5400: les mesmes diuisez auec la moytié de B C qui est 75, & en viendront 72 pour D G; & par la quarante-neufieſme proposition, il en viendra 54 pour C G, & il resteront 96 pour B G. Encore dites C G 54 donnent D G 72, combien donnera B C 150? facit 200 pour A B, desquels tirez B E 120, & il en resteront 80 pour A E; & par la quarante-huitieſme proposition sera A C 250: des mesmes tirez D C, & en resteront 160 pour A D.

90. Plus, pour faire en vn cercle vn decagone, exagone, penta-

gone, tetragone, octagone, & trigone si grand que faire se peut. Selon le premier liure du 9. chap. l'Almageste de Ptolomee, faites vn demy cercle, duquel le diametre A B soit pour exemple 24, & le diuisez par C D en deux quadrants, de sorte que A C, C D, B C fassent chacun 12: ceste ligne entrera 6 fois, & sera le costé d'vn exagone.



Plus, diuisez le demi-diametre B C en deux parties egales, & chacune fera 6, & multipliez B E 6 auec E A 18, & il en viendront 108: des mesmes tirez γ, & fera γ 108, pour le moyen proportionnal F E. Le mesme quadrat adioustez auec le quadrat A E, & de l'aggregat tirez γ, & en viendront γ 432 pour A F le costé d'vn trigone: & la proportion du diametre, auec le costé du trigone, est bien prés comme 15 à 13.

Plus, adioustez le quadrat C D auec le quadrat C A, & de l'aggregat tirez γ, & en viendront γ 288 pour A D le costé d'vn quadrat, qui est bien prés en proportion auec le diametre, comme 17 à 24.

Plus, prenez la distance de E en D, qui fait γ 180, & l'estendez de E vers A qui vient en G: des mesmes tirez E C 6, & il en resteront γ 180 — 6 pour C G le costé d'vn decagone; qui est bien prés en proportion auec le diametre, comme 67 à 120.

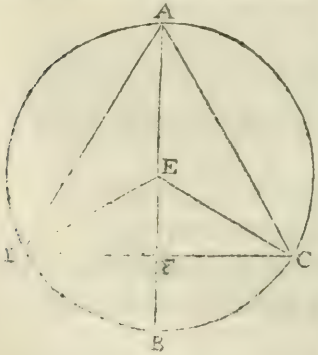
Plus, adioustez le quadrat C G auec le quadrat C D, & en viendront 360 — γ 25920; des mesmes tirez γ, & en viendra γ vn. 360 — γ 25920 pour le costé d'vn pentagone, qui est en proportion auec le diametre, comme γ vn. 10 — γ 20 à 4, ou en nombres entiers fait-il bien prés comme 5 à 8.

Plus, si on diuise le quadrat A D en deux parties egales, adonc fera A H, ou H D le costé d'vn octogone. Diuisez le diametre en 2 parties, de sorte que si on multiplie l'vn auec l'autre, qu'il en vienne γ 72, la moytié de A D par la 86. prop. il en viendra 12 — γ 72 pour la moindre extremité, lesquels multipliez en soy, & en viendront 216 — γ 41472: aux mesmes adioustez le quadrat des γ 72, & en viendront 288 — γ 41472, desquels la γ vn. fait γ vn. 288 — γ 41472, qui est bien prés $9\frac{1}{7}$; ainsi sera la proportion du diametre auec le costé de l'octogone, comme 60 à 23.

91. Item, il y a vn cercle duquel le diametre fait 8, & on veut ſçauoir combien le coſté de ſon octogone fera. Dites 60 font 23, combien font 8? facit $3\frac{1}{15}$. Par ceſte regle trouuera-on auſſi tous les autres coſtez, en prenant la proportion de chacun entr'eux meſmes.

92. Item ſi le coſté d'vn pentagone fait 6, combien fera ſon diametre? Par la 90. queſtion eſt trouué que la proportion du diametre eſt auec le coſté, comme 5 à 8; pource dites, 5 font 8, combien font 6? facit $9\frac{3}{5}$ pour le diametre. Et pareillement peut-on auſſi operer par les ſuſdites regles en nombres irrationnaux.

93. Item, il y a vn cercle, duquel le diametre eſt 24, pour y trouuer ſon heptagone, diuiſez 360 degrez, toute la circonferẽce par 7, & en viendront 51 degrez 26 minutes, deſquels la moytié fait 25 degrez 43 minutes, deſquels le ſinus fait 43392; les meſmes doublez, & feront 86784. Dites, 200000 tout le diametre ſur leſquels les tables des ſinus ſont comptez, font 24, combien feront 86784? fait bien prés $10\frac{1}{5}$ pour le coſté d'vn heptagone, qui ſe peut faire en vn cercle qui a le diametre 24. Ainſi a le diametre proportion auec le coſté de l'heptagone, comme 30 à 13. Et pareillement trouuera-on tous les autres coſtez egaux qu'on veut faire en vn cercle.



94. Plus, il y a vn cercle duquel la circonference eſt 22, dedans luy eſt fait vn triangle A D C equilateral, ſi grand que faire ſe pouuoit. La demande eſt, combien eſt chacun coſté? Reſponce: Par la ſoixante-quatorzieſme propoſition le diametre fait 7, deſquels prenez $\frac{1}{4}$, qui fait $1\frac{3}{4}$ pour B F, & $1\frac{3}{4}$ pour F E, & $3\frac{1}{2}$ pour A E, & ſi on multiplie B F $1\frac{3}{4}$ auec F A $5\frac{1}{4}$, il en viendront $9\frac{3}{16}$, deſquels $\surd$ fait $\surd 9\frac{3}{16}$ pour D F le demy coſté dudit triangle, leſquels multipliez par 2, c'eſt à dire, par $\surd 4$, & en viendront $\surd 36\frac{3}{4}$ pour chacun coſté dudit triangle. Et ſi A D eſt rationnal, la perpendiculaire A F ſera touſiours irrationnale: & ſi on multiplie A F auec la moytié de D C, il y en viendront $\surd 253\frac{10}{128}$ pour l'aire. Ou poſez pour A D $1\mathcal{R}$, & D F ſera $\frac{1}{2}\mathcal{R}$, tirez le quadrat D F du quadrat A F, & du reſte tirez $\surd$, & en viendra $\surd\frac{3}{4}q$, egales à $5\frac{1}{4}$ pour A F, ou $\frac{3}{4}q$ ſeront egaux à $27\frac{9}{16}$: les meſmes diuiſez par $\frac{3}{4}q$, & en ſortiront $36\frac{1}{3}$ des meſmes tirez $\surd$, & ſera $\surd 36\frac{3}{4}$ pour A D. Ou multipliez le diametre A B 7 en ſoy, qui

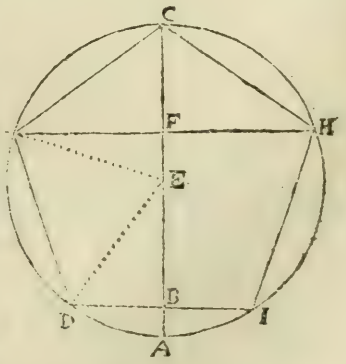
sont 49: des mesmes tirez le $\frac{1}{4}$, & resteront 36 $\frac{1}{4}$, des mesmes prenez $\surd$, & fera $\surd 36\frac{1}{4}$. Et si on tire le quadrat D F du quadrat A D, & qu'on tire $\surd$ du reste, il en viendront $5\frac{1}{4}$ pour A F. Et si on prend $\frac{1}{3}$ de $5\frac{1}{4}$, il en viendront $1\frac{3}{4}$ pour B F. Et si on adiouste A F $5\frac{1}{4}$ auec F B $1\frac{3}{4}$, il en viendront 7 pour A B tout le diametre, & l'aire du triangle auec l'aire du cercle a bien prés proportion comme 32 à 77.

95. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre est 8, dedans le mesme est fait vn quadrat si grand que faire se pouuoit. La demande est, combien contient vn costé? Responce: Multipliez 8 en soy, qui font 64, desquels prenez la moytié qui font 32: des mesmes tirez $\surd$, & fera $\surd 32$ pour chacun costé dudit quadrat.

Plus, il y a vn quadrat qui a de chacun costé $\surd 32$, combien fera le diametre d'vn cercle qui l'enclot? Responce: Le diametre du cercle fait autãt que la diagonale du quadrat, pource multipliez $\surd 32$ en soy, & feront 32: les mesmes doublez, & feront 64, desquels tirez $\surd$, & en viendront 8, pour la plus grande ligne qui se peut faire audit cercle ou quadrat.

Item, si le costé d'vn quadrat est vn nombre rationnal, sa diagonale sera irrationnale: & le contraire, si le dimetiens est rationnal, le costé du quadrat sera irrationnal.

96. Item, il y a vne circonference, dedans la mesme est fait vn pentagone D G C H I, & le diametre est 16. La demande est, combien soit le costé dudit pentagone, & chacune des autres lignes à part? Responce: Par la 90. prop. le costé du pentagone fera vn. $\surd 160 - \surd 1520$; & puis posez pour E F $1\mathfrak{R}$, F C fera $8 - 1\mathfrak{R}$. Maintenant si on tire le quadrat E F, qui fait $1q$ de E G 64, il en resteront $64 - 1q$; & pareillement si on tire le quadrat C F du quadrat C G, il en restera $16\mathfrak{R} + 96 - 1q - \surd 5120$, egaux à $64 - 1q$; fait $1\mathfrak{R}$ egale à $\surd 20 - 2$ pour E F: les mesmes tirez de C E 8, & il en resteront $10 - \surd 20$ pour C F.

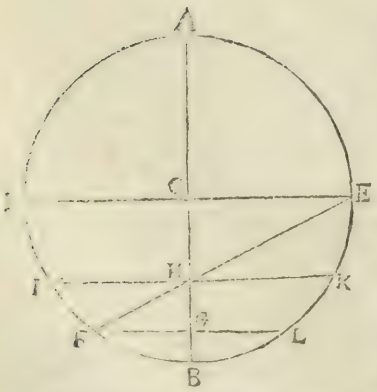


Plus, si on tire le qnadrat E F du quadrat E G, il en resteront $40 + \surd 320$: des mesmes tirez $\surd$, & fera vn. $\surd 40 + \surd 320$ pour F G; les mesmes doublez, & en viendront vn. $\surd 160 + \surd 5120$ pour G H. Encore prenez la moytié de D I vn. $\surd 160 - \surd 5120$, qui fait vn. $\surd 40 - \surd 320$

pour D B : le meſme quadrat tirez du quadrat D E, & du reſte tirez γ, & en viendront vn. $\gamma 24 + \gamma 320$ pour B E : les meſmes tirez de A E 8, & il en reſteront $8 - \text{vn.}\gamma 24 + \gamma 320$ pour A B.

Item, quand on multiplie G H en ſoy, il y en vient autant que ſi on multiplie G H en G C, & qu'on adiouſte auec le produit le quadrat GC, & par la quatre-vingt-ſixieſme propoſition, ſi on multiplie A B auec B C, il vient autant que ſi on multiplie B D en ſoy. Et ſi on multiplie F G vn. $\gamma 40 + \gamma 320$, auec 4 la moytié de C E, il en vient vn. $\gamma 640 + \gamma 81920$ pour l'aire du triangle C E G, deſquels la ſuperficie de tout le pentagone contient 5 fois autant.

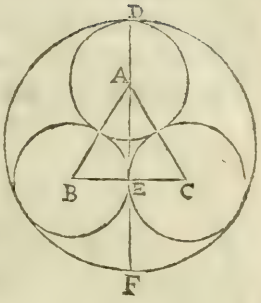
A C, 16.
A E, ou E C, D E, E G 8.
C F, $10 - \gamma 20$.
E F, $\gamma 20 - 2$.
B E, v. $\gamma 24 + \gamma 320$.
A B, $8 - \text{v.}\gamma 24 + \gamma 320$.
B D, v. $\gamma 40 - \gamma 320$.
F G, v. $\gamma 40 + \gamma 320$.
G H, v. $\gamma 160 + \gamma 5120$.
G C, v. $\gamma 160 - \gamma 5120$.



97. Plus, il y a vn cercle de deux diametres à rectangles A B & D E chacun de 10, & leur centre eſt C, & B C eſt diuiſé en 3 parties par H & G, dont HC fait $2\frac{1}{3}$; & le moyen proportionnal entre B G & G A, eſt F G, & fait 3; & puis eſt tiree vne ligne de F en E, laquelle tranche le diametre en H : adonc par la quarante-huitieſme propoſition fera E H $\gamma 31\frac{1}{4}$, & H F $\gamma 11\frac{1}{4}$: & par la cinquantieſme propoſition fera H G $1\frac{1}{2}$: & puis ſi on tire G C de B C, il en reſtera vn pour B G : adonc ſi B H eſt multiplié en H A, il en vient autant que ſi on multiplie F H en H E, ou I H en H K.

98. Plus, il y a vn cercle, duquel le diametre D F fait 12, & dedans luy ſont faits 3 autres cercles egaux & ſi grands qui peuuent entrer en cedit cercle. La demande eſt, combien ſoit vn de leur diametre?

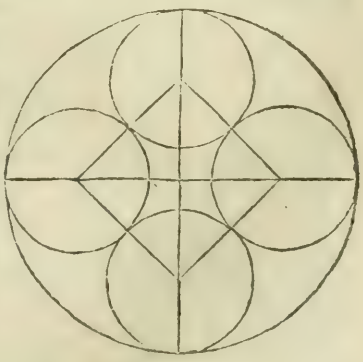
Posez que les 3 centres soient A, B, C, & puis tirez de chacun à l'autre vne ligne, & en viendra vn triangle A B C equilateral, dont chacun costé fait autant que le diametre d'vn des petits cercles. Prenez donc que A B soit 1 ℛ, A E fera par la quarante-neufiesme proposition $\sqrt{\frac{3}{4}}\,q$, desquels tirez le $\frac{1}{3}$, & en restera $\sqrt{\frac{1}{3}}\,q$, laquelle adiouſtez auec A D, qui est la moytié autant que A B, & fera $\frac{1}{2}$ ℛ $+\sqrt{\frac{1}{3}}\,q$ egale à 6, & 1 ℛ sera egale à $\sqrt{1728}-36$.



99. Plus, si on dit il y a 3 cercles egaux, desquels chacun diametre fait 9, combien sera le diametre d'vn autre cercle qui enclot lesdits 3 cercles au plus prés que faire se peut? Responce: Multipliez touſiours le diametre d'vn petit cercle par $1+\sqrt{1\frac{1}{3}}$, & il en viendra le plus grand diametre qui fera icy $9+\sqrt{108}$.

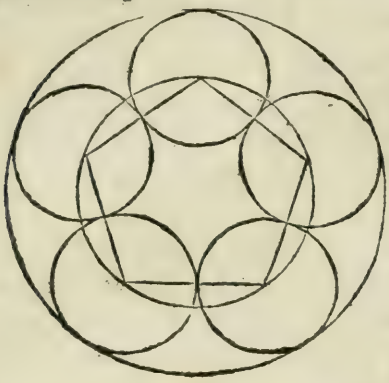
Autrement: Multipliez A C 9 en soy, & en viendront 81, & la moytié de 9, qui est $4\frac{1}{2}$ pour C E en soy font $20\frac{1}{4}$: les mesmes tirez de 81, & il resteront $\sqrt{60\frac{3}{4}}$ pour A E; des mesmes tirez $\frac{1}{3}$, & en restera $\sqrt{27}$; auec les mesmes adiouſtez A D $4\frac{1}{2}$, & feront $4\frac{1}{2}+\sqrt{27}$ pour le demi-diametre, & $9+\sqrt{108}$ pour le diametre entier, qui ont proportion auec 9, comme $1+\sqrt{1\frac{1}{3}}$ à vn, ou comme vn à $\sqrt{12}-3$.

100. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, dedans le mesme sont faits 4 autres cercles d'vne grandeur, de sorte qu'il n'y en peut entrer de plus grands. La demande est, combien est chacun diametre? Posez que chacun soit 1 ℛ, lequel multipliez en soy, & en viendra 1 q, lequel doublez, & il fera 2 q: des mesmes tirez $\sqrt{}$, & fera $\sqrt{2}\,q$: aux mesmes adiouſtez 1 ℛ, & en viendra 1 ℛ $+\sqrt{2}\,q$ egaux à 12; fait 1 ℛ egale à $\sqrt{288}-12$. Ou si on diuise le plus grand diametre par $1+\sqrt{2}$, il en vient auſſi vn des moindres diametres. Ou si on multiplie les 12 auec $\sqrt{2}-1$, il en viendront auſſi $\sqrt{288}-12$, qui ont proportion auec 12, comme $\sqrt{2}-1$ à 1.

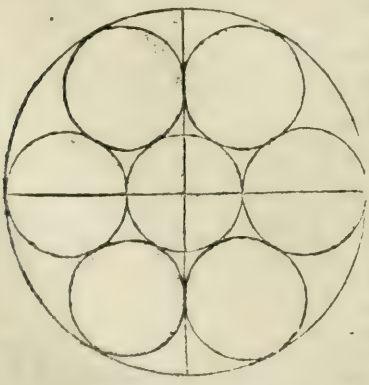


101. Plus, il y a 4 cercles d'vne grandeur, desquels chacun diametre fait $\sqrt{288}-12$, & on les veut enfermer d'vn autre cercle auſſi prés que

faire ſe peut, combien ſera le diametre du plus grand cercle? Poſez 1 ♌, & puis multipliez $\sqrt{288}-12$ en ſoy, & auec le double du produit adiouſtez $\sqrt{288}-12$, & en viendra 12 pour le plus grand diametre; ou ſi on multiplie $\sqrt{288}-12$ par $1+\sqrt{2}$, il en viendra auſſi 12.



102. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 4, & en la meſme circonference ſont faicts 5 autres cercles d'vne grandeur, & chacun touche l'autre, & tous les 5 centres viennent ſur la meſme circonference, & puis vn autre cercle plus grand les enferme ſi prés que faire ſe peut. La demande eſt, combien ſera chacun diametre? Reſponce: Sçachez, ſuiuant la 90. prop. que la proportion du diametre au coſté de ſon pentagone eſt comme 24 à v. $\sqrt{360}-\sqrt{25920}$; adonc par la regle de trois le coſté du pentagone d'vn cercle, qui a 4 pour diametre fera v. $\sqrt{10}-\sqrt{20}$, & autant fera auſſi le diametre d'vn des 5 cercles egaux, leſquels adiouſtez auec le diametre du moyen cercle, qui eſt 4, & en viendra $4+$v. $\sqrt{10}-\sqrt{20}$ pour le diametre du cercle qui enferme tous les autres cercles, & fait bien prés $6\frac{7}{10}$.

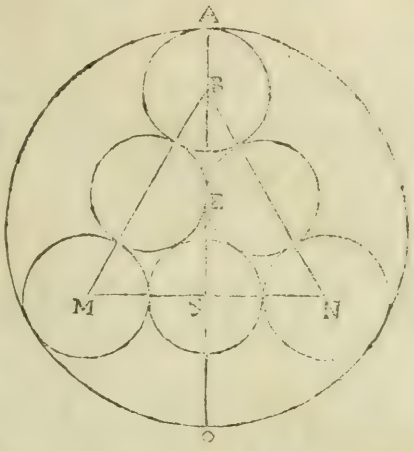


103. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, qui enferme 7 autres cercles d'vne grandeur, dont les 6 viennent en rondeur, & le ſeptieſme a le meſme centre du plus grand cercle. La demande eſt, combien eſt chacun diametre des petits cercles? Reſponce: Prenez $\frac{1}{3}$ de 12, qui fait 4, pour le diametre d'vn moindre cercle. Et ſi on dit il y a 7 cercles d'vne grandeur, deſquels chacun diametre fait 4, & on les veut enfermer enſemble par vn autre cercle, combien ſera le diametre du cercle qui les les doit enfermer? Reſponce: Multipliez le diametre d'vn moindre cercle par 3, & en viendront 12 pour le plus grand diametre.

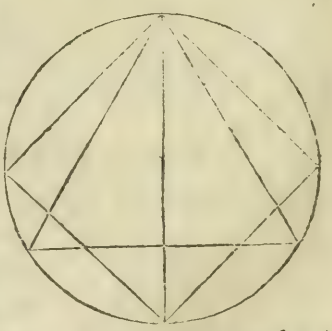
Car ſi on fait 6 cercles egaux en vn cercle, au milieu il y reſte vne place,

place, à la meſme il y entre vn des meſmes cercles, à cauſe que le demi-diametre d'vn cercle donne le coſté d'vn exagone audit cercle.

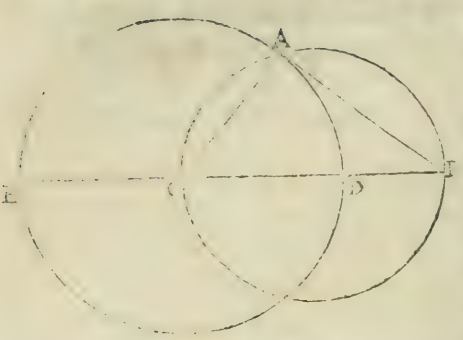
104. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, dedans luy ſont faits 6 autres cercles d'vne grandeur, & de ſorte que chacun touche l'vn l'autre en forme d'vn triãgle, & les trois extrémes touchent la circonference du plus grand cercle. La demande eſt, combien eſt le diametre d'vn chacun deſdits petits cercles? Reſponce: Poſez qu'il ſoit 1 ☍, adonc fera vn coſté du triangle R M N 2 ☍, & par la cinquantieſme propoſition fera R S $\sqrt{3}\,q$, deſquels prenez $\frac{1}{3}$, qui fait $\sqrt{\frac{1}{3}}\,q$, & reſteront $\sqrt{\frac{12}{9}}\,q$, aux meſmes adiouſtez A R, qui eſt $\frac{1}{2}$ ☍, & en viendra $\frac{1}{2}$ ☍ $+\sqrt{\frac{12}{9}}\,q$, egale à 6, qui eſt le demi-diametre A E, & 1 ☍ eſt egale à $\sqrt{40\frac{152}{169}} - 2\frac{10}{13}$, pour vn diametre des petits cercles.



105. Plus, il y a vn cercle dedans le meſme eſt fait vn triangle equilateral, & vn quadrat, ſi grand qui ſe peut faire; de ſorte que ſi on multiplie le coſté du quadrat auec le coſté du triãgle, il en vient $\sqrt{}$ 7776. La demande eſt, combien eſt chacun coſté, & auſſi le diametre? Reſponce: Pour faire ceſte queſtion, il faut ſçauoir, que les deux coſtez du quadrat & du triangle ont proportion enſemble, comme $\sqrt{}$ 1 à $\sqrt{1\frac{1}{2}}$. Poſez donc que le coſté du quadrat ſoit $\sqrt{1}\,q$, le coſté du triangle fera $\sqrt{1\frac{1}{2}}\,q$, leſquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront $\sqrt{1\frac{1}{2}}\,q\,q$, egaux à $\sqrt{}$ 7776, & 1 q eſt egal à 72, & 1 ☍ eſt egale à $\sqrt{}$ 72, pour le coſté du quadrat: & puis dites, ſi $\sqrt{1}\,q$ donne $\sqrt{}$ 72, combien donnera $\sqrt{1\frac{1}{2}}\,q$? fait $\sqrt{}$ 108, pour le coſté du triangle, & par la 48. prop. fera le diametre 12.

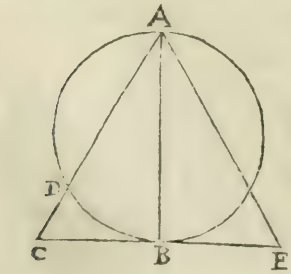


106. Plus, il y a deux cercles inegaux ſur vne ligne droicte B E, dont C eſt le centre du maieur cercle, & D C eſt ſon demi-diametre, & les 2 circonferences ſe couppent en A, & la ligne de A en B fait 6, & B D fait 2. La demande eſt, combien eſt chacun diametre? Reſponce:



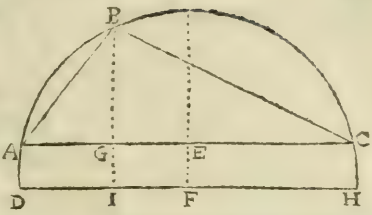
Posez que D C soit 1 ☍, A C fera aussi 1 ☍, & B C fera 1 ☍ + 2, lesquels multipliez en soy, & en viendrõt 1 q + 4 ☍ + 4, desquels tirez le quadrat A B 6, & en resteront 1 q + 4 ☍ — 32, egaux au quadrat A C qui fait 1 q, & 4 ☍ sont egales à 32, & 1 ☍ egale à 8 pour C D, 16 pour le diametre D E, & 10 pour B C.

107. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre F G fait 10, sur lequel pendent deux moyens proportionnaux A B & D E, dont A B fait ℽ 24, & D E fait 4. La demande est, combien soit F B, B C, C E, E G? Responce: Posez que E G soit 1 ☍, F E fera 10 — 1 ☍, lesquels multipliez l'vn par l'autre, & en viendront 10 ☍ — 1 q, egaux à 16, qui est le quadrat de E D, & 1 ☍ fera 2 pour E G; & pareillement trouuez F B, & en viendront 4, lesquels adioustez auec 2, & feront 6: les mesmes tirez de 10, & resteront 4 pour B E, & encore posez pour C E 1 ☍, B C fera 4 — 1 ☍, ponrce si 1 ☍ donne 4, les 4 — 1 ☍ donneront $\frac{16-4\text{☍}}{1\text{☍}}$ egaux à ℽ 24, & 32 sont egaux à 1 q + 16 ☍, & 1 ☍ est egales à ℽ 96 — 8 pour C E, & 12 — ℽ 96 pour B C.



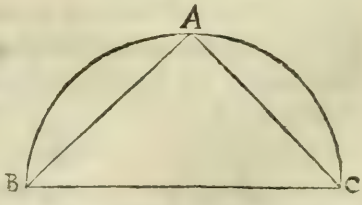
108. Plus, il y a vn cercle duquel A B est le diametre qui fait autant que le cathete A B d'vn triangle A E C equilateral, & la partie D C qui passe outre le cercle fait 4. La demande est, combien est vn costé dudit triangle, & aussi le diametre du cercle? Posez pour A D 1 ☍, A C fera donc 1 ☍ + 4, & B C fera $\frac{1}{2}$ ☍ + 2. Et puis si on multiplie A C en C D, il en vient autant que si on multiplie B C en soy, & il en viendra 4 ☍ + 16, egaux à $\frac{1}{4}$ q + 2 ☍ + 4, & 1 ☍ est egale à 12 pour A D, lesquels adioustez auec D C, & en viendront 16 pour A C, & par la 49. prop. fera A B ℽ 192.

109. Plus, il y a vn demi-cercle duquel le diametre est DH: dedans

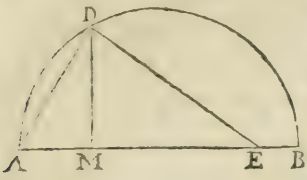


le meſme eſt fait vn triangle ambligone A B C, dont A B fait 4, B C 12, A C 14, & la circonference touche les 3 coings en A B & C. La demande eſt, combien ſera le diametre dudit demi-cercle ? Reſponce : Premierement, cherchez l'aire dudit triangle par la cinquante-vniéme propoſition, & en viendront γ 495; les meſmes diuiſez par 7, ou γ 49, qui eſt la moytié de A C, & il en viendront γ 10 $\frac{5}{49}$ pour B G, & par la cinquante-cinquieſme propoſition ſera G C 11 $\frac{4}{7}$, & A G 2 $\frac{3}{7}$, & la moytié de A C fait 7, deſquels tirez A G, & reſteront 4 $\frac{4}{7}$ pour E G ou F I. En apres poſez pour E F 1 $\mathcal{R}$, laquelle multipliez en ſoy, & ſera 1 q, le meſme adiouſtez auec le quadrat A E, & en viendra 1 q + 49 : des meſmes tirez γ, & il ſera γ 1 q + 49 pour le demi-diametre D F. En apres adiouſtez G E ou F I qui fait 4 $\frac{4}{7}$ auec le demi-diametre, & en viendra 4 $\frac{4}{7}$ + γ 1 q + 49 pour H I, & puis tirez 4 $\frac{4}{7}$ du demi-diametre, & en reſtera γ 1 q + 49 — 4 $\frac{4}{7}$, leſquels deux produits multipliez l'vn par l'autre, & en viendra 1 q + 28 $\frac{5}{49}$, egaux à 1 q + γ 40 $\frac{20}{49}$ q + 10 $\frac{5}{49}$, qui eſt le quadrat de 1 $\mathcal{R}$ + γ 10 $\frac{5}{49}$ de B I, & en viendront γ 40 $\frac{20}{49}$ q, egaux à 18, & 1 $\mathcal{R}$ egale à γ 8 $\frac{1}{55}$ pour E F ou G I. Maintenant ſi on adiouſte le quadrat A G qui fait 49 auec le quadrat E F qui fait 8 $\frac{1}{55}$, il en viendront 57 $\frac{1}{55}$: des meſmes tirez γ, & ſera γ 57 $\frac{1}{55}$ pour le demy, & γ 228 $\frac{4}{55}$ pour tout le diametre D H.

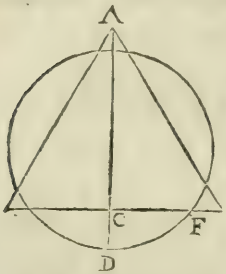
110. Plus, il y a vn demi-cercle, dedans lequel y a vn triangle A B C qui fait vn demy quadrat, pource que A B eſt ſi long que A C, & tous les 3 coſtez A B, A C & B C font enſemble v. γ 432 + γ 165888, combien fait chacun coſté pour ſoy ? Reſponce : Tirez γ de 432 + γ 165888 en ceſte maniere : multipliez la moytié des 432 en ſoy, & en viendront 46656, deſquels tirez la moytié de γ 165888, qui eſt 41472, il en reſteront 5184, deſquels tirez γ, qui fait 72 : les meſmes adiouſtez auec 216, & en viendront 288, & puis tirez auſſi 72 de 216, & reſteront 144, deſquels deux produits tirez γ, & en viendront 12 + γ 288 : les meſmes diuiſez par 2 + γ 2, à cauſe ſi A B fait 1, A C fera auſſi 1, qui font 2, & B C fera γ 2, & les trois coſtez enſemble font 12 + γ 288 : dites 2 + γ 2 font 12 + γ 288, combien fera A B qui eſt 1, & en viendront γ 72 pour A B ou



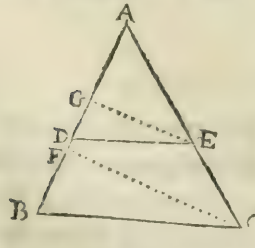
A C, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fait B C 12.



111. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel le diametre A B fait 7: dedans le meſme eſt fait vn triangle A E D couchant ſur le diametre, & l'angle D & A touche la circonference, & A E fait 5, & A D fait 3. La demande eſt, combien ſoit D E? Poſez que A M ſoit 1 ℛ, M B fera 7 — 1 ℛ, leſquels multipliez par 1 ℛ, & en viendra 7 ℛ — 1 q: aux meſmes adiouſtez le quadrat A M qui eſt 1 q, & en viendra 7 ℛ egales à 9, le quadrat de A D, & 1 ℛ egale à $1\frac{2}{7}$ pour A M. En apres trouuez D M par la 49. prop. & il fera ℽ $7\frac{17}{49}$. Encore tirez A M de A E, & il reſtera $3\frac{5}{7}$ pour M E, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera D E ℽ $21\frac{7}{49}$.

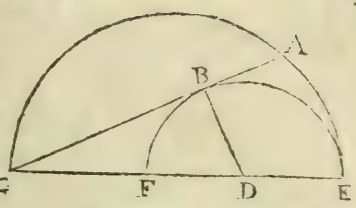


112. Plus, il y a vn cercle duquel le diametre fait 12, & encore il y a vn triangle equilateral, duquel le cathete A C fait auſſi 12, qui couche ſur le diametre que la circonference comprend les 3 coſtez du triangle de l'vn autant de longueur que de l'autre. La demande eſt, combien ſoit chacune partie couppee dans ledit cercle, c'eſt à dire, combien ſoit le double de C F? Prenez la moytié du diametre qui fait 6, & ſon quadrat fait 36. Encore prenez le $\frac{1}{3}$ de A C qui fait 4, & ſon quadrat fait 16: les meſmes tirez de 36, & il en reſteront 20: des meſmes tirez ℽ, & fera ℽ 20, deſquels le double fait ℽ 80 pour toute la partie couppee dedans ledit cercle qu'on a demandé.

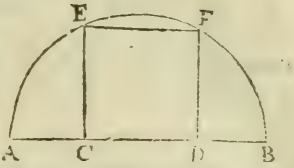


113. Plus, il y a vn triangle A B C, duquel A B fait 14, A C 15, & B C 13. En ce triangle eſt tiree vne ligne D E qui fait 8, & A E fait 9. La demande eſt, combien ſoit A D? Reſponce: Tirez deux perpendiculaires ſur A B qui ſont C F & E G, & la longueur C F fera par la cinquante-quatrieſme propoſition 12, & pour trouuer E G. Dites A C 15 font C F 12, combien font A E 9? facit $7\frac{1}{5}$, & par la 49. propoſition fera A F, & B F 5. Plus, dites A C 15 font A F 9, combien font A E? facit $5\frac{2}{5}$ pour A G. Plus, tirez le quadrat E G du quadrat D E, & ℽ du reſte fera ℽ $12\frac{4}{25}$ pour D G; les meſmes adiouſtez auec $5\frac{2}{5}$, & il fera $5\frac{2}{5} + ℽ 12\frac{4}{25}$ pour A D.

114. Plus, sur vne ligne C E sont faits deux demi-cercles, desquels les circonferences se rencontrent en E, & puis est tiree vne ligne de C en A, laquelle touche le moindre cercle en B; de sorte que A B fait 6, & B C 10. La demande est, combien soit E F le moindre diametre, & F C qui est la difference du moindre & plus grand diametre? Responce: Comme C A a proportion auec C E, ainsi a C B auec C D, pour ce mettez pour D C 1 ℛ, & dites si 10 donnent 1 ℛ, combien donneront 16? fait $1\frac{3}{5}$ ℛ pour E C: puis tirez 1 ℛ de $1\frac{3}{5}$ ℛ, & resteront $\frac{3}{5}$ ℛ pour E D ou D F, ou D B. En apres par la quarente-huitiesme proposition fera C D $\frac{9}{25}q + 100$, egaux à 1 q, & $12\frac{1}{2}$ seront egaux à 1 ℛ, qui est pour D C: pource dites, si 1 ℛ donne $12\frac{1}{2}$, combien donneront $\frac{3}{5}$ ℛ? fait $7\frac{1}{2}$ pour E D, & 15 pour E F, & 20 pour E C.

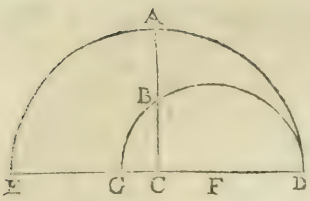


115. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel le diametre A B fait 12, dedans luy est fait vn quadrat le plus grand que faire se peut. La demande est, combien fera chacun costé? Responce: Posez que C D soit 1 ℛ, pource il faudra que les deux residus A C & D B soient $12 - 1$ ℛ, desquels la moytié fait $6 - \frac{1}{2}$ ℛ pour A C ou B D; les mesmes adioustez auec C D, & feront $\frac{1}{2}$ ℛ $+ 6$, lesquels multipliez par $6 - \frac{1}{2}$ ℛ, & en viendra $36 - \frac{1}{4}q$, egaux à 1 q, qui est le quadrat d'vn costé, & les $\frac{5}{4}q$ seront egaux à 36, & 1 ℛ fera $\sqrt{}\,28\frac{4}{5}$ pour chacun costé dudit quadrat.

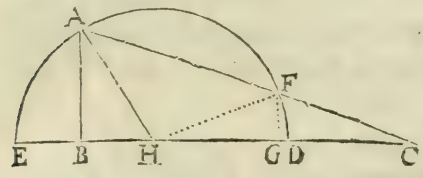


Autrement: Posez pour chacun costé 1 ℛ, & puis adioustez le quadrat d'vn costé auec le quadrat du demi-costé ensemble, & il en vient $\frac{5}{4}q$, egaux à 36, qui est le quadrat du demi-diametre, & 1 ℛ fait $\sqrt{}\,28\frac{4}{5}$. Autrement: Sçachez que la proportion du diametre est auec le costé du quadrat, comme $\sqrt{}\,5$ à 1, pource diuisez 12 par $\sqrt{}\,5$, & il en viendront aussi $\sqrt{}\,28\frac{4}{5}$.

116. Plus, il y a vn demi-cercle, duquel E D est le diametre, sur le mesme est fait vn autre demi-cercle, duquel le diametre fait D G, lesquels deux diametres ont telle proportion ensemble, que si on diuise le plus grand demi-cercle en deux quadrants par A C, adonc la mesme ligne coupe la moindre circonference; de sorte que A B fait 4, & la partie G E fait 6. La demande est, combien soit chacun dia-



metre? Reſponce: Poſez pour C G 1 ℞, D C fera donc 6 + 1 ℞. Car G E fait 6, & G C fait 1 ℞, qui ſont enſemble 1 ℞ + 6. Et pource que D E eſt diuiſé en deux parties egales, il faut que C D ſoit auſſi 1 ℞ + 6. Apres multipliez C G en C D, & il en viendra 1 *q* + 6 ℞: des meſmes tirez $\sqrt{}$, & le produit adiouſtez auec A B, & il en viendra 4 + $\sqrt{}$ 1 *q* + 6, egaux à 1 ℞ + 6, ou 1 ℞ + 2, egales à $\sqrt{}$ 1 *q* + 6 ℞, & 1 ℞ egale à 2 pour G C, leſquels adiouſtez auec C E, & il fera 8 pour E C, & 16 pour E D: & puis adiouſtez G C auec D C, & en viendra 10 pour G D le moindre diametre.



117. Plus, il y a vne ligne droicte E C, ſur laquelle eſt fait vn demi-cercle, duquel le diametre eſt E D & la ligne pendante, où le moyen proportionnal A B fait 4, & de A en C eſt tiree vne ligne, laquelle couppe la circonference en F; tellemẽt que A F fait $\sqrt{}$ 50 & F C $\sqrt{}$ 450. La demande eſt, combien eſt le diametre dudit cercle? Reſponce: Premierement, adiouſtez A F auec F C qui feront $\sqrt{}$ 800, & puis par la quarante-huitieſme propoſition fera B C 28. Plus, tirez vne perpendiculaire occulte ſur B C qui ſoit F G: adonc comme A B a proportion auec B C, ainſi a F G auec G C. Poſez que F G ſoit 1 ℞, & dites C F $\sqrt{}$ 450 font F G 1 ℞, combien feront A C $\sqrt{}$ 800? facit $\sqrt{\frac{800}{450}}$ *q*, egaux à 4, & 1 *q* eſt egal à 9, & 1 ℞ à 3 pour F G. En apres par la cinquantieſme propoſition fera G C 21; les meſmes tirez de B C 28, il reſteront 7 pour B G. Encore poſez pour B H 1 ℞, G H fera 7 — 1 ℞, & le quadrat A B auec le quadrat B H fait 1 *q* + 16, qui eſt egal au quadrat F G, & G H qui font enſemble 1 *q* + 58 — 14 ℞, & 1 ℞ eſt egale à 3 pour B H; les meſmes tirez de B G 7, il reſteront 4 pour H G; & par la quarante-huitieſme propoſition fera A H, ou H F 5 pour le demi-diametre, & 10 pour D E tout le diametre.

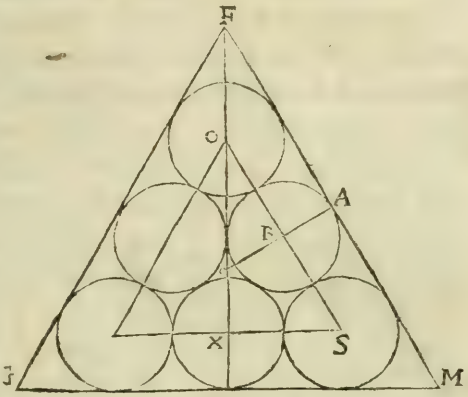
Autrement: mais ſeulement quand l'angle A H F eſt vn rectangle. Prenez la moytié de 50 qui font 25, deſquels tirez $\sqrt{}$, & fera 5 pour A H le demi-diametre, ou poſez pour A H 1 ℞, H F fera auſſi 1 ℞, & leurs quadrats enſemble font 2 *q*, qui ſont egaux à 50, le quadrat de $\sqrt{}$ 50, & 1 *q* fera 25, & 1 ℞ ſera egale à 5.

118. Plus, il y a $\frac{1}{8}$ part d'vn cercle, duquel C fait le centre, & de A

ſ'ay veu la figure, elle eſt bien obſcure par la diſtance

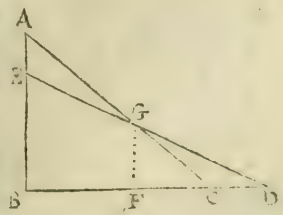
ſur B C vient vne ligne perpend. à rectangles en D, en ſorte que B D fait 4. La demande eſt, combien ſoit le diametre A C auec B C ? Reſponce: Poſez pour D C 1 ℞, A C ſera 1 ℞ + 4, leſquels multipliez en ſoy, & en viendront 1 q + 8 ℞ + 16, egaux à 2 q, qui eſt le quadrat de A D & D C, & en viendra 1 ℞ egale à 4 + ν 32 pour D C, leſquels adiouſtez auec D B, & il ſera 8 + ν 32 pour B C, leſquels doublez, & en viendra 16 + ν 128 pour tout le diametre.

119. Plus, il y a vn triangle equilateral, en iceluy ſont faicts ſix cercles d'vne grãdeur, ſi prés l'vn de l'autre que faire ſe peut, & chacun diametre d'eux fait 4. La demande eſt combien eſt vn coſté dudit triangle ? Reſponce: Par la quarante-neufiéme propoſition la perpendiculaire O X ſera ν 48, deſquels $\frac{1}{3}$ fait ν $\frac{48}{9}$ de B au centre C, & A C ſera 2 + ν $\frac{48}{9}$. Adonc comme B C a proportion auec B O, ainſi a A C auec A F: pource dites ſi B C donne B O, combien donnera A C ? qui fait 4 + ν 12 pour A F, leſquels doublez, & ils feront 8 + ν 48 pour chacun coſté dudit triangle G M F.

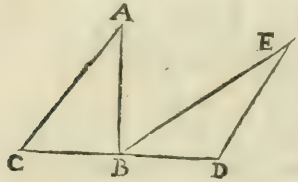


120. Item, pour faire le contraire, prenez qu'vn coſté dudit triangle ſoit 8 + ν 48, pour ſçauoir combien eſt chacun diametre deſdits 6 cercles, ſçachez que le coſté du triangle a proportion auec chacun diametre, comme 2 + ν 3 auec 1; pource dites 2 + ν 3 font 1, combien font 8 + ν 48 ? diuiſez les 8 + ν 48 par 2 + ν 3, c'eſt à dire, multipliez les 8 + ν 48 auec le reſidu des 2 + ν 3, & en viendront 4 pour chacun diametre.

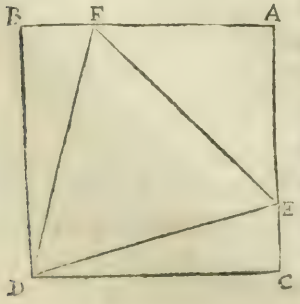
121. Plus, il y a deux lignes A B & B D miſes à rectangles en B, & de A eſt tiree vne autre ligne ſur B D en C; tellement que C D fait 30, & C B 60. En apres eſt tiree vne autre ligne de D ſur A B en E; en ſorte que A E fait 20, & E B 60. La demande eſt, combien ſoit E G, G D, C G, G A chacun pour ſoy ? Reſponce: Cherchez par la quarante-huitieſme propoſition A C qui



fait 100, & $\sqrt{}$ 11700 pour E D, & pour C G posez 1 ℞, A G sera 100 — 1 ℞, & puis diuisez B D par C D, & en viendront 3. En apres multipliez G A par E B, & en viendront 6000 — 60 ℞. Encore multipliez C G, qui est 1 ℞ par A E qui est 20, & en viendront 20 ℞, par lesquels diuisez 6000 — 60 ℞, & en viendront $\frac{6000 - 60\ ℞}{20\ ℞}$ egaux à 3, ou 120 ℞ egales à 6000, & 1 ℞ egale à 50 pour C G, lesquels tirez de 100, & resteront 50 pour G A: & ainsi se trouuent les autres deux lignes, & en viendront $\sqrt{}$ 1300 pour E G, & $\sqrt{}$ 5200 pour G D: & pource que A C fait 100, & C G 50, il faut que G A faille aussi 50, & la perpendiculaire G F diuisera la ligne C B en deux parties egales, pourtant B F sera 30, F C 30, F G 40, & ainsi se trouuent les lignes C G, G A, E G, G D, si bien quand l'angle B est droict que non droict.



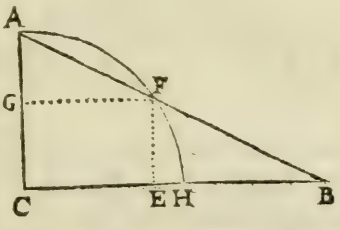
122. Plus, il y a vne ligne D C diuisee en deux parties egales en B, desquelles chacune fait 6, sur laquelle est fait vn triangle A B C rectangle en B, duquel A B fait 8, & A C 10, & son aire fait 24; & puis apres s'encline le poinct A vers la base; en sorte que toute l'aire ne tient plus que 20, comme l'angle B D E demonstre, & le costé B D est egal à B C, & D E est egal à B A. La demande est, combien est la ligne B E? Responce: Posez pour E B 1 ℞, & puis adioustez les 3 costez ensemble, qui feront 14 + 1 ℞, desquels prenez la moytié qui font 7 + $\frac{1}{2}$ ℞; des mesmes tirez chacun costé, & en restera 1 + $\frac{1}{2}$ ℞, $\frac{1}{2}$ ℞ — 1, & 7 — $\frac{1}{2}$ ℞, & puis multipliez 1 + $\frac{1}{2}$ ℞ par $\frac{1}{2}$ ℞ — 1, & il en viendra $\frac{1}{4}$ q — 1. Encore multipliez 7 + $\frac{1}{2}$ ℞ par 7 — $\frac{1}{2}$ ℞, & en viendront 49 — $\frac{1}{4}$ q, lesquels multipliez par $\frac{1}{4}$ q — 1, & en viendront 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq — 49: des mesmes prenez $\sqrt{}$, & fera $\sqrt{}$ 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq — 49, egaux à 20, ou 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq — 49, egaux à 400, quadrat de 20, adiouſtez les 49 auec 400, & feront 449: ainsi seront 12 $\frac{1}{2}$ q — $\frac{1}{16}$ qq egaux à 449, & 1 qq sera egal à 200 q — 7184, & 1 q sera egal à 100 + $\sqrt{}$ 2816, & 1 ℞ sera egale à v. $\sqrt{}$ 100 + $\sqrt{}$ 2816, qui est bien prés de 12 $\frac{1}{5}$ pour B E.



123. Plus, il y a vn quadrat A B C D de chacun costé 8, dedans luy est fait vn triangle equilateral au plus grand que faire se peut. La demande est, combien soit le costé? Responce:

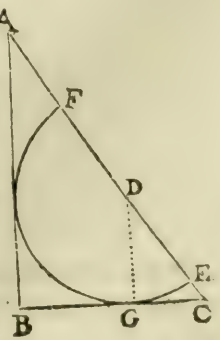
ſponce: Poſez que B F ſoit 1 ℞, A F ſera 8 — 1 ℞, & le quadrat F B auec le quadrat B D ſera 1 q + 64, deſquels tirez ν, & en viendra ν 1 q + 64 pour F D, ou le coſté dudit triangle. En apres adiouſtez le quadrat A F auec le quadrat A E, & du produit tirez ν, & en viendra 128 — 32 ℞ + 2 q, egaux à 1 q + 64, & 1 ℞ eſt egale à 16 — ν 192 pour F B: & puis par la quarante-huitieſme propoſition il fera v. ν 512 — ν 196608 pour vn coſté dudit triangle, qui eſt bien prés de 8 $\frac{1}{7}$.

124. Plus, il y a vne ligne droicte B C, ſur laquelle eſt fait la quatrieſme partie d'vn cercle, duquel le demi-diametre C H ou A C fait 75, & de A eſt tiree vne ligne en B, tranchant la circonference en F, & de F eſt tiree vne parallele à B C, laquelle eſt F G; tellement que A G fait 54, & G C 21. La demande eſt, combien ſoit H B? Reſponce: Tirez vne perpendiculaire de F en E, & adiouſtez G C auec A C, & en viendront 96, leſquels multipliez par 54, & en viendront 5184, deſquels tirez ν, & en viendront 72 pour G F. Adonc comme A G a proportion auec F G, ainſi a A C auec C B, & en viendront 100 pour B C, deſquels tirez F G, & reſtera 28 pour E B; en apres tirez C E de C H, & reſteront 3 pour H E, & auſſi prenez C H de C B, & en reſteront 25 pour H B.



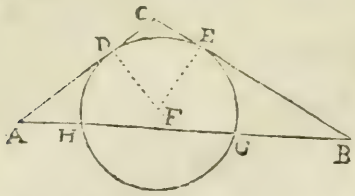
125. Itẽ, poſez que A B ſoit 125, & B H 25, cõbien fera le demi-diametre du cercle? Poſez qu'il ſoit 1 ℞, & C B fera 1 ℞ + 25, & puis adiouſtez le quadrat A C auec le quadrat C B, & en viendront 2 q + 50 ℞ + 625 egaux à 15625, & 1 ℞ fait 75 pour A C le demi-diametre.

126. Plus, il y a vn triangle A B C rectangle en B, duquel A B fait 8, B C 6: dedans luy eſt fait le plus grand demi-cercle que faire ſe peut. La demande eſt, combien fera le diametre? Reſponce: La raiſon requiert que le diametre vienne en la ligne diagonale, & qu'il fera deux fois autant que le coſté du plus grand quadrat qui ſe peut faire dedans ledit triangle, qui fait par la 72. prop. 6 $\frac{6}{7}$.

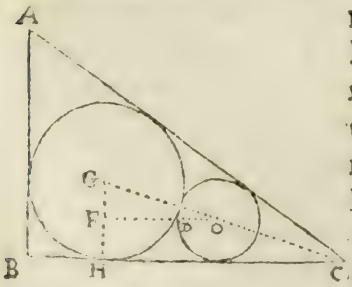


127. Il y a vn triangle rectangle, duquel l'hypothenuſe A C fait 10, ſur lequel eſt fait vn demi-cercle, qui a le diametre de 6 $\frac{6}{7}$, qui eſt E F, & la circonference touche la baſe & cathete, & E C fait $\frac{6}{7}$. La demande eſt, cõbien ſoit A B & B C?

Reſponce: Adiouſtez $\frac{6}{7}$ auec $3\frac{3}{7}$, qui eſt le demi-diametre, & il en viendra $4\frac{3}{7}$, & puis dites, ſi $4\frac{3}{7}$ donnent $3\frac{3}{7}$, qui eſt D G, combien donnera A C qui eſt 10, il en viendra 8 pour A B. En apres tirez le quadrat A B du quadrat A C, & du reſte tirez $\mathcal{V}$, & en viendra 6 pour B C.



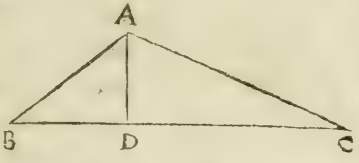
123. Plus, il y a vn triangle A B C obtus-angle, duquel le coſté A C auec le coſté B C fait 46, ſur leſquelles deux lignes couche vn cercle, qui touche en D & E, & la tierce ligne A B paſſe par le cercle; tellement que la ligne G H qui eſt dedans ledit cercle fait 11, & G B fait 21, & A H fait 5. La demande eſt, combien eſt B C & A C chacun pour ſoy? Reſponce: Poſez que B E ſoit 1 ℞, & ſon quadrat fera 1 q, qui eſt egal à 672, leſquels ſont venus de B H en B G, & $\mathcal{V}$ 672 fera B E: & pareillement multipliez A G par AH, il en viendra 80, egaux à 1 q, & A D fera $\mathcal{V}$ 80. Leſdits deux produits adiouſtez enſemble, feront $\mathcal{V}$ 672 + $\mathcal{V}$ 80, leſquels tirez de 46, & en reſteront 46 — L. $\mathcal{V}$ 672 + $\mathcal{V}$ 80 pour D C & C E, & la moytié de ceſte ſomme fera 23 — L. $\mathcal{V}$ 168 + $\mathcal{V}$ 20 pour D C ou C E, leſquels adiouſtez auec A D $\mathcal{V}$ 80, & en viendront 23 + $\mathcal{V}$ 20 — $\mathcal{V}$ 168 pour A C; & puis adiouſtez 23 — L. $\mathcal{V}$ 168 + $\mathcal{V}$ 20, auec $\mathcal{V}$ 672, & en viendront 23 + 168 — $\mathcal{V}$ 20 pour B C.



129. Plus, il y a vn triangle rectangle A B C, duquel A B fait 6, & B C 8, dedans iceluy ſont faicts deux cercles inegaux, de telle ſorte que la plus grande circonference touche les 3 coſtez dudit triangle, & la moindre circonference touche la baſe & l'hypothenuſe, & la plus grande circonference. La demande eſt, combien eſt chacun diametre? Reſponce: Les 3 coſtez dudit triangle font enſemble 24, & l'aire par la cinquante-vnieſme propoſition fait 24. Poſez pour le plus grand demi-diametre 1 ℞, le meſme multipliez auec la moytié des 3 coſtez, qui ſont 12, & en viendront 12 ℞ egales à 24, & 1 ℞ eſt egale à 2, & pour le plus grand diametre il en viennent 4. En apres poſez que le moindre demi-diametre O D ſoit 1 ℞, F G ſera 2 — 1 ℞, & O G ſera 1 ℞ + 2. Adonc comme G H a proportion auec H C, ainſi a G F auec F O, en diſant 2

font 6 (car B C fait 8, & B H fait 2) combien feront 2 — 1 ℛ ? qui fait 6 — 3 ℛ pour F O, lesquels multipliez en soy, & adiouſtez le produit auec le quadrat F G, & en viendront 40 — 40 ℛ + 10 q, egaux à 4 + 4 ℛ + 1 q, & 44 ℛ egales à 9 q + 36, & 1 q + 4, egaux à $4\frac{8}{9}$ ℛ, & 1 ℛ eſt egale à $2\frac{4}{9} - \sqrt{1\frac{72}{81}}$ pour O D, & $4\frac{8}{9} - \sqrt{4\frac{72}{81}}$ pour le moindre diametre.

130. Plus, il y a vn triangle ambligone A B C, duquel la perpendiculaire A D fait 4, & B C fait 12, & A C a proportion double à A B. La demande eſt, combien eſt A B & A C ? Reſponce: Multipliez la moytié de B C en A D, & en viendront 24 pour l'aire A B C. En apres poſez 1 ℛ pour A B, & A C ſera donc 2 ℛ, & puis par la cinquante-vnieſme propoſition vous trouuerez 160 q — 2304 — 1 qq, egaux à 1024, & 1 ℛ eſt egale à v. $\sqrt{}$ 80 — $\sqrt{}$ 3072 pour A B, & v. $\sqrt{}$ 320 — $\sqrt{}$ 49152 pour A C.

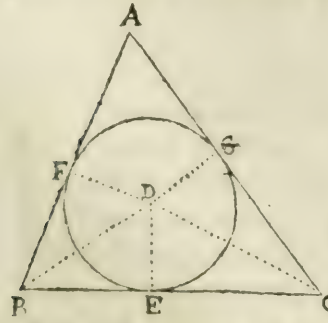


131. Il y a vn triangle A B C, duquel A C a proportion ſeſquialtere à A B: & ſi on tire de chacun quadrat 36, la $\sqrt{}$ des deux reſtes ſera enſemble 13. La demande eſt, combien eſt chacun coſté ? Reſponce: Poſez pour B D 1 ℛ, D C ſera 13 — 1 ℛ, & les deux quadrats feront 1 q, & 169 — 26 ℛ + 1 q, à chacun deſquels adiouſtez 36, & en viendront 1 q + 36, & 205 — 26 ℛ + 1 q, deſquels tirez la $\sqrt{}$, & en viendront $\sqrt{}$ 1 q + 36, & $\sqrt{}$ 205 — 26 ℛ + 1 q, leſquels multipliez par deux nõbres qui ſoient en proportion ſeſquialtere, qui eſt 2 & 3, ou $\sqrt{}$ 4 & $\sqrt{}$ 9, à ſçauoir le moindre par le maieur, & le maieur par le moindre, & en viendront $\sqrt{}$ 9 q + 324, egaux à $\sqrt{}$ 820 — 104 ℛ + 4 q, ou 5 q + 104 ℛ, egales à 496, & 1 ℛ eſt egale à 4 pour B D, leſquels tirez de 13, & reſteront 9 pour D C, & leurs deux quadrats font 16 & 81, leſquels deux parties adiouſtez chacune auec 36, & en viendront 52 & 117, deſquels tirez $\sqrt{}$, & en feront $\sqrt{}$ 52 & $\sqrt{}$ 117, pour les deux nombres propoſez.

132. Plus, il y a vn triangle obtus-angle, comme le precedent, duquel le coſté D C fait 3 fois autant que B D, & A D fait $2\frac{1}{2}$ fois autant que B D, & A D fait 8 moins que B C, & le quadrat A B auec la ligne A B fait 182. La demande eſt, combien eſt chacune ligne ? Reſponce: Poſez pour A B 1 ℛ, & ſon quadrat ſera 1 q, leſquels adiouſtez enſemble, & ils feront 1 q + 1 ℛ, egale à 182, & 1 ℛ fait 13. En apres poſez pour B D 1 ℛ, & adiouſtez le quadrat B D auec le quadrat A D, & il en viendra $6\frac{1}{13}$ q, egaux à 169, qui eſt le quadrat de A B : car ſi B D fait

1 ℛ, BC fera $2\frac{1}{2}$ ℛ, & 1 q fera egale à $\sqrt{}$ 25, & 1 ℛ ſera egale à 5 pour BD, & DC fera 3 fois autant, qui eſt 15, & BC fera 20, & AD 12, & AC fera $\sqrt{}$ 369.

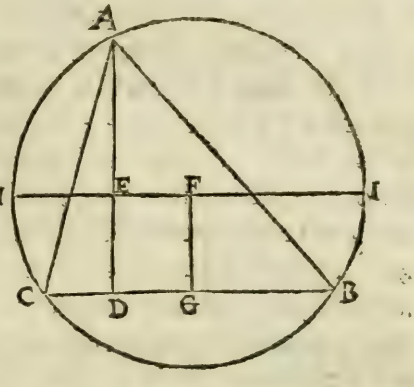
133. Plus, il y a vn triangle ABC rectangle en B, duquel l'aire fait 104, & AC fait $\sqrt{}$ 425, dedans iceluy eſt fait ſur la baſe BC le plus grand triangle equilateral que faire ſe peut. La demande eſt, combien ſoit le coſté dudit triangle equilateral? Reſponce: Cherchez par la quarante-huitieſme propoſition le coſté BC en mettant 1 ℛ pour AB, duquel la moytié fait $\frac{1}{2}$ ℛ. Par le meſme diuiſez l'aire, & en viendront $\frac{104}{\frac{1}{2}\text{ ℛ}}$ leſquels multipliez en ſoy, & en viendront $\frac{10816}{\frac{1}{4}q}$, leſquels adiouſtez auec le quadrat AB, & en viendra $1q + \frac{10816}{\frac{1}{4}q}$ egaux à 425, & 1 ℛ eſt egale à 16 pour AB. En apres diuiſez 104 par la moytié de AB, & en viendront 13 pour BC; adonc ſçachez que BE, le coſté du triangle a proportion auec DF la perpendiculaire, comme 2 auec $\sqrt{}$ 3, ou ED le demy coſté a proportion auec le cathete DF, comme 1 à $\sqrt{}$ 3. Pource mettez que ED ſoit 1 ℛ, EC fera 13 — 2 ℛ: car ſi ED fait 1 ℛ, DB fera auſſi 1 ℛ. Dites donc ſi 13 — 1 ℛ font $\sqrt{}$ 3 q, combien feront 13? fait $\frac{\sqrt{507}\,q}{13-1\text{ ℛ}}$ egale à 16, & 1 ℜ eſt egale à $\sqrt{}$ 348 $\frac{10500}{63001}$ — 13 $\frac{65}{1751}$ pour DE, qui eſt vn demy coſté dudit triangle equilateral.



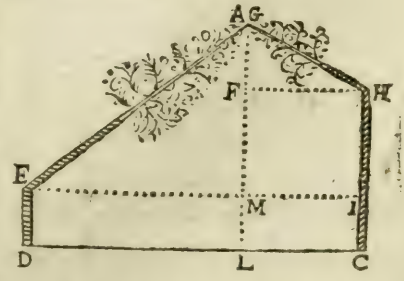
134. Plus, il y a vn triangle ABC, duquel la baſe BC fait 14, & dedans ledit triangle eſt fait vn cercle, duquel le demy-diametre DE fait 4, & de B iuſques en E, où la circonference touche la ligne eſt 6. La demande eſt, combien ſoit AC, & AB chacun pour ſoy? Reſponce: La circonference touche les trois coſtez en E, F, G: & puis poſez 1 ℜ pour AF, AG fera donc auſſi 1 ℜ, & EC fera 8, autant fait auſſi GC, & BF fait 6, qui eſt autant que BE; ainſi ſont trouuez tous les 3 coſtez, qui font enſemble 2 ℜ + 28, leſquels multipliez par 2, qui eſt le $\frac{1}{4}$ du dia-

metre, & en viendront $4\,\text{R} + 56$ pour toute l'aire; laquelle cherchez encore par vne autre maniere de la cinquante-vnieſme propoſition, & en viendra $\gamma\, 48\,q + 672\,\text{R}$, egales à $4\,\text{R} + 56$, & $1\,\text{R}$ eſt egale à 7 pour A F, leſquels adiouſtez auec F B, & en viendra 13 pour A B: & puis adiouſtez auſſi 7 auec G C, qui eſt 8, & en viendront 15 pour A C.

135. Plus, il y a vn triangle oxigone, duquel le coſté A B fait 15, B C 14, A C 13, lequel eſt enclos en vn cercle. La demande eſt, combien ſoit le diametre du cercle? Reſponce: Cherchez premierement la perpendiculaire A D, par la cinquante-cinquieſme propoſition qui fera 12, & D C fera 5, & D B 9. En apres poſez pour F G $1\,\text{R}$, qui multipliez en ſoy, & en viendra $1\,q$, lequel adiouſtez auec le quadrat de B G qui fait 49, & en viendra $1\,q + 49$, deſquels tirez γ, & en viendra $\gamma\, 1\,q + 49$ pour le demi-diametre: au meſme adiouſtez G D, & de luy tirez G D qui ſont 2, & en viendront $2 + \gamma\, 1\,q + 49$ pour l'vn, & $\gamma\, 1\,q + 49 - 2$ pour l'autre produit, leſquels multipliez l'vn par l'autre, & en viēdra $1\,q + 45$ egaux au quadrat de A E qui eſt $144 - 24\,\text{R} + 1\,q$. Car ſi F G fait $1\,\text{R}$, le coſté E D fera auſſi $1\,\text{R}$, & A D fait 12, pour ce A E fera $12 - 1\,\text{R}$, & $1\,\text{R}$ ſera egale à $4\frac{1}{8}$, leſquels multipliez en ſoy, & adiouſtez le produit auec le quadrat de B G, & du produit tirez γ, & en viendra $8\frac{1}{8}$ pour le demi-diametre, & $16\frac{1}{4}$ pour H I, qui eſt tout le diametre.



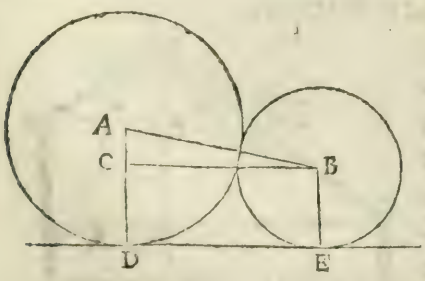
136. Plus, il y a vne plaine, ſur laquelle il y a deux arbres, l'vn en D & l'autre en C, & l'vn eſt 24 coudees diſtant de l'autre, & l'arbre A D eſt haut de 25 coudees, & C G eſt haut 21 coudees, & leſdits deux arbres ſont rompus, à ſçauoir A D en E, tellement que D E fait 5 coudees, & C G eſt rompu en H, en ſorte que C H fait 11 coudees, & les deux pointes A & G ſont tombees enſemble. La demande eſt, combien ſoit la perpendiculaire tombante de A ou G ſur la baſe qui eſt en L? Reſpon-



ce: Posez pour I M ou C L 1 ☍, autant fera aussi F H, & M E fera 24 — 1 ☍, lesquels multipliez en soy, & en viendront 576 — 48 ☍ + 1 q, lesquels tirez du quadrat A E qui est 400, & en resterõt 48 ☍ — 1 q — 176: des mesmes prenez √, & en viendra √ 48 — 1 q — 176 pour la perpendiculaire A M, lesquels adiouſtez auec M L, qui est 5, & en viendra 5 + √ 48 ☍ — 1 q — 176 pour A L. En apres multipliez M I ou F H en soy, & en viendra 1 q, lequel tirez du quadrat de H G, & en restera 100 — 1 q, desquels tirez √, & en fera √ 100 — 1 q pour G F, lesquels adiouſtez auec F L, ou H C qui sont 11, & en feront 11 + √ 100 — 1 q, egaux à 5 + √ 48 ☍ — 1 q — 176, & 1 ☍ est egale à 8, lequel multipliez en soy, & en viendront 16; les mesmes tirez du quadrat de G H, & resteront 36, desquels tirez √, qui font 6, lesquels adiouſtez auec F L, & en viendront 17 pour G L qu'on a demandé.

137. Plus, il y a deux rouës, l'vne de 7 pieds de haut, & l'autre de quatre pieds, lesquelles ont à faire vne distance de 3000 pieds. La demande est, combien de fois chacune se tournera pour aller ladite distance? Resɔonce: Par la 75. prop. ou trouue que les deux circonferences font 22 & 12 4/7: & puis diuisez 3000 par 12 4/7, & en viendrõt 238 7/11, autant de fois se tourne la moindre rouë. En apres diuisez aussi 3000 par 22, & il en viendra 136 4/11, autant de fois se tourne la plus grande rouë.

138. Plus, il y a deux rouës, comme susdit est, & la moindre se tourne 42 fois. La demande est, combien de fois la plus grande se tournera pour aller si loin que l'autre a fait en 42 tours? Resɔonce: Multipliez 42 par 12 4/7, & il en viendra 528, lesquels diuisez par 22, & ils produiront 24, autant de fois doit tourner la plus grande rouë.



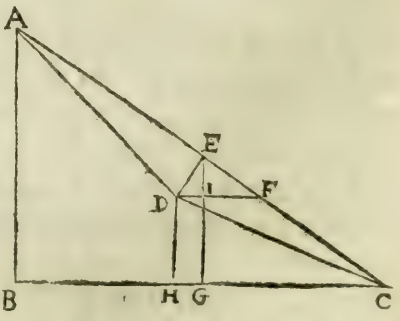
139. Item, il y a deux cercles sur vne ligne, desquels les circonferences touchent l'vne à l'autre, & le plus grand diametre fait 7, le moindre diametre fait 4 pieds. La demande est, combien la distance est de leurs touchemens sur la ligne, à sçauoir de D en E? Resɔonce: Tirez vne ligne du plus grand centre, qui est A au moindre centre B qu'elle fera 5 1/2, le mesme quadrat fera 30 1/4, & de A sur la ligne D perpendiculairement sont 3 1/2, & de B sur la ligne en E rectangulairement sont 2: les mesmes tirez de

$3\frac{1}{2}$, il restera $1\frac{1}{2}$ pour la difference des deux demi-diametres, qui est AC, le mesme quadrat fait $2\frac{1}{4}$, lesquels tirez de $30\frac{1}{4}$, il resteront 28; des mesmes tirez racine quarree, il en viendra bien prés $5\frac{3}{10}$ pour la distance de D E.

140. Plus, il y a deux roües, comme susdit est, lesquelles ont esté 3000 coudees distantes l'vne de l'autre sur la base, lesquelles sont tournees l'vne vers l'autre, en commençant l'vne auec l'autre: & si tost que l'vne a fait vn tour, l'autre fait aussi vn tour. La demande est, combien chacune roüe a fait de distance, iusques à ce qu'elles soient venuës à se rencontrer? Responce: Par la precedente il est trouué, que la distance des deux roües sur la terre est $5\frac{3}{10}$, quand leurs circonferences se touchēt. Les mesmes tirez de 3000, & il resteront $2994\frac{7}{10}$. Plus, adiouſtez 22 & $12\frac{4}{7}$ ensemble, qui font $34\frac{4}{7}$, & dites, $34\frac{4}{7}$ font $2994\frac{7}{10}$, cōbien feront $12\frac{4}{7}$? facit $1088\frac{524}{605}$ pour le voyage de la moindre roue: les mesmes tirez de $2994\frac{7}{10}$, & il resteront $1905\frac{869}{1210}$ pour la plus grande roüe.

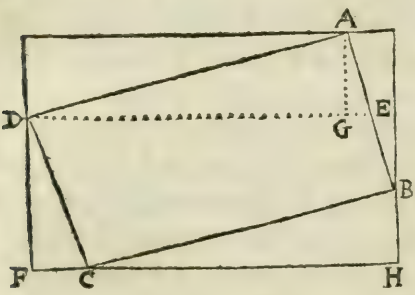
141. Plus, il y a deux roües, desquelles la moindre a 5 aulnes en cirference, & l'autre 7 aulnes, & l'vne fait tourner l'autre. La demande est, combien de fois la plus grande roüe se doit tourner, iusques à ce qu'elles reuiennent ensemble, comme premierement ont esté? Responce: Diuisez 7 par 5, & il viendra $1\frac{2}{5}$, autant de fois se tourne la moindre roüe, quand l'autre se tourne vne fois: adonc se trouuent-elles comme premierement ont esté. Et quand la plus grande se tourne 5 fois, & l'autre 7 fois, adoncques elles se trouuent aussi comme premierement ont esté.

142. Plus, il y a vne tour A B haute de 60 aulnes, & vn batteleur estend vne corde de A sur l'horizon en C, laquelle est longue 100 aulnes, & la distance de C, iusques aupres la tour en B est 80 aulnes. Or quand ledit batteleur est volé de A 50 aulnes, qui est la moytié de la corde, il trouue que la superieure moytié est esloignee par la pesanteur de 4 aulnes, & la moytié de la corde d'en bas est esloignee de 2 aulnes: ainsi il se tient en D, & la distance A D fait 54 aulnes, & la longueur D C fait 52 aulnes. La demande est, combien il y ait de D droictement en bas à terre? Respon-



ce: Toute l'aire du triangle A B C fait par la cinquante-vniesme proposition 2400, & par la cinquante-cinquiesme C E fait 48 $\frac{47}{100}$.

Plus, comme C A a proportion auec A B, ainsi a C E auec E G. Dites, 100 font 60, combien font 48 $\frac{47}{100}$? facit 29 $\frac{91}{150}$ pour E G. Plus, tirez vne ligne D F parallele auec B C, l'angle B C A est egal à l'angle E F D, pource comme A B a proportion auec B C, ainsi aura D E auec E F, & par la quarante-huitiesme proposition fait D E bien prés de 17 $\frac{1}{5}$: & pource que l'angle B C A est egale à l'angle E F D, l'angle F D E sera egale à l'angle C A B: & pource que l'angle D I E est vn rectangle, il faut que l'angle D E I soit egale à l'angle A C B. Pource dites, A C 100 fait B C 80, combien font D E 17 $\frac{1}{5}$? facit 14 $\frac{1}{17}$ pour E I; les mesmes tirez de E G 29 $\frac{91}{150}$, & il en resteront 15 $\frac{71}{150}$ aulnes pour I G ou D H qu'on a cherché.



143. Plus, il y a vn corps quadrangle à rectangles, lequel contient 150 pots d'eau, duquel la longueur est 10, la hauteur 4, & son espesseur 3. La demande est, combien haut il doit estre esleué d'vn costé pour espandre vne telle partie que le reste qui demeure encore dedans soit 100, sçachant que la largeur dudit corps soit parallele auec l'horizon? Responce: Posez que A B C D soit le corps esleué, & la partie A E D soit vuide, & la partie E B C D contienne 100 pots, multipliez la hauteur A B, à sçauoir 4 auec A D 10 la longueur du corps, il en viendront 40; les mesmes multipliez encore par 3 la largeur, & il en viendront 120 pour toute la grandeur de tout le corps. Et puis dites, 150 pots font 120 de grandeur, combien feront 50 pots qui sont vuidez, il en viendront 40 pour la grandeur vuide. Plus, posez que la liqueur vienne de B en E, & pour A E posez 1 ℘; le mesme multipliez auec la moytié de A D qui sont 5, & fera 5 ℘; les mesmes multipliez encore par 3, la largeur, & feront 15 ℘ egales à 40, la grandeur vuide, facit 1 ℘ egale à 2 $\frac{2}{3}$ pour A E. Plus, cherchez l'aire du triangle A E D par la cinquante-vniesme proposition, qui fait 13 $\frac{1}{3}$: Aussi cherchez D E par la quarante-huitiesme qui fait $\surd$107 $\frac{1}{3}$. Maintenant diuisez 13 $\frac{1}{3}$ auec la moytié de $\surd$107 $\frac{1}{3}$, il en viendront $\surd$6 $\frac{154}{171}$ pour la perpendiculaire A G ou B H pour la hauteur esleuee dudit corps.

144. Plus,

144. Plus, il y a vn corps colomnaire, duquel le diametre fait 7 pieds, & la hauteur fait 5 pieds, & il peut en tout contenir 500 pots de liqueur, mais il n'y a que deux cens pots dedans, & vn corps cube, qui eſt entierement caché dedans ladite liqueur, & il fait monter la liqueur $\frac{16}{77}$ pieds plus haut. La demande eſt, combien grand eſt le coſté dudit cube? Reſponce: Dites par la regle de trois, ſi 500 donnent 5, combien donneront 200: il en viendront 2 pour la hauteur de la liqueur ſans le cube; auec les meſmes adiouſtez $\frac{16}{77}$, lequel le cube eſleue, & feront $2\frac{16}{77}$. Et puis mettez que le coſté dudit cube ſoit 1 ☍, lequel multipliez en ſoy cubiquemēt, & en viendra 1 ☌. Plus, ſi le diametre fait 7, l'aire de ladite circonference fera $38\frac{1}{2}$; les meſmes multipliez par 2 la hauteur, quand le cube n'eſt point dedans, & en viendront 77 pour la grandeur, & quand le cube eſt dedans, la hauteur de la liqueur eſt $2\frac{16}{77}$: les meſmes multipliez auec l'aire $38\frac{1}{2}$, & en viendront 85; des meſmes tirez la grandeur du cube, qui eſt 1 ☌, & reſtera $85-1$ ☌, egaux à 77, facit 1 ☍ egale à 2 pour le coſté dudit cube.

145. Item, il y a vn corps colomnaire d'vne egale grandeur, duquel le diametre dedans fait 7, & par dedans il eſt haut en tout 5, & peut contenir en tout 500 pots de liqueur: mais il n'y a dedans que 200 pots, & comprend 2 de hauteur, & puis il y a vn cube de chacun coſté 4 qu'on y met dedans. La demande eſt, combien la liqueur ſe leuera dedans le corps? Reſponce: Poſez pour la hauteur, quand le cube eſt dedans 1 ☍, le meſme multipliez auec $38\frac{1}{2}$ l'aire de la circonference, & fera $38\frac{1}{2}$ ☍. Plus, multipliez 4 le coſté du cube en ſoy, & en viendront 16; les meſmes multipliez encore auec 1 ☍, & fera 16 ☍ pour la grandeur du cube qui ſe cache dedans la liqueur; les meſmes tirez de $38\frac{1}{2}$ ☍, & il en reſteront $22\frac{1}{2}$ ☍. Plus, multipliez l'aire de la circonference, qui eſt $38\frac{1}{2}$ auec 2 la hauteur, & feront 77, egaux à $22\frac{1}{2}$ ☍, facit 1 ☍ egale à $2\frac{4}{7}$ pour la hauteur de la liqueur quand le cube eſt dedans.

146. Item, il y a vn corps colomnaire d'vne egale grandeur, duquel le diametre de par dedans fait 7, & la hauteur 5, & il peut en tout contenir 500 pots de liqueur: mais il n'eſt point tout plein, c'eſt à dire, qu'il ne contient que $233\frac{59}{77}$ pots, & puis il y a vn cube de telle grandeur, quand on le met dedans la liqueur, la hauteur de la liqueur fait iuſtement autant qu'vn coſté dudit cube. La demande eſt, combien ſoit chacun coſté dudit cube? Reſponce: Poſez la hauteur du cube ſoit 1 ☍, ſa grandeur ſera 1 ☌; & ſi on multiplie $38\frac{1}{2}$ l'aire de la circonferēce, auec 1 ☍, il y en vient $38\frac{1}{2}$ ☍; des meſmes tirez 1 ☌, & fera $38\frac{1}{2}$ ☍

— 1 ☍. Plus, multipliez 38 $\frac{1}{2}$ l'aire, par la hauteur, & en viendront 192 $\frac{1}{2}$ pour la grandeur de tout le corps colomnaire. Dites, 500 pots ont 192 $\frac{1}{2}$ de grandeur, combien ont 233 $\frac{59}{77}$ pots de grandeur? facit 90, qui ſont egaux à 38 $\frac{1}{2}$ ♀ — 1 ☍, & 1 ♀ eſt egale à 4 pour chacun coſté dudit cube.

147. Vn Iaugeur eſt appellé pour jauger vn tonneau de vin, auquel premierement le ſeruiteur preſente à boire, le Iaugeur dit: ce verre m'eſt trop grand, mais ie boiray la moytié à vous. Le ſeruiteur dit, comme ſçaura-on ſi en auez beu la moytié? Le maiſtre luy reſpond, diſant: que ſi le verre eſt au fond auſſi grand qu'il eſt en haut, c'eſt à dire qu'il ſoit de la forme d'vne colomne qu'il boiue iuſques à ce qu'il voye le fond au plus haut, & lors aura beu la moytié. Reſponce du ſeruiteur: Ha, ha, il y a long-temps que i'ay ſçeu cela, mais vous qui eſtes Maiſtre en ceſt art, monſtrez-moy vne autre maniere plus artificieuſe. Reſponce du Maiſtre: Ouy dea, mais ie penſe que ne le ſçauriez ſi toſt entendre, principalement ſi vous beuuez beaucoup: neantmoins prenez le diametre du verre, qui ſoit pour exemple 7 pouces, & la hauteur du verre ſoit 12 pouces, & puis adiouſtez le quadrat de 7 auec le quadrat de 12, & du produit tirez ♈, & en viendront ♈ 193, leſquels multipliez auec $\frac{1}{4}$ q, & en viendra ♈ 48 $\frac{1}{4}$ q, egaux à 42, qui viennent de la multiplication du diametre 7 auec 6, la moytié de la longueur du verre; les meſmes multipliez en ſoy, & le produit diuiſez par 48 $\frac{1}{4}$, & en viendront 36 $\frac{108}{193}$, deſquels tirez ♈, & en viendra preſques 6 pouces, pour autant eſleuez le verre aupres la bouche plus haut qu'aupres du pied, & cela qui demeurera dans le verre ſera l'autre moytié. Reſponce du ſeruiteur: Cela paſſe certe mon entendement, mais ie l'aimerois mieux boire trois fois de haut, que l'ouyr encore vne fois raconter: car ie n'entends pas ce que vous dites; & pource ne perdons plus temps, beuuez-le tout de haut, & changeons propos. Le Maiſtre dit: Pour la premiere fois ie ne le vous puis refuſer. A vous donc tout de haut. En apres pour cognoiſtre quand il eſt le $\frac{1}{4}$ de haut, prenez le $\frac{1}{4}$ de 12 la hauteur qui ſont 3; les meſmes doublez, & feront 6 pouces, qu'il faut boire du haut en bas. Et pour ſçauoir quand il eſt le $\frac{1}{3}$, prenez le $\frac{1}{3}$ de 12 la hauteur qui ſont 4; les meſmes doublez, & feront 8 pouces d'en haut en bas, pour eſtre le $\frac{1}{3}$. Et pour auoir la moytié, prenez la moytié de 12 la hauteur, qui ſont 6; les meſmes doublez, & font 12 pour la longueur du plus haut iuſques au fond, &c.

Or touchant les queſtions enſuiuãtes, qui ſe ſoudent par le moyen & aide des tables des Sinus, conuiẽt ſçauoir premierement la practique des triangles, tant ſphericques que plains, lequel trouuerez aſſez amplement deduit chez Monterege & Copernicus. Valentin en a recueilly ſemblablement quelque petit traicté, toutesfois (ſous meilleur aduis) point aſſez pour ſeruir de fondement, d'autant que le principe des triangles ſphericques n'y eſt demonſtré. A quoy ſubuenir auons adjouſté ce Theoreme ſubſequent, lequel n'eſt pas ſeulement le principal des triangles ſpheriques: ains bien vne propoſition la plus requiſe & neceſſaire en tout ce faict. Et pour la bien & clairement expliquer, auons commencé ce poinct vn peu plus de ſon commencement, demonſtrant la proprieté des triangles ſphericques, enſemble pluſieurs autres diuerſitez dépendantes d'iceux.

Les trois circonferences, ou arcs des cercles majeurs de toute Sphere, (deſquels les deux pris enſemble font plus que le troiſieſme: auſſi que chacun ſoit moins qu'vn ſemi-cercle) conſtituent enſemble vn triangle ſphericque. Car ce qu'Euclide demonſtre à la vingt-troiſieſme de ſon onzieſme des angles ſolides, ſe peut bonnement accommoder aux triangles ſphericques, veu que les arcs dudit triangle par ſuperfices plaines ſe conjoingnent au centre de la Sphere, en faiſant vn angle ſolide.

Item, vn angle droict fait 90 degrez, ou le quart d'vn cercle majeur de ſa Sphere. Or deux arcs font vn angle droict, dont la circonference de l'vn paſſe par les poles de l'autre.

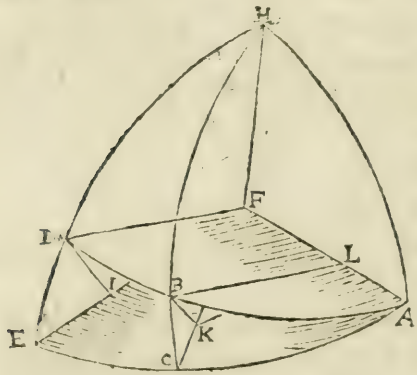
Dont s'enſuit, que l'Equinoctial fait vn angle droict auec le Colure Solſtitial: car l'Equinoctial paſſe par les equinoxes poles dudit Colure Solſtitial: ſemblablement ledit Colure paſſe par les poles du monde, ou de l'Equinoctial, & ainſi de tous autres cercles de la Sphere.

Premier Theoreme.

En tout triangle Sphericque, ayant vn angle droict, le Sinus de l'angle droict ſe tient au ſinus de l'autre angle; tout ainſi que le ſinus de l'arc ſubtendant l'angle droict, au ſinus de l'arc ſubtendant ledit autre angle.

Soit le triangle Sphericque A B C rectangle en C, ie dy que le ſinus de l'angle droict C, ſe tient au ſinus de l'angle A, tout ainſi que le ſinus de l'arc A B, au ſinus de l'arc B C. Premierement du poinct A,

comme du Pole, tirez vne circonference d'vn cercle majeur D E, venant du poinct H, Pole de l'arc A C, laquelle r'allongerez en E, semblablement A B en D, apres du centre de la Sphere F, tirerez lignes droictes ou semi-diametres iusques en A, en D, en E, & en C. Semblablement mettez B L equidistante auec F D, & du poinct B aullerez vne perpendiculaire B K, sur la ligne F C, & vne autre D I, sur la ligne F E. Or à cause que ces deux superfices plaines F H D E, & F H B C sont à droict angle sur la plaine superfice A F E; ie dy que les deux lignes B K & D I sont paralleles l'vne à l'autre & perpendiculaires sur ladite superfice plaine A F E, par la sixiesme de l'onziesme d'Euclide.



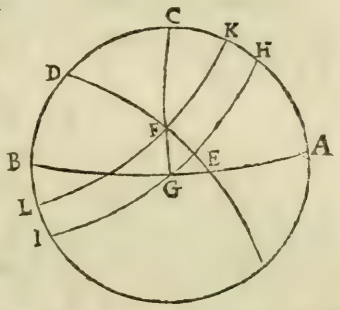
Mais à cause que B L est equidistant auec E D, & a rectangle sur F A, ayant donc tiré la ligne L K; ie dy que le triangle F D I est semblable au triangle L B K: car l'angle B L K est egal à l'angle D F I, pour l'inclination du plain A D F, au plain A E F, & l'angle K est droict, aussi est l'angle I: dont s'ensuit par la trente-deuxiesme du premier que l'angle I B K est egal à l'angle F D I. Les deux triangles L B K & F D I semblables, ont par la quatriesme du sixiesme les costez proportionnaux, comme F D à D I, ainsi se tient L B à B K: mais F D est le sinus total de l'angle C droict, & D I le sinus de l'angle A, aussi B L le sinus de l'arc A B, subtendant l'angle droicts, & B K le sinus de l'arc B C subtendant l'angle A. Dont il appert que le sinus de l'angle C droict, se tient au sinus de l'angle A, tout ainsi que le sinus de l'arc A B (subtendant iceluy angle droict C) au sinus de l'arc B C, subtendant l'angle A, lequel estoit à demonstrer.

Item, Geber demonstre ce susdit Theoreme plus generalement: disant du precedent triangle A B C, sans considerer l'angle C droict, que le sinus de l'angle A, se tient au sinus de l'angle B, tout ainsi que le sinus de l'arc B C au sinus de l'arc A C.

Et touchant les autres proprietez des triangles: comme d'vn triangle, dont les trois angles sont cogneus, pour auoir ses trois costez, ou bien duquel les trois costez sont donnez, pour auoir ses trois angles:

d'autant qu'en ce preſent traicté cecy viendra peu ſouuent en vſage, nous l'auons obmis hors de ce preambule: car tels & ſemblables accidens expliquez en leur lieu propre.

148. Item, la hauteur du Pole eſt en Anuers $51\frac{1}{2}$ degrez. Or ſi le Soleil eſt au commencement de Cancer, où iceluy a ſa plus grande declination de l'Equateur, à ſçauoir $23\frac{1}{2}$ degrez: on demande, à quelle heure le Soleil ſe part du coſté Meridionnal, venant au coſté Septentrionnal? facit à 4 heures & 39 minutes.



A quoy reſpondre ferez vn cercle Meridian A C B, & ſoit l'Equinoctial H G I, l'Horizon A G B, le Pole du monde D, celuy de l'Horizon (qu'on appelle Zenith) C, le cercle Vertical C G, ſeparant le coſté Meridiodnal, d'auec le coſté Septentrionnal. Le Parallele de Cancer K F L. Le Soleil donc venu de K en F, au cercle Vertical, ſe part du coſté Meridionnal, & vient au coſté Septentrionnal. La queſtion donc n'eſt autre que trouuer l'arc H E.

Or pour trouuer cedit arc H E, l'on doit auoir premierement la hauteur du Soleil deſſus l'Horizon, à ſçauoir l'arc F G: car ſon complément C F, ſubtend l'angle H D E, à chercher.

Premierement, ie dy que H C a proportion auec C G, tout ainſi que E F auec F G, (i'entends les ſinus deſdicts arcs, & non les arcs, lequel l'on doit entendre & obſeruer par tout) & de quatre nombres proportionnaux les trois ſont donnez, & par la ſeizieſme du ſixieſme ſera cogneu le quatrieſme F G.

Secondement, pour auoir l'angle H D E, ou l'arc H E, ie dy que D F a proportion auec C F, tout ainſi que D E, auec H E, à chercher, & des 4 proportionnaux les 3 ſont donnez, & rendent par la ſeizieſme du ſixieſme le quatrieſme l'arc H E cogneu.

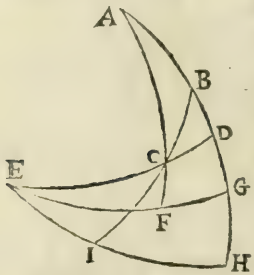
Supputation.

H C	C G	E F
51.30	90	23.30
78260	100000	39874

Viennent 50950, dont l'arc fait 30,58, & ſon complément ſera 59,2, pour l'arc C F.

D F	C F	D E
66. 30.	59. 2.	90
91706 . .	85746 . .	100000

Viennent 93501, duquel l'arc fait 69,15, pour l'arc H E, à chercher; prenant donc 15 degrez pour vne heure, ſelon la commune ſentence des Mathematiciens, il en viendront pour la reſponce 4 heures 39 minutes & 45 ſecondes.



149. Item, en Anuers eſt la latitude 53 ½ degrez & la longitude 20 degrez 16 minutes, & à Kemptem ville en haute Allemagne, où Menher fut né, eſt la latitude 47 degré 31 minutes, & la longitude 27 degrez 58 minutes: on demande, combien de lieuës d'Allemagne, dont les 15 font vn degré, eſt la diſtance d'Anuers à Kempten? facit lieuës 96 pour le droit chemin.

Soit A, le Pole du Monde, G E vn quart du cercle Equinoctial. Item, ſoit B la ville d'Anuers, & C celle du Kempten, & A B G ſera le Meridien d'Anuers & celuy de Kempten A C F. La difference de leurs longitudes ſera G F, & la diſtance de ces deux places ſera l'arc B C, lequel nous deuons chercher.

Pour trouuer donc cedit arc B C, l'on doit tirer de C vn arc à droict angle ſur A G, lequel paſſera par E; & de B par E ſera tiré vn autre quart de cercle E H, l'arc B G ſera r'allongé en H, ſemblablement B C iuſques en I.

Premierement, l'on cherchera C D comme s'enſuit; car A F ſe tient à F G, difference de leurs longitudes, tout ainſi que A C, complément de la moindre latitude, a l'arc D C, premier trouué.

Secondement, conuient chercher D G, comme s'enſuit; car C E, complément du premier trouué, ſe tient à C F moindre latitude, tout ainſi que le ſinus total E D, à D G ſecond trouué: & puis que G H eſt le complément de B G, la plus grande latitude, lequel adjouſtant auec D G ſecond trouué, rend tout l'arc D H cogneu.

Tiercement, vous trouuerez C I, complément de la diſtance des deux lieux, comme s'enſuit, car E D ſe tient à D H ſecondement trouué, tout ainſi que E C, complément du premier trouué, à C I, &

ſon complément B C eſt cogneu, dont l'arc multiplié par 15, rend la vraye diſtance des deux places propoſees.

	27 . 58	90
	20 . 16	47 . 31
90 . .	7 . 42	42 . 29
A F	G F	A C
100000	13398	67537.

Viennent 9048, ſon arc fait 5 degrez 12 minutes pour l'arc D C.

	90		
	5 . 12		
84 . 48 . .	47 . 31 . .	90	
C E	C F	E D	
99588 . .	73747 . .	100000?	

Viennent 74052, auquel reſpondent 47 degrez 48 minutes pour l'arc D G,

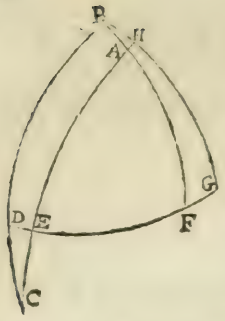
		90	
		51. 30	
		38. 30	
		47. 48	
90	86 . 18 . .	84 . 48 .	
E D	D H	E C	
100000	99791	99588?	

Viennent 99374, dont l'arc fait 83 degrez 36 minutes pour C I.

	90.
	83 . 36
	6 . 24
	15 . 6
	90
	6

Facit 96 lieuës pour la diſtance cherchee.

150. Item, il y a vne ville, dont la latitude ſeptentrionnale eſt 38 $\frac{1}{2}$ degrez. La longitude 195 degrez. Et vne autre dont la latitude eſt Meridionnale 50 degrez, & la longitude eſt 315 degrez: on demande



combien de lieuës icelles villes ſont diſtantes l'vne de l'autre? Facit lieuës 2051 ¼.

Soit la ville Septentrionnale B, la Meridionnale C. Le Pole Arcticque A l'angle B A C, eſt cauſé par la difference des longitudes; de ſorte qu'il n'y a à faire que chercher l'arc B C, lequel monſtrera la diſtance de ces deux lieux.

De B, comme du Pole, tirez vn quart de cercle majeur G D, & prolongez ſemblablement B A en F, & l'arc C A en H, lequel couppe G D en E.

Premierement, vous chercherez l'arc B H comme s'enſuit: l'angle droict B H A ſe tient à l'angle H A B (complément de l'angle B A C differences des longitudes, à deux angles droicts, par le ſuſdit Theoreme de Geber) tout ainſi que l'arc A B, complément de la latitude Septentrionnale, à l'arc B H.

Secondement, vous chercherez l'arc A E du triangle A E F, car par le ſuſdit premier Theoreme l'angle A E F, ou l'arc H G complément de l'arc B H, premierement trouué, ſe tient à l'angle droict F: tout ainſi que l'arc A F, à l'arc A E: l'arc A F eſt la latitude Septentrionnale, & par ainſi A E ſera cogneu.

Tiercement, l'arc A C eſt cogneu, duquel vous oſterez le ſuſdit arc A E, & il en reſtera E C. Or finablement vous chercherez l'arc D C, comme s'enſuit: car du triangle C D F, l'angle droict D ſe tient à l'angle E egal à l'arc H G, tout ainſi que l'arc E C, ſubtendant l'angle droict, à l'arc D C ſubtendant l'angle E par le ſuſdit Theoreme de Geber.

Or ſi l'arc D C cogneu, & l'arc B D faiſant ¼ d'vn cercle majeur ou 90 degrez, tout l'arc B C ne demourera pas incogneu, lequel multiplié par 15 donnera la vraye diſtance des deux places B, C.

S'enſuit la ſuppputation.

315
195

120 180 90
120 38.30

90 60 51.30

HGA.

HGA. HAB. AB

100000 .... 86602 .... 78260.

Viennent 67774, duquel l'arc eſt 42 degrez quarante minutes pour B H.

90
42. 40

47. 20 ---- 90 ---- 38. 30

GH ... HE .. AF

73530 ... 100000 .. 62251.

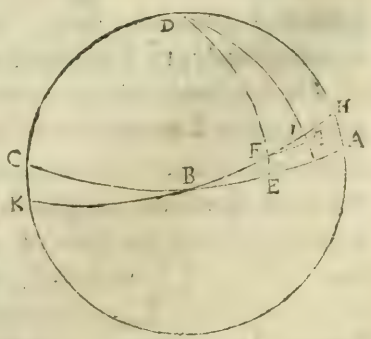
Viennent 84660, dont l'arc 57. 51 eſt pour A E.

	50	136. 45
	90	15
	140	680
	57. 51	136
		11 $\frac{1}{4}$
90 ---- 47. 20	82. 9	2051 $\frac{1}{4}$
EDC. DEC	EC	

100000 .. 73530 .. 99062.

Viennent 72840, dont l'arc eſt 46. 45, lequel auec 90 donne la diſtance B C, 136. 45, lequel multiplié par 15, donne lieuës 2051 $\frac{1}{4}$.

151. Item, il y a vn arc en l'Eclypticque, qui commence au principe de Taurus, & il termine deuant la fin de Gemini, iceluy eſt egal à ſon aſcenſion droicte: On demande combien de degrez a ceſt arc? Facit 31 $\frac{1}{3}$ degrez, qui vient au 1 $\frac{1}{3}$ de Gemini.



Pour entendre cecy ſoit A D C le colure Solſtitial, l'equinoctial ſera A B C, l'Eclypticque ſera H B, B ſera l'Equinoxe, & F le principe de Taurus. Or ſi nous diſons que l'arc cherché eſt en ceſte figure F I, ſon aſcenſion droicte ſera E K, lequel deura eſtre egal audit arc F I; tirons doncques de F l'arc F G à rectangle ſur D K.

Premierement, ie dy que l'arc F I ſe tient à l'arc F G, tout ainſi que l'arc D I à l'arc D H. Semblablement l'arc F G ſe tient à l'arc E K, comme l'arc D F à l'arc D E. Et à cauſe que les deux arcs F I & E K ſont egaux par l'hypotheſe, ou à l'argu-

ment de la propoſition, ie dy que la proportion de D F à D E ſera comme la proportion de D H à D I.

Or les 3 ſont cogneus, & par l'aide de la ſeizieſme du ſixieſme vous trouuerez D I, qui eſt la declination de la fin de l'arc cherché, par le moyen de laquelle vous trouuerez l'arc B I, enſemble l'arc F I cherché.

La ſupputation.

La declination du commencement de Taurus ſera 11 $\frac{1}{2}$ degrez, & la plus grande 23 $\frac{1}{2}$.

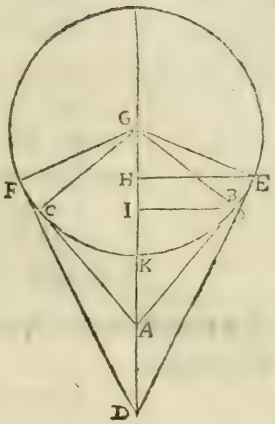
90		90
11.30		23.30
78.30	— 90 —	66.30
DF	DE	DH
97998	100000	91716.

Viennent 93589, duquel l'arc 69 degrez 22 minutes rend l'arc D I cogneu, enſemble I K, 20 degrez 38 minutes pour la declination de la fin de l'arc F I, à laquelle declination reſpondent 62 degrez 6 minutes du principe d'Aries, ou 32 degrez & 6 du principe de Taurus pour l'arc F I cherché, qui termine au 2. degré & 6 minutes de Gemini.

Or la preuue eſt telle; l'aſcenſion droicte du principe de Taurus eſt 27 degrez 54 minutes, & celuy du deuxieſme degré & 6 minutes de Gemini eſt 60 degrez. Leuez l'vn de l'autre, & reſtent 32 degrez & 6 minutes, dont s'enſuit qu'iceluy arc vient iuſtement au deuxieſme degré & 6 minutes de Gemini.

Or la maniere comment nous auons ſupputé la declination du principe de Taurus, & auſſi le degré de l'Eclypticque correſpondant à la declination de 20 degrez 38 minutes, nous ne l'auons point mis en ceſte queſtion, d'autant que cela ſe fera bien-toſt cy-pres en la cent cinquante-quatrieſme.

152. Item, il y a vne boule, de laquelle la circonference eſt diuiſee en 360 degrez. Eſtant en vne certaine place diſtante d'icelle boule, l'on void 135 degrez & 36 minutes de ladite circonference: & quand on ſe retire droictement arriere en la meſme ligne 14 pieds, alors on void 160 degrez & 32 minutes de la circonference: on demande, combien eſt le diametre d'icelle boule? facit $8\frac{46112}{71171}$ pieds.



Premierement, on doit demonſtrer qu'eſtant en D l'on verra plus grand arc de la circonference de la boule G, qu'en D : car ayant tiré deux lignes du poinct A, touchantes la circonference en B, & en C, leſquels poincts appliquez au centre G, l'angle A B G ſera droict par la 18. du 3. d'Euclide: ſemblablement ſi du poinct D ſont tirees deux autres D E & D F, & menees au centres par les lignes E G & G F, ie dy par la ſuſdite propoſition d'Euclide que l'angle G E D eſt ſemblablement droict. Or d'autant que l'angle F A G eſt plus grand que l'angle F D G pour eſtre exterieur à iceluy, ie dy que l'angle D G E ſera auſſi plus grand que l'angle A G B: car celuy fait auec l'angle B A G vn angle droict, tout ainſi que l'angle E D G fait auec l'angle E G D par la 32 du premier, dont s'enſuit que l'arc E K F, veu de loin comme de D, eſt plus grand que l'arc B K C; veu de prés comme du poinct A, pour eſtre l'angle E G F plus grand que l'angle B G C: ce qui eſtoit le premier à demonſtrer.

Or pour proceder à l'inuention de la choſe requiſe, il faut premierement chercher la longueur G D comme s'enſuit; le triangle F G H eſt ſemblable au triangle D G F pour auoir les angles egaux l'vn à l'autre; & par la quatrieſme du ſixieſme, ils ont les coſtez proportionnaux, à ſçauoir G H Sinus du complément de l'arc F K, ſe tient à G F, tout ainſi iceluy G F à G D. Semblablement vous trouuerez G A, dont s'enſuit que A D ne ſera pas incogneu, en parties deſquelles le diametre ſera 200000: mais en parties deſquelles A D ſera 14, vous trouuerez que le diametre eſt $8\frac{463112}{817711}$: ce qui eſtoit à faire.

La ſupputation.

2)	135.36	2)	160 . . 32
	64.48		80 . . 16
	90		
	67.48		
	22.12		

37784 100000 100000
GH GF GF

Viennent 264662 pour la longueur GD.

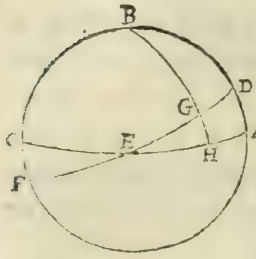
90
80.16

9.44.

GI GB GB
16906 ---- 100000 --- 100000

Viennent 591506 pour GA, duquel ie leue 264662, reſtent pour AD 326844.

326844 ----- 200000 ----- 14? Facit $8\frac{46312}{81711}$.



153. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Taurus, combien eſt-il declinant de l'Equinoctial? Facit 11 degrez, & 30 minutes.

Soit le cercle Meridien ABC, l'Equinoctial DEF, le Pole du monde B, & l'arc BGH, paſſant le principe de Taurus, monſtre GH la declination du Soleil, lequel nous cherchons: & pour la trouuer, vous prendrez le triangle EGH, auquel le ſinus de l'angle droict H, ſe tient au ſinus de l'angle E (lequel nous mettons $23\frac{1}{2}$ degrez.) Tout ainſi que le ſinus de l'arc GE au ſinus de l'arc GH de ces 4 nombres, les 3 ſont cogneus: car l'angle H eſt droict, l'angle E fait $23\frac{1}{2}$, & l'arc GE fait 30 degrez; & par l'aide d'iceux vous trouuerez (par la ſeizieſme du ſixieſme) l'arc GH cherché.

La ſupputation.

ED DA EG
90 ------- 23 . 30 -------- 30
100000 .. 39874 . . 500000.

Viennent 19937. Auquel reſpondent 11 degrez & 30 minutes pour l'arc GH declination du Soleil au commencement de Taurus: ce qu'il nous falloit faire.

154. Item, ſi le Soleil decline 11 degrez 30 minutes de l'Equinoctial, en quel ſigne eſt-il? Facit au premier degré du bœuf.

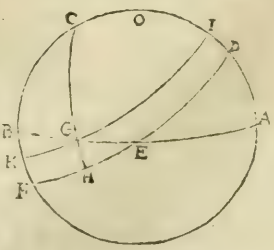
Pour reſpondre à cecy, nous prendrons la precedente figure auec tous ſes cercles: & le Soleil en G declinant de l'Equinoctial par G H, & l'arc E G eſt incogneu, lequel nous trouuerons par l'aide du triangle E G H, auquel l'angle E (lequel fait 23 ½ degrez) ſe tient à l'angle droict H, tout ainſi que l'arc G H declination du Soleil, ſubtendant ledit angle E, à l'arc E G ſubtendant l'angle droict H, lequel nous cherchaſmes. Les 3 ſont donnez (car l'angle E fait 23 ½ degrez, eſtant la plus grande declination du Soleil, l'angle H qui eſt droict, & l'arc G H declination du Soleil,) & par la ſeizieſme du ſixieſme vous trouuerez E G, lequel party par 30 trouuerez combien de ſignes & degrez le Soleil eſt diſtant du principe d'Aries.

Supputation.

23.30	90	11.30
D A.	D E	G H
39874	100000	19937.

Viennent 50000, dont l'arc fait 30 degrez, auquel correſpond le premier de Taurus.

155. Item, ſi le Soleil eſt au commencement de Cancer, le premier veu du Soleil ſe fait ſur l'Horizon à 39 degrez 50 minutes de l'Orient vers Septentrion: on demande la hauteur du Pole d'icelle contree? Facit 51 ½ degrez.



Soit pour exemple A C B le cercle Meridien, l'Equinoctial D E F, l'horizon A E B, le parallele de Cancer I G K, lequel couppe l'horizon en G, & l'arc E G s'appelle Amplitude orientale, le Pole du Monde C, & l'arc B C eſt l'eſleuation du Pole qu'on demande. Pour la trouuer nous prendrons le triangle E G H, rectangle en H, auquel le ſinus de l'arc E G ſe tient au ſinus de G H, tout ainſi que l'angle droict H, à l'angle G E H: de ces 4 les 3 ſont cogneus: car E G eſt l'amplitude ortiue donnee, G H eſt la plus grande declination du Soleil, & l'angle H eſt droict; donc par la ſeizieſme du ſixieſme vous trouuerez l'angle G E H, auquel correſpond l'arc F B, duquel le complément B C eſt la hauteur du Pole cherchee.

La ſupputation.

39. 50 ------ $23\frac{1}{2}$ ------ 90
EG GH EB
64055 . . 39874 . . 100000.

Viennent 62249, auquel reſpondent $38\frac{1}{2}$ degrez, duquel le complément $51\frac{1}{2}$ donne ſolution de la demande.

156. Item, ſi le Soleil ſe cache ſous l'horizon au 39 degré 50 minutes de l'Occident vers minuict, & que la hauteur du Pole ſoit $51\frac{1}{2}$ degrez; on demande en quel ſigne le Soleil eſt alors? Facit au principe de Cancer.

Soit gardé en la precedente figure l'ordre des cercles, comme deſſus, en laquelle G ſera le lieu du Soleil, diſtant de l'Equinoctial par l'arc G H, lequel eſt à trouuer. Pour ce faire nous prendrons le triangle E G H, rectangle en H, auquel le ſinus de l'angle droit H ſe tient au ſinus de l'angle G E H, tout ainſi que l'arc E G à l'arc G H. Les 3 ſont cogneus, car l'angle H eſt droict, & l'angle G E H eſt le complément de la hauteur du Pole, l'arc E G eſt l'amplitude ortiue: donc par moyen d'iceux l'on trouuera G H la declination du Soleil, & par icelle ſera cogneu le lieu du Soleil en l'Eclypticque, ce qu'eſtoit à faire.

La ſupputation.

90 . . $38\frac{1}{2}$ . . 39. 50
EB BF EG
100000 -- 62249 -- 64055.

Viennent 39874, duquel l'arc fait $23\frac{1}{2}$ degrez, ou le principe de Cancer.

157. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Cancer, & que la hauteur du Pole eſt $51\frac{1}{2}$ degrez: on demande combien eſt la difference aſcenſionale? facit 33 degrez 8 minutes, ou 2 heures & 12 minutes.

Soit la precedente figure en laquelle obſerueront toute la ſituation des cercles comme au premier; & ſoit le Soleil en l'horizon en G, du Pole C ſont tirez deux arcs ou quarts de cercles venans par G, lieu du Soleil en H, en l'Equinoctial, l'autre viendra en E poinct de l'Orient, & l'arc E H eſt appellé *differentia aſcenſionalis*, laquelle nous

conuient chercher. Prenons donc le ſuſdit triangle, auquel premierement faut auoir l'arc E G, amplitude ortiue, comme s'enſuit: L'arc B F, complément de la hauteur du Pole, ſe tient à B E ſinus entier, tout ainſi que G H, declination du Soleil, auec E G amplitude ortiue, lequel ayant par l'aide des 3 premiers cogneus, ſon complément G B ne ſera pas incogneu, auquel G C complément de la declination du Soleil, a proportion, tout ainſi C H ſinus entier à H F, complément de la difference aſcenſionnale, les 3 premiers donc cogneus, le quatrieſme H F, & par conſequent E H eſt cogneu.

La ſupputation.

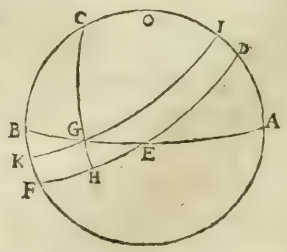
$38\frac{1}{2}$ — 90 — $23\frac{1}{2}$
BF BE GH
62249 — 100000 — 39874.

Viennent 64055, ſon arc 39,50, leué de 90, reſtera 50,10 pour B G.

90	90
$23\frac{1}{2}$	39.50
$66\frac{1}{2}$ —	50.10 — 90
CG	GB CH
91706 —	76791 — 100000.

Viennent 83736, ſon arc 56, 52, leué de 90, reſtent 33,8, pour la difference aſcenſionnale.

158. Si le Soleil ſe leue du matin à 3 heures & 48 minutes, & l'amplitude ortiue eſt 39 degrez 50 minutes de l'Orient vers le Septentrion: on demande, combien ſoit la declination du Soleil? facit $23\frac{1}{2}$ degrez.



Soit la precedẽte figure repetee auec tous ſes cercles comme au premier, le lieu du Soleil en l'horizon ſera en G, la declination de l'Equinoctial eſt G H, laquelle nous cherchons.

Premierement, nous trouuerons l'arc C G, comme s'enſuit: car l'arc H F, cogneu par le leuer du Soleil, ſe tient à l'arc G B, complément de l'amplitude ortiue, comme le ſinus entier C H, au ſinus de l'arc C G, complément de la declination du Soleil. Or puis que les 3 premiers termes ſont cogneus, le quatrieſme ne demourera pas incogneu.

Supputation.

3.48

15 12

45. 90
12 39.50

57 —— 50.10 —— 90
HF .... GB ... HC.
83867 —— 76791 — 100000.

Viennent 91698, duquel l'arc fait 66½ degrez pour C G, lequel leué de 90, reſtent 23½ pour la declination du Soleil.

159. Item, ſi le Soleil eſt en la fin de Gemini, & la difference aſcenſionnale 33 degrez 8 minutes: on demande, combien ſera l'amplitude ortiue? Facit 39 degrez 50 minutes.

Repetant la precedente figure auec ſes cercles, comme au premier, le lieu du Soleil en l'horizon ſera en G, en ſa plus grande declination de l'Equinoctial, lequel eſt G H 23½ degrez, & l'arc E H eſt la difference aſcenſionnale, l'arc E G eſt l'amplitude ortiue, laquelle nous cherchons; mais pour la trouuer chercherez premierement G B, complément de l'amplitude, comme s'enſuit: Par le Theoreme ſuſdit C H, ſinus entier ſe tient à H F complément de la difference aſcenſionnale, tout ainſi que C G, complément de la declination du Soleil, à G B complément de l'amplitude ortiue. Les 3 termes eſtans donnez, le quatrieſme ne ſera pas incogneu, lequel leué de 90, rend E G cogneu: lequel il nous falloit chercher.

Supputation.

90

90
33.8 23.30

90 .. 56.52 .. 66.30
CH HF CG.
100000. 83740. 91698.

Viennent 76791, dont l'arc fait 50 degrez & 10 minutes; leſquels oſtez de 90, reſtent 39 degrez 50 minutes pour l'amplitude ortiue.

160. Item,

160. Item, le Soleil eſtant au principe de Cancer, la difference aſcenſionnale eſt 33 degrez 8 minutes: on demande, combien y eſt la hauteur du Pole? facit 51 ½ degrez.

Pour reſpondre à cecy, vous prẽdrez encore la precedente figure, en laquelle vous obſeruerez toutes les denominatiõs, cõme au premier: Le Soleil donc ſera en G, & H E ſera la difference aſcenſionnale, E G l'amplitude, & C B ſera la hauteur du Pole que nous cherchons. Premierement, faut chercher G B, complément de l'amplitude ortiue, comme s'enſuit: C H ſe tient à H F, complément de la difference aſcenſionnale, comme C G complément de la declination à G B, complément de l'amplitude ortiue: ayant donc l'amplitude, icelle ſe tient à la declination du Soleil G H, comme le ſinus entier E B, au ſinus B F, complément de la hauteur du Pole cherchee. Les 3 ſont cogneus, le quatrieſme ſera donc cogneu par l'aide de la regle de proportion.

Supputation.

90	90
33.8	23.30

90 — 56. 52 — 66. 30
CH..HF. CG
100000 — 83740 — 91698.

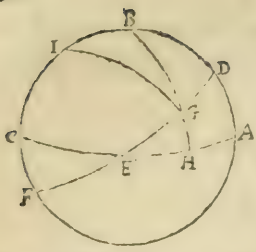
Viennent 76791, ſon arc fait 50 degrez 10 minutes, dont le complément fait 39, 50 pour l'amplitude ortiue.

39. 50 — 23. 30 — 90
EG GH EB
64055 . . 39874 . . 100000.

Viennent 62249, ſon arc fait 38 ½ degrez, lequel leué de 90, reſtent 51 ½ degrez pour la reſponce deſiree.

161. Item, le dixieſme degré du Taureau, auec quel degré ſe leue-il en la Sphere droicte? facit ſon aſcenſion droicte eſt 37 degrez, 35 minutes.

Soit le cercle Meridien A B C, l'equinoctial A E C, le Pole du Monde B, le Zodiac D E F, & ſoit le Soleil en G: ayant donc mené vn cercle hors du Pole B qui paſſe par G, iceluy monſtre au cercle equinoctial en H l'aſcenſion droicte, ou l'arc E H, lequel nous faut auoir.



Pour lequel trouuer, il nous faut premierement auoir l'arc G H, declination du Soleil, comme deſſus, lequel ayant ſon complément B G, duquel le ſinus a proportion auec le ſinus de G D, complément de l'arc E G, lequel monſtre la diſtance du Soleil du commencement d'Aries, tout ainſi que le ſinus entier B H, à l'arc H A, complément de l'aſcenſion droicte à trouuer. Or les 3 eſtans cogneus, la quatrieſme ne ſera pas incogneuë, lequel leué de 90. rendra la reſponce de la demande.

Supputation.

30
10

90 — 40 — 23.30
ED. EG AD
100000. 64278 . 398274.

Viennent 25600, dont l'arc fait 14 degrez 50 minutes pour G H.

90 90
14.50 40

75. 10 ——— 50 — 90
BG. GD BH
96667 .... 76604. 100000.

Viennent 79246, ſon arc 52, 25, leué de 90 reſtent E H, 37 degrez 35 minutes.

162. Item, le trente-ſeptieſme degré & trente-cinquieſme minute de l'equinoctial, auec quel degré reſpond-il en l'eclypticque? facit le dixieſme de Taurus.

Pour entendre cecy, il nous faut prendre la precedente figure, la gardant auec toutes ſes denominations des cercles, comme au premier. Et en icelle eſt donnee l'arc E H, aſcenſion droite; & l'arc E G eſt à trouuer; pour ce faire vous chercherez premierement l'angle E G H, comme s'enſuit.

Le ſinus de l'angle droict H ſe tient au ſinus de l'angle G E H, qui eſt la plus grande declination du Soleil, tout ainſi que le ſinus du complément de l'arc E H, au ſinus du complément de l'angle G E H.

Secondement, par le moyen dudit angle vous trouuerez l'arc requis E G, comme s'enſuit: le ſinus d'iceluy angle G ſe tient au ſinus

de l'angle droit H, tout ainſi que le ſinus de l'arc E H, au ſinus de l'arc E G. De ces 4 proportionnaux les 3 ſont cogneus, & par l'aide de la ſeiziesme du ſixieſme, le quatrieſme à trouuer, ne ſera pas incogneu.

Supputation.

90
37.35

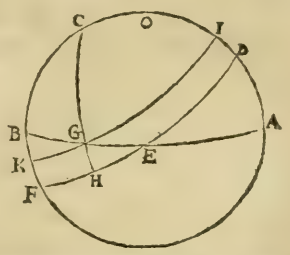
90 — 23.30 — 52.25
100000 — 39874 — 79246.

Viennent 31600, dont l'arc fait 18 degrez, 25 minutes, ſon complément 71 degrez 35 minutes monſtre l'angle E G H.

71.35 — 90 — 37.35
E G H . . H . . E H .
94878 . . 100000 . . 60991.

Viennent 64243, duquel l'arc fait 40 degrez du commencement d'Aries, auquel degré reſpond le dixieſme de Taurus.

163. Item, ſi la hauteur du Pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez: on demande auec quel degré le Soleil ſe leue en icelle ſphere, eſtant le Soleil en ſa plus grande declination? facit 56 degrez 52 minutes, qui eſt ſon aſcenſion oblique.



Soit A B l'horizon, D F l'equinoctial, I K le parallele du Soleil en ſa plus grande declination. Or le Soleil ſera en l'horizon en G, ſon aſcenſion droite viendra en H, 90 degrez du principe d'Aries, ſon aſcenſion oblique en E, moins que 90 degrez, pour autant ſera E H difference aſcenſionnale à chercher.

Trouuons donc par la cent cinquante-ſeptieſme queſtion la difference aſcenſionnale: dont s'enſuit la ſupputation.

38.30	90	23.30
B F	B E	G H
62249	100000	39874.

Viennent 64055, ſon arc 39 degrez 50 minutes, rend E G l'amplitude ortiue cogneuë.

90	90	
23.30	39.50	
66.30	50.10	90

CG	GB	CH
91706	76791	100000.

Viennent 83736, duquel l'arc fait 56 degrez 52 minutes ſon complément, 33 degrez 8 minutes pour la difference aſcenſionnale. Laquelle és ſignes ſeptentrionnaux ſe doit leuer de l'aſcenſion droicte pour auoir l'oblique, & és meridionnaux au contraire les doit-on adjouſter. Or l'aſcenſion droicte de Cancer eſt 90 degrez, duquel ie leue 33 degrez 8 minutes reſteront les ſuſdits 56 degrez 52 minutes pour l'aſcenſion oblique, que nous cherchions.

164. Item, il y a vne ville en laquelle l'amplitude ortiue eſt 39 degrez & 50 minutes, & les plus grands iours y ont 16 heures & 24 minutes, combien eſt la hauteur du Pole en ladite place? facit 51 ½ degrez.

Si le iour entier fait 16 heures 24 minutes, la moytié fera 8 heures 12 minutes, duquel ie leue 6 heures, & le reſte 2 heures 12 minutes conuertie en degrez, donne 33 degrez pour la difference aſcenſionnale en icelle place.

Par la precedente figure ſera le Soleil en G, E H la difference aſcenſionnale, B C l'eſleuation du Pole, ſon complément B F, & le reſte tout comme au premier.

Premierement nous trouuerons par l'aide de ladite difference aſcenſionnale, & l'amplitude ortiue, (ſelon la cent cinquante-huitieſme queſtion) la declination du Soleil, comme la ſupputation enſuiuante le demonſtre.

90	90	
33.	39.50	
57	50.10	90.
HF	GB	HC
83867	76761	100000.

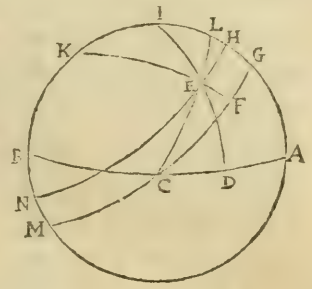
Viennent 91698, ſon arc 66 ½ degrez, leué de 90, reſtent 23 ½ degrez, pour la declination du Soleil premierement à trouuer.

Secondement, par l'amplitude ortiue & declination du Soleil, ſelon la ſeconde partie de la 160. queſtion, vous trouuerez le complément de la hauteur du Pole à trouuer, comme s'enſuit.

39.50	23.30	90
EG	GH	EB
64055	39874	100000.

Viennent 62249, dont l'arc fait 38 $\frac{1}{2}$ degrez, lequel leué de 90 degrez, resteront 51 $\frac{1}{2}$ degrez pour la hauteur du Pole d'icelle place.

165. Item, il y a vne ville où le Soleil est haut à 9 heures deuant midy 45 degrez 42 minutes, & le Soleil est en sa plus grande declination de l'equinoctial: on demande combien est la hauteur du Pole d'icelle ville? Facit 51 $\frac{1}{2}$ degrez.



Soit en la presente figure A B l'horizon, & son Pole que les Arabiens appellent Zenith, en I le Pole du Monde, ou de l'equinoctial K, & soit le Soleil en E; ayant tiré vn cercle du Pole du Monde K, qui passe par le centre du Soleil, iceluy monstre en l'equinoctial en F, la distance du Soleil du midy par l'arc F G.

Item, tirant vn autre cercle de I par E, l'arc E D denote la hauteur du Soleil dessus l'horizon au cercle vertical I E D, tirons semblablement l'arc C E L, seruant à faire seulement la demonstration de la supputation.

Premierement, il nous faut trouuer l'arc E L, comme s'ensuit; le sinus entier K F se tient au sinus de l'arc F G distance du Soleil du midy, tout ainsi que K E, complément de la declination du Soleil, au sinus de l'arc E L: les 3 sont donnez, *Ergo* par la seiziesme du sixiesme sera le quatriesme E L trouué, lequel nous cherchasmes pour le premier.

Secondement, vous chercherez A L, comme s'ensuit; le sinus de l'arc C E complément de l'arc E L premierement trouué, se tient au sinus de l'arc E D, hauteur du Soleil dessus l'horison, tout ainsi que le sinus total C L, au sinus de l'arc A L; mais de ces 4 les 3 sont donnez, & par ainsi le quatriesme sera cogneu, lequel sera le second trouué.

Tiercement, vous trouuerez G L, comme s'ensuit: Le sinus de l'arc C E, complément du premier trouué, se tient au sinus de l'arc E F declination du Soleil (cogneu par l'hypothese) tout ainsi que le sinus entier de C L, au sinus de l'arc G L le dernier à trouuer: & d'autant que les 3 premiers termes sont cogneus, le quatriesme sera cogneu. Or puis que A L est cogneu par le second, duquel ostant G L le dernier trouué, il en restera A G complément de la hauteur du Pole, lequel nous cherchasmes.

Supputation.

12
9
3
15
45
90

90
23.30
66.30

45.

KF FG KE
100000 . 70710 . . 91706.

Viennent 64846, duquel l'arc fait 40 degrez 25 minutes pour EL.

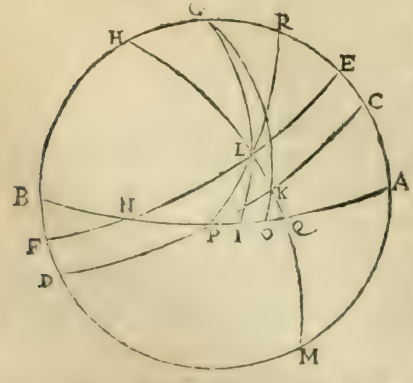
90
40.25
49.35

49.35 45.42. 90
CE DE CL
76134. 71569 100000.

Viennent 94004, & ſon arc 70 degrez 4 minutes, pour l'arc AL.

49.35 23.30 90
CE EF CL
76134 . . . . 39874 . . 100000.

Viennent 52376, ſon arc 31 degrez 34 minutes, lequel ie tire de 70 degrez 4 minutes, & reſtent 38 $\frac{1}{2}$ degrez, ſon complément 51 $\frac{1}{2}$ donne ſolution à la demande.



166. Item, ſi la hauteur du Pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez, à 3 heures apres midy eſt la hauteur du Soleil deſſus l'horizon 45 degrez 42 minutes: on demande combien eſtoit la declination du Soleil? facit 23 $\frac{1}{2}$ degrez.

Soit en ceſte figure A B l'horizon, C D l'equinoctial, le parallele du Soleil E F, & ſoit le Soleil en L: l'arc C K monſtre la diſtance du Soleil du Meridien, & I L eſt la hauteur deſſus l'horizon: mais de G nous menons des cercles verticaux

par K & L, lesquels sont C O, & C I: semblablement auons tiré de P par L le cercle P L R, & par K le cercle H R Q couppant l'horizon en Q, & ces cercles seruent seulement à faire la demonstration.

Premierement, vous trouuerez K O, comme s'ensuit: comme le sinus total de P C se tient auec le sinus de l'arc A C, complément de la hauteur du Pole: ainsi le sinus de l'arc P K, complément de la distance du Soleil du midy, auec le sinus K O premier trouué: car les 3 termes premiers sont cogneus, & par l'aide de la regle de proportion vous trouuerez ledit premier trouué K O.

Secondement, vous chercherez K Q, comme s'ensuit. Or d'autant que l'angle H K G est egal à l'angle O K Q, l'arc K O sera complément de l'angle K Q O: Le sinus dudit angle se tient au sinus de l'angle K P A, hauteur de l'equinoctial, tout ainsi que le sinus de l'arc P K au sinus de l'arc K Q: & pource que desdicts termes les 3 sont cogneus, le quatriesme sera semblablement cogneu, & par ce moyen K Q le second cherché est trouué.

Tiercement, vous chercherez L Q, comme s'ensuit: & prendrez le triangle I L Q, auquel le sinus de l'angle Q secondement trouué, se tient au sinus de l'angle I droict, tout ainsi que le sinus de l'arc I L (cogneu par l'hypothese pour estre la hauteur du Soleil dessus l'horizon à 3 heures depuis midy, comme veut la question) au sinus de l'arc L Q le dernier cherché: mais ayant trouué cedit arc L Q par l'aide des 3 premiers termes cogneus, tu leueras l'arc K Q le second trouué, de l'arc L Q le dernier trouué, & il en restera K L, la declination du Soleil, laquelle estoit proposee à chercher.

Supputation.

			3
	90	90	15
	51.30	45	45
90	38.30	45	
PC	CA	PK	
100000	62251	70710.	

Et viennent 44017, duquel l'arc fait 26 degrez 7 minutes pour K O.

90
26.7

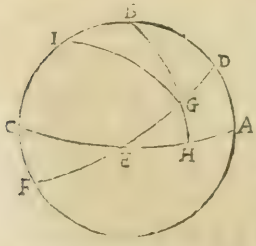
63.53	45	38.30
PQK.	PK	KPQ
89789	70710	62251.

Viennent 49023, dont l'arc 29,21, rend K Q cogneu.

63.53	45.42	90
PQK	LI	QIL
89789.	71569.	100000.

Viennent 79708, duquel l'arc fait 52 degrez 51 minutes, pour L Q, maintenant oſtez 29,21, de 52,51, & reſtent 23 $\frac{1}{2}$.

167. Item, quand le Soleil eſt au commencement d'Aries, qu'on dit equinoxe, on demande combien ſera haut le Soleil à 10 heures deuant midy, quand la hauteur du Pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez facit 32 degrez 37 minutes.



Soit le cercle Meridien A B C, l'equinoctial D E F, l'horizon ſera A E C, le Pole du Monde I, celuy de l'horizon B, & ſi le Soleil eſt en G, au cercle equinoctial D G, ſera la diſtance du Meridien, & G H la hauteur du Soleil, au cercle equinoctial B G H, deſſus l'horizon, lequel eſt à trouuer.

Pour faire cecy, il eſt certain par le premier Theoreme, que le ſinus de l'arc E D, eſt au ſinus de l'arc A D, hauteur de l'equinoctial, ainſi que le ſinus de l'arc E D complément de la diſtance du Soleil du midy, au ſinus de l'arc G H: mais puis que les 3 premiers termes ſont cogneus, le quatrieſme ſera manifeſté par la ſeizieſme du ſixieſme.

Supputation.

12
10

2
15

30

90

90
30

90 . . . . 38.30 60

ED

ED	AD	EG
100000	62251	86602.

Viennent 53910, ſon arc eſt 32 degrez 37 minutes pour la hauteur du Soleil au principe d'Aries à l'heure propoſee.

168. Item, ſi le Soleil eſt à 2 heures apres midy haut 32 degrez 37 minutes, & les iours ſont egaux aux nuicts: on demande, combien la latitude d'iceluy païs ſera? facit 51 ½ degrez.

En la precedente figure nous cherchons l'arc D B, lequel ſe trouuera comme s'enſuit: l'arc E G ſe tient au ſinus de l'arc G H, tout ainſi que le ſinus entier E D, au ſinus de l'arc D A, hauteur de l'equinoctial: les 3 eſtans cogneus, par la ſeizieſme du ſixieſme D A ſera cogneu, & par conſequent ſon complément B D, lequel eſtoit à chercher.

Supputation.

	2
	15
90	30
30	
60	32.37 90
86602	53910 . . 100000

Viennent 62251, ſon arc 38 ½ leué de 90 reſtent 51 ½.

169. Item, le Soleil eſt en l'equinoxe haut deſſus l'horizon 32 degrez 37 minutes: on demande, quelle heure il eſt, la hauteur du Pole eſtant 51 ½ degrez? facit 2 heures apres ou 10 deuant midy.

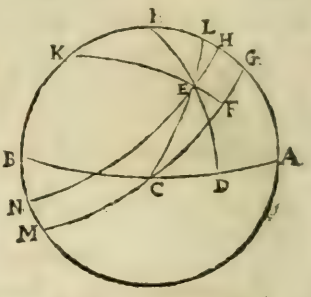
En cecy eſt queſtion de trouuer l'arc D G en la precedente figure, lequel ſe fera comme s'enſuit; comme le ſinus de l'arc A D eſt au ſinus entier D E, tout ainſi que le ſinus G H, au ſinus G E: les 3 premiers ſont cogneus, & par ainſi G D ne ſera incogneu.

Supputation.

90		
51.30		
38.30	90	32.37
62251.	100000	53910.

Viennent 86602, dont l'arc eſt 60 degrez, lequel oſté de 90 degrez reſtent 30 degrez, qui font 2 heures.

170. Item, quand les iours ſont les plus longs, & que l'eſleuation du Pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez: on demande la hauteur du Soleil à 9 heures deuant midy, ou à 3 heures apres midy? facit 45 degrez & 42 minutes.



Soit en la preſente figure le cercle Meridien A I B, l'equinoctial G C, l'horizon A C B, le Pole du Monde K, celuy de l'horizon I, le cercle vertical paſſant par le centre du Soleil E, tombe ſur l'horizon en D; de ſorte que l'arc A D eſt l'Azymuth du Soleil pour lors, & D E eſt la hauteur du Soleil, que nous cherchons.

Pour donc trouuer iceluy arc, vous ferez comme s'enſuit: car ie tire premierement de C par E vn cercle, lequel couppe le Meridien en L: Et l'arc E L ſera le premier cherché. Le ſinus entier, qui eſt de l'arc K F ſe tient au ſinus de l'arc G F, diſtance du Soleil du midy, tout ainſi que le ſinus de l'arc E K, complément de la declination du Soleil, au ſinus de l'arc E L par le premier Theoreme. Or les 3 ſont cogneus, & par conſequent le quatrieſme E L ſera cogneu, & ſon complément C E premier trouué.

Secondement, vous chercherez G L, lequel ſe trouue ainſi, la proportion de E C premier trouué à E F declination du Soleil, tout ainſi que le ſinus entier C L a proportion auec le ſinus de l'arc G L: mais de ces 4 termes proportionnaux les 3 ſont cogneus, & par la ſeiziesme du ſixieſme, le quatrieſme ſemblablement. Or ſi G L eſt cogneu, & A G la hauteur de l'equinoctial, A L ſera cogneu le ſecond trouué.

Tiercement, vous verrez par ledit premier Theoreme, que le ſinus total de C L a proportion du ſinus A L le ſecond trouué, tout ainſi que le ſinus de C E premier trouué, au ſinus de l'arc E D, hauteur du Soleil à l'heure propoſee. Or les 3 premiers termes eſtans cogneus, la regle de proportion rendra le quatrieſme cogneu.

Supputation.

3
15

90	45	66.30
KF	EG	KE
100000	70710	91706

Viennent 64845, ſon arc 40 degrez 25 minutes pour E L ſon complément 49, 35, pour l'arc C E.

49.35	23.30	90
CE	EF	CL
76134.	39874.	100000.

Viennent 52373, dont l'arc fait 31 degrez 35 minutes pour G L, auquel i'adiouſte l'arc A G, 38 degrez 30 minutes, & en viennent 70 degrez 5 minutes pour A L.

90	70.5	40.35
CL	AL	CE
100000.	94018.	76134.

Viennent 71579, ſon arc 45 degrez 42 minutes, monſtrent la hauteur du Soleil cherché.

Item, s'il eſt queſtion de trouuer l'azymuth du Soleil, c'eſt à dire, combien le cercle vertical du Soleil eſt diſtant du Meridien, lequel eſt en la figure precedente l'arc AD, vous trouuerez comme s'enſuit.

Le complément du Soleil eſt K E, duquel le ſinus a proportion au ſinus E L premierement trouué, tout ainſi que le ſinus total I D, au ſinus de l'arc A D azymuth du Soleil: les 3 ſont cogneus, & le quatrieſme ſemblablement par le moyen de la ſeizieſme du ſixieſme.

90		
45.42		
44.18.	40.25	90
IE	EL	ID
69841	64845.	100000.

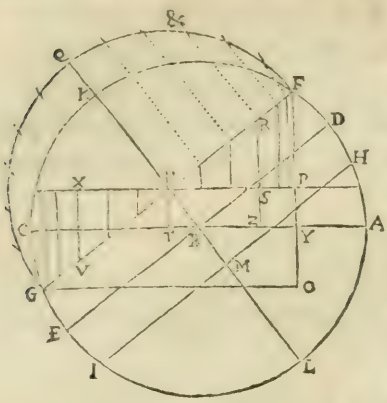
Viennent 92847, ſon arc fait 68 degrez 12 minutes pour l'azymuth du Soleil.

Vous pourrez encore practiquer cecy par vne autre voye plus commode: car I E a proportion auec E K complément du Soleil, comme l'angle K, à l'arc A D, ſubtendant l'angle I.

44.18	66.30	45
IE	EK	FG
69841.	91706.	70710.

Viennent 62849, ſon arc fait 68 degrez 12 minutes pour A D, di-

ſtance du cercle vertical du Soleil de la ligne Meridienne.



Item, d'autant que les cylindres, quadrans, anneaux, & autres horloges pendillans, ne ſe peuuent faire ſans auoir la hauteur du Soleil à toute heure par toute l'annee: Nous auons bien voulu appliquer en ceſt endroict vne maniere plus facile que la precedente, par laquelle auec bien peu de trauail vous pourriez facilement faire vne table de la hauteur du Soleil à toute heure: la maniere eſt telle.

Premierement, vous prendrez la hauteur de l'equinoctial A D, à laquelle adiouſterez la declination du Soleil au ſigne propoſé, & la ſomme A F, monſtre la hauteur du Soleil au midy, & ſemblablement la leuerez dudit arc A D, & il reſtera A H, ou bien (qui eſt egale à iceluy) C G, hauteur Meridienne, au ſigne oppoſite, le ſinus de l'vne hauteur qui eſt F Y, adiouſterez au ſinus de l'autre Y O, & la ſomme F O, vous partirez en deux egalement en P, dont la moytié F P s'appelle le premier trouué: d'iceluy premier trouué vous leuerez Y O, ſinus de la moindre hauteur, & le reſte P Y ſera appellé le ſecond trouué. Or ayant marqué le parallele Septentrionnal du Soleil qui eſt F G, & le Meridionnal H I, de F en N ſeront ſix heures, & autres ſix de N en G: puis ie dy par la quatrieſme du ſixieſme, que le ſinus total N F, ſe tient au ſinus N R, ſinus du complément de la diſtance du Soleil du Meridien, tout ainſi que le premier trouué, au tiers trouué R S. Or ſi le Soleil eſt Septentrionnal, audit R S, vous adiouſterez le ſecond trouué, & il en viendra R Z, ſinus de la hauteur du Soleil: mais ſi le Soleil eſt Meridionnal, tu leueras ledit ſecond trouué du tiers trouué, & reſtera comme auparauant le hauteur de Soleil à l'heure propoſee.

Par ce moyen vous trouuerez deux choſes enſemble, à ſçauoir la hauteur du Soleil en vn ſigne Septentrionnal, & au ſigne Meridionnal oppoſite.

La Regle eſt telle, multipliez touſiours le premier trouué auec le ſinus du complément de la diſtance du Soleil du midy, & vous partirez le produit par le ſinus total. Au produit vous adiouſterez le ſecond trouué, ſi le ſigne du Soleil eſt boreal: mais pour le ſigne Me-

ridionnal le ſouſtrairez, & le reſte ſera le ſinus de la hauteur du Soleil cherchee.

Supputation.

Nous ferons la precedente queſtion par vne ſeule regle, ce que nous n'auons peu faire moins que par 3 regles, ſelon la precedente regle des triangles ſpheriques.

$38\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	88294	57087
$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$	25881	25881
62.	15	114175	31206
88294.	25881	57087.	

Le premier trouué eſt 57087, & le ſecond 31206.

100000 . . . . 70710 . . . . 57087.

Viennent 40366, tiers trouué.

40366	40366
31206	31206
71572	9160.

Par ainſi ie trouue 71572, dont l'arc fait 45 degrez 42 minutes pour la hauteur du Soleil à 3 heures apres midy, le Soleil eſtant en Cancer.

Mais pour la hauteur du Soleil au ſigne oppoſite, qui eſt Capricornus, à la meſme heure il en vient 9160, dont l'arc eſt 5 degrez 15 minutes.

Voyez donc que par ceſte maniere ie fais par vne regle, ce que l'autre maniere n'a peu faire moins qu'à ſix regles, & telle briefueté vſons ſemblablement à ſupputer les Azymuthz, comme le precedent le demonſtre.

Notez, que ceſte queſtion ſe peut ſoudre ſemblablement par vne autre voye, laquelle auons trouuee premierement en vn vieil exemplaire eſcrit d'vn Sarazin, tranſlaté en Latin par Leopolde Auſtraic, & depuis au liure de Radio aſtronomico de Gemme Phriſius, lequel allegue Albategne, qu'on dit Mahomet Aratenſe, pour l'auoir trouué premierement chez iceluy, laquelle maniere eſt quaſi autant aiſee que ceſte premiere.

Item, Iean de Monterege au liure de ſes obſeruations monſtre encore vne autre voye auſſi tresbonne, mais pour la briefueté les auons obmiſes: & toutes ces manieres ſe font par triangles plains: car par les ſpheriques elles ſont plus facheuſes.

171. La teneur de ceſte cent ſeptante-vnieſme queſtion eſt de mot en mot ſemblable à la cent ſoixante huitieſme, & pour remplir le lieu vuide auons mis vne fort ſpeculatiue miſe par Monterege.

Il y a vne arc en l'eclypticque, qui ſurpaſſe le plus ſon aſcenſion droicte: on demande, où termine iceluy? facit au ſeizieſme degré 14 minutes de Taurus.

Monterege demonſtre que le complément de la declination de la fin d'iceluy arc eſt le milieu proportionnal entre le complément de la plus grande declination du Soleil, & le ſinus total.

Supputation.

Le complément de la plus grande declination du Soleil eſt 66 degrez 30 minutes ſon ſinus 91706, multiplié par le ſinus total viennent 9170600000, dont la racine quarree eſt 95763, duquel l'arc fait 73 degrez 16 minutes, ſon complément 16 degrez 44 minutes, qui eſt la declination de la fin dudit arc, à trouuer, auquel par la cent cinquante-troiſieſme queſtion reſpond, le ſeizieſme degré 14 minutes de Taurus.

Item, ſi l'aſcenſion droicte & l'arc eclypticque enſemble font 36 degrez 30 minutes: on demande, combien chacun fait à par-ſoy?

Par la precedente maniere vous trouuerez que la plus grande difference eſt 2 degrez 28 minutes, dont le ſinus eſt 4303, & le ſinus de la ſomme premiſe eſt 59482.

100000 — 4303 — 59482.

Viennent 2576, dont l'arc eſt 1 degré 29 minutes, difference entre l'aſcenſion & l'arc eclypticque.

17.30.30	36.30
1 29	1. 29
	35.1

Arc eclypt. 18. 59.30 17.30.30, aſcenſion droicte.

172. Item, ſi la hauteur du Pole eſt 51 ½ degrez, & le Soleil en ſa plus grande declination, la demande eſt à quelle heure le Soleil eſt haut 45 degrez 42 minutes, Facit à 3 heures deuant midy.

Pour reſpondre à cecy prenez la ſeconde figure de la 170. queſtion: & ayant trouué le premier trouué, ſemblablement le ſecond, prenez le ſinus de la hauteur du Soleil, duquel vous oſterez le ſecõd

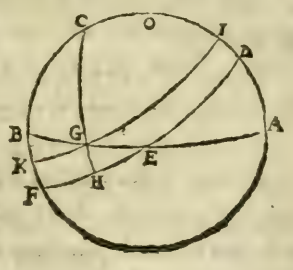
trouué, & le reſte ſera le troiſieſme trouué. Or le premier trouué a proportion à ce troiſieſme trouué tout ainſi quele ſinus total au ſinus du complément de la diſtance du Soleil du midy.

Supputation.

71572
31206
57087 —— —— —— 100000
40366

Viennent 70710, dont l'arc fait 45 degrez, ſon complément ſemblablement 45 degrez, leſquels ſont 3 heures apres midy, ou 9 heures deuant midy.

173. Item, il y a ville où le Soleil declinant de l'equateur par 15 degrez 12 minutes, le iour eſt de 14 heures: on demande combien eſt la hauteur du pole de ceſte ville-là? Facit 42 degrez 16 minutes.



Soit repetee la figure de la 163. prop. en laquelle eſt le Meridien A B C D, l'horizon A E B, l'equinoctial D E F, & I G K le parallele du Soleil; tellement que le Soleil eſtant en G, G I ſera l'arc de la moytié du iour; & du pole du monde C vienne C G H: l'aſcenſion droicte du Soleil viendra en E, ſon aſcenſion oblique en H, & partant E H ſera la differẽce aſcentionnale, & G H la declination du Soleil, & l'arc B C eſt la hauteur du pole qu'il faut chercher: & pour la trouuer faut premierement auoir l'arc E H de la difference aſcentionnale comme enſuit: puis que le iour eſt de 14 heures, l'arc de l'equateur D H ſera de 105 degrez, & D E eſt de 90 degrez, qui oſtez de 105, reſteront 15 degrez pour l'arc E H premier trouué.

2) 14 15 105
7 7 90
105 15, pour l'arc E H.

Secondement faut trouuer l'amplitude Orientale E G, comme s'enſuit: Au triangle rectangle E G H, le ſinus total ſe tient à H F complément du premier trouué E H, tout ainſi que C G complément de la declination à G B, complément de E G ſecond trouué.

	90	90
	15	15. 12.
90	75.	74. 48.
	HF	GC.

100000 . . . 96593 . . . . . 96502.

Viennent 93514, dont l'arc fait 69 degrez 15 minutes, & ſon complément 20 degrez 45 minuttes pour l'arc E G.

Tiercement, le ſecond trouué E G ſe tient au ſinus total, ainſi que le coſté G H à l'angle E egal à l'arc B F, & par ainſi les 3 eſtans cogneus, le quatrieſme ſera auſſi cogneu, qui leué de C F, reſtera C B, lequel il falloit chercher.

20. 45.		90	15. 12
EG		H	GH
35429	100000		26219.

Viennent 74005, auquel correſpondent 47 degrez 44 minuttes pour l'arc F B, qui oſté de l'arc F C 90, reſtent 42 degrez 16 minuttes pour la hauteur du pole cherché.

174. Plus, il y a vne ville en laquelle le plus long iour eſt 16 heures & demy: on demande combien eſt la hauteur du pole d'icelle? Facit 51 degrez 57 minuttes.

Soit la precedente figure en laquelle retiendrons tous ſes cercles, comme deſſus, & le poinct G en l'horizon ſoit le lieu du Soleil au ſolſtice eſtiual, par lequel du pole du monde C deſcende le quart de cercle C G H: & puis que le plus grand iour d'Eſté eſt donné, l'arc ſemi-diurne du Soleil G I ſera cogneu, & par conſequent l'arc de l'equateur D H qui luy eſt ſemblable, & auſſi l'arc E H, (car iceluy eſt la difference aſcentionnalle) & l'arc G H eſt la plus grande declination du Soleil: parquoy le triangle rectangle E G H a les deux arcs G H & H E cogneus, & partant comme en la precedente propoſition la hauteur du pole B C ſera cogneuë.

Supputation.

2) 16. 30.		15	123. 45.
8. 15.		120.	9.
		3. 45.	33. 45. pour l'arc E H.
		123. 45.	

	90	90
	33.45.	23.30
90	56.15.	66 30
	HF	GC

100000 . . 83147 . . 91706.

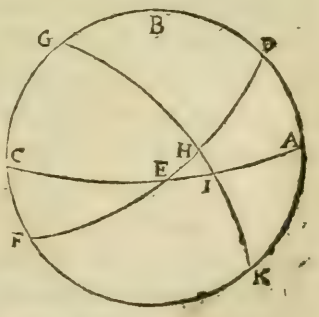
Et viennent 76251, dont l'arc fait 49 degrez 41 minuttes, & partant ſon complément ſera 40 degrez 19 minuttes pour l'arc E G.

40.19.	90.	23.30.
EG.	H	GH

64701 . . . . 100000 . . . . 39875.

Viennent 61630, dont l'arc fait 38 degrez 3 minuttes, & ſon complément 51 degrez 57 minuttes ſera pour l'arc B C, qui eſt la hauteur du pole cherchee.

175. Item, il y a vne ſphere miſe à la hauteur du pole 51 ½ degrez, & du pole vient vn cercle horaire, lequel couppe l'horizon; de ſorte qu'entre ce entre-croiſſemẽt & le cercle Meridien, il y a 30 degrez de l'horizon : on demande la longueur de l'arc depuis le pole iuſques en l'horizon? facit 122 degrez 37 minuttes.



Soit en la ſphere preſente le cercle Meridien A B C, l'horizon A E C, l'equinoctial D E F, ſon pole G, & par iceluy vient vn cercle horaire G H I K, couppant l'horizon en I, & l'arc A I fait 30 degrez ſelon la queſtion : la demande eſt, combien ſera l'arc G I?

Pour trouuer ledit arc, nous prendrons le triangle E H I, auquel l'angle droict H ſe tient à ſon arc oppoſite I E complément de l'arc A I, tout ainſi que l'angle E, egal à la hauteur de l'equinoctial, ſe tient à l'arc H I; mais cecy s'entendra des ſinus d'iceux arcs.

Or puis que des 4 termes proportionnaux les 3 premiers ſont donnez, le quatrieſme ſera cogneu : ayant donc l'arc I H, lequel adiouſté à l'arc G H quart d'vn cercle, tout l'arc GHI ſera trouué, ce qu'il nous faloit faire.

Supputation.

90	90
30	$51\frac{1}{2}$

90 .... 60 .... $38\frac{1}{2}$

100000 ... 86602 ... 62251.

Viennent 53910, dont l'arc fait 32 degrez 37 minutes; iceluy adiouſté à 90 degrez, viennent 122 degrez 37 minuttes.

176. Item, il y a vne ſphere à la hauteur du pole $51\frac{1}{2}$ degrez, ſur la meſme ie trouue par le Soleil qu'il eſt 2 heures 26 minutes apres midy: on demande, combien de degrez le cercle horaire monſtrant icelle heure, eſt diſtant ſur l'horizon, de la ligne du midy? facit 30 degrez.

Soit en la precedente figure l'arc D H, lequel fait 2 heures 26 minutes, ou bien 36 degrez 30 minutes, l'arc A I ſur l'horizon monſtre combien le cercle horaire G H K, eſt diſtant du midy A; Pour lequel trouuer prendrons autrefois le triangle I H E, auquel l'angle droict H ſe tient à l'angle E hauteur de l'equinoctial, tout ainſi que le complément H E, au complément de l'angle I: mais cecy ſe doit entendre des ſinus; les 3 eſtans cogneus, le quatrieſme ſera cogneu, & par conſequent l'angle I.

Secondement l'angle I ſe tient à ſon arc ſubtendant E H, tout ainſi que l'angle droict H à l'arc I F ſubtendant l'angle droict. Cecy ſe doit ſemblablement entendre des ſinus. Or I E cogneu, ſon complément A I ſera manifeſte ce; que nous cherchions.

Supputation.

90 .... $38\frac{1}{2}$ .... $36\frac{1}{2}$

100000 .. 62251 .. 59482.

Viennent 37028, ſon arc fait 21 degrez 44 minutes.

90	90	
21. 44	36. 30	
68. 16	53. 30	90
92891	80368	100000.

Viennent 86602, ſon arc fait 60 degrez, leſquels ie leue de 90 re-

ſtent pour l'arc A I 30 degrez, & cecy ſert pour trouuer les arcs à faire les heures ſur l'horloge horizontal.

177. Item, il y a vn horloge horizontal fait à l'eſleuation du pole 51½ degrez, ſur lequel ie trouue l'ombre 30 degrez diſtante de la ligne Meridienne de Septentrion vers Orient: on demande, quelle heure le ſtile monſtroit? facit 2 heures 26 minutes apres midy.

En la precedente figure fait l'arc A I 30 degrez, & ſon complément I E ſera donc 60: mais l'arc D H eſt incogneu, lequel ſe pourra trouuer comme s'enſuit.

Premierement, au triangle I H E nous chercherons l'arc I H, comme l'angle droict H ſe tient à l'angle E, hauteur de l'equinoctial, tout ainſi l'arc I E ſe tient à l'arc I H, lequel ayant par l'aide des 3 premiers termes donnez, vous prendrez ſon complément I K.

Secondement, I K a proportion auec A I premier cogneu, tout ainſi que le ſinus total H K, a proportion auec D H: mais tout cecy vous entendrez du ſinus des arcs.

Ayant donc D H, iceluy monſtre combien d'heures ſont paſſees depuis midy, & ſera la reſponce de la queſtion.

Supputation.

90 90
51.30 30

90 .... 38.30 60
100000 .. 62251 ..... 86602.

Viennent 53910, ſon arc fait 32 degrez 37 minutes pour l'arc I H,

90
32.37

57.23 .... 30 90
I K I A K H
84429 .. 50000 .. 100000.

Viennent 59482, ſon arc fait 36 degrez 30 minutes, leſquels conuertis en heures par 15 donnent 2 heures 26 minutes.

178. Item, il y a vne ſphere, ſur laquelle ie trouue qu'il eſt 9 heures 24 minutes deuant midy. Or le cercle horaire d'icelle heure coupe l'horizon: de ſorte qu'entre le midy, & cedit cercle il y a ſur l'horizon 30 degrez: on demande, à quelle hauteur icelle ſphere eſtoit miſe? facit 51½ degrez.

Pour respondre à cecy, il nous faut leuer 9 heures 34 minutes de 12 heures, & il resteront 2 he. 26 mi. lesquelles reduites en degrez de l'equateur par 15, vient 36 $\frac{1}{2}$ degrez, & pour autant est le Soleil encores distant du midy. Or prenant la precedente figure l'arc D H sera 36 $\frac{1}{2}$ degrez, duquel le sinus a proportion au sinus entier H K, tout ainsi que le sinus de l'arc A I, lequel par l'hypothese fait 30 degrez, a proportion auec le sinus de l'arc I K, lequel trouué, son complément I H sera cogneu.

Secondairement, le sinus de l'arc I E (complément de A I) a proportion auec le sinus I H, tout ainsi que le sinus total E A auec le sinus de l'arc A D: lequel trouué, son complément D B sera manifeste.

Supputation.

12
9.34

2.26

36.30 .... 90 30
D H H K. A I
59482 100000 50000.

Viennent 84429, dont l'arc fait 57.23.

90 90
30 57.23

60 ..... 32.37 90
I E I H E A
86602 53910 100000.

Viennent 62251, dont l'arc fait 38 $\frac{1}{2}$ degrez, son complément 51 $\frac{1}{2}$ sera la solution de la question.

179. Item, la longitude d'Auguste est 33 degrez, & celle d'Anuers 26 degrez 36 minutes: on demande, en quelle ville il est plustost midy, & par combien de temps? facit en Auguste il est 25 minutes d'vne heure plustost midy qu'en Anuers.

S'ensuit la supputation.

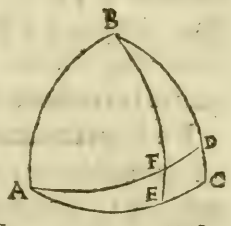
33 .
26.36

6.24.

6. 24. (9
4 24 { 15 } 1 . . 9
24 4
1 . . . 36 36

Facit 25 minutes 36 secondes.

180. Item, il y a vne ville sous l'equinoctial, & vne autre distante d'iceluy 60 degrez: on demande, combien soit leur distance quand elles different au midy vne heure? facit 917 lieuës.



Soit A C le quart de l'equinoctial, auquel est la ville A, & vne autre F, & le pole du monde B; le Meridien du lieu A, est B A; celuy de F est B E; la difference de leur longitude est A E d'vne heure, ou 15 degrez; l'arc A F est la distance que nous cherchons.

Le sinus total B E se tient au sinus C E, complément de la difference des longitudes, tout ainsi que B F, complément de la seconde ville, au sinus D F, complément de leur distance.

Supputation.

90
15

90 . . . . 75 30
BE CE BF
100000 96592 50000.

Viennent 48296, dont l'arc fait 28 degrez 53 minutes, son complément 61 degrez 7 minutes, lesquels par 15 font 916 ¼ lieuës pour la distance.

181. Item, il y a vne ville sous l'equinoctial, & vne autre distante d'icelle 917 lieuës: on demande, combien le pole est haut en la seconde ville, quand leur longitude differe 15 degrez? facit 60 degrez.

En la precedente figure l'arc A F est cogneu, mais nous cherchons E F, lequel se trouuera ainsi: le sinus C E, complément de la difference des longitudes, se tient au sinus total B E, comme le sinus complément de D F, complément de la distance, au sinus B F, la hauteur du pole de la deuxiesme ville.

Supputation.

Item, 917 font 61 degrez 7 minutes, ſon complément 28. 53.

90		
15		
75	90	38.53
96592	100000	48296.

Viennent 50000, dont l'arc 30 leué de 90, le reſte 60 degrez eſt la hauteur du pole.

182. Item, il y a vne ville ſous l'equinoctial, & vne autre diſtante d'icelle 917 lieuës: on demande, combien elles different au midy, quand la latitude de la ſeconde ville eſt 60 degrez?

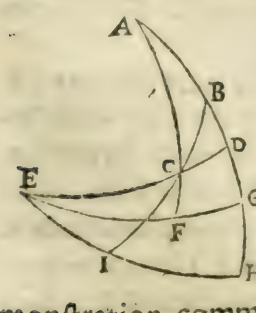
En la precedente figure l'arc A F eſt cogneu, & par conſequent ſon complément, auquel le ſinus de l'arc B F complément de la latitude de la ſeconde a proportion tout ainſi que le ſinus total au ſinus de l'arc C E, complément de la difference des longitudes.

Supputation.

Les 917 lieuës font 61 degrez 7 minutes.

90	90	
60	61. 7	
30	28. 53	90
50000	48296	100000.

Viennent 96592, dont l'arc fait 75 degrez, & ſon complément 15 monſtre que ces deux villes different au midy par vne heure.



183. Item, il y a deux villes Septentrionnales, l'vne eſt diſtante de l'Equateur 30 degrez, & la hauteur du pole de l'autre eſt 66 degrez, & la difference de leurs longitudes eſt 38 ½ degrez: on demande, combien de lieuës icelles ſont diſtantes? facit 643 ½ lieuës.

Item, ceſte queſtion eſt du tout ſemblable à la precedente 179. partant auons obmiſe la demonſtration, comme choſe inutile, de repeter tant de fois ce que nous auons ſuffiſamment declaré audit lieu.

Supputation.

90	38.30	60
AF	FG	AC
100000	62251	86602.

Viennent 53910, ſon arc fait 32 degrez 38 minutes, & ſon complément C E 57 degrez 22 minutes.

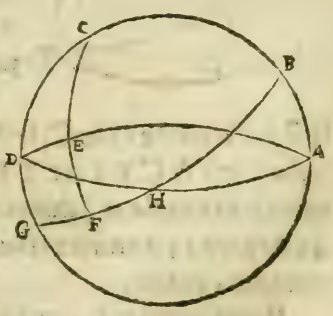
57.22	30	90
EC	CF	ED
84213	50000	100000.

Viennent 59373, ſon arc fait 36 degrez 26 minutes, auec l'arc G H 24 degrez, il fait 60, 26.

90	60.26	57.22
ED	DH	EC
100000	86978	84213.

Viennent 73246, dont l'arc fait 47 degrez 6 minutes pour C I, ſon complément 42 degrez 54 minutes rend l'arc B C cogneu, diſtance des 2 villes, leſquels multipliez par 15, font 643 ½ lieuës.

184. Item, il y a vne ſphere miſe à la hauteur du pole 51 ½ degrez, à laquelle eſt mis le cercle de la poſition en ſorte que ce pole eſt eſleué ſur iceluy 32 degrez 9 minutes: on demande, quel degré de l'equinoctial reſpond à ceſte hauteur? facit 6 degrez.



Soit le cercle Meridien A B C D, l'equinoctial B H G, le pole du monde C, le cercle de la poſition D E A, la hauteur du pole ſur ledit cercle eſt determinee par l'arc C E, lequel monſtre en l'equinoctial F. Or l'arc F G eſt l'arc cherché.

Premierement, nous faut trouuer E D comme s'enſuit: le complément de l'arc C E ſe tient au complément de l'arc C D, tout ainſi que le ſinus total au complément de l'arc E D. Or les 3 ſont cogneus, car C E eſt 32 degrez 9 minutes, & C D 51½ degrez: mais tout cecy ſe doit entendre des ſinus, & non des arcs.

Secondement, C D ſe tient à D E, tout ainſi que le ſinus total à F G: cecy s'entendra ſemblablement de leurs ſinus.

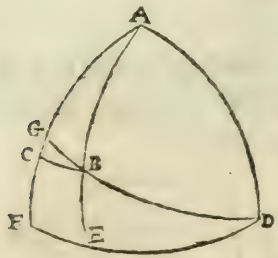
Supputation.

90		90
32.9	f	51.30
57.51	90	38.30
84665	100000	62251.

Viennent 73526, dont l'arc fait 47 degrez 20 minutes, & ſon complément 42,40.

51.30	48.40	90
CD	ED	CG.
78260	67773	100000.

Viennent 86600, dont l'arc fait 60 degrez pour F G.



185. Item, il y a deux villes Septentrionnales, l'vne eſt diſtante de l'equinoctial 66 degrez, & la difference de leurs longitudes eſt 38 ½ degrez, & la diſtance de l'vne à l'autre lieuës 643 ½: on demande, combien eſt la hauteur du pole de la ſeconde ville? facit 30 degrez.

Soit le pole du monde A, la premiere ville B, la ſeconde ville C, le Meridien de la ville B eſt A B E, celuy de la ville C eſt A C F, l'arc E F eſt la difference de leur longitude, faiſant en ceſt exemple 38 ½ degrez, B E fait 66 degrez, & B C 643 ½ lieuës, ou 42 degrez 54 minutes: mais l'arc C F eſt incogneu, lequel ſe trouuera comme s'enſuit.

Premierement, vous trouuez B G en ceſte ſorte: le ſinus total A E ſe tient au ſinus E F difference des longitudes, comme le ſinus A B, complément de B E au ſinus B G, de ce les 3 eſtans cogneus, rendent le quatrieſme B G cogneu, lequel s'appelle le premier trouué.

Secondement, vous trouuerez G F comme s'enſuit: Le ſinus du complément B G premier trouué, lequel eſt l'arc D B, eſt au ſinus B E, comme le ſinus total D G, au ſinus F G; lequel cogneu s'appellera le ſecond trouué.

Tiercement, vous chercherez G C comme s'enſuit: Le ſinus du complément B G premier trouué, eſt au ſinus du complément B C, diſtance des villes, cõme le ſinus total, au ſinus du complément G C:

les

les 3 premiers eſtans cogneus, rendent le quatrieſme auſſi cogneu, enſemble l'arc G C ; oſtant G C de G F ſecond trouué, il en reſtera C F hauteur du pole de la ſeconde ville.

Supputation.

90
66

90	38.30	24
A E	E F	A B
100000	62251	40673.

Viennent 25319, duquel l'arc eſt 14 degrez 40 minutes pour B G.

90
14.40

75.20	66	90
D B	B E	D G
96741	91354	100000.

Viennent 94431, duquel l'arc fait 70 degrez 47 minutes G F.

90
42.54

75.20	47. 6.	90
96741	73246	100000.

Viennent 75713, duquel l'arc fait 49 degrez 13 minutes, ſon complément fait 40 degrez, 47 minutes.

Second trouué	70	47
Tiers trouué	40	47

Reſte l'arc C F 30 degrez.

186. Item, il y a deux villes Septentrionnales, dont l'vne a la hauteur du pole 30 degrez, & l'autre 66. La diſtance de l'vne à l'autre eſt 643 $\frac{1}{2}$ lieuës, deſquelles 15 font vn degré: on demande, combien ſoit la difference de leur longitude ? Facit 38 $\frac{1}{2}$ degrez.

Ceſte queſtion eſt bien difficile à ſoudre ſuiuant la regle qu'a mis Valentin ſur telles queſtions ; mais nous la pouuons practiquer plus facilement par triangles plains, comme s'enſuit.

Premierement, vous prendrez le complément de 66 degrez, qui

eſt 24 degrez, auquel vous adiouſterez la moindre latitude 30 degrez viennent 54 degrez, ſemblablement vous leuerez 24 degrez de 30 degrez, & le reſte ſera 6 degrez. Le ſinus de 54 degrez eſt 80902, & celuy de 6 degrez eſt 10452, tirant l'vn de l'autre il en reſtera 70450, dont la moytié 35225 ſera le premier trouué. Puis vous adiouſterez le premier trouué à 10452, & le produit ſera 45676, la diſtance 643 ½ lieuës reduites en degrez viennent 42 degrez 54 minutes, dont le complément fait 47 degrez 6 minutes, & ſon ſinus 73254, duquel j'oſte les ſuſdites 45676, il en reſtera 27578, qui s'appelle le ſecond trouué.

Secondement, le premier trouué ſe tient au ſecond trouué, tout ainſi que le ſinus total au ſinus du complément de la difference des longitudes. Or de ces 4 termes proportionnaux, les 3 premiers ſont donnez, & par la ſeiziéſme du ſixieſme ſera le quatrieſme cogneu. Lequel oſté de 90, il en reſtera la difference cherchee.

90		
66		
24	30	
30	24	
54	6	
80901	10452	35224
10452		10452
70449		45676

35224.

Item, la diſtance des 2 villes eſt 42 degrez 54 minutes, ſon complément eſt 47 degrez 9 minutes, duquel le ſinus eſt 73254.

	73254	
	45676	
35224	27578	100000.

Viennent 78260, dont le ſinus fait 51 ½ degrez, & ſon complément 38 ½ pour la difference des longitudes qu'il nous falloit chercher.

187. Item, il a deux villes Septentrionnales, dont la hauteur du pole de la premiere eſt 51 ½ degrez, & ſa longitude 20 degrez 16 minutes, la latitude de l'autre eſt 47 degrez 31 minutes: on demande, combien

ſera la longitude de la ſeconde ville eſtant Orientale de la premiere, quand leur diſtance eſt 96 lieuës, deſquelles les 15 font vn degré? facit 27 degrez 58 minutes.

Ceſte queſtion eſt ſemblable à la precedente; toutefois pour la diuerſité des operations nous l'auons ſoudee d'vne autre maniere, qui eſt telle.

I'ay pris premierement le complément de la plus grande latitude, lequel eſt 38 ½ degrez, auquel i'ay adiouſté la moindre latitude 47 degrez 31 minutes, la ſomme fait 86 degrez 1 minute, dont le ſinus eſt 99758: derechef les 96 lieuës font 6 degrez 24 minutes, ſon complément 83 degrez 36 minutes, dõt le ſinus 99376 i'ay leué du ſinus 99758, & le reſte eſt 382; puis i'ay dit par la regle de proportion, ſi 62251 (ſinus du complément de la plus grande latitude) me donne le ſinus total, combien donneront ces 382 premierement trouuez? & il en vient 613. En apres ie prend le ſinus du complément de la plus grande latitude, lequel a proportion au ſinus total, tout ainſi que 613 premierement trouué, au ſinus verſe du complément de la difference des longitudes: par la regle donc viennent 907, lequel ie leue du ſinus total, & reſtent 99093, dont l'arc fait 82 degrez 18 minutes, ſon complément 7 degrez 42 minutes eſt la differẽce des longitudes de ces deux villes; or d'autant que la ſeconde ville eſt Orientale de la premiere, il faut adiouſter les 7 degrez 42 minutes de la difference à la moindre longitude 20 degrez 16 minutes, & la ſomme 27 degrez 58 minutes ſera la longitude de ladite ſeconde ville.

90
51.30
38.30
47.31
86.1
99758.

15 (6 (6.24
90
6.24
83.36
99376

99758
99376

38½
62251 100000 382. viennent 613.

90
47.31

42. 29
67537 613 100000.

Viennent 907, ces 907 eſt le ſinus verſe du complément de la difference des longitudes.

100000
907

96093, ſon arc

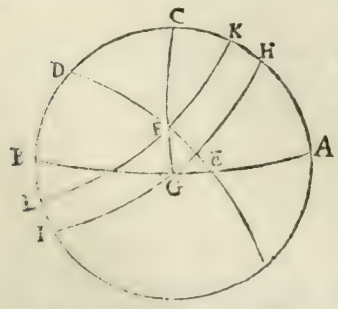
90
82.18

7.42
20.16

Longitude de la ſeconde ville. 27.58.

188. Ceſte 188. queſtion eſt la meſme que Valentin a propoſé à la cent cinquantieſme, & par ainſi l'auons obmiſe, & au lieu d'icelle auons mis celle-cy: Il y a vne ville en laquelle le Soleil declinant de l'equateur par 20 degrez, lorsqu'il atteint le cercle vertical, il eſt 30 degrez 20 minutes eſleué ſur l'horizon: on demande la hauteur du pole d'icelle ville? facit 42. deg. 38. min.

En ceſte figure A C B ſoit le Meridien, A G B l'horizon, & H G I l'equinoctial, le pole d'iceluy D qui eſt le meſme que du monde, C le Zenith, duquel deſcend ſur l'horizon le principal cercle vertical C F G, lequel couppe le parallel du Soleil en F: tellement que l'arc de hauteur d'iceluy F G eſt 30 degrez 20 minutes, & parle poinct F deſcend du pole D le cercle D F E, duquel l'arc F E, qui eſt la declination du Soleil, eſt de 20 degrez. Il faut trouuer l'arc H C, qui eſt egal à l'eſleuation du pole B D: & pour ce faire nous prendrons le triangle rectangle E F G, duquel l'arc F G ſe tient au ſinus total, tout ainſi que l'arc F E a l'angle G ou arc H C, qui partant ſera cogneu, & par conſequent la hauteur du pole B D.

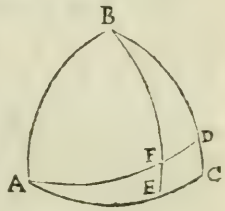


La ſupputation.

30.20.	90.	20.
FG		FE
50503	100000	34202.

Et viennent 67722, à quoy correſpondent 42 degrez 38 minutes pour l'angle G, ou arc H C, qui eſt la latitude de la ville propoſée, à laquelle latitude eſt egale la hauteur du pole cherchee B D.

189. Item, il y a vn triangle ſphericque A B C: A eſt ſur l'horizon en l'Orient, & C en midy; le poinct B eſt le Zenith, de A eſt tiré vn arc au Meridien en D; de ſorte que C D eſt egal à B D. Item de B eſt tiré vn autre arc touchant l'horizon en E, & iceluy couppe le premier arc en F: on demande, combien ſera D F, & F A, quand B F fait 50 degrez.

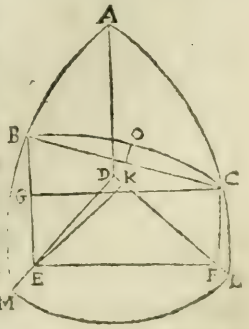


Soit le triangle A B C, l'arc C D fait 45 degrez, & E F 40, complément de B F, lequel par la propoſition fait 50 degrez: pour trouuer donc D F, & F A, le ſinus C D 45 degrez ſe tient au ſinus E F 40 degrez, comme le ſinus total D A au ſinus F A. Or à cauſe que les 3 termes premiers des 4 proportionnaux ſont cogneus, le quatrieſme ne pourra eſtre incogneu par la ſeizieſme du ſixieſme, & par conſequent D F ſon complément.

CD	EF	DA
45.	40.	90
70710	64278	100000.

Viennent 90903, ſon arc fait 65 degrez 22 minutes pour F A, & ſon complément 24 degrez 38 minutes pour D F.

190. Item, il y a 3 villes, A, B, C, celles de A & C, ſont deſſous l'equinoctial, & leur diſtance eſt 1003 $\frac{1}{2}$ lieuës, deſquelles il y en a 15 en vn degré. Et l'autre ville B eſt Septentrionnale de C, lieuës 675, & de A, lieuës 825, & de B il y a vn chemin à rectangle ſur A C en O: on demande, combien de lieuës, il y a de B en O, de O en C, & de O en A? Facit 594 $\frac{1}{2}$ pour B O; 413 $\frac{3}{4}$ pour C O; & 589 $\frac{1}{4}$ pour O A.

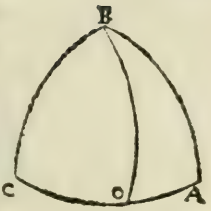


Combien que nous euſſions peu ſoudre ceſte

queſtion plus briefuement par la practique des triangles plains, comme nous auons ſoudé 186. & 187. toutesfois pour monſtrer la diuerſité des ſolutions, nous l'auons practiquee par l'aide des triangles ſpheriques, en la ſorte qui s'enſuit.

Premierement, nous reduiſons toutes les lieuës en degrez par 15, & par ainſi nous trouuons que l'arc A B fait 55 degrez, A C 66 degrez 54 minutes, & B C 45 degrez; pour donc parfaire le reſte, il nous faudra premierement auoir l'angle A, lequel nous trouuerons, comme s'enſuit.

Soit prolongé l'arc A C iuſques au quart d'vn cercle, ſemblablement A B, & le centre de la ſphere ſera D. L'angle plain D eſt egal à l'angle A ſpherique, pour eſtre determiné d'vn meſme arc L M; ce fait ie tire vne perpendiculaire du poinct C en bas ſur la plaine, laquelle ſera C F, ſinus du complément de l'arc A C, lequel ſinus ſera 39233, & vne autre B E, laquelle ſera 57357, pour eſtre ſinus du complément A B, puis ie tire F E, & de C vne equidiſtante à icelle, qui ſera C G; leuant donc E G 39233, de E B 57357, il en reſtera pour B G 18124. Maintenant ie prends le ſinus de la moytié de l'arc C B, lequel fait 38268, lequel ie double, & il en vient 76536 pour la ſubtence B C. Or puis que B C eſt cogneu & B G, par la penultieſme du premier ſera cogneu C G, & par conſequent E F: car ie prend le quadrat de B C, lequel fait 5857759296, duquel ie leue le quadrat de B G 328479376, & il en reſte 5529279920 pour le quadrat de C G, ou qui eſt egal à iceluy E F. Du triangle plain D E F les 3 coſtez ſont cogneus, car E F eſt ja trouué, D F eſt le ſinus de l'arc A C, lequel fait 91982, & D E le ſinus de A B, lequel fait 81915: pour auoir donc la perpendiculaire E K, laquelle ſubtend l'angle D cherché, nous ſuiurons la penultieſme du ſecõd, prenãt le quadrat D F, 8469688324, lequel i'adiouſte au quarré de D E 6710067225. La ſomme fait 15170755549, de laquelle ie leue le quadrat de E F 5529279920, & il en reſte 9641475629, dont la moytié 4820737814 diuiſee par D F 91982, baſe du triangle, il en vient 52409 pour la droicte D K. Si donc le quadrat de D K 2746703281 eſt leué du quadrat D E 6710067225, il en reſtera par la penultieſme du premier, 3963363944 pour le quadrat de la perpendiculaire E K, dont la racine 62955 rend cogneuë icelle perpendiculaire. Puis ie mets E K en parties dont D E fait 100000, diſant D E 81915 me donne E K 62955, cõbien le ſinus total, & il en vient 76854, dont l'arc 50 degrez 13 min. rend cogneu l'angle D plain, & le ſpherique A egal au plain D.



Faiſons ſecondement vn triangle ſpherique tout ſeul, auquel tirons B O à angle droict ſur A C, & prenons ſemblablement du precedent triangle plain la droicte E K 62955, icelle eſt le ſinus de l'arc B O, dont l'arc fait 39 degrez vne minute, pour iceluy arc B O. Nous euſſions peu trouuer iceluy arc B O autrement, car du triangle B O A, l'angle O droict ſe tient à ſon arc ſubtendant A B, tout ainſi que l'angle A dernierement trouué à l'arc B O; les 3 ſont cogneus, & partant B O. Tiercement vous trouuerez A O, comme s'enſuit: Le complément de B O ſe tient au complément de A B, tout ainſi que le ſinus total au complément de A O: Mais cecy vous l'entendrez des ſinus. Les 3 cogneus rendent le quatrieſme cogneu, & par conſequent A O. Maintenant A O cogneu, O C ſera ſemblablement cogneu, pour eſtre le reſte de l'arc A C: mais nous voulons trouuer O C par l'aide des triangles ſpheriques, diſant que le complément B O eſt au complément de B C, comme le ſinus total au complément de O C; les 3 derechef donnez rendent le quatrieſme cogneu, enſemble l'arc O C. La preuue ſera telle, adiouſtez l'arc A O à l'arc O C, & la ſomme ſera egale à l'arc A C.

Supputation.

90	90	
B O. 39. 1	A B 55	
50.59	35	90
77696	57357	100000.

Viennent 73822, dont l'arc fait 47 degrez 35 minutes, & ſon complément 42 degrez 25 minutes ſera A O.

	90	
	B C. 45	90
50.59	45	
77696	70710	100000.

Viennent 91008, dont l'arc eſt 65 degrez 31 minutes, & le complément d'iceluy 24 degrez 29 minutes pour l'arc O C.

42.25	24.29	39.1
15	15	15
210	120	195
426 $\frac{1}{4}$	247 $\frac{1}{4}$	39 — $\frac{1}{4}$
AO 636 $\frac{1}{4}$	OC. 367 $\frac{1}{4}$	585 $\frac{1}{4}$ BO.
OC 367 $\frac{1}{4}$		
AC 1003 $\frac{1}{2}$		

Notez que la reſponce de Valentin eſt fauſſe, & qu'il n'y a pas vn arc auquel il ait mis ſa vraye grandeur.

191. Item, il y a vne ſphere miſe à la hauteur du pole 51 $\frac{1}{2}$ degrez, & le cercle de poſition eſt eſleué tellement qu'il comprend iuſtement 60 degrez de l'equinoctial: on demande, combien le pole ſoit eſleué ſur iceluy cercle de la poſition? facit 32. degrez 2. minutes.

Soit au cercle Meridien le pole C, l'equinoctial B G, le cercle de la poſition A E D, par lequel en E paſſe vn cercle horaire C F, de ſorte que F G fait 60 degrez: on demande, combien ſera alors C E?

Premierement, vous chercherez l'arc E D, diſant que le ſinus total C G ſe tient au ſinus F G arc de l'equinoctial cogneu, comme le ſinus C D hauteur du pole, au ſinus de l'arc E D. Les 3 premiers eſtans donnez rendent E D cogneu.

Secondement, le complément E D premier trouuéeſt au ſinus D G hauteur de l'equinoctial, tout ainſi que le ſinus total au ſinus E F, les 3 donnez, le quatrieſme ſera cogneu, & par conſequent ſon complément C E.

Supputation.

90	60	51.30
CG	FG	CD
100000	86602	78260.

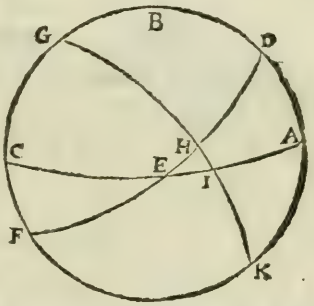
Viennent 67773, duquel l'arc eſt 42 degrez 40 minutes pour E D.

90		
42.40		
47.20.	30.30.	90
73526	62251	100000.

Viennent 85665, ſon arc fait 57 degrez 51 minutes, & ſon complément

ment 32 degrez 9 minutes eſt l'arc C E, hauteur du pole deſſus le cercle de poſition.

192 Item, i'ay mis entr'autres vn horloge Occidental à la hauteur du pole de 51 $\frac{1}{2}$ degrez, & quand ie le tournois 24 degrez 19 minutes de midy vers Occident, il me monſtroit 2 heures apres midy: on demande, à quelle heure il eſtoit? Facit 12 heures. Touchant à ce qu'il veut tourner vn horloge Occidental (duquel la ſuperfice plaine eſt miſe ſur la ligne Meridienne) de midy vers Occident, cela ne peut eſtre: car le Soleil ne pourroit regarder alors audit mur, ains regardera pluſtoſt l'horloge Oriental ainſi tourné, partant il a voulu dire que ledit horloge Occidental ſoit tourné de midy vers Orient, & ainſi regardera le Soleil ladite ſuperfice.



Et pour ſupputer combien le Soleil deuroit eſtre diſtant du midy, que la ligne horaire coupperoit ſur l'horizon 24 degrez 19 minutes, prenez la figure de la 175. queſtion, & dites que l'arc A I ſur l'horizon eſt 24 degrez 19 minutes, & la queſtion ſera de trouuer l'arc D H de l'equinoctial.

Par la 177. queſtion vous trouuerez pour D H 30. degrez ou 2 heures, leſquelles tirees des 2 heures que l'horloge monſtroit, il ne reſte rien dont s'enſuit qu'il eſtoit midy ou 12 heures.

193. Item, le 12 de Iuin de l'annee 1561. ie vis ſur vn horloge Oriental qu'il eſtoit 9 heures deuant midy: on demande, de quelle longueur l'ombre eſtoit quand la longueur du ſtyle eſtoit d'vn pied? Facit d'vn pied.

Les 9 heures ſont diſtantes du midy 3 heures, ou 45 degrez de l'equinoctial, leſquels pour eſtre la moytié du quadrant rendront l'ombre touſiours egale auec ſon ſtyle ou gnomon.

194. Item, vn iour le Soleil entrant au ſigne de Cancer, ie m'en allois pourmener à l'entour de la ville d'Anuers, où le pole eſt eſleué 51 $\frac{1}{2}$ degrez par le Soleil, ie vis mon ombre eſtre lõgue $\frac{5}{6}$ de mes pieds: la demande eſt, quelle heure il eſtoit alors quand toute ma longueur eſt comptee pour 7 pieds? Facit 3 heures apres, ou 9 heures deuant midy.

Pour reſpondre à cecy, il faut premierement auoir la hauteur du

Soleil audit moment, laquelle se trouuera par ceste maniere Les 6 $\frac{1}{2}$ ie reduis en ses parties, & il en viennent 41, & les 7 pieds de la hauteur semblablement, & il en viennent 42, le quadrat de 41 fait 1681, celuy de 42 fait 1764, & la somme d'iceux 3445, dont la racine quarree est $58\frac{694}{1000}$, pour la subtendante du sommet de la teste iusques au bout de l'ombre: puis ie dy si $58\frac{694}{1000}$ font 42, cõbien 100000? viennent 71558, dont l'arc est 45 degrez 42 minutes pour la hauteur du Soleil. Le reste est semblable à la 172. question.

$38\frac{1}{2}$	$38\frac{1}{2}$	88294	57087
$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$	25881	25881
62.	15.	114175	31206.

88294. 25881. 57087.

Le premier trouué 57087, le second 31206, sinus de la hauteur du Soleil 71558.

71558
31206

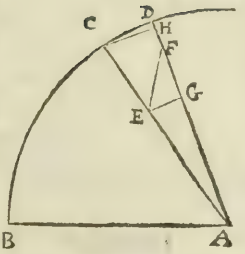
57087 40352 100000.

Viennent 70710, dont l'arc fait 45 degrez ou 3 heures, son complément fait autant: *Ergo* le temps de ceste examination estoit à 3 heures apres midy, ou à 9 heures deuant midy.

195. Item, vn iour estant le Soleil au plus haut de l'annee, ie me trouuay à 3 heures apres midy sur vne belle verdure & plaine, où la latitude estoit $51\frac{1}{2}$ degrez, & ie vis vne partie de l'ombre d'vne tour, & voulant trouuer la hauteur de ladite tour par son ombre, ie fis à l'extremité de l'ombre vn signe, semblablement i'en fis vn autre à 4 heures, puis mesurant la distance de ces deux signes, ie la trouuay $4831\frac{1}{2}$ pieds: la demande est, de quelle hauteur ladite tour estoit? facit 11464 pieds.

Premierement, i'ay cherché selon la 170. question la hauteur du Soleil, tant à 3 heures qu'à 4 heures, ensemble les 2 Azymuthz, dont la difference estoit 10 degrez 30 minutes, lequel s'ensuit cy apres.

Secondement, ie fay vn arc de l'horizon B C D, dont le centre est A, l'azymuthz à 3 heures vient en C, & celuy des 4 heures en D, la difference est 10 degrez 30 minutes pour l'arc C D, soit donc que l'ombre à 3 heures soit en E, & celle des 4 heures en F, la difference des ombres est E F.



Si le ſinus de la hauteur du Soleil à 3 heures fut le gnomon, donc A E, ſinus du complément d'icelle hauteur, monſtrera la longueur de l'ombre : mais mettons icelle ombre en parties, dont le gnomon fait 100000 , diſant 71569, donne 69841 pour A E, combien 100000 , viennent 97585, pour A E en parties, dont le gnomon fut 100000 : faiſons ſemblablement de l'ombre A F, diſant ſi 59762 font 80177, combien feront 100000, viennent 134161, pour A F en parties, dont le gnomon fait 100000.

Tiercement cherchons G E : car H C eſt le ſinus de l'arc C D, diſant ſi 100000 pour A C donne C H 18223, combien 97585 A E, viennent G E 17783, ſemblablement nous trouuerons A G, diſant ſi A C 100000 me donne A H 98325, combien A E 97585, viennent pour A G 95950, duquel ie leue A F 134161 reſtent pour F G 38211, dont le quadrat adiouſté au quadrat G E, il en vient 1776315610, dont la racine fait 42146 pour F E.

Quartement, ie dy, ſi la differẽce eſt 42146, le gnomon fera 100000, combien ſi l'ombre fait 48312 vient 11464 pour la hauteur de la tour.

S'enſuit la ſupputation de ce dont nous-nous ſommes ſeruy par cy-deuant, à ſçauoir, les Azymuhz & Almicataraths du Soleil.

90	38.30	38.30	88294
51.30	23.30	23.30	25881
38.30	62	15.	114175
	88294.	25881.	57087
	3		25881
	15		31206.
	45		
	100000	70710	57087.

Viennent 40366, auquel i'adiouſte le ſecond trouué 31206, & la ſomme 71572 eſt le ſinus de la hauteur du Soleil à 3 heures ; l'arc fait 45. 42.

4
15

90 60.
60

30

100000 50000 57087.

Viennent 28543, auquel i'adiouſte 31206, viennent 59749 pour le ſinus de la hauteur du Soleil à 4 heures, ſon arc fait 36, 42.

Les Azymuthz.

90 3
45. 42 15

43. 18. 66. 30. 45
69841 91706 70710.

Viennent 92847, dont l'arc eſt 68 degrez 13 minutes pour l'Azymuthz à 3 heures.

90 4
36. 42 15

53. 18 66. 30 60
80177 61706 86602.

Viennent 98056, dont l'arc fait 78 degrez, 41 minutes pour l'Azymuthz à 4 heures. La difference des 2 Azymuthz fait 10, 30, & d'autant a differé l'ombre ſur l'horizon aux deux inquiſitions.

196. Item, vn iour le Soleil eſtant au plus haut de l'annee, ie me trouuay en vne place où la hauteur du pole eſt 51 $\frac{1}{2}$ degrez, ie regarday à 3 heures apres midy par vne feneſtre, & vis vne maiſon qui me monſtra vn coſté droictement vers Loüeſt ou Occident, au meſme coſté de ladite maiſon eſtoit vne porte d'vne feneſtre, tirãt 30 degrez de l'Occident vers minuict, & la largeur de ladite porte eſtoit iuſtement vne aulne: on demande la largeur de l'ombre? Facit

43301
——— d'vne aulne.
50000

Premieremẽt, ie cherche par la 170. queſtion la hauteur du Soleil, qui eſt 45 degrez 42 minutes, & par le Corollaire d'icelle l'Azymuthz, comme s'enſuit.

90	90	3
45. 42	23	15
43. 18	66. 30	45.
69841	91706	70710.

Viennent 92847, dont l'arc fait 68 degrez 12 minutes pour l'Azymuthz du Soleil.

90
68. 12
21. 48
30
51. 48, dont le ſinus fait 78585.
100000 78585. 1. aulne facit $\frac{78585}{100000}$

Valentin ayant pris pour l'azymuthz 60 degrez, trouue $\frac{433013}{500000}$, auquel il s'abuſe, comme le ſuſdit calcul l'a demonſtré.

197. Item, il y a vn horloge equinoctial, diuiſé en 24 parties egales, & le diametre de ceſte circonference eſt vn pied. La demande eſt, de quelle longueur le ſtyle doit eſtre, le Soleil eſtant en Cancer, que le bout de l'ombre d'iceluy ſtyle touche la circonference? facit $\frac{1}{175}$ d'vn pied.

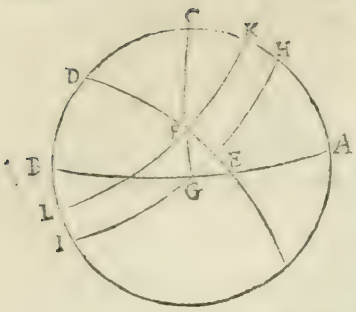
Le Soleil en Cancer decline de l'equinoctial $23\frac{1}{2}$ degrez, & ſon complément fait $66\frac{1}{2}$ degrez: de ſorte qu'en l'horloge equinoctial, le ſtyle ſe tient à ſon ombre, tout ainſi que le ſinus de $23\frac{1}{2}$ degrez au ſinus de $66\frac{1}{2}$ degrez.

66. 30. 23. 30
91706 ——— 39874 $\frac{1}{2}$ pied, facit $\frac{199217}{917060}$.

La vraye reſponce de la queſtion eſt $\frac{199217}{917060}$ d'vn pied, lequel eſt quaſi $\frac{17}{175}$: mais Valentin met $\frac{13}{175}$ d'vn pied, dont il appert que ſa ſolution eſt fauſſe, lequel procede qu'il a pris la moytié de $23\frac{1}{2}$, à ſçauoir $11\frac{3}{4}$ degrez pour la declination du Soleil.

198. Item, en Anuers eſt la hauteur du pole $51\frac{1}{2}$ degrez, & le Soleil ſe depart en vn certain iour à 4 heures & 39 minutes apres midy du coſté Meridionnal, ſur le coſté Septentrionnal. La demande eſt, en quel ſigne le Soleil reſidoit audit iour? facit au commencement de Cancer.

Soit repetee la figure de la 188. prop. en laquelle, cõme dit eſt A C B ſoit le Meridien, A G B l'horizon, & H G I l'equinoctial, ſon pole



qui eſt celuy du monde D, le Zenith C, le cercle C G vertical, ſepare le coſté Meridionnal d'auec le Septentrionnal, le parallele du Soleil couppe ledit cercle en F, de ſorte que l'arc H E fait 4 heures 39 minutes. La demande eſt, combien fait l'arc E F declination du Soleil, lequel cogneu, le lieu du Soleil ſera manifeſte.

Premierement, nous prendrons le triangle C D F, duquel le ſinus de l'angle C droict ſe tient au ſinus de l'angle D, egal à l'arc H E, tout ainſi que le ſinus du complément C D, hauteur du pole, au ſinus de l'angle F, les 3 donnez, le quatrieſme ſera donc trouué par l'aide de la ſeizieſme du ſixieſme.

Secondement, le ſinus de l'angle F ſe tient à ſon arc ſubtendant C D, tout ainſi que le ſinus total de l'angle C droict, au ſinus de l'arc F D luy ſubtendant. Les 3 ſont donnez, & par conſequent le quatrieſme F D, dont le ſuplément eſt E F declination du Soleil cherché.

Supputation.

4.39
15
60.
9.45

90	69.45.	$51\frac{1}{2}$
100000	93819	78260.

Viennent 73422, dont l'arc fait 47 degrez 15 minutes, & ſon complément fait 42 degrez 45 minutes pour l'angle C F D.

42.45	38.30	90
67880	62251	100000.

Viennent 91707, dont l'arc fait 66 degrez 30 minutes, & ſon complément 23 degrez 30 minutes, dont s'enſuit que le Soleil eſtoit en ſa plus grande declination de l'equinoctial, & par conſequent au principe de Cancer.

199. Item, quand le Soleil eſt au commencement de Cancer, & l'ombre du Soleil vient à 4 heures & 39 minutes du coſté Meridion-

nal au costé Septentrionnal: on demande, combien le pole est esleué en icelle place? Facit 51 $\frac{1}{2}$ degrez.

4.39
15
60
9.45
69.45

En ceste question nous cherchons l'arc H C, pour lequel trouuer conuient auoir l'arc F G hauteur du Soleil au cercle vertical.

Premierement, le sinus total de l'angle C droict se tient au sinus de F D, luy subtendant, lequel est le complément de la declination du Soleil, comme l'angle D donné, à l'arc C F, lequel cogneu E G est trouué.

Secondement, le sinus de l'arc F G, est au sinus de F E, declination du Soleil, comme le sinus total C G, au sinus H C: mais pource que les 3 termes sont donnez, le quatriesme par l'aide de la regle des proportions est cogneu.

Supputation.

90	69.45	66.30
100000	93819	91706.

Viennent 86037, dont l'arc fait 59 degrez 21 minutes.

90
59.21

30.39	23.30	90
50973	39879	100000.

Viennent 78225, son arc fait 51 $\frac{1}{2}$ degrez, lequel est la responce de la demande.

200. Item, quand le Soleil estoit au plus haut de l'annee, ie m'en allois pourmener d'Anuers à Hobocq, où la hauteur du pole est 51 $\frac{1}{2}$ degrez. Là ie vis vne maison laquelle auoit les 4 costez vers les 4 parties du monde, à sçauoir, l'vn costé vers Orient, l'autre vers Occident, le troisiesme vers Midy, & le quatriesme vers Septentrion. La demande est, à quelle heure le Soleil se depart du costé Septentrionnal au costé Meridionnal? Facit à 7 heures & 2 minutes du matin.

Prenons finalement la precedente figure, de laquelle reſeruerons toutes les ſignifications des lettres y miſes, d'autant que la preſente queſtion depend de la precedente. La queſtion en icelle figure, eſt de trouuer l'angle D, ou l'arc H E, comme s'enſuit.

Premierement, nous chercherons l'arc F G, hauteur du Soleil au cercle Oriental, en diſant que le ſinus H C latitude d'icelle contree eſt au ſinus total C G, tout ainſi que le ſinus E F declination du Soleil, au ſinus F G: & puis que les 3 premiers termes ſont donnez, le quatrieſme ſera cogneu, & par conſequent l'arc C F.

Secondement, le ſinus F D, complément de la declination du Soleil, ſe rient à ſon angle C droict, tout ainſi que le ſinus F C premier trouué, au ſinus de l'angle D, & des 4 termes proportionnaux, les 3 donnez rendent le quatrieſme cogneu, & par conſequent H E. L'arc H E reduit en heures, leſquelles leuez de 12 heures donnent reſponce à la demande.

Supputation.

51.30 ——— 90 ——— 23.30

78225 ——— 100000 ——— 39874.

Viennent 50973, dont l'arc fait 30 degrez 39 minutes pour F G, & ſon complément C F 59, 21.

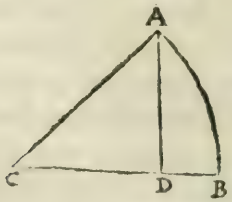
66.30 ——— 90 ——— 59.21

93816 100000 86037.

Viennent 93819, dont l'arc fait 69 degrez 45 minutes ou 4 heures 39 minutes, lequel ie tire de 12 heures, & il en reſteront 7 heures 21 minute pour la ſolution de la demande.

F I N.

Le Lecteur ſera aduerty, que la figure de la 118. queſtion a eſté obmiſe par in-aduertance, laquelle a eſté miſe icy afin de ſuppleer au defaut qui en a eſté fait en ſon lieu.



BRIEFVE

BRIEFVE

INSTRVCTION,

POVR

CONSTRVIRE

LES FORTIFICATIONS

PRATIQVEES AVX PAYS BAS.

Par D. HENRION, *Professeur ès Mathematiques.*

A PARIS,

M. DC. XXI.

A

MESSIRE FRANCOIS DE ROYE DE LA ROCHEFOVCAVLT, CHEVALIER, COMTE DE ROVCY, Vidame de Laonnoys, Baron de Montignac, Charante, Verteuil, Champagne mouton, Gennac, Marton, Onzain, Chef boutonne, Nizy le Comte, Pierre pont, Aulnoy, Orimille, Reuil, Pourcy, Courton, &c.

MONSEIGNEVR,

Le Canon Manuel de Pitiſcus que i'ay cy deuant mis en lumiere ſoubs voſtre illuſtre nom, vous ayant eſté agreable, & fort bien receu du public; i'ay eſtimé que ce petit traicté de la fortification pratiquée aux pays bas ne vous ſeroit moins à gré que le precedent, & ne pourroit eſtre que bien receu de la Nobleſſe Françoiſe, qui à voſtre exemple s'adonne à toutes ſortes d'exercices vertueux, ſi elle trouuoit en ſon frontiſpice voſtre nom glorieux. C'eſt pourquoy, Monſeigneur, ie viens ietter ce traicté aux pieds de vos faueurs: Receuez-le,

s'il vous plaist, pour vn gage & aſſeuré teſmoignage de l'affection que i'ay à demeurer toute ma vie,

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur,

D. HENRION.

BRIEFVE INSTRVCTION, POVR CONSTRVIRE LES FORTIFICATIONS PRATIQVEES AVX PAYS BAS.

IL y a huict on neuf ans que ie mis en lumiere vn petit ſommaire de la conſtruction & fabrique des fortereſſes vſitées en France, & ſuiuant les preceptes donnez par feu Monſieur Errard, en ſon Liure des Fortifications : ce que ie fis lors en intention de mettre puis apres au iour leſdites fortifications, auec pluſieurs belles & vtiles annotations, mais ayant ſceu que Monſieur Errard, nepueu du deffunct, & Ingenieur du Roy le deſiroit faire, ie me deportay de mon entrepriſe. Depuis, pluſieurs de mes amis & diſciples amateurs des fortifications vſitées és pays bas, m'ayans prié de faire quelque petit ſommaire de la conſtruction deſdites fortifications ; ie leur en aurois dreſſé ceſt abbregé, lequel i'ay bien voulu ioindre à ces autres traictez, afin que par ce ſeul Liure on puiſſe auoir quelque cognoiſſance de toutes les parties de Mathematique, les plus vtiles & neceſſaires aux amateurs de ceſte diuine ſcience.

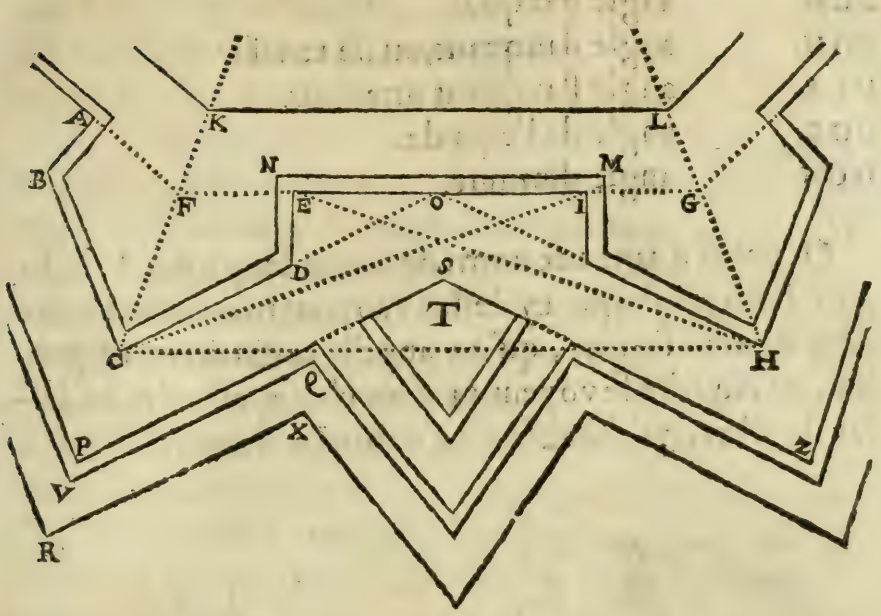
Or mon deſſein n'eſt pas à preſent de m'eſtendre ſur ce

subject des fortificatiõs vsitées & pratiquées aux pays bas, ains seulement de monstrer icy la simple construction d'icelles, attendant que le temps nous permetre d'en escrire plus au long.

Premierement donc est à noter, que celuy qui voudra bien entendre & tirer quelque plaisir ou profict de ce que nous enseignreons icy, doit sçauoir l'Arithmetique; au moins iusques à bien faire toutes regles de trois; ne doit estre du tout ignorant de la Geometrie, de l'vsage du Compas de proportion, n'y de la doctrine des triangles rectilignes: Car sans ces choses là que nous presuppoſons qu'on scache desia, il est presque impossible d'entendre ny bien pratiquer ce que nous dirons cy apres.

En apres, il faut entendre les principaux termes & vocables dont on vse esdites fortifications; en l'explication desquels termes il n'est besoin de nous arrester beaucoup, puisque ce sont choses si communes, que tous ceux qui se sont tant soit peu exercé à la milice les entendent; c'est pourquoy nous les marquerons seulement icy par lettres & caracteres, nottez sur les deux figures suiuantes, afin que chasques parties de la fortification puissent estre incontinant recogneuës par ceux qui les ignorent encores.

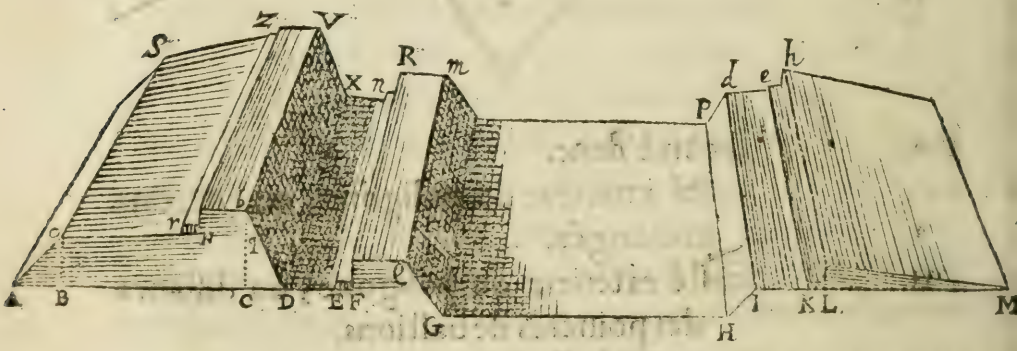
A B C D E F.	en la figure suiuante s'appelle bastion, ou bouleuart.
B C, ou C D.	pan, ou face du bastion.
A B, ou E D.	flanc, ou espaule.
E I.	courtine.
A F, ou E F.	ligne de gorge, ou prolongement de la courtine.



E O.	second flanc.
F G.	costé interieur du poligone, ou courtine prolongée.
C H.	costé exterieur du poligone, ou distance des poinctes de bastions.
C O, ou O H.	ligne de deffence razante.
C I, ou E H.	ligne de deffence fichante.
C F.	ligne capitale.
F L.	rampart.
E M.	son parapet.
B P D.	fossé.
P Q.	corridor, où chemin couuert.
Q R.	parapet d'iceluy coridor.
T.	rauelin, ou demy lune.
A F E.	angle du poligone.

BCD. angle flanque.
COH. angle flanquant, ou de tenaille.
DOE. angle flanquant interieur.
CDE. angle de l'espaule.
DCH. angle diminué.

Or voylà quant aux noms de toutes les parties de la figure Icnographique cy dessus ; voyons maintenant ceux de la figure suiuante, qu'on appelle ordinairement profile, en laquelle se voyent, tant les choses esleuées au dessus du plan, qu'abbaissées au dessoubs d'iceluy.



ADXS. rampart.
AD. base & fondement d'iceluy rampart.
OB. sa hauteur.
BAS. tallu interieur dudit rampart.
AB. largeur d'iceluy tallu.
CDXV. tallu exterieur du rampart ; on l'appelle escarpe aussi bien que QGM.
CD. largeur d'iceluy tallu.
OZ. terre plain.

ON. largeur d'iceluy.
NV. parapet dudit terre plain.
N *q*. ſa baſe.
b q. ſa hauteur.
Z *r* N. ſa banquette.
X E. chemin des rondes, ou fauſſe braye.
D E. ſa largeur.
n E F. ſa banquette.
R E Q. ſon parapet.
G P. foſſé.
G H. ſa largeur.
P H I. contreſcarpe.
d I k. chemin couuert.
I k. ſa largeur.
e k L. ſa banquette.
M L *h*. parapet d'iceluy chemin couuert.

Eſt auſſi à noter que iuſques à preſent perſonne n'a encore baillé aucunes regles & maximes ſur la conſtruction d'icelles fortifications qui ſoient vniuerſellement ſuiuies par tous ceux qui pratiquent ou enſeignent leſdites fortifications: Car quelques-vns veulent qu'on donne 1000 pieds au coſté de la figure, 500 à la courtine, 400 au pan du baſtion, & 150 à la ligne du flanc: les autres commençant par le pan ou face du baſtion, donnent à celuy des grandes figures 400 pieds, des moyennes 350, & des moindres 300; puis baillent à la courtine les $\frac{1}{4}$ de la face, & au flanc les $\frac{1}{5}$: Mais d'autres diuiſent tout le coſté interieur du poligone en cinq parties égales, deſquelles ils en donnent trois à la courtine, deux au pan du baſtion, & à la

ligne du flanc ou eſpaule, les $\frac{1}{4}$ d'vne d'icelles parties, c'eſt à dire vn quart de la courtine : & finablement d'autres donnent 72 toiſes à la courtine, 18 au flanc, & 48 au pan du baſtion, qui eſt preſque le meſme que ce qu'enſeigne Marolois, lequel veut que la face ſoit de 24 verges, c'eſt à dire 48 toiſes, & que la courtine ſoit à icelle face comme 3 à 2, & le flanc à la ligne de gorge comme 7 à 6. Or ſans nous arreſter à ceux-là, nous ſuiuerons les meſures & proportions de ceux cy és conſtructions ſuiuantes, en ſorte toutesfois que qui entendra bien ce que nous en dirons, pourra faire les meſmes conſtructions ſelon quelques autres meſures & proportions données : car il peut arriuer qu'vne place pourra bien eſtre fortifiée ſuiuant les maximes des vns, qui toutesfois ne le pourra pas eſtre ſuiuant celles des autres ; c'eſt pourquoy nous taſcherons de rendre nos conſtructions vniuerſelles.

Quant aux angles, il n'y a guere moins de diuerſité qu'aux lignes : car tous ſont bien d'accord de faire l'angle flanqué du quarré (qui eſt la plus petites de toutes les figures pratiquées eſdites fortifications) de 60 degrez, & par conſequent le flanquant de 150 degrez : mais pour les autres figures, les vns veulent qu'à celles qui n'ont plus de 8 coſtez, on prenne les deux tiers de l'angle du poligone, pour l'angle flanqué, afin qu'à l'octogone ledict angle flanqué vienne à eſtre droict : D'aucuns deſirent qu'à toutes les figures qui n'ont plus de dix coſtez, on prenne ſeulement les $\frac{5}{8}$ dudict angle du poligone, afin qu'iceluy angle flanqué ne vienne à eſtre droict qu'au decagone : & les autres adiouſtent 15 degrez à la moitié de l'angle du poligone des figures qui n'ont plus de 12 coſtez,

& ce faisant ledit angle flanqué vient à estre droict au dodecagone: Et pour toutes les figures ayans plus de costez que celles cy dessus specifiées, selon les vns & les autres elles doiuent auoir ledit angle flanqué droict. Pitiscus suit la derniere opinion, car il enseigne que pour auoir l'angle flanqué de quelque figure, n'ayant plus de 12 costez il faut oster de l'angle du poligone celuy du quarré, sçauoir est 90 degrez, & que la moitié du reste estant adioutté a l'angle flanqué dudit quarré, c'est à dire à 60 degrez, viendra l'angle flanqué de la figure proposée; mais qu'icelle moitie estant soustraicte de l'angle flanquant d'iceluy quarré, sçauoir est de 150 deg. restera aussi le flanquant de ladicte figure donnée. Nous suiurons donc (pour exemple) ceste derniere opinion, & suiuant icelle, on trouuera les principaux angles de figure ainsi qu'il ensuit.

Soit premierement diuisé 360 degrez, par le nombre des costez de la figure proposée, & viendra au quotient l'angle du centre d'icelle figure, qui osté de 180 degrez restera l'angle du poligone, dont soit pris la moitie, à laquelle adiousstez 15 degrez, & viendra l'angle flanqué, (si la figure à moins de 12 costez: car nous auons dit, qu'aux figures d'audessus, ledict angle est tousiours droict) & soustrayant l'angle flanqué de l'angle du poligone, restera le double de l'angle diminué, où de l'angle flanquant interieur; car ces deux angles sont tousiours egaux entreeux: & iceluy reste estant osté de 180 degrez restera l'angle flanquant: finablement si on adiouste 90 degrez à l'angle flanquant interieur, viendra l'angle de l'épaule.

Exemple: Qu'il falloit trouuer les angles du pentagone: ie diuise donc 360 deg. par 5 nombre des costez, &

viennent 72 au quotient, & autant est l'angle du centre dudit pentagone : En apres i'oste iceluy nombre 72 de 180 degrez, & restent 108 degrez, pour la valeur de l'angle du poligone, dont ie prends la moitie, & est 54 degrez, à quoy i'adiouste 15 degrez, & viennent 69 degrez pour l'angle flanqué dudit pentagone ; & soustrayant iceluy nombre 69 des 108 degrez de l'angle du poligone, restent 39 pour le double de l'angle diminué, qui partant est $19\frac{1}{2}$ aussi bien que l'angle flanqué interieur ; mais soustrayant de 180 deg. lesdicts 39 resteront 141 degrez pour l'angle flanquant, & adiouſtant lesdits $19\frac{1}{2}$ à 90, viennent 109 degrez & demy, pour l'angle de l'épaule. Et en ceste maniere on trouuera tous les principaux angles de quelconques autres figures, dont ceux des neuf premiers seront tels que tu vois en la table suiuante.

	Quarré	Pentagone	Hexagone	Heptagone	Octogone	Enneagone	Decagone	Endecagone	Dodecagone
ang. du centre.	90	72	60	$51\frac{3}{7}$	45	40	36	$32\frac{8}{11}$	30
ang. du polig.	90	108	120	$128\frac{4}{7}$	135	140	144	$147\frac{3}{11}$	150
ang. flanqué.	60	69	75	$79\frac{1}{7}$	$82\frac{1}{2}$	85	87	$88\frac{7}{11}$	90
ang. flanquant.	150	141	135	$130\frac{5}{7}$	$127\frac{1}{2}$	125	123	$121\frac{4}{11}$	120
ang. de l'épaule.	105	$109\frac{1}{2}$	$112\frac{1}{2}$	$114\frac{9}{14}$	$116\frac{1}{4}$	$117\frac{1}{2}$	$118\frac{1}{2}$	$119\frac{7}{11}$	120
ang. diminué.	15	$19\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	$24\frac{9}{14}$	$26\frac{1}{4}$	$27\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{2}$	$29\frac{7}{11}$	30

Est encore à remarquer qu'on iuge de la bonté ou foi-

blesse

bleſſe d'vne fortification ſelon quelle approche des maximes ſuiuantes.

1. Que l'angle flanqué ne ſoit moins de 60 degrez, ny plus grand que 90 degrez.

2. Que tant plus l'angle flanquant eſt ſerré, tant meilleur il eſt; c'eſt à dire qu'eſtant de 140 degrez il eſt meilleur que de 150, qui eſt le pire de tous, & iceluy de 140 degrez n'eſt pas ſi bon que celuy de 130, &c.

3. Que la plus grande ligne de deffence fichante ne doit guere exceder 120 toiſes, ſinon aux lieux contraincts où elle peut eſtre iuſques à 250 toiſes, & alors les parties flanquées, ou pans des baſtions ne pourront eſtre deffendus qu'auec le canon.

4. Que tant plus il ſe prend de deffence en la courtine, tant meilleur il eſt: c'eſt à dire que le ſecond flanc eſtant de 15 toiſes, il vaut mieux qu'vn de 12, & celuy cy eſt meilleur que celuy qui n'aura que 10 toiſes, &c.

5. Que tant plus la gorge du baſtion eſt grande, & auſſi l'eſpaule tant mieux eſt.

6. Qu'en tout front il y ait deux eſpaules, chacune deſquelles ne ſoit moins de 15 toiſes, & tellement poſée, que la gorge ne ſoit moins que le double d'icelle eſpaule.

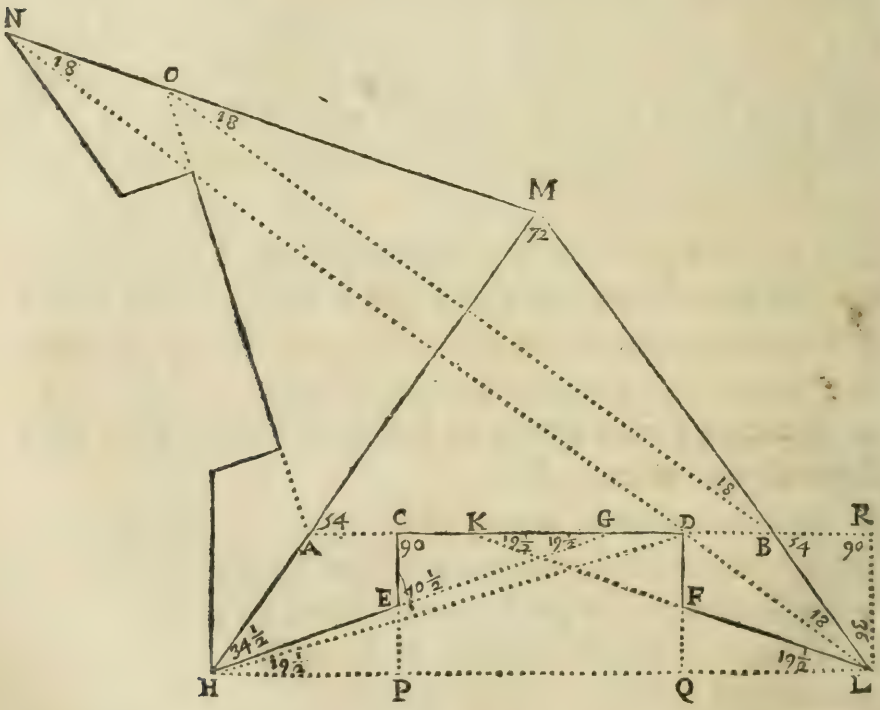
Toutes ces choſes premiſes & entendues, venons à la conſtruction deſdites fortifications.

Eſtans données la valleur & quantité de la courtine, de la face, & du flanc d'vne fortification de tel poligone qu'on voudra; conſtruire icelle fortification.

Soit pour exemple propoſé à conſtruire vne fortifi-

cation pentagonalle, dont la courtine ſoit 72 toiſes, la face 48, & l'eſpaule 18.

Premierement ſoit tirée vne ligne droicte interminée AB, enuiron le milieu de laquelle ſoient posées 72 parties de telle eſchelle qu'on voudra, (nous prendrons pour eſchelle en toutes les figures de ce traicté, la ligne droicte du Compas de proportion) comme eſt icy CD, qui ſera

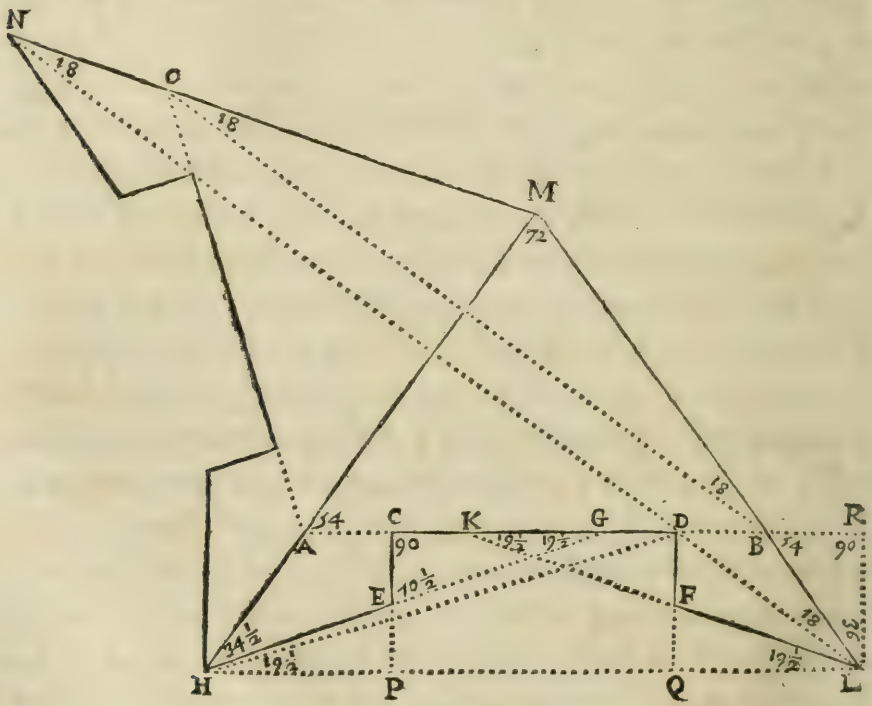


la courtine; puis à chaſque poinct C & D, ſoit tirée vne perpendiculaire CE, DF, contenant chacune 18 des meſmes parties, qui eſt vn quart de la courtine CD: En apres, ſur l'vne d'icelles perpendiculaires, qui ſont les flancs, comme au poinct E ſoit fait vn angle égal au ſuplémẽt de l'angle diminué de la figure, ſelon laquelle on veut conſtruire

la fortification, comme icy où eſt proposé vn pentagone, ſoit faict l'angle CEG de 70 degrez & demy (a cauſe que l'angle diminué d'icelle figure eſt 19 degrez & demy) tirant la ligne E G iuſques à ce quelle rencontre la courtine C D en G, & de l'autre part ſi grande qu'on y puiſſe poſer 48 parties de l'eſchelle, comme eſt icy E H: puis ſur icelle D C ſoit priſe C K égale a D G, & du poinct K par F ſoit tirée F K L egale à G H: En apres ſur les lignes G H & K L, ſoient deſcrits aux poincts H & L les angles G H M, K L M, chacun égal à la moitié de l'angle flanqué de la figure proposée, qui ſera en ceſt exemple de 34 degrez & demy, (au lieu de ces deux angles on pourroit conſtruire ſur H L les deux L H M, H L M, chacun égal à la moitié de l'angle du poligone) & tirant les lignes d'iceux angles iuſques à ce qu'elles ſe rencontrent au poinct M; iceluy poinct ſera le centre de la figure, duquel & de l'interualle M A, ou M B, ſoit deſcrit vn cercle, en la circonference, duquel ſoient marquées des eſpaces égales à A B, le nombre deſquelles eſpaces doit eſtre precisément autant que demonſtre le le nombre des coſtez du poligone proposé, autrement il y a erreur en la conſtruction faite. En apres, par les poincts ainſi marquez en ladicte circonference ſoient menées des lignes droictes du centre M, qui ſoient egales à M H, comme eſt icy M N, & auſſi tiré les coſtez interieurs du poligone, comme eſt A O, ſur les bouts & extremitez de chacun deſquels coſtez ſoient marquez des diſtances égales à A C, & d'autres égales à A G, afin qu'ayant tiré des lignes droictes occultes de chaſque extremité N à ces derniers poincts, on ait les lignes de deffence de chaſque bouleuert, ſur leſquelles on marquera des diſtances egales au

pan HE; & puis ayant tiré les flancs ou espaules, ainsi que la chose le requiert, la construction proposée sera paracheuée.

La construction de la figure estant ainsi faite, il y faut apposer les degrez & valeur de tous les angles, & puis apres trouer la quantité de touttes les lignes; & pour ce faire soit tirée la ligne droicte HL, & prolongé les



flancs CE, DF iusques à icelle HL: En apres soit posé 72 degrez à l'angle du centre M; 34 ½ à l'angle AHE, ou BLF; 19 ½ à chacun des angles, tant diminuez, que flanquans interieurs; 54 à l'angle MAC, & partant HAC, ou LBD sera de 126 degrez.

Ces angles estans ainsi trouuez & posez, le triangle

rectangle C E G a les angles cogneus auec le costé C E, iceluy ayant esté posé de 18 toises ; partant les deux autres costez C G, & E G seront trouuez comme il est enseigné en la 3. ou 5. proposition de nos triangles rectilignes, sçauoir C G d'enuiron 50 $\frac{5}{6}$ toises, qu'il faut soustraire de toute la courtine C D, & resteront 21 $\frac{1}{6}$ toises pour le second flanc G D, ou C K : & E G presque de 54 toises, qu'il faut adiouster au pan E H, & viendront 102 toises pour toute la ligne de deffence razante H G.

Le triangle rectangle E P H est équiangle au precedent, & a le costé H E de 48 toises, & partant les deux autres seront trouuez par l'analogie des triangles équiangles, ou bien par les susdites propositions de nos triangles rectilignes ; sçauoir E P peu plus de 16 toises, qu'il faut adiouster à C E, & viendront 34 toises pour C P : & H P presque 45 $\frac{1}{4}$, qu'il faut doubler, & viendront 90 $\frac{1}{2}$, qui adiouttez à la courtine, donneront 162 toises & demy pour le costé exterieur du poligone H L.

Le triangle rectangle H D Q a donc maintenant les deux costez H Q, D Q cogneus, & partant l'autre costé H D sera trouué, comme il est enseigné à la quatriesme proposition de nosdits triangles ; iceluy costé A D, qui est ligne de deffence fichante, sera donc enuiron 122 toises $\frac{1}{12}$.

Maintenant soient tirées les lignes droictes N L, O B, & prolongé le costé A B indeterminément ; puis sur ce prolongement soit tirée la perpendiculaire L R, qui sera egale à Q D ; tellement que le triangle rectangle K R L aura les angles cogneus, & les deux costez K L, L R, &

partant l'autre costé K R sera trouué par les susdites propositions d'enuiron 96 $\frac{1}{6}$ toises.

Le triangle rectangle B R L a aussi les angles cogneus auec le mesme costé L R ; & partant les deux autres costez seront trouuez par les susdites propositions ; sçauoir *B* L presque 42 toises $\frac{1}{27}$, & B R enuiron 24 toises $\frac{7}{10}$, qui ostez de K R, resteront 71 $\frac{7}{15}$ pour K B, dont estant osté K D, resteront encore 20 toises $\frac{19}{30}$ pour la ligne de gorge D B, ou C A ; & partant toute la courtine prolongée A B sera 113 $\frac{4}{15}$.

Le triangle isoscelle H M L a pareillement les angles cogneus auec vn costé H L, & partant on trouuera par la susdite sixiesme proposition que chacun des deux autres costez M H, M L sera enuiron 138 toises $\frac{1}{13}$, & si on en oste B L, resteront presque 96 $\frac{1}{26}$ pour chacun des costez M A, M B.

Finablement les deux triangles isoscelles équiangles N M L, & O M B ont les angles cogneus auec les costez, & partant par la susdite 6. proposition les bases serõt trouuées, sçauoir M L presque 262 $\frac{2}{3}$, & *B* O peu plus de 182 toises $\frac{2}{3}$.

Or voylà la valeur & quantité de toutes les lignes de la fortification pentagonale proposée à construire : Et en la mesme maniere seront construites toutes autres fortifications, dont la courtine, le pan, & le flanc seront donnez ; & en suitte trouué les angles, & la quantité des lignes : la supputation desquelles lignes nous auons faict pour les 9 premieres figures, & rapportées icy pour le soulagement du Lecteur, qui nottera qu'en ces supputations nous ne nous sommes voulu arrester sur les grandes fractions, les

eſtimant plus tedieuſes, qu'vtiles en ceſt endroict.

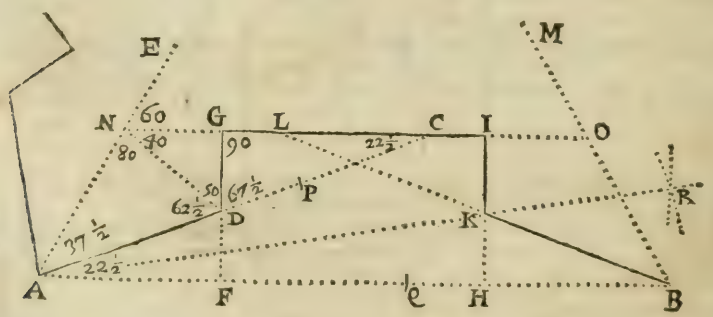
Table de la meſure & quantité des principales lignes des neuf premieres figures regulieres fortifiées ſelon la propoſition cy deſſus; c'eſt à dire auſquelles la courtine eſt posée de 72 toiſes, la face de 48, & le flanc de 18.

	Quarré	Pentagone	Hexagone	Heptagone	Octogone	Enneagone	Decagone	Dodecagone	Endecagone
ligne capitalle	43	$42\frac{1}{27}$	42	$42\frac{1}{5}$	$42\frac{4}{9}$	$42\frac{3}{4}$	43	$43\frac{1}{4}$	$43\frac{11}{23}$
ligne de gorge	$15\frac{11}{12}$	$20\frac{19}{30}$	$23\frac{1}{3}$	$25\frac{1}{3}$	$26\frac{4}{5}$	28	$28\frac{7}{8}$	$29\frac{7}{10}$	$30\frac{1}{3}$
ſecond flanc	$4\frac{19}{23}$	$21\frac{1}{6}$	$28\frac{8}{15}$	$32\frac{3}{4}$	$35\frac{1}{2}$	$37\frac{5}{12}$	$38\frac{5}{6}$	$39\frac{18}{19}$	$40\frac{5}{6}$
deff.razante	$117\frac{6}{11}$	102	95	$91\frac{1}{6}$	$88\frac{2}{3}$	87	$85\frac{3}{4}$	$84\frac{3}{4}$	84
deff.fichante	$122\frac{2}{9}$	$122\frac{1}{12}$	$121\frac{5}{6}$	$121\frac{2}{3}$	$121\frac{1}{30}$	$121\frac{1}{2}$	$121\frac{1}{4}$	$121\frac{1}{6}$	$121\frac{1}{13}$
flanc prolongé	$30\frac{3}{7}$	34	$36\frac{4}{1}$	38	$40\frac{3}{13}$	$40\frac{1}{6}$	$40\frac{9}{10}$	$41\frac{1}{2}$	42
courtine prolongée	$103\frac{5}{6}$	$113\frac{4}{15}$	$118\frac{2}{3}$	$122\frac{2}{3}$	$125\frac{3}{5}$	128	$129\frac{3}{4}$	$131\frac{2}{5}$	$132\frac{2}{3}$
coſté ext. du polig.	$164\frac{8}{11}$	$162\frac{1}{2}$	$160\frac{2}{3}$	$159\frac{1}{4}$	$158\frac{1}{10}$	$157\frac{1}{6}$	$156\frac{4}{11}$	$155\frac{7}{10}$	$155\frac{1}{7}$
ſon diametre	$233\frac{1}{11}$	$276\frac{2}{13}$	$321\frac{1}{3}$	367	$413\frac{1}{7}$	$459\frac{3}{4}$	506	$552\frac{2}{3}$	$599\frac{2}{5}$
dia.de la court.prol.	$147\frac{1}{11}$	$192\frac{1}{13}$	$237\frac{1}{3}$	$282\frac{2}{3}$	$328\frac{1}{4}$	$374\frac{1}{4}$	420	$466\frac{4}{9}$	$512\frac{4}{7}$
ſub. de 2.coſtez ext.		$262\frac{2}{3}$	$277\frac{7}{10}$	$287\frac{1}{9}$	$292\frac{1}{8}$	$295\frac{1}{2}$	$297\frac{2}{5}$	$298\frac{3}{4}$	$299\frac{7}{10}$
ſub.de 2.coſtez int.		$182\frac{2}{3}$	205	221	$232\frac{1}{9}$	$240\frac{5}{9}$	$246\frac{7}{8}$	$252\frac{1}{11}$	$256\frac{2}{7}$
ſub.de 3.coſtez ext.				$357\frac{4}{11}$	$381\frac{3}{4}$	$393\frac{1}{6}$	$409\frac{2}{11}$	$417\frac{1}{4}$	424
ſub.de 3.coſtez int.				$27\frac{1}{4}$	$303\frac{1}{4}$	$324\frac{1}{9}$	$339\frac{4}{5}$	$352\frac{8}{13}$	$362\frac{3}{7}$
ſub.de 4.coſtez ext.						$452\frac{3}{4}$	$481\frac{1}{4}$	$502\frac{2}{3}$	$519\frac{1}{10}$
ſub.de 4. coſtez int.						$368\frac{5}{9}$	$309\frac{4}{9}$	$424\frac{1}{4}$	$443\frac{9}{10}$
ſub.de 5. coſtez ext.								$547\frac{1}{18}$	579
ſub.de 5.coſtez int.								$461\frac{1}{3}$	$494\frac{2}{3}$

Or d'autant que ie n'eſtime pas qu'on ſe doiue touſlours arreſter à ces meſures proposées, mais biens qu'on les peut quelquefois poſer moindres, ſelon que les lieux le requierent, eſt à noter toutesfois qu'il n'eſt pas à propos de poſer la courtine moins de 60 toiſes (ſi ce n'eſt en de petits forts de campagne), & par conſequent la face 40 toiſes, & le flanc 15; ſelon laquelle poſition les autres lignes ſeroient vn ſixieſme moins qu'elles ne ſont dans la table precedente. Et auparauant que de parler de l'vſage de ces ſupputations, i'eſtime qu'il ne ſera inutile d'enſeigner icy à

Conſtruire leſdites fortifications ſelon la methode baillée par Marolois.

Premierement, ſi la face eſt donnée (pour exemple) de 48



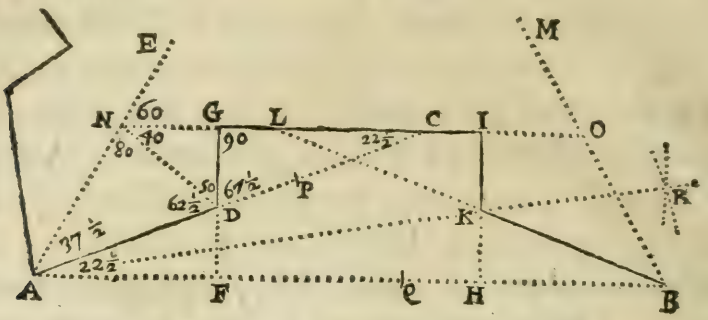
toiſes, & la courtine de 64; ſoit menée vne ligne droicte interminée A B, & ſur l'extremite d'icelle ſoit fait vn angle egal à l'angle diminué de la figure qu'on voudra faire, (com-

(comme eſt icy l'angle B A C que nous faiſons de 22 degrez & demy, à cauſe que nous voulons conſtruire vn hexagone) puis de la ligne interminée A C ſoit retranchée la partie A D contenant les ſuſdites 48 toiſes proposées; puis ayant mené du poinct D la ligne interminée F D G perpendiculairement à A B, ſoit pris ſur icelle A B la partie F H egale à la courtine proposée, c'eſt à dire de 64 toiſes, & H B egale à A F: En apres du poinct H ſoit eſleuée la perpendiculaire interminée H I, ſur laquelle ſoit priſe H K egale à F D, & ayant mené la ligne interminée B K L, ſoient faicts ſur A B les deux angles B A E, A B M, chacun egal à la moitié de l'angle du poligone: puis ſur D G ſoit faict en toute figure l'angle G D N de 50 degrez, tirant la ligne D N iuſques à ce quelle rencontre A E en N, qui ſera le centre du baſtion; & ayant faict B O egale à A N ſoit tiré N O, qui couppera les deux perpendiculaires F G & H I és poincts G & I. Quoy faict nous aurons vne face de la figure proposée fortifiée, & partant il ſera aisé d'acheuer toute la figure entiere.

Quant à la meſure & valeur, tant des angles, que des lignes, il faut premieremẽt poſer les angles, tout ainſi qu'en la conſtruction precedente; puis auec A D, qui eſt ja cogneuë, cognoiſtre D F, & A F; par le moyen de laquelle A F & de la courtine on cognoiſtra la toute A B: puis auec la meſme A D, on cognoiſtra auſſi la capitalle A N; & puis par le moyen de ces lignes ja cogneues, il ſera aisé de cognoiſtre toutes les autres.

Que s'il n'y auoit que la face cogneuë, auec la raiſon d'icelle à la courtine; Marolois veut qu'ayant pris la face A D ſelon les parties données, pour trouuer la courtine en po-

ſe ſur AC & AB la raiſon donnée, comme eſt icy AP &



AQ ; puis que de P, & de l'interualle AQ, & de Q, mais de l'interualle AP, on deſcriue deux arcs s'entrecouppans en R, & ayant mené la ligne interminée AR, on meine du poinct D vne ligne parallele à AB, qui aille coupper AR en K, duquel poinct on meine vne ligne kB qui faſſe auec AB l'angle ABK égal à l'angle diminué BAD : Mais quant à moy ie ne voudrois que trouuer FH, à laquelle la face AD ait la raiſon donnée, & puis paracheuer comme dict eſt cy deſſus.

Que ſi le coſté exterieur du poligone AB eſtoit donné, auec la raiſon de la face à la courtine, il faudroit ſur les extremitez d'icelle AB faire les deux angles BAC, ABL, chacun égal à l'angle diminué de la figure proposée, puis mener la ligne AR ſelon la raiſon donnée, ainſi qu'il eſt dict cy deſſus, & icelle AR couppant BL en k, determinera la face du baſtion *B*k, & par conſequent il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction.

Pour le regard de la valeur des angles ils ſont touſiours ſelon la premiere table, ſinon qu'on les ſpecifia autremẽt ;

mais pour trouuer la meſure & quantité des lignes, ſoit premierement conſideré que ſi on poſe la face A D comme ſinus total, A F ſera ſinus de l'angle A D F, & par conſequent 92388, & ſon égale B H autant: & ſuppoſant que ladite face A D ſoit à la courtine G I ou F H, comme 2 à 3; icelle F H au regard du ſinus total A D ſera 150000: & partant la toute A B ſera 334776: Mais elle a auſſi eſté donnée, pour exemple de 160 toiſes: diſons donc par regles de trois,

Si 334776 *reuiennẽt à* 160 *toiſes, à combien reuiendrõt* 100000?

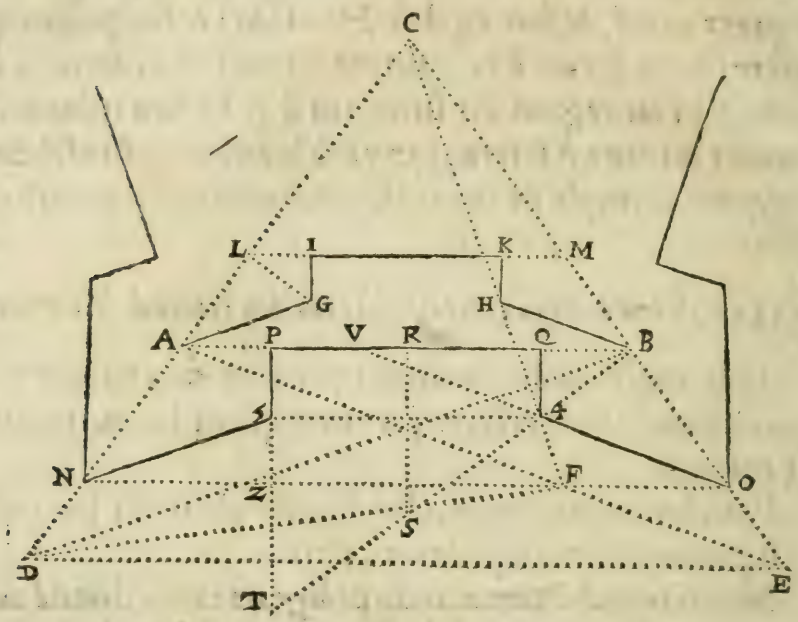
Et la regle faicte viendront peu plus de 47 toiſes trois quarts pour la face A D, & par conſequent la courtine ſera 71 toiſes $\frac{1}{8}$.

Pour les autres lignes, elles ſeront aiſément trouuées, c'eſt pourquoy nous paſſerons outre.

Mais ſi le coſté interieur du poligone eſtoit donné auec la raiſon de la courtine à la face, & auſſi l'angle faict au centre du baſtion par iceluy coſté, & la lignee menée dudit centre à l'extremité de l'eſpaule, il faudroit proceder ainſi qu'il enſuit.

Soit donné A B, coſté interieur d'vn pentagone, dont la courtine eſt à la face, comme 16 à 13, & l'angle faict au centre du baſtion par iceluy coſté, & la ligne menée à l'extremité du flanc ſoit de 37 degrez: pour conſtruire telle fortification, ſoit faict ſur ledict coſté A B les angles B A C & A B C, chacun egal à la moitié de l'angle du poligone, tirant les lignes C A, C B indeterminément vers D & E: puis ſoient faicts les deux angles A B D, B A E, chacun egal à l'angle diminué de la figure propoſée, tirant les lignes

B D, AE iusques à ce qu'elles rancontrent les semidiametres prolongez C A, C B en D & E: puis ayant tiré D E, soit mis

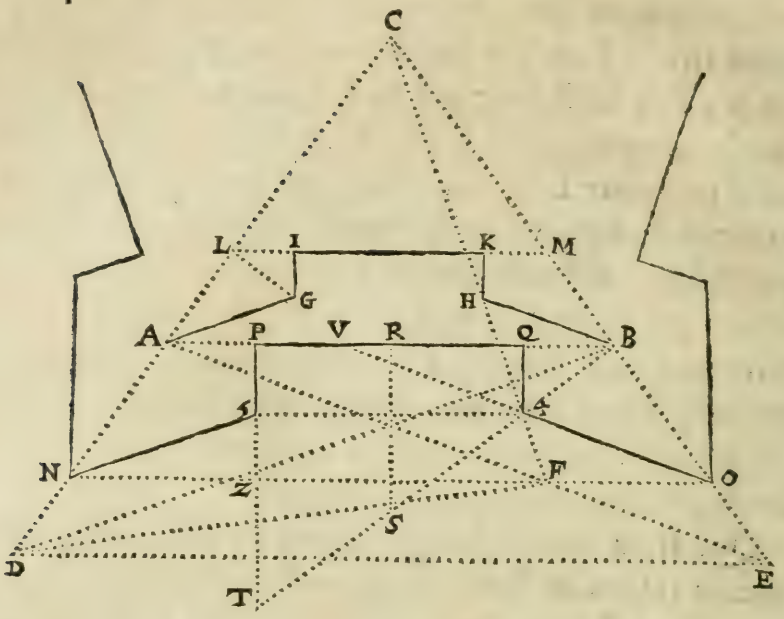


sur icelle le terme majeur de la raison donnée, & sur D B le moindre terme, afin de pouuoir tirer la ligne diagonalle D F, qui rencontrant A E, la couppe en F, duquel poinct ayant mené C F, soit faict l'angle A B 4 de l'angle donné, c'est à dire de 37 degrez, tirant la ligne B 4, iusques à ce qu'elle rencontre C F en 4, duquel poinct soit mené 4 O parallele à A E, qui sera la face du bastion; & ayant mené 4 Q perpendiculaire à A B, il sera aisé d'acheuer la construction.

La mesme construction se peut encore faire ainsi: Au lieu que cy dessus, nous auons faict les angles diminuez, & proportionné la face à la courtine au dessoubs

de A B, faisons les mesmes choses au dessus de ladite A B, tellement que nous ayons les frons A G, B H, puis ayant tiré le flanc G I indeterminément perpendiculaire à A B, soit faict l'angle I G L egale au supplément de l'angle proposé, c'est à dire de 53 degrez, afin d'auoir le costé interieur L M : Ce faict, soit trouué la mesure & quantité des lignes d'icelle fortification au respect de AB, qui est son costé exterieur, & cogneu par l'hypotese. Puis on dira par regle de proportion, si L M donne L A, que donnera A B, & viendra A N : & procedant ainsi auec les autres lignes on trouuera leurs proportionnelles : partant sera aisé de construire toute la figure soit par le moyen des angles, ou des lignes cogneuës.

Que si au lieu de l'angle donné cy dessus estoit proposée la raison du flanc à la ligne de gorge, comme pour exemple, qu'il fallut sur le costé interieur A B construire la fortification d'vn pentagone, dont la courtine soit à la face, comme 16 à 13, & la ligne de gorge au flanc, comme 4 à 3 : Il faudroit proceder tout ainsi que dessus, iusques à tirer la ligne C F : Quoy fait, soit posé B R moitié de A B, & sur le poinct R soit esleuée la perpendiculaire R S indeterminément, sur laquelle soit posé le terme de la raison homologue & correspondant au flanc, au respect de B R, terme homologue à la ligne de gorge, c'est à dire que puisque la raison donnée de la ligne de gorge au flanc est comme de 4 à 3, il faut poser sur R S trois parties, dont B R en contient 4 : puis tirer la ligne B S, laquelle couppant C F au poinct 4, iceluy sera l'extremité du flanc 4 Q, & du pan 4 O ; & partant sera facile d'acheuer la construction.



Et ſi on vouloit proportionner, tant la courtine que le flanc a la ligne de gorge : Il faudroit premierement tirer C A & C *B* indeterminément, comme dict eſt cy deuant, puis ayant couppé A *B* en deux egalement en R, ſoit couppé B R au poinct Q, en ſorte que R Q ſoit à Q B, comme la moitié du plus grand terme de la raiſon de la courtine au flanc, ſera au moindre terme ; puis ayant tiré Q 4 perpendiculaire à A B, & indeterminément, ſoit fait que la ligne de gorge B Q ſoit au flanc Q 4 ſelon la raiſon donnée ; puis ayant mené par le poinct 4 la ligne V 4 O, qui faſſe l'angle Q 4 V egal au ſupplément de l'angle diminué, il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction.

Finablement ſi la courtine, & la face eſtoient donnez auec la raiſon du flanc à la ligne de gorge ; il faudroit ti-

rer vne ligne indeterminée N O, & ſur icelle faire l'angle O N 5 egal à l'angle diminué de la figure proposée; puis ayant posé ſur N 5 la face donnée, du poinct 5 ſoit tiré la perpendiculaire indeterminée 5 Z T; en apres ſoit pris Z F egale à la courtine donné, & F O egale à N Z; tellement que N O ſera le coſté exterieur du poligone, par le moyen duquel ſoit trouué le centre C, & tiré l'autre face O 4: Soit puis apres menée la ligne 54, qui ſera egale à la courtine, & parallele à Z F, & ayant faict qu'icelle ligne 54 ſoit à la ligne 5 T ſelon la raiſon donnée de la ligne de gorge au flanc, ſoit tirée la ligne T 4, & prolongée iuſques à ce qu'elle rencontre le ſemidiametre C O en B, qui ſera le centre du baſtion: parquoy il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction requiſe.

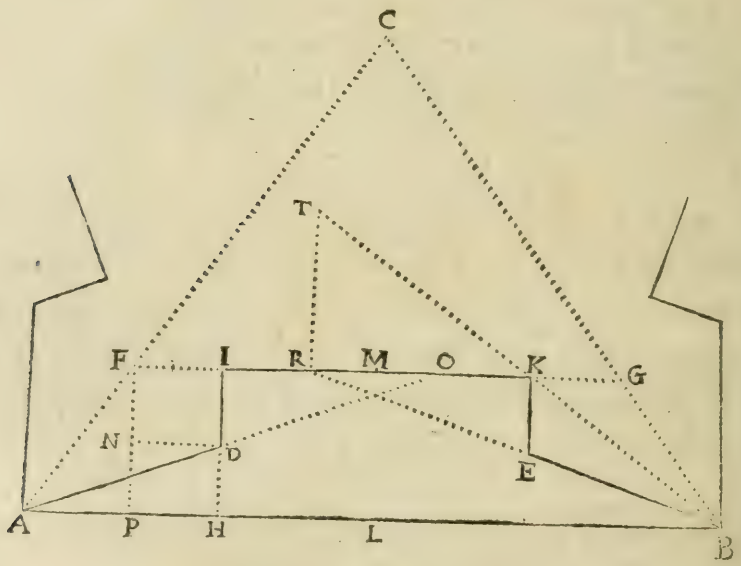
Or voylà diuerſes conſtructions qui ſe pratiquent ſans auoir eſgard à aucunes ſupputations precedentes; mais nous en mettrons icy d'autres, eſquelles il eſt beſoin d'auoir en main la table des meſures & quantitez des lignes miſes en la page 15, tellement que chacun pourra ſuiure celle deſdites conſtructions qui luy agrera plus, ou qu'il iugera eſtre plus conuenable à ſon deſſein.

Eſtant donné le coſté exterieur d'vn poligone, conſtruire les deux baſtions d'iceluy.

Puis qu'il appert tant par la table ſuſdite; que par ce que nous auons dit en ſuitte d'icelle, qu'à fin que toutes les parties de la fortification ſoient bien proportionnées, & correſpondent aux regles & maximes d'vne bonne fortification; le coſté exterieur des poligones mentionnés

en ladicte table ne doit eſtre moindre que 130 toiſes ny plus grand que 165: Il faut bien prendre garde ne poſer iamais ledit coſté hors de ces deux nombres ſi ce n'eſt qu'on y ſoit contraint, ou par la ſituation des lieux, ou pour s'acommoder à quelques ouurages dés-ja faicts.

Soit donc propoſé la ligne droicte AB de 150 toiſes, ſur laquelle on veut conſtruire deux demy baſtions d'vn pentagone. Aux extremitez d'icelle AB ſoient deſcris les deux angles BAC, ABC, chacun egal à la moitié de l'an-



gle du poligone, ſçauoir eſt de 54 degrez à fin de former le triangle du poligone ACB : puis aux meſmes extremitez ſoient auſſi faits les deux angles BAD, ABE, chacun egal à l'angle diminué, tirant les lignes AD, BE indeterminément: & pour trouuer la meſure & grandeur d'icelle, faictes vne regle de trois au premier terme de laquelle, met-

tez

tez le coſté exterieur du poligone propoſé trouué dans la table, au ſecond 48 toiſes, & au troiſieſme le coſté AB donné; & la regle faicte vous aurez la valeur de la face requiſe: ſuiuant ce, nous dirons donc icy,

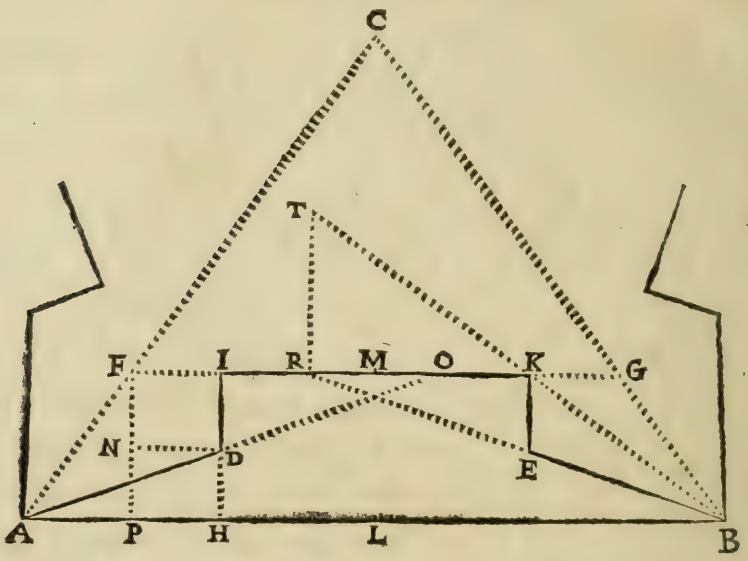
Si $162\frac{1}{2}$ *donnent* 48, *que donneront* 150?

Et viendront pour le quatrieſme nombre proportionnel $44\frac{4}{13}$, qui eſt pour la grandeur de la face, & adioutant à ce nombre ſa moictie, viendront $66\frac{6}{13}$, pour la meſure & quantité de la courtine: mais prenant le quart de ce dernier nombre, nous aurons $16\frac{8}{13}$, pour la valleur du flanc. Prenons donc AD & BE chacune de $44\frac{4}{13}$ ſur l'eſchelle, où compas de proportion au reſpect de AB 150: puis du poinct D, ſoit tirée vne perpendiculaire ſur ledit AB, laquelle ſoit cõtinuée iuſques en I, de ſorte que le flanc DI ſoit de la meſure trouuée, & ayant auſſi mené l'autre flanc Ek, ſoit tirée la courtine Ik: quoy faict, ſeront acheuez les deux demy baſtions requis, leſquels il ſera aiſé de faire entier s'il eſt beſoin.

Or ſi quelqu'vn ne voulant auoir entierement egard aux angles & lignes contenues és tables precedentes, donnoit auec ledit coſté exterieur la raiſon d'iceluy à l'interieur, & à l'vne ou l'autre de ces trois lignes, la courtine, la face, ou le flanc: on demande comme il faudroit conſtruire ſur ledit coſté deux baſtions où ces raiſons ſoient obſeruées auec plus de conformitez aux maximes d'vne bonne fortification que faire ſe pourra.

Premierement il faut aller à la table de la meſure des lignes, & voir aux coſtez des poligones contenus en icelle table quelle figure a ſes coſtez, en raiſon la plus appro-

chante de la donnée; & ceſte figure trouuée, ſoit deſcrit ſur ledit coſté donné A B, le triangle du poligone choisy A C B; puis ſoit couppé l'vn des coſtez d'iceluy triangle, comme au poinct F, en ſorte que A C ſoit à C F ſelon



la raiſon donnée du coſté exterieur à l'interieur: & ayant pris CG egale à CF, & tiré la ligne droicte FG, icelle ſera le coſté interieur, qui aura telle raiſon à l'exterieur que la donnée.

En apres, ſi la raiſon dudit coſté exterieur à la courtine eſt donnée, ſoit couppé en deux egalement tant le coſté exterieur que l'interieur, és poincts L, M; puis ſoit faict que la moitié AL ait telle raiſon à MI ou MK, que celle donnée: & ſur les poincts I & k, ſoient eſleuées les perpendiculaires ID, & KE, chacune deſquelles ſoit vn quart de la courtine Ik, (ou bien quelque peu plus ou moins, ſe-

lon qu'il ſeroit neceſſaire pour ſauuer quelque partie eſſentielle de la fortification,) & ayant tiré les faces AD, & BE, ſeront conſtruis les deux demy baſtions requis.

Mais ſi ceſtoit la raiſon du coſté à la face qui fut donnée; ayant deſcrit ſur AB les angles diminuez *BAD*, *ABE*, ſoit faict que *AB* ait telle raiſon à chacune des faces *AD*, *BE* que la donnée: & ayant tiré perpendiculairement les flancs DI, & Ek, ſera acheuée la conſtruction, ſinon qu'on recogneut que quelque partie eſſentielle de la fortification, ſe peut meliorer par l'augmentation ou diminuation de l'angle flanqué.

Finablement, ſi la raiſon au flanc eſt la donnée; ayant deſcris les ſuſdits angles diminuez *BAD*, *ABE*, ſoit tirée indeterminement FN, & fait que *AB* ſoit à icelle FN en la raiſon donnée: puis du poinct N, ſoit menée ND parallele à *AB* iuſques a ce qu'elle rencontre *AD* en *D*, & BE en E, deſquels poincts ſoient menez les flancs DI & Ek, ſi on recognoit que par l'augmentation ou diminution de l'angle flanqué, ne ſe puiſſe ameliorer la fortification: car c'eſt vne maxime que quant on voit qu'vne fortification deſ-ja traſſée, ſe peut ameliorer par le changement de quelque angle où lignes, ſans toutesfois ruiner les conditions requiſes; qu'il faut delaiſſer ce qu'on a deſ-ja faict, & traſſer ce que de nouueau on a conceu pour l'accompliſſement de l'œuure: c'eſt pourquoy en telles occurrances, il ne faut tirer que des lignes blanches & occultes, pour ſur icelles raiſonner & examiner ſi ce qu'on aura faict peut ſubſiſter, & ne receuoir aucune amelioration par l'accroiſſement ou diminution de quelques angles ou lignes; & l'examen faict on marque d'ancre, ce qu'on a

trouué deuoir demeurer.

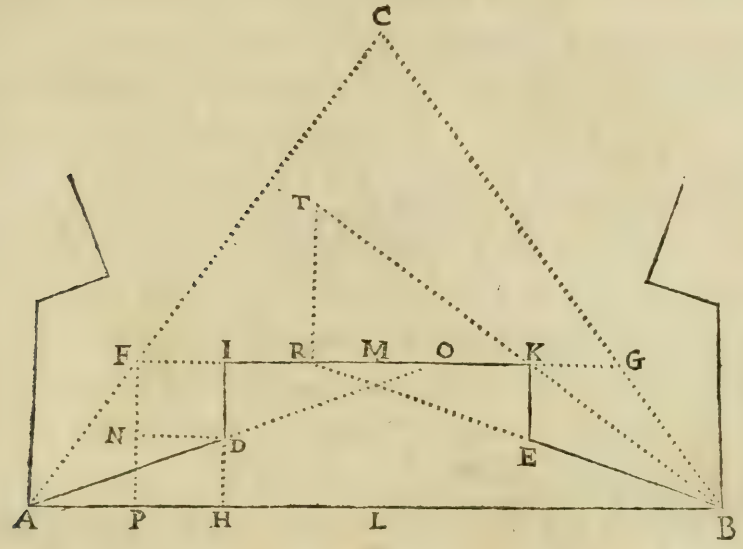
Or tout ainsi que nous auons icy comparé le costé exterieur à l'interieur, & à la courtine, au flanc, & à la face du bastion, ainsi aussi le pourroit-on encore comparer a d'autre lignes, mais nous delaissons cela iusques à vne autres fois; aussi sont-ce choses plus curieuses qu'vtiles, & plus propre a trasser sur le papier qu'a mettre en practique sur la terre: il est toutesfois vray que telles questions seruent grandement à façonner l'esprit, & ouurent quelquesfois le chemin à des choses fort vtiles, esquelles on n'eust pensé auparauant telles exercitations; & c'est pourquoy nous rapportons tousiours quelques vnes de ces questions, à fin de donner entrée à d'autres.

Estant donnée vne ligne droicte, pour seruir de courtine prolongée en vne fortification; construire sur icelle deux bastions qui luy soient conuenables.

Afin que la fortification construite sur telle ligne donnée ne combatte les maximes attribuees aux bonnes fortifications, il faut qu'icelle ligne ne soit moindre que 87 toises ny plus grande que 133.

Soit donc la ligne FG de 100 toises proposée à fortifier & seruir de courtine prolongée: Trouuant a propos de faire sur icelle deux demy bastions d'vn pentagone, nous ferons les angles GFC, FGC, chacun egal à la moitie de l'angle du poligone, c'est à sçauoir de 54 degrez, tirant les lignes indeterminement vers *A* & *B*: Ce faict, soit posé au premier terme d'vne regle de trois, la courtine prolongée contenue en la table des mesures, & correspon-

dante à la figure choisie, au second terme la ligne capita-



le d'icelle figure, & au troisiesme la ligne donnée; & viendra au quatriesme terme proportionnel, la valeur de la ligne capitale des bastions à construire. Nous dirons donc icy,

Si 113 $\frac{4}{15}$ *donnent* 42 $\frac{1}{27}$ *combien donneront* 100 ?

Et la regle faicte, viennent presque 37 toises $\frac{1}{9}$ pour la ligne capitale: parquoy nous prendrons BA & GB d'autant: puis nous ferons les angles FAD, & GBE, chacun egal à la moitie de l'angle flanqué de la figure choisie, qui sera icy de 34 deg. $\frac{1}{2}$: ce faict, posez au premier terme d'vne regle de trois le susdict nombre 113 $\frac{4}{15}$, au second 48, & au troisiesme ladicte ligne donnée 100: & la regle faicte, viendront peu plus de 42 $\frac{1}{8}$ pour la face, tellement qu'il

faut prendre chaſque face *AD*, *BE* d'icelle grandeur, puis tirer perpendiculairement les flancs DI & EK, & par ainſi ſeront conſtruis ſur FG les deux baſtions propoſez, dont la courtine Ik ſera 63 toiſes $\frac{2}{10}$, & le flanc 15 toiſes $\frac{17}{64}$.

On pourroit encore faire la meſme conſtruction ainſi: ayant deſcrit le triangle FCG, & couppé en deux egalement ladite ligne donnée FG au poinct M, ſoit mis au premier terme d'vne regle de proportion le ſuſdit nombre $113\frac{4}{15}$, au ſecond 72 toiſes, & au troiſieſme ladite ligne donnée 100: & la regle faicte, on aura preſque $63\frac{4}{7}$ pour la courtine, dont moitié ſoit miſe de part & d'autre de M, afin d'auoir icelle courtine I K; & ayant tiré aux poincts I & K les perpendiculaires indeterminées I D, & K E, chacune d'icelles ſoit faicte de la grandeur d'vn quart de ladite courtine; mais des poincts D & E, ſoient priſes D A, & E B chacune egalle aux deux tiers d'icelle courtine, qui aillent rencontrer C F & C G prolongées en A & B: & par ainſi nous aurons derechef les deux demy baſtions requis.

Or ſi quelqu'vn vouloit qu'icelle ligne donnée F G fut à la diſtance des poinctes des baſtions ſelon vne raiſon donnée; il faudroit premierement aller à la table de la meſure des lignes, voir quelle figure a ſes coſtez en la raiſon donnée, ou plus prochaine: puis deſcrire ſur ladite ligne le triangle du poligone choisy F C G; & apres ſoit prolongé le coſté C F iuſques en A, en ſorte que C F ſoit à C A en la raiſon donnée, & ayant pris G B egale à F A, ſoient deſcrits les deux angles F A D, G B E chacun egal à la moitié de l'angle flanqué du poligone choiſy, ou quelque peu plus grand ou moindre, ſelon qu'on trouuera

eſtre à propos pour auoir le flanc & la gorge de grandeur competante, en apres ſoient pris les deux faces *AD*, & *BE* chacune de 40 à 48 toiſes, puis tiré les flancs ID & E*K*.

Eſt icy à notter que qui voudroit ſuiure ceux qui veulent en leur conſtruction diuiſer le coſté interieur du poligone en cinq parties, & en donnent trois à la courtine, i'eſtime qu'il ſeroit aſſés à propos qu'iceluy coſté fut poſé aux trois premieres figures ſeulement de 100 toiſes, & és autres de 120 a 130 : car ce faiſant la fortification s'accorderoit aſſés bien aux maximes d'vne bonne fortification, & pour en faire la conſtruction il faudroit comme dit eſt cy deſſus faire les angles GFC, & FGC, chacun de la moitié de l'angle du poligone, puis ayant prins FI & Gk, chacun la cinquieſme partie de la toute FG, ſoient eſleuez perpendiculairement ſur icelle FG les flancs ID, kE, chacun vn quart de la courtine Ik; & ayant faict l'angle IDO egal au ſupplément de l'angle diminué, il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction.

Eſtant donnée vne ligne droicte, conſtruire deux baſtions, en ſorte qu'icelle ligne donnée ſerue de ligne de deffence razante à l'vn d'iceux.

Afin que la fortification ainſi conſtruicte ne contrarie aux regles & maximes d'vne bonne fortification, il faut qu'icelle ligne ne ſoit moindre que 70 toiſes ny plus grande que 118.

Soit donc la ligne droicte AO de 94 toiſes: & il faut conſtruire deux demy baſtions de quelconque figure re-

guliere, en sorte qu'icelle ligne soit la deffence razante de l'vn d'iceux. Trouuant à propos de construire en ceſt endroit deux demy bastions d'vn pentagone, nous ferons sur icelle ligne l'angle OAB egal à l'angle diminué de la figure choisie, tirant indeterminément la ligne AB : puis sur icelle AB, & au poinct A l'angle BAC egal à la moitié de l'angle du poligone, tirant AC indeterminément : en apres ayant tiré de O la ligne FG indeterminement & parallele à *AB*, soit faict vne regle de trois, au premier terme de laquelle soit mis la mesure & quantité de la ligne de deffence razante de la figure chosie, au second 48 toises, & au troisieſme la ligne donnée ; & la regle faicte on aura la face du bastion. Nous dirons donc en ceſt exemple,

Si 102 *donnent* 48, *que donneront* 94 ?

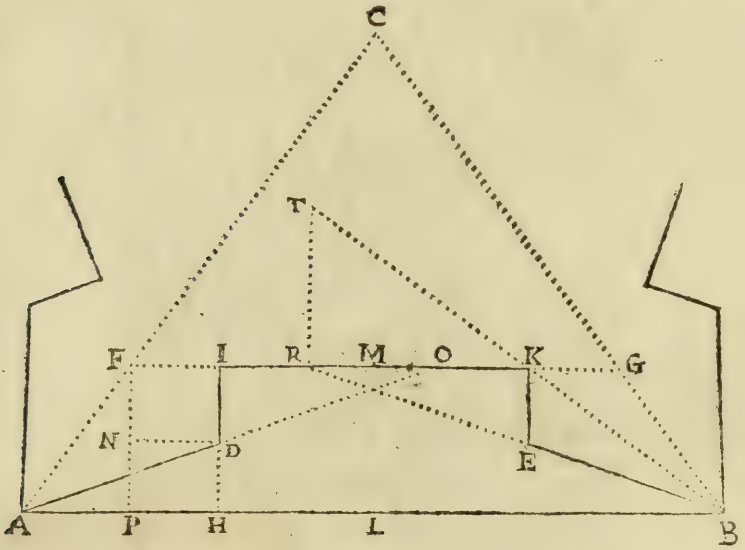
Et viendront $44\frac{1}{17}$, que nous prendrons sur le compas ou eſchelle, & porterons sur ladite ligne donnée pour auoir la face AD : en apres du poinct D nous tirerons perpéndiculairement sur FO le flanc DI, & prendrons la courtine Ik de 66 toises $\frac{6}{17}$, & KG egal à IF : puis au poinct G soit fait l'angle FGC egal à l'angle BAF, tirant le ligne GC iusques à ce qu'elle rencontre les lignes AC & AB : Quoy fait il sera aisé de tirer BE & Ek, afin d'acheuer les deux demy bastions requis.

Or qui voudroit construire les bastions en sorte que le flanc fut à son prolongement selon vne raison donnée, il faudroit tirer la perpendiculaire FP, puis la coupper au poinct N en la raison donnée, & tirer ND parallele à AB iusques à ce qu'elle rencontre la ligne donnée AO en D, lequel terminera le pan du bastion AD, & par consequent

il

il ſera aiſé d'acheuer la conſtruction requiſe.

Que ſi la ligne de deffence BR eſtant donnée, on vouloit que la face du baſtion fut au flanc ſelon vne raiſon donnée, il faudroit ſur GR eſleuer vne perpendiculaire



interminée RT, puis faire que BR ſoit à RT ſelon la raiſon de la face au flanc, & tirant puis apres la ligne BT, où elle couppera RG, ſçauoir au poinct k, ſera l'extremité de la courtine, d'où eſtant tiré perpendiculairement le flanc kE, il ſera au pan BE ſelon la raiſon donnée.

Or nous ne nous arreſterons d'auantage ſur ces petites lignes, mais viendrons à auſſi enſeigner quelque choſe touchant les grandes lignes, ſur leſquelles outre deux demy baſtions conſtruis à leurs extremitez on en peut aduancer encore vn, ou deux, ou trois, &c. dans le milieu, & le tout enſemble faiſant les $\frac{2}{3}$ parties d'vn pentagone, ou

bien les $\frac{2}{6}$ ou les $\frac{3}{6}$ parties d'vn hexagone, ou bien les $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$, &c. de l'heptagone, & ainsi consecutiuement des autres poligones : & pour ceſt effect nous seruira la table suiuante.

$194\frac{8}{11}$	$\frac{2}{4}$								
$218\frac{8}{9}$	m	$\frac{2}{5}$							
$231\frac{5}{12}$	m	m	$\frac{2}{6}$						
$233\frac{1}{11}$	m	m	m						
$240\frac{25}{27}$		m	m	$\frac{2}{7}$					
$243\frac{7}{11}$		m	m	m	$\frac{2}{8}$				
$246\frac{1}{4}$		m	m	m	m	$\frac{2}{9}$			
$247\frac{5}{6}$		m	m	m	m	m	$\frac{2}{10}$		
$248\frac{23}{24}$		m	m	m	m	m	m	$\frac{2}{11}$	
$249\frac{3}{4}$		m	m	m	m	m	m	m	$\frac{2}{12}$
$262\frac{2}{3}$		m	m	m	m	m	m	m	m
$267\frac{7}{9}$	$\frac{3}{6}$		m	m	m	m	m	m	m
$277\frac{7}{10}$	m		m	m	m	m	m	m	m
$287\frac{1}{9}$	m			m	m	m	m	m	m
$292\frac{1}{8}$	m				m	m	m	m	m
$295\frac{1}{2}$	m					m	m	m	m
$297\frac{2}{5}$	m						m	m	m
$297\frac{9}{11}$	m	$\frac{3}{7}$						m	m
$298\frac{3}{4}$	m	m						m	m
$299\frac{7}{10}$	m	m							m
$318\frac{1}{8}$	m	m	$\frac{3}{8}$						
$321\frac{1}{3}$	m	m	m						
$327\frac{23}{26}$		m	m	$\frac{3}{9}$					

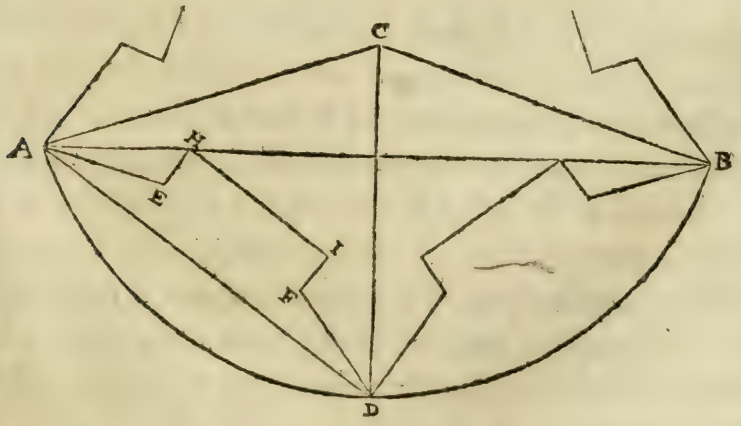
340 5/13		m	m	m	3/10		
344 2/7	4/8	m	m	m	m		
348 1/8	m	m	m	m	m	3/11	
353 1/3	m	m	m	m	m	m	3/12
357 4/11	m	m	m	m	m	m	m
377 5/14	m	4/9	m	m	m	m	m
381 3/4	m	m	m	m	m	m	m
393 1/6	m	m		m	m	m	m
401 1/24	m	m	4/10		m	m	m
409 2/11	m	m	m		m	m	m
413 1/7	m	m	m			m	m
417 3/4		m	m			m	m
418 8/9		m	m	4/11			m
421 2/3	5/10	m	m	m			m
424	m	m	m	m			m
432 7/12	m	m	m	m	4/12		
452 3/4	m	m	m	m	m		
455 8/9	m	5/11	m	m	m		
481 1/4	m	m	m	m	m		
482 1/2	m	m	5/11	m	m		
499 1/2	m	m	m	m	m	6/12	
502 2/3	m	m	m	m	m	m	
506	m	m	m		m	m	
519 1/10		m	m		m	m	
547 1/18		m	m			m	
579			m			m	
599 2/5						m	

Or il appert assez par les choses cy dessus, qu'estant proposé à fortifier quelque portion de place ; si la ligne droicte tirée depuis l'vne des extremitez du circuit d'icelle portion iusques à l'autre extremité, estoit de 194 toises $\frac{8}{11}$ à 233 $\frac{1}{11}$, on pourroit construire sur icelle ligne deux bastions d'vn quarré: & si ladite longueur estoit de 218 $\frac{8}{9}$ à 262 $\frac{2}{3}$, on y pourroit faire deux ou trois bastions d'vn pentagone ; si depuis 231 $\frac{5}{11}$ iusques à 277 $\frac{7}{10}$, deux ou quatre bastions d'vn hexagone ; & ainsi consequemment des autres nombres & poligones specifiez en la susdite table: tellement que sur vne mesme longueur on peut diuersement fortifier, soit en construisant des bastions plus ou moins, ou bien choisissant vne figure plustost que l'autre, afin d'enclorre plus ou moins d'espace, c'est pourquoy nous auons disposé ceste table, en sorte qu'on y pourra voir tout en vn instant, en combien de forme se peut changer vne fortification sur la longueur proposée, desquelles on pourra prendre celle qui viendra le plus à propos : Ainsi estant proposé à fortifier quelque espace, dont la ligne droicte subtendante du circuit d'icelle fut trouuée de 295 toises & demy, ie viendrois à chercher iceluy nombre au costé de la table, & l'y ayant trouué, ie verrois dans ladite table vis à vis d'iceluy nombre 295 $\frac{1}{2}$, cinq m, qui signifient que sur ceste ligne on peut faire les mesmes fortifications que celles cottées au dessus d'icelles m, c'est à sçauoir trois bastions d'vn hexagone, ou deux & sept d'vn enneagone, ou deux & huict d'vn decagone, ou deux & neuf de l'endecagone, ou bien deux & dix du dodecagone : tellement que de toutes ces diuerses fortifications ie pourray choisir celle qui conuiendra le mieux à la situa-

tion & circuit du lieu à fortifier. Que ſi le nombre propoſé ne ſe trouue au coſté de la table, il faudra au lieu d'iceluy auoir eſgard au moindre: comme pour exemple, ſi le nombre eſtoit 345 toiſes, voyant qu'iceluy nombre n'eſt contenu en la ſuſdite table, ie m'arreſterois au moindre, c'eſt à ſçauoir 344 $\frac{1}{7}$, ſur lequel ie voy ſe pouuoir faire trois, quatre & cinq baſtions de l'octogone; trois & quatre de l'heptagone; trois & ſix de l'enneagone; ou trois & ſept du decagone. Ayãt donc choiſy la fortification qu'on eſtime eſtre la plus conuenable au lieu propoſé, on la conſtruira ainſi qu'il enſuit.

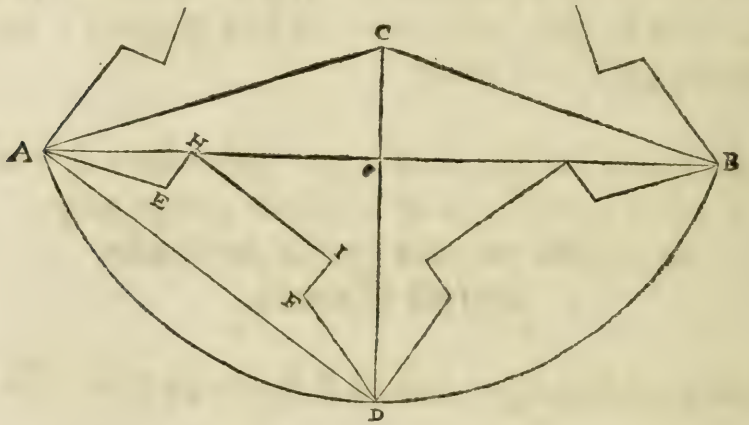
Eſtant donnée vne ligne droicte ponr ſubtendante de tant de coſtez exterieurs qu'on voudra de quelque poligone; deſcrire ſur icelle ligne la fortification dont elle eſt capable.

Soit donnée la ligne droicte A B de 250 toiſes, ſur la-



quelle on a trouué par la table precedente ſe pouuoir

changer la fortification en diuerſes manieres, mais d'icelles on a choiſy deux baſtions d'vn pentagone, pour leſquels conſtruire, ſoit premierement trouué le cẽtre C, afin de deſcrire la portion du poligone propoſé, ainſi qu'il eſt enſeigné à la 20. propoſition de l'vſage du Compas de proportion: & ayant tiré le coſté A D, ſoit conſtruit ſur iceluy comme nous auons enſeigné en la page 24, c'eſt à dire qu'aux deux extremitez d'iceluy, ſoient deſcrits les



deux angles D A E & A D F, chacun egal à l'angle diminué de la figure choiſie, qui ſera icy de 19 degrez & demy; puis trouué la meſure de la face du baſtion, poſant au premier terme d'vne regle de trois, le premier ou le dernier nombre de la ligne, ſur laquelle on peut faire la fortification propoſée; au ſecond terme, la face correſpondante au nombre pris, c'eſt à dire 60 toiſes ſi on prend le premier nombre, mais 72 ſi on prend le dernier; & au troiſieſme terme le nombre de la ligne propoſée: Nous dirons donc icy,

Si 262 $\frac{1}{3}$ *donnent* 48, *combien donneront* 250?

Et faisant la regle nous trouuerons peu plus de 45 toises $\frac{2}{3}$ pour la face du bastion, & partant la courtine sera 68 toises & demy, & le flanc $17\frac{1}{8}$. Parquoy nous prendrons chacun des pans du bastion A E, D F de $45\frac{1}{3}$, puis des poincts E & F, nous esleuerons perpendiculairement sur A D, les flancs EH, FI, que nous ferons chacun de $17\frac{1}{8}$, & ayant tiré la courtine H I, il sera aisé d'acheuer toute la fortification proposée, ainsi qu'il appert en la figure.

Soit derechef la ligne droicte A B de 270 toises, sur laquelle on trouue se pouuoir faire diuerses fortifications, mais trouuant à propos d'y faire deux bastions d'vn hexagone, pour les construire, soit premierement trouué le centre C, & descrit vn tiers de l'hexagone: puis aux deux extremitez du costé A D, soient descris les deux angles D A E, A D F, chacun de 22 degrez $\frac{1}{2}$: En apres soit trouuée la mesure de la face du bastion, disant,

Si $277\frac{7}{10}$ *donnent* 48, *combien donneront* 270?

Et la regle faite, viendront presque 46 toises $\frac{1}{3}$ pour la face du bastion, & par consequent la courtine sera peu moins de 69 toises & demy, & le flanc $17\frac{1}{8}$. Parquoy soient pris chacun des pans A E, D F de $46\frac{1}{3}$, puis ayant esleué perpendiculairement sur A D les flancs EH, F I, chacun de $17\frac{3}{8}$, soit acheué comme dict est cy dessus.

Or voylà quant aux grandes lignes qui conioignent deux ou d'auantage de costez exterieurs; & pour le regard de celles qui conioignent les costez interieurs, nous seruira la table suiuante.

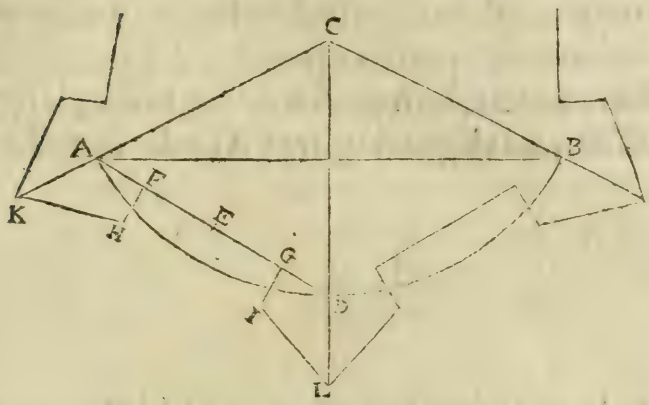
$122\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$							
$147\frac{1}{11}$	m							
$152\frac{2}{9}$	$\frac{2}{5}$							
$170\frac{5}{6}$	m	$\frac{2}{6}$						
$182\frac{2}{3}$	m	m						
$184\frac{1}{6}$		m	$\frac{2}{7}$					
$193\frac{13}{54}$		m	m	$\frac{2}{8}$				
$197\frac{7}{9}$	$\frac{3}{6}$	m	m	m				
$200\frac{10}{27}$	m	m	m	m	$\frac{2}{9}$			
205	m	m	m	m	m			
$205\frac{1}{4}$	m		m	m	m	$\frac{2}{10}$		
$210\frac{5}{33}$	m		m	m	m	m	$\frac{2}{11}$	
$213\frac{7}{4}$	m		m	m	m	m	m	$\frac{2}{12}$
221	m		m	m	m	m	m	m
$229\frac{3}{8}$	m	$\frac{3}{7}$		m	m	m	m	m
$232\frac{1}{9}$	m	m		m	m	m	m	m
$237\frac{1}{3}$	m	m			m	m	m	m
$240\frac{5}{9}$		m			m	m	m	m
$246\frac{7}{8}$		m				m	m	m
$252\frac{2}{11}$		m					m	m
$252\frac{17}{24}$		m	$\frac{3}{6}$					m
$256\frac{2}{7}$		m	m					m
$270\frac{1}{11}$		m	m	$\frac{3}{9}$				
$273\frac{13}{24}$	$\frac{4}{8}$	m	m	m				
$275\frac{1}{4}$	m	m	m	m				
$283\frac{1}{6}$	m		m	m	$\frac{3}{10}$			

293 $\frac{11}{13}$	m		m	m	m	$\frac{3}{11}$	
302 $\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	m		m	m	m	m	$\frac{5}{12}$
303 $\frac{1}{4\frac{1}{2}}$	m		m	m	m	m	m
307 $\frac{1}{8}$	m	$\frac{4}{9}$		m	m	m	m
324 $\frac{1}{9}$	m	m		m	m	m	m
328 $\frac{1}{4}$	m	m			m	m	m
332 $\frac{8}{9}$		m	$\frac{4}{10}$		m	m	m
339 $\frac{4}{5}$		m	m			m	m
350	$\frac{5}{10}$	m	m			m	m
352 $\frac{8}{13}$	m	m	m			m	m
353 $\frac{13}{24}$	m	m	m	$\frac{4}{11}$			m
362 $\frac{3}{7}$	m	m	m	m			m
368 $\frac{5}{9}$	m	m	m	m			
370 $\frac{1}{3}$	m		m	m	$\frac{4}{12}$		
385 $\frac{13}{18}$	m	$\frac{5}{11}$	m	m	m		
399 $\frac{4}{9}$	m	m		m	m		
412 $\frac{2}{9}$	m	m	$\frac{5}{12}$	m	m		
420	m	m	m	m	m		
424 $\frac{1}{4}$		m	m	m	m		
427 $\frac{1}{7}$	$\frac{6}{6}$	m	m		m		
443 $\frac{9}{10}$	m	m	m		m		
461 $\frac{2}{3}$	m	m	m				
494 $\frac{2}{3}$	m		m				
512 $\frac{4}{7}$	m						

Il appert assés par ce que nous auons dit sur la table precedente à celle-cy, à quoy peuuent seruir ces deux tables: car ce qui est dit de l'vne se peut aussi entendre de l'autre, n'y ayant autre difference entr'elles sinon qu'en celle-là, sont contenues les mesures & grandeurs des lignes subtendantes les costez exterieurs des 9 premieres figures fortifiées selon les regles & preceptes baillez cy-deuant, & ceste-cy contient les mesures des subtendantes des costez interieurs d'icelles figures: & comme par celle-là on vient à cognoistre de combien de bastions peut estre capable vne ligne droicte donnée pour subtendante de costez exterieurs, aussi par ceste-cy on voit de combien de bastions ladicte ligne seroit capable la prenant pour subtendante de costez interieurs: ce qu'estant recogneu on construira lesdits bastions ainsi qu'il ensuit.

Estant donnée vne ligne droicte pour subtendante de tant de costez interieurs qu'on voudra de quelque poligone: descrire sur icelle ligne la fortification dont elle est capable.

Soit proposée la ligne droicte AB de 190 toises, sur laquelle on veut construire deux bastions d'vn Hexagone, lesquels on trouue par la table precedente se pouuoir faire sur icelle. Soit premierement trouué le centre C, & d'iceluy descrit l'arc de cercle ADB, & tiré indeterminément les trois semidiamettres d'iceluy cercle: puis apres ayant tiré le costé interieur de l'hexagone AD, soit construit sur iceluy ainsi qu'il a esté enseigné cy deuant: & pour le plus facile soit couppé en deux egalement iceluy



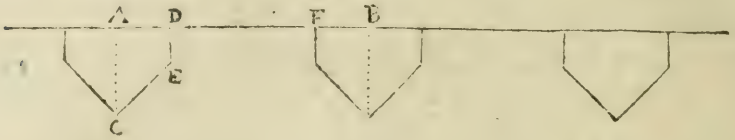
coſté AD en E, puis trouué la meſure & grandeur que doit auoir la courtine, & ce en diſant,

Si 205 *donnent* 72, *que donneront* 190?

Et faiſant la regle viendront peu plus de 66 toiſes trois quarts pour la grandeur de ladite courtine, & par conſequent le flanc ſera $16\frac{11}{16}$, & la face $44\frac{1}{2}$. Soit donc pris EF, & EG, chacun de 33 toiſes $\frac{3}{8}$; puis les flancs perpendiculaires FH & GI, chacun de $16\frac{11}{16}$; & les faces Hk & IL, chacune de $44\frac{1}{2}$, & par ainſi ſeront conſtruis deux demy baſtions, qui donnent facilement les autres ainſi qu'il appert en la figure.

Or voila quant aux lignes droictes conſiderées comme ſubtendantes de quelque circuit; mais ſi ledit circuit a fortifier eſtoit meſme ligne droicte, & qu'il fallut ſeulement y conſtruire des baſtions, auſquels elle ſeruit de courtine, il faudroit tellement proportionner la diſtance d'vn baſtion a autre que le tout fut en deffence, & dans les maximes d'vne bonne fortification; ce qui ſera aiſé, les choſes

ſes cy-deuant dictes eſtans bien entendues, ceſt pourquoy nous ne nous arreſterõs a en bailler d'autres preceptes, ſeulement dirons nous, que ſi on prend la diſtance du centre d'vn baſtion a autre, comme AB de 138 toiſes, la ligne capitale AC de 50, la ligne de gorge AD de 29 toiſes, & le



flanc DE de 20, la face du baſtion ſera ſeulement 41 toiſes & preſque trois quarts: mais l'angle flanqué ſera quaſi 88 degrez 4 minuttes, & la ligne de deffence fichante preſque 119 toiſes $\frac{11}{12}$, ainſi qu'on verra en procedant auſdites ſupputations ſuiuant les regles & preceptes de l'art.

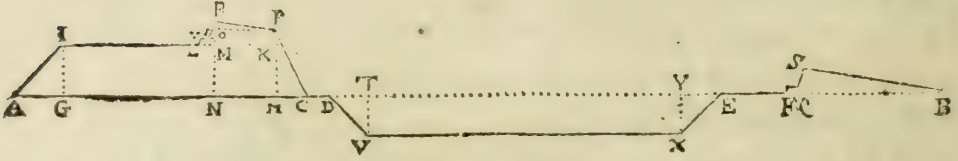
Du profile.

Iuſques icy nous auons declaré tout ce que i'ay eſtimé deuoir eſtre bien entendu pour pouuoir conſtruire & deſlinéer les principales & eſſentielles parties de quelconque fortification, & maintenant nons dirons auſſi quelque choſe du rampart, du foſſé, du corridor, & autres petites parties neceſſaires à vne fortification bien accomplie. Eſt donc à noter qu'à toute la baſe du rampart on doit donner enuiron 15 toiſes, afin qu'ayant pris 15 pieds pour le tallu interne, & 9 pour celuy de deuers le foſſé, il reſte encore 11 toiſes pour la largeur du terre plain, auec ſon parapet, auquel terre plain on doit bailler enuiron 15 pieds de haut, & 6 à ſon parapet, qui doit eſtre d'enuiron

trois toiſes & demy de large, compris quelque petit tallu, qu'il doit auſſi auoir tant d'vn coſté que d'autre; mais deuant ce parapet il y doit auoir vne banquette de quelque trois pieds de large, & vn pied & demy de haut: puis pour empeſcher que la terre qui pourroit tomber du terre plain ne rempliſſe le foſſé, on doit laiſſer entre le pied de l'eſcarpe, ou tallu externe du rampart, & celuy du foſſé vne eſpace de 6 ou 7 pieds. Quant au foſſé, les opinions ſont diuerſes: car quelques vns le font plus large au droict de la poincte du baſtion que vis à vis des flancs; & d'autres au cõtraire, veulent qu'il ſoit bien plus eſtroict en ceſt endroit qu'en celluy-la: mais ordinairement il eſt auſſi large en vn endroit qu'en l'autre, c'eſt à dire que la contreſcarpe eſt parallele à la face du baſtion, ayant iceluy foſſé de 15 à 20 toiſes de largeur, & enuiron 2 de profondeur; le tout ſelon que la neceſſité, & le fonds du terrouër le permet: Car quelquesfois pour auoir la terre neceſſaire au rampart & autres ouurages eſleués au deſſus du plan de la campagne on eſt contraint de faire ledit foſſé plus large qu'il ne ſeroit de beſoin: & quant on peut prendre ladicte largeur à diſcretion, on faict ſupputation de ce qu'il faut de terre tant pour le rampart, les parapets, que glaſſis de dehors, afin que ſelon la quantité trouuée on puiſſe prendre ledit foſſé de telle largeur, que de la terre qui s'en tirera on puiſſe faire preciſément tous leſdits ouurages. A iceluy foſſé on donne ordinairemẽt autant de tallu que de profondeur: au dela du foſſé on faict le corridor où chemin couuert, ayant quelque 20 ou 24 pieds de large, & vn parapet de 6 pieds de haut, auec ſa banquette: Et finalement, on faict vn glaſſis qui s'eſtend vers la campa-

gne enuiron 8 ou 10 toiſes, le tout comme il appert au profile ſuiuant, qui ſe faict ainſi qu'il enſuit.

Premierement, ſoit menée vne ligne occulte AB ſi longue qu'il ſera de beſoin, ſur laquelle ſoit priſe la partie AC de 15 toiſes ſelon quelque eſchelle que ce ſoit; puis CD de 6 pieds, & DE de 20 toiſes; puis EF de 20 pieds, & FB de



8 toiſes: En apres ſoient priſes AG de 15 pieds, & CH de 9, pour les pantes ou tallus du rampart; & aux poincts G & H, ſoient eſleuées les perpendiculaires GI, HK chacune de 15 pieds, & mené AI, IK; de laquelle IK ſoit pris IL de 7 toiſes, pour la largeur du terre plain, & LM de trois pieds pour la largeur de la banquette du parapet d'iceluy terre plain, laquelle on fera d'vn pied & demy de haut: mais ayant pris GN egale à IM, ſoit tirée MR, en ſorte que MR ſoit de 6 pieds pour la hauteur du parapet: ſoit auſſi tirée HKP, tellement que kP ſoit de 4 ou 5 pieds, afin que le haut du parapet aille penchant vers la campagne; & ayant tiré CP, PR, RI, en ſorte qu'il ne reſte que deux pieds par le haut de la banquette *iv.* on aura tout le profile du rampart. En apres ayant pris DT & EY, chacun de 12 pieds, des poincts T & Y, ſoient abbaiſſées les perpendiculaires TV & YX, chacune de 12 pieds; puis ſoient tirées DV, VX & XE, qui formeront le foſſé, lequel aura 16 toiſes de largeur par le bas, & 20 par le haut: finalement ayant pris

FQ de trois pieds, & eſleué la perpendiculaire QS de 6 pieds pour la hauteur du parapet du corridor, ſoit faict la banquette d'iceluy, & tiré la ligne S B, qui ſera le glaſſis dudit parapet.

Or qui voudra trouuer la largeur du foſſé V X ſelon vne profondeur donnée, comme pour exemple V T, que nous poſons eſtre de 12 pieds, ſera procedé à la ſupputation de toutes les pieces qu'il faut eſleuer au deſſus de la campagne, comme il enſuit.

Premierement, le triangle A I G a les deux coſtez de l'angle droict cogneus, eſtant chacun de 15 pieds, & partant le contenu d'iceluy ſera trouué de 112 pieds & demy, par ce que nous auons enſeigné au 2. Chapitre du 3. Liure de noſtre Geometrie pratique.

2. Le rectangle G I *K* H a les coſtez cogneus, ſçauoir eſt G H de 66 pieds, & G I de 15; partant le contenu dudit rectangle G I K H ſera trouué de 990 pieds par le premier Chap. du Liure ſuſdit.

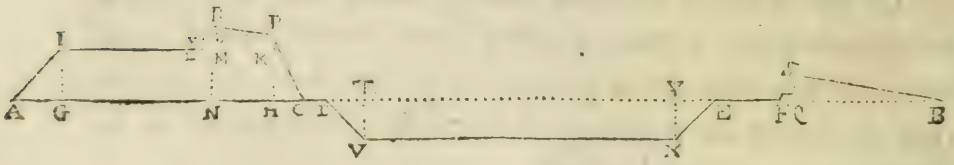
3. Le petit rectangle L *o* a les coſtez cogneus, car L M eſt de trois pieds, & L *v* d'vn pied & demy: parquoy le contenu d'iceluy ſera trouué de quatre pieds & demy, ſuiuant ce qui eſt enſeigné au 2. chap ſuſdit de noſtre Geometrie.

4. Le rectangle M P a auſſi les coſtez cogneus; car M K eſt de 21 pieds, & K F de 5: partant le contenu d'iceluy rectangle ſera de 105 pieds.

5. Le petit triangle rectangle *i* R *o* a les coſtez de l'angle droict cogneus: car *i o* eſt d'vn pied, & *o* R de $4\frac{1}{2}$: partant le contenu d'iceluy triangle ſera trouué de 2 pieds $\frac{1}{4}$; & par conſequent le contenu de toute la banquette, &

tallu du parapet sera ensemble de 6 pieds trois quarts, & celuy du corridor autant.

6. Le petit triangle R P o a les costez de l'angle droict



cogneus: car P O est de 21 pieds, & R o d'vn pied: partant le contenu d'iceluy triangle est 10 $\frac{1}{2}$.

7. Le triangle rectangle HPC a aussi les costez de l'angle droict cogneus, P H estant de 20 pieds, & H C de 9 pieds: parquoy le contenu d'iceluy triangle sera trouué de 90 pieds.

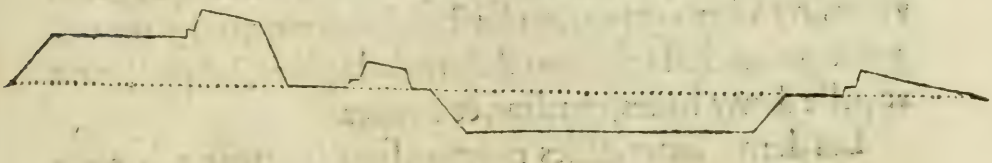
Finablement le triangle rectangle Q S B a aussi les costez de l'angle droict cogneus: car Q B est de 45 pieds, & Q S de 6: & partant le contenu d'iceluy triangle sera 135 pieds.

Maintenant il faut adiouster ensemble toutes ces superficies trouuées, & viendront 1456 pieds & demy, dont il faut oster 144 pieds pour le contenu des deux triangles D T V, X Y E, & resteront 1312 $\frac{1}{2}$ pour le contenu du rectangle T V X Y, qu'il faut diuiser par la profondeur 12, & viendront 109 pieds $\frac{1}{8}$ pour la largeur du fossé V X; tellement qu'il deuroit estre bien plus large que nous ne l'auons posé, autrement on ne pourroit auoir de la terre à suffisance pour faire tous les ouurages specifiez au profil cy dessus, sinon qu'on voulut faire ledit fossé plus profond. Que si on vouloit que ladite largeur posée demeu-

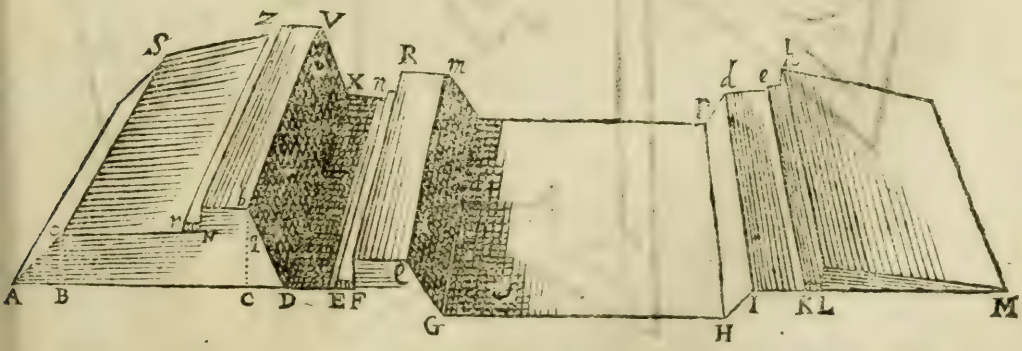
ra, il

ra, il faudroit diuiſer ledit nombre 1312 $\frac{1}{2}$ par icelle largeur 96, & viendroient treize pieds $\frac{43}{64}$ pour ladite profondeur.

Or ſi on vouloit qu'il y euſt vne fauſſe braye à l'entour de la place, le profile pourroit eſtre comme on voit en ceſte autre figure, en laquelle ladite fauſſe braye, ou chemin des rondes, eſt de 20 pieds, & ſon parapet & ban-



quette auſſi de 20 pieds en largeur, & 6 en hauteur, reuenant à 4 par deuant, & 2 de tallu, ſinon que la quantité du terrouër en requit d'auantage : car à tous leſdicts tallus, tant interieurs qu'exterieurs, on donne l'inclination ſelon qu'eſt le terrouër, & tant plus la terre eſt maigre & ſablonneuſe, iant plus on luy donne de pante pour empeſcher le renuerſement deſdits ouurages, qui paroiſſent



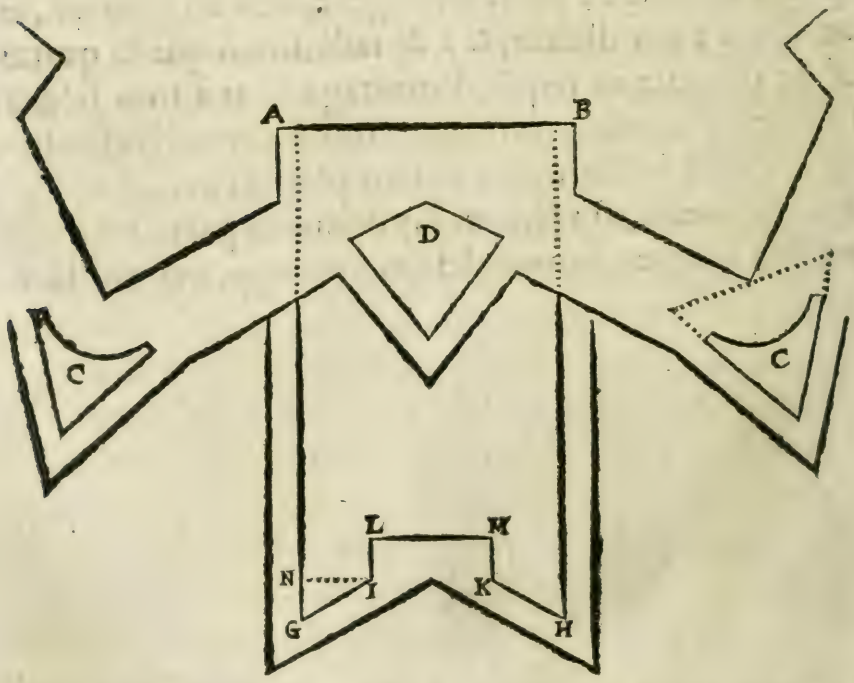
aſſez bien en ceſte autre figure. Mais eſt à noter qu'en ces

deux figures nous auons marqué la fauſſe braye au plan de la campagne, comme a fait Marolois, laiſſant toutesfois à iuger s'il ſeroit point meilleur de la faire au deſſoubs d'iceluy plan, voire meſme auſſi baſſe que le font du foſſé, és lieux où l'eau ne le peut empeſcher.

Des pieces deſtachées.

Es places d'importances, & eſquelles il ne manque gens, viures, ny admonitions, on faict ordinairement des ouurages & pieces deſtachées au dehors de la place, leſquelles on appelle demy lunes, rauelins, & cornes.

Les demy lunes, & les rauelins, ſont ſouuent pris pour



vne meſme piece, ainſi que nous auons dict au comme-

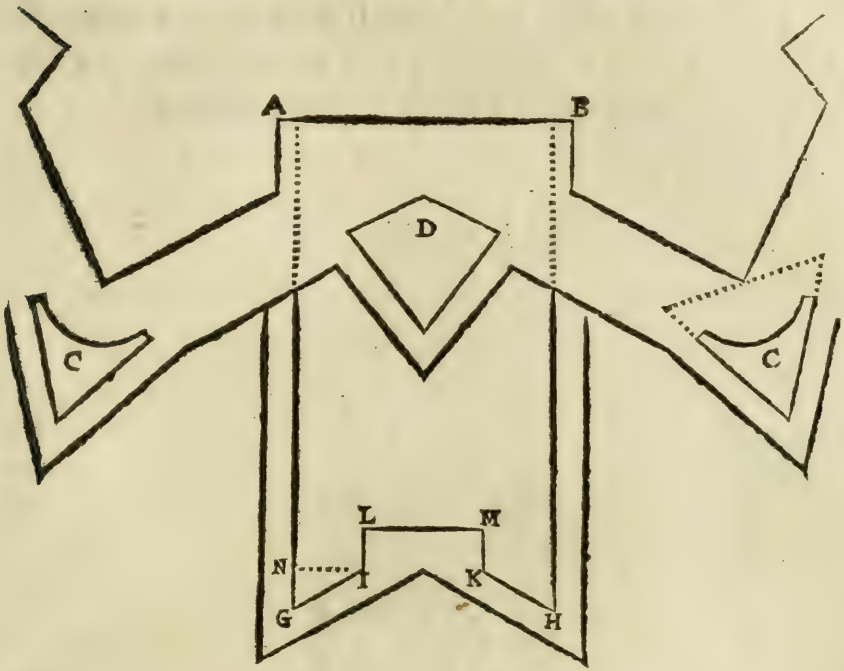
cement de ce traicté ; mais selon ceux qui les distinguent, les demy lunes ne sont autre chose que des triangles equilateraux, qui sont ordinairement aux extremitez du fossé vis à vis des bastions, ayant chaque costé de 30 à 40 toises, comme sont en ceste figure les deux pieces C, qui prennent leurs deffences, tant de la courtine A B, que de la piece D. Or ces demy lunes sont faciles à construire, n'y ayant qu'à tirer vne perpendiculaire à l'extremité de la ligne capitalle du bastion, & sur icelle ligne perpendiculaire prise de telle grandeur qu'on iugera à propos, descrire vn triangle equilateral, des costez duquel seront prises les faces de la demy lune de 20 à 30 toises, comme il appert en la figure cy dessus.

Les rauelins sont certains bouleuers, qui sont vis à vis de l'angle flanquant de deux bastions, (comme la piece D en la figure cy dessus) à chasque face desquels on donne 25, 30, ou 40 toises; & prennent ordinairement leurs deffences du flanc du bastion, & quelquesfois de la face, selon que le lieu permet d'ouurir l'angle flanqué du rauelin, qui ne doit estre moins de 60 degrez, ny plus grand que 90. Et d'autant que ces rauelins se font à discretion, & selon l'effect qu'on en veut tirer ; il est mal aisé de donner certains preceptes de leur construction, qui est toutesfois fort aisée, c'est pourquoy nous dirons seulement que si on vouloit construire vn rauelin, ayant l'angle flanqué donné, il faudroit adiouster la moitié d'iceluy angle proposé auec la moitié du flanquant de la place, & le produict estant osté de 180 degrez, faire sur la ligne de deffence razante, & au lieu d'icelle d'où l'on voudra que vienne la deffence du rauelin, vn angle egal au reste de la

soustraction, tirant la ligne d'iceluy angle iusques à ce quelle rencontre vne autre ligne venant du centre de la place par l'angle flanquant d'icelle, lequel poinct de rencontre sera le lieu de la poincte du rauelin, & partant il sera aisé de l'acheuer, donnant à la face d'iceluy telle longueur que le lieu le permettra. Est aussi à noter qu'on donne diuerses formes à ces rauelins : car on les peut faire de forme triangulaire, tirant vn costé parallel à la courtine, ou bien quadrangulaire, comme celuy de la figure suiuante, ou bien de la figure pentagonale, y faisant des flancs tout ainsi qu'aux bastions entiers & parfaicts.

Quant aux cornes, qu'aucuns appellent aussi tenailles, & d'autres qu'eux d'erondelles, on leur donne telle mesure & longueur que l'on iuge estre conuenable au temps & lieu où le trauail se faict, & toutesfois elles ne se doiuent estendre si loing qu'elles ne puissent estre deffendues du mousquet ; c'est pourquoy la longueur d'icelles cornes ne sera guere plus de 120 toises. Ces ouurages sont les meilleurs qu'on puisse faire en dehors, d'autant qu'on y peut faire plusieurs retranchemens, qui arrestent long temps l'ennemy. Ayant donc tiré deux lignes paralleles & perpendiculaires à la courtine AB à trois ou quatre toises pres de l'espaule, on doit donner à chacunes d'icelles lignes (lesquelles ne sont pas touſiours paralleles & perpendiculaires à la courtine, mais vont quelquesfois en eſlargiſſant) enuiron 120 toises, & à l'extremité d'icelles, faire les angles flanquez G & H, chacun de 60 degrez : en apres faites les pans ou faces GI, & HK, chacun de 20 toises, puis les flancs IL, MK, chacun de 10 toises ; & ayant tiré la courtine ML, pour trouuer la mesure d'icelle, considerez le trian-

gle rectangle G N I, qui a les angles cogneus, & le coſté



G I, tellement que le coſté N I ſera trouué, le double duquel eſtant ſouſtraict de la diſtance des poincts G, H, reſtera ladite courtine L M.

Or toutes ces pieces deſtachées ont leurs ramparts large de 30 à 40 pieds, & haut de 6 pieds; les talus internes egaux à la hauteur, & les externes de la moitié; les parapets 16 ou 18 pieds de largeur, & 6 de hauteur, auec la banquette à l'ordinaire; le foſſé profond de 8 ou 9 pieds, & large en ſorte qu'on ait de la terre à ſuffiſance: on peut auſſi faire au dela dudit foſſé vn chemin couuert de 16 à 20 pieds, auec ſon parapet en glaſſis d'enuirou 40 pieds de large, & haut de 6.

Voylà, amy Lecteur, ce que i'ay eſtimé te deuoir à preſent communiquer touchant la conſtruction des fortifications vſitées aux pays bas ; ſi ie recognois que ceſt eſchantillon te ſoit agreable, cela m'encouragera à rechercher les moyens te donner la piece entiere.

FIN.

BRIEFVE EXPL.

BRIEFVE

EXPLICATION DE L'VSAGE DE L'ASTROLABE.

AVEC VN SOMMAIRE TRAICTE' de la Sphere; comme auſsi de l'vſage tant du quarré Geometrique, que des Globes.

Par D. H. M.

A PARIS,

M. D. C. XX.

EXPLICATION
DE L'USAGE

A

MESSIRE NICOLAS DE BAILLEVL, SEIGNEVR DE VATTETOT SVR LA MER, ET DE Soisy sur Seyne, Conseiller du Roy en ses Conseils d'Estat & Priué, & Lieutenant Ciuil de la Preuosté & Viconté de Paris.

MONSEIGNEVR,

Voyant il y a dix ou douze ans, que nous n'auions point de liures en François qui enseignassent assez familierement l'vsage de cest ancien & vulgaire instrument de Mathematique appellé Astrolabe, ie me mis a en rediger quelque chose par escrit, en intention de le donner au public: mais estant prest le mettre au iour; certaines considerations me le firent retenir, & le communiquer seulement à mes amis & disciples, au moyen de laquelle communication, passant de main à autre, seroit en fin tombé auec autres traittez de Mathematique, en celles d'vn libraire, qui les auroit mis sous la presse à mon desceu, dont ayant eu aduis i'en aurois empeschè la continuation. Mais ce traitté de l'vsage de l'Astrolabe estant ia tout imprimé, i'ay pensé qu'il seroit mal aisé le supprimer, c'est pourquoy ie me suis resolu le laisser aller au iour, & courir la mesme risque que mes autres escris: toutesfois ie ne luy euſſe iamais permis n'euſt esté l'asseurance que i'ay qu'il voguera seurement, & entrecouppera tous les flots de médisance, ayant vos vertus pour Cynosure & astre de faueur, & qu'il se guarantira de l'iniure du temps s'estant auolé au sein de vos credits; bref ie n'euſſe laiſſé aller ce traitté en pays d'ennemis, si ie n'euſſe creu qu'il passera librement par tout, ayant pour sauf conduit le nom & le merite de celuy qui apres auoir dignement administré tant de belles charges & offices, s'est venu seoir dans le throsne de

Iuſtice enuironné des lys de la raiſon, & de l'equité; dans le throſne diſ-je du plus grand Magiſtrat & chef de police de toute la France, dont ſe conjoüit auec moy tout ce peuple de Paris, pour l'eſperance qu'il à que pendant voſtre Magiſtrature, ce grand abbregé du monde ſera ſi bien policé par vos ordonnances equitables, & exactes obſeruations d'icelles, qu'aucun membre de ce corps n'oſera rien entreprendre qui tende à meſpris & deſ-aduantage des autres. Or ce liure Monſeigneur, qui porte en ſon front voſtre nom glorieux, & lequel ie ſacrifie à l'eternelle memoire de vos perfections contient vn ſommaire & abbregé de la Sphere du monde, puis apres l'vſage non ſeulement du plus ancien inſtrument de Mathematique, mais auſſi du plus plaiſant, agreable, & facile à obſeruer le lieu du Soleil au zodiaque, ſa hauteur ſur l'horiſon, comme auſſi celles des eſtoilles; il monſtre encore le leuer & coucher des aſtres, leurs declinaiſons, & aſſentions, la grandeur du iour artificiel, le commencement, la fin, & la durée du crepuſcule: par le moyen d'iceluy inſtrument on vient auſſi à cognoiſtre les eſtoilles fixes, le temps diurne & nocturne d'icelles, la hauteur du pole, & pluſieurs autres belles obſeruations aſtronomiques, à quoy il n'eſt pas ſeulement propre, mais auſſi à meſurer la diſtance d'vn lieu à autres, la hauteur des edifices, arbres & montagnes; la profondité des puits, vallées & foſſés; voire meſme à prendre le plan d'vne ville, faire les cartes, & autres deſcriptions topographiques, que ſçauez dés long-temps practiquer. Et cognoiſſant comme l'odeur de cette offrande & ſacrifice vous ſera agreable, ce me ſera ſuject à m'encourrager deſormais deffectuer le deſſein que i'ay à vous teſmoigner par mes veilles & trauaux, que rien ne m'eſt à ſouhait que l'heureux bonheur de m'oſer dire

MONSEIGNEVR,

Voſtre tres-humble & tres-obeiſſant ſeruiteur.

D. HENRION.

BRIEFVE

EXPLICATION DE LA SPHERE.

POVR bien & deuëment entendre ce qui eſt de l'vſage de l'Aſtrolabe, il eſt neceſſaire d'auoir quelque intelligence de la Sphere du mõde, c'eſt pourquoy auant que de traicter dudit vſage de l'Aſtrolabe, nous expliquerons ſuccintement les cercles & parties d'icelle Sphere.

Premierement donc eſt à ſçauoir, que Sphere eſt vn corps ſolide compris & enuironné d'vne ſeule ſuperficie, dans lequel il y a vn poinct duquel toutes les lignes droictes menées à icelle ſuperficie ſont egales entr'elles; & ce poinct là eſt appellé centre de la Sphere. Or voila ce que les Geometres entendent par ce mot Grec *Sphere*, qui ſignifie la meſme choſe que Globe ou boule; & les Aſtronomes recognoiſſant que la machine du monde vniuerſel, qui comprẽd le ciel & la terre, & toutes les autres choſes qui ſont en iceux, conſtituë vn corps rond auquel ſe rencontrent toutes les conditions de ladite Sphere Geometrique; ils ont auſſi nommé icelle machine, Sphere du mõde. Mais eſt à remarquer qu'en la doctrine Aſtronomique on conſidere la Sphere en deux ſortes, l'vne eſtant dite naturelle, & l'autre artificielle: Par la Sphere naturelle, les Aſtronomes entendent tout ce qui eſt compris en cét Vniuers; Et l'artificielle eſt vn certain inſtrument composé de diuers cercles de quelque matiere ſolide, lequel on a inuenté pour repreſenter la naturelle, afin de plus facilement demonſtrer la raiſon du premier mouuement.

Ladite Sphere naturelle ou machine du monde vniuerſel, eſt di

uisée en deux principales parties ou regions, ſçauoir l'vne etherée ou celeſte, & l'autre ſoub-lunaire & elementaire: la partie elementaire contient les quatre elemens, ſçauoir le feu, l'air, l'eau & la terre; chacun deſquels a ſa ſcituation propre & conuenable à ſa nature & qualité: car la terre, qui eſt le plus peſant element, eſt amaſsée & conglobée au milieu de tout le monde, faiſant le centre d'iceluy: l'eau moins peſante que la terre conuenante auec icelle en froidure, eſt diſpersée à l'entour de ladite terre, laiſſant quelques endroicts découuerts pour l'habitation des hommes & autres animaux terreſtres, en ſorte toutesfois qu'eux deux enſemble font comme vn corps rond & Spherique: l'air plus rare que la terre & l'eau, & lequel conuiẽt auec icelle en humidité, eſt au deſſus de tous les deux, les enuironnant de toutes parts: Le feu plus ſubtil & leger element tendant naturellement en-haut eſt colloqué au deſſus de l'air, qui conuient en chaleur auec iceluy, & l'enuironne de toutes parts.

La region celeſte eſt vulgairement diuisée en dix orbes ou cieux particuliers contigus l'vn à l'autre & concentriques; le plus grand deſquels, & qui enuironne rondement tous les autres, eſt le dixiéme ciel, vulgairement dit premier mobile: celuy qui luy eſt contigu & prochainement inferieur, eſt le neufiéme ciel, qu'on nomme ordinairement ciel criſtalin, lequel enuironne rondement le huictiéme ciel qu'on appelle firmament: aux deux cieux ſuprieurs ne paroiſſent aucunes eſtoilles, mais en cétuy-cy ſont toutes les eſtoilles fixes, qui ſont ainſi dites, à raiſon qu'elles gardent touſiours entr'elles pareilles diſtances: les autres cieux inferieurs à cétuy-cy, ont chacun vne des ſept eſtoilles appellées planettes, ou eſtoilles errantes, à cauſe qu'elles ne gardent pas touſiours entr'elles egales diſtances, comme font celles du firmament: Apres & au deſſous du firmament eſt donc le ſeptiéme ciel, qui eſt nommé du nom de la planette Saturne, lequel enuironne le ciel de Iupiter; & cétuy-cy, celuy de Mars; & le ciel de Mars, celuy du Soleil; apres lequel ſuit le ciel de Venus, qui enuironne celuy de Mercure; & ceſtuy-cy celuy de la Lune, qui eſt le plus bas & inferieur de tous leſdits cieux, & prochainement colloqué autour de la region elementaire.

Or les cieux deſſuſdits, ſe meuuent tous circulairement autour de leur centre, qui eſt le poinct du milieu & centre de tout le monde, ſans que tout le ciel ny aucun deſdits orbes & cieux particu-

liers delaiſſe totalement ſon propre lieu & ſcituation, ains ſeulement les parties d'iceux, qui changent de place en tournant à l'entour de leurdit commun centre; lequel mouuement circulaire eſt bien plus parfait que celuy qui eſt fait par ligne droicte, en montans du centre du monde vers la ſuperficie ſpherique d'iceluy, ou en deſcendant d'icelle ſuperficie vers ledit centre, qui eſt le propre mouuement des quatre elemens: Car le feu & l'air montent naturellement en-haut, & l'eau & la terre deſcendent en-bas; mais le feu monte plus haut que l'air, & la terre deſcend plus bas que l'eau, enuironnant le centre du monde, qui eſt le plus bas lieu de tous, & le plus loing de la ſuperficie ſpherique dudit monde total, qui eſt le plus haut.

Les Aſtronomes diſtinguent le ſuſdit mouuement circulaire du ciel en deux principaux, ſçauoir premier & ſecond, pour l'intelligence deſquels diſons premierement, que c'eſt que Axe, & poles du monde.

L'Axe ou l'eſſieu de la Sphere, eſt vne ligne droicte qui paſſant par le centre d'icelle ſe va terminer de part & d'autre à la ſuperficie ſpherique, & ſur laquelle ladite Sphere ſe tourne. Ainſi en la Sphere naturelle la ligne droicte imaginairement tirée par le centre du monde, & ſur laquelle on conçoit ſe mouuoir icelle Sphere, eſt appellée Axe ou eſſieu du monde: & pour comprendre le ſuſdit mouuement circulaire des cieux, on repreſente ordinairement en la Sphere artificielle cét Axe imaginaire du monde, par vn fil de fer ſur lequel on fait tourner ladite Sphere.

Quand aux poles d'vne Sphere, ce ſont les deux bouts ou poincts extremes de l'Axe d'icelle. Ainſi les bouts & extremitez de l'Axe du monde ſont appellez les poles du monde, l'vn deſquels eſt nommé Artique, & l'autre Antartique: le pole Artique eſt celuy-là qui eſt du coſté de Septentrion, & pour ce eſt il appellé pole Septentrionnal, ou Boreal; mais le pole Antartique eſt celuy-là qui eſt vers Midy, auſſi eſt-il ſouuent nommé pole Auſtral ou Meridionnal. Et eſt à notter que les cercles ou circonferences deſcrites en la ſuperficie d'vne Sphere ont auſſi leurs poles, qui ſont deux poincts en la ſuperficie diametralement oppoſés, de chacun deſquels toutes les lignes droictes tendantes à ladite circonferẽce & periphere du cercle ſont égalles entr'elles; c'eſt à dire que quelqu'vn ayant deſcrit

vne circonference de cercle ſur la ſuperficie d'vne boule, le poinct qui luy aura ſeruy comme de centre, ſera dit pole d'iceluy cercle, ou circonference; car le plus ſouuent les Aſtronomes parlant des cercles, ne conſiderent toutesfois que leurs peripheres, & non leurs ſuperficies, comme font les Geometres.

Ces choſes entenduës, diſons maintenant que le premier mouuement eſt celuy du dixiéme & dernier ciel, lequel ſe tournant vniformement & regulierement à l'entour de la terre, ſur les poles & Axes du monde, d'Orient par Midy en Occident, finit & paracheue ſon tour & reuolution dans l'eſpace de vingt-quatre heures, c'eſt à dire en vn jour naturel, & pour ce eſt-il ſouuent appellé mouuement diurne ou journel: on l'appelle auſſi quelquesfois mouuemẽt rapide, pour ce qu'à cauſe de ſa force & puiſſance, & de la contiguité des corps celeſtes, par ſon mouuement il rauit & emporte quant & ſoy (ſans violence toutesfois) tous les orbes & cieux inferieurs.

Le ſecond mouuement eſt celuy propre & peculier à chacun des neuf orbes inferieurs, qui en general ſe fait au contraire du premier, ſçauoir eſt d'Occident par Midy vers Orient, & ſur autres poles que ceux du monde, ainſi que les plus groſſiers le peuuent facilement cognoiſtre aux planettes: la reuolution de chacun deſquels orbes s'accomplit & paracheue en diuers eſpaces de temps; c'eſt à ſçauoir des plus grands & ſuperieurs, plus tard, mais des inferieurs & plus petits prochains des elemens, pluſtoſt: car le ciel criſtalin ſelon Alphonce, fait & paracheue ſa reuolution d'Occident en Orient en 49000 ans; le huictiéme ciel ou firmament en 7000 ans de Septentrion vers Midy, tendant tantoſt vers Orient & tantoſt vers Occident; c'eſt pourquoy ce mouuement eſt appellé par Alphonce mouuement de Trepidation: Or tous les trois orbes ſuſdits emportent bien quant & eux tous les ſept autres inferieurs, mais aucun d'iceux ne meut ny emmeine quant & luy aucun des autres; tellement que chaque planette outre les trois ſuſdits mouuements, en a encore vn quatriéme qui luy eſt propre & peculier d'Occident par Midy en Orient, ſelon lequel Saturne fait & accomplit ſa reuolution quaſi en trente ans: Iupiter preſque en douze ans: Mars quaſi en deux ans; le Soleil, Venus & Mercure en vn an ou 365. jours enuirõ 5. heures 49. minuttes: Mais la Lune acheue ſa periode & reuolu-

tion en vingt-ſept jours preſque huict heures.

Or tout cecy s'entend ſelon l'opinion de ceux qui ſuiuant Alphonce, poſent ſeulement dix cieux: car ſuiuant quelques modernes Aſtronomes qui en mettent vnze, il ſe rencontre quelque diuerſité en ces mouuemens ſuperieurs; mais d'autant que cela n'eſt encore bien reſolu, il ſuffit pour le preſent de nous arreſter à la vulgaire opinion cy deſſus. Voila donc ſuccintement ce qui eſt de la Sphere naturelle: voyons maintenant auec la meſme briefueté quels ſont les cercles deſcrits & appliquez en la Sphere artificielle, laquelle nous auons dit auoir eſté inuentée, pour demonſtrer tant plus facilement les mouuemẽs celeſtes, & principalemẽt du premier mobil: Car bien qu'on en puiſſe faire où ſeroient repreſentés tous les mouuemens des cieux, comme on dit qu'en auoient Archimede & Sapor Roy de Perſe; ſi eſt-ce que celles qu'on fait ordinairement ne ſeruent que pour monſtrer le mouuement du Soleil, celuy de la Lune, & principalement du premier mobil, pour l'intelligence duquel ſont appliquez en ladite Sphere artificielle dix cercles, de chacun deſquels il nous conuient dire quelque choſe: mais au prealable eſt à remarquer que les Aſtronomes conſiderent en la *S*phere deux ſortes de cercles, les vns majeurs & les autres mineurs: Ils appellent cercles majeurs tous ceux-là, qui ont leur centre auec celuy de ladite *S*phere; & mineurs, ceux qui n'ont pas leur centre auec celuy de la *S*phere. Or tous les cercles majeurs deſcrits en vne meſme *S*phere ſont égaux entr'eux, & couppent chacun la *S*phere en deux également; mais les mineurs la couppent inégalement, & ne ſont tous égaux entr'eux, ains ſeulement ceux qui ont leurs centres également diſtans de celuy de la *S*phere: de ceux-là il y en a ſix en la *S*phere, qu'on nomme Equateur, Zodiaque, les Collures, l'Horiſon & le Meridien; & de ceux-cy quatre, qui ſont les deux Tropiques, & les deux cercles polaires: chacun deſquels dix cercles les Aſtronomes conçoiuent eſtre diuisés en 360 parties, qu'on appelle degrez, & puis chaſque degré en 60 petites particules, qu'on nomme minuttes, & derechef chaſque minutte en 60 petites parcelles, qu'on nomme ſecondes, & ainſi conſequemment de 60. en 60. Ces choſes premiſes, expliquons chacun deſdits cercles en particulier.

L'Equateur ou *Equinoctial*, eſt vn grand cercle duquel les poles ſont

les meſmes que ceux du monde vniuerſel, tellement qu'il eſt également diſtant d'iceux poles. Ce cercle eſt nommé Equinoctial, pour ce que le Soleil paſſant deux fois l'année ſous iceluy, eſt fait Equinoxe par tout le monde, c'eſt à dire que les iours ſont lors egaux aux nuicts par toute la terre, ce qui arriue enuiron le 21. Mars, & le 23. Septembre: mais il eſt dit Equateur à raiſon que par ſon mouuement, qui eſt regulier & vniforme, on vient à regler & égaler le mouuement irregulier des autres cercles: Auſſi eſt-il la meſure & regle du premier mouuement; car par iceluy on voit que le premier mobile fait ſa reuolution pendant vingt-quatre heures, tellement que par chaſque heure quinze degrez d'iceluy cercle s'éleuent vniformement ſur l'Horiſon, & en meſme temps 15 des meſmes degrez ſe cachent deſſous; c'eſt pourquoy il meſure le temps. Par iceluy cercle nous ſçauons auſſi quelles eſtoilles, ou poincts du ciel ont meſme declinaiſon, & qu'elles l'ont plus grande ou plus petite: veu que la declinaiſon d'vne eſtoille ou de quelcõque poinct du ciel eſt la diſtance ou éloignement d'iceluy poinct à l'Equateur, qui ſe meſure ſur vn grand cercle, qui paſſe par ledit poinct ou étoille, & par les poles du monde, & pour cette cauſe, tel cercle eſt ordinairement appellé cercle de declinaiſon. Ledit cercle Equateur monſtre encore quelle partie du ciel eſt dite Boreale ou Septentrionnalle, & quelle Auſtralle ou Meridionnalle; tellement que les Aſtres & conſtellations ſont dites Boreales, ou Auſtralles, ſelon la partie du ciel où elles ſont ſcituées; ainſi celles qui ſont colloquées de l'Equateur tirant vers le pole Artique, ſont dites Septentrionnalles, mais celles qui ſont en l'autre moitié tendant dudit Equinoctial vers le pole Auſtral, ſont dites Meridionnalles. Le meſme ſe doit entendre des parties de la terre: car l'Equateur deſcrit en la terre, diſtingue & ſepare auſſi la terre en partie Boreale, & Auſtralle. Par iceluy cercle eſt auſſi determinée la longueur des iours artificiels & de la nuict de quelque lieu que ce ſoit: car en quelconque region, & en quelque temps de l'année que ce ſoit, le jour artificiel eſt autant que l'arc de l'Equateur qui monte ſur l'Horiſon pendant que le Soleil demeure en l'emiſphere ſuperieur audit Horiſon; puiſque le jour artificiel n'eſt autre choſe que l'eſpace de temps pendant lequel le Soleil paſſe tout ledit Hemiſphere ſuperieur. Ce cercle eſt auſſi fort vtile en la Geographie; veu qu'à l'aide d'iceluy

luy ōn obtient ſur le globe terreſtre la vraye ſituation des lieux, dont les latitudes & longitudes ſont cognuës.

Le Zodiaque eſt vn grand cercle, qui couppe l'Equateur à angles obliques, & duquel les poles ſont éloignez de ceux du monde d'enuiron 23 degrez 30 minutes; tellement qu'vne moitié d'iceluy cercle tend de l'Equateur vers Septentrion, & l'autre moitié vers Midy. Les Grecs ont nommé ce cercle *Zodiacos*, comme qui diroit porte-vie, d'autant que le Soleil, la Lune & les 5 autres planettes qui font touſiours leurs cours ſous iceluy, cauſent la vie & production des choſes engendrées ſur la terre. Il eſt auſſi nommé porte-ſigne, pour ce qu'il eſt diuiſé en douze parties égales, qu'on appelle ſignes, d'autant qu'elles ſignent les plus notables & inſignes accidens & mutations des choſes inferieures, causées principalement par le cours annuel du Soleil au long dudit Zodiaque: chacun deſquels ſignes a pris ſon nom ſpecial de quelque animal, à cauſe (dit-on) que la diſpoſition des eſtoilles fixes qui ſont en telles conſtellations, font vne figure ſemblable à celle deſdits animaux: ou pluſtoſt à cauſe qu'icelles conſtellations d'eſtoilles ont les vertus & proprietez attribuées à l'animal dont chaſque ſigne prend le nom: deſquels ſignes enſuiuent leurs caracteres auec leurs noms & ordre.

♈	♉	♊	♋	♌	♍
Aries,	Taurus,	Gemini,	Cancer,	Leo,	Virgo,
♎	♏	♐	♑	♒	♓
Libra,	Scorpius,	Sagit.	Capricornus,	Aquarius,	Piſces.

Ledit cercle eſt auſſi appellé oblique, parce qu'il va en biaiſant d'Orient en Occidēt, & qu'il ne couppe l'Equateur à angles droicts: laquelle obliquité eſt ſelon que le Soleil, la Lune, & les autres planettes s'approchent de noſtre Zenith, & s'éloignent vers Midy, dont prouient la varieté & diuerſité de leurs effects naturels, qui cauſent les generations & corruptions és choſes inferieures. Or à iceluy cercle du Zodiaque, les anciens Aſtronomes auoient donné 12. degrez de largeur, mais les modernes luy en attribuent 16; au milieu de laquelle largeur, eſt vne ligne appellée la voye du Soleil, d'autant que le Soleil fait touſiours ſon cours ſous icelle, mais les autres planettes faiſant leurs reuolutions, cheminent bien con-

tinuellement ſous ladite largeur,& toutesfois elles ne ſuiuent icelle ligne,ains ſont tantoſt d'vn coſté,& puis tantoſt de l'autre.Cette ligne eſt encore nommée Ecliptique,à raiſon que le Soleil & la Lune ſe rencontrans ſous ou fort proches d'icelle,ſe font les Eclipſes; ſçauoir de Soleil,quand la Lune eſt en meſme poinct du Zodiaque que le Soleil;mais Eclipſe de Lune lors qu'elle ſe trouue au degré oppoſite du Soleil. Ledit Zodiaque diuiſe (comme dit eſt) l'Equinoctial & eſt pareillement diuisé de luy en deux moitiés,dont l'vne decline vers Septentrion,& le pole Artique de 23.degrez 30. minuttes,& l'autre moitié vers la partie Auſtralle & pole Antartique auſſi de 23. degrez 30.minuttes,qui fait que le Soleil & les autres planettes faiſant leurs cours & propres mouuemens au long dudit Zodiaque,diſtribuent leur influence & vertu ſur la terre alternatiuement, & que l'vne d'icelles moitiés produit ſes fruicts pendant que l'autre ſe repoſe: & les poincts des interſections d'iceux deux cercles ſont appellez les poincts des Equinoxes, pour ce que le Soleil eſtant ſous iceux,les iours ſont vniuerſellement égaux aux nuicts: & les poincts du Zodiaque, qui ſont moyens entre leſdits equinoxes, ſont appellez poincts Solſticiaux.Et eſt à remarquer qu'encore que tous les cercles de la Sphere artificielle ſoient figures de ceux imaginez au premier mobile,neantmoins les douze ſignes cy-deſſus declarez, conuiennent proprement au Zodiaque du firmament,auquel ſont ces conſtellations là,& non pas au Zodiaque du premier mobile,lequel n'a aucune marque ny veſtige d'ieelles images, non plus que tous les autres cieux : C'eſt pourquoy quand on dit que le Soleil ou autre planette eſt en quelque ſigne, on ne doit entendre qu'il y ſoit effectuellement, puis que les planettes ne ſont au firmament auquel ſont les ſuſdits ſignes,ains plus bas és cieux inferieurs, mais on doit entendre qu'il ſoit au deſſous d'vn tel ſigne du premier mobile. Comme quant on dit que le Soleil eſt au ſigne d'Aries,il faut entendre qu'il eſt ſous Aries, eu égard à l'Ecliptique du premier mobile,laquelle n'eſt variable comme celle du firmament; & ainſi des autres planettes: voire meſme toutes les eſtoilles fixes ſont dites eſtre en quelque ſigne,cõbien que la plus-part en ſoient fort éloignez; mais pour entendre comme cela peut eſtre, il faut conceuoir que par les poles du Zodiaque, & par les commencemens & fin de chaſque ſigne, paſſent deux grands cercles, & que

toutes les eſtoilles qui ſont compriſes & encloſes entre ces deux cercles là, ſont dites eſtre en ce ſigne là, qu'ils terminent & enferment.

Quant aux vſages dudit Zodiaque, il appert deſia aſſez qu'il eſt la regle & meſure du ſecond mouuement qui ſe faict d'Occident en Orient, tout ainſi que l'equateur eſt la meſure du premier, qui au contraire ſe faict d'Orient en Occident: que l'obliquité de ce cercle eſt cauſe de l'inegalité & diuerſité des iours & des nuicts; voire meſme eſt l'origine de toute la viciſſitude & changement des temps & ſaiſons de l'année: car d'icelle obliquité prouient l'approchement & reculement que le Soleil & les autres planettes font de noſtre Zenith, au moyen dequoy viennent ces changemens de temps & ſaiſons, & ſont cauſées les generations & les corruptions des choſes ſublunaires. Nous auons auſſi dit que ſouz l'Ecliptique ſe font les Eclypſes du Soleil & de la Lune; c'eſt aſſauoir Eclypſe du Soleil, quand en la conionction ou nouuelle Lune, icelle Lune eſt ſouz, ou fort proche de ladite Eclyptique: mais Eclypſe de Lune, quand en l'oppoſition ou pleine Lune elle ſe trouue auſſi ſouz ou proche d'icelle Eclyptique. Par le moyen de ce cercle, ſont auſſi priſes & trouuées les latitudes & les lõgitudes, tant des eſtoiles fixes qu'erratiques: car la latitude d'vne eſtoile eſt l'arc d'vn grand cercle qui paſſe par les poles du Zodiaque & par le cẽtre de l'eſtoile, cõpris entre l'Eclyptique & le lieu de l'eſtoille: Mais le degré de l'Eclyptique, par lequel paſſe iceluy cercle de latitude, eſt dit degré de la longitude de l'eſtoille, parce qu'il monſtre combien de degrez ſont compris entre iceluy, & le commencement d'Aries, duquel la longitude de toutes les eſtoilles doit eſtre priſe, en procedant ſelon l'ordre & ſucceſſion des ſignes; tellement que la longitude d'vne eſtoille n'eſt autre choſe que l'arc de l'Eclyptique, compté ſelon l'ordre des ſignes depuis le commencement d'Aries du premier mobile, iuſques au ſuſdit cercle de la latitude de l'eſtoille.

L'HORISON eſt vn grand cercle qui ſepare l'hemiſphere ſuperieure du monde, laquelle nous voyons, d'auec l'inferieure qui nous eſt cachee. Les poles de ce cercle ſont le poinct vertical ou zenith; & celuy à luy oppoſite appellé Nadir. Or pour bien conceuoir que c'eſt que l'horiſon, imaginons-nous eſtre au milieu d'vne belle & grande campagne, où il n'y ait montagne ny arbre, ny

autre choſe qui puiſſe arreſter noſtre veuë : tellement que l'eſtendant tout à l'entour de nous, rien n'empeſche que nous ne voyons iuſques aux extremitez de la terre qui nous ſemble toucher le ciel; & par ainſi toute ceſte eſtenduë & eſpace compriſe entre ces extremitez-là, nous paroiſt comme vn cercle qui diſtingue & ſepare la partie que nous voyons du ciel, d'auec celle que nous ne voyons pas ; & c'eſt pourquoy ce cercle eſt appellé horiſon, comme qui diroit terminateur & borneur de la veuë. Les Aſtronomes diuiſent ce cercle en horiſon droict, horiſon oblique, & horiſon parallel : Ils appellent horiſon droict, celuy-là qui couppe l'equateur à angles droicts; & tel l'ont tous ceux qui habitent ſouz ledit equateur, qui à raiſon de ce ſont dits auoir la Sphere droicte : Mais l'horiſon oblique, eſt celuy-là qui couppe l'equateur à angles obliques; & tel l'ont tous ceux qui ont leur zenith hors de l'equateur & de ſes poles, leſquels à cauſe de ceſte poſition ſont dits auoir la Sphere oblique : & l'horiſon parallel eſt celuy-là qui eſt parallel à l'equateur, ou pour mieux dire qui eſt comme ioinct, & vn meſme cercle auec iceluy equinoxial; & tel l'ont ceux qui habitent ſouz les poles du monde, qui à raiſon de ce ſont auſſi dits auoir la Sphere parallele.

Il appert donc que l'horiſon eſt cauſe de la diuerſe habitude & poſition de la Sphere ; qu'il diuiſe tout le ciel en deux hemiſpheres, l'vn ſuperieur viſible & apparent, mais l'autre inferieur & caché; que par le moyẽ d'iceluy cercle, nous cognoiſſons quelles eſtoilles ſont touſiours apparentes, quelles ſont touſiours cachees, & quelles ſont celles qui leuẽt & couchẽt : il mõſtre auſſi les poincts du leuer & coucher deſdites eſtoilles, & combien il eſt diſtant & eſloigné du vray Orient & Occident : Il monſtre encore auec quel degré de l'Ecliptique chaſque eſtoille ſe leue & couche : à l'ayde d'iceluy cercle on trouue la latitude des lieux; & auſſi la quantité de quelque iour & nuict artificielle que ce ſoit.

Quant au cercle MERIDIEN, c'eſt vn grãd cercle, qui paſſant par le zenith, & par les poles du monde, diuiſe la Sphere en deux parties egales, dont l'vne eſt Orientale, & l'autre Occidentale; les poles duquel cercle Meridien ſont les poincts des interſections de l'horiſon, & de l'equinoctial. Et d'autant que ce cercle diuiſe le iour naturel, & auſſi l'artificiel en deux moictiez, il eſt appellé Meridien,

ou le cercle de Midy ; à raiſon que le Soleil eſtant au deſſus de l'horiſon, & paruenu à ce cercle, il partit le iour artificiel en deux egalement ; & auſſi quand il eſt paruenu à iceluy ſouz l'horiſon, il diuiſe pareillement la nuict en deux egalement : dont s'enſuit que tous les lieux de la terre qui ſont ſouz vn meſme Meridien, ſont egalement diſtans d'Orient & d'Occident ; c'eſt à dire qu'ils ſont auſſi Orientaux & Occidentaux les vns que les autres, mais ne peuuent pas eſtre egalement diſtans de l'equateur : & au contraire, les lieux qui ſont plus Orientaux ou Occidentaux les vns que les autres, ont diuers Meridiens.

Il eſt donc manifeſte par ce que deſſus, que le Meridien determine le temps ſemidiurne & ſeminocturne du iour artificiel ; & qu'il diſtingue la partie du monde Orientale d'auec l'Occidentale. A iceluy cercle, les Aſtronomes commencent le iour naturel : il monſtre la plus grande hauteur du Soleil & des Eſtoilles, qui pour ce eſt ditte hauteur Meridienne : & à l'ayde d'iceluy ſont trouuees les longitudes, & les latitudes des lieux.

Pour les COLLVRES, ce ſont deux grands cercles, qui s'entrecouppent à angles droicts aux poles du monde ; l'vn deſquels paſſant par les poincts des equinoxes, eſt nommé le Collure des equinoxes ; mais l'autre qui paſſe par les poles du zodiaque, & par les poincts ſolſticiaux, eſt dit Colure des ſolſtices. Ces deux cercles diuiſent, tant l'equateur que le zodiaque, en quatre quartiers preciſément correſpondans les vns aux autres ; & les quatre poincts où ils entrecouppent le zodiaque, qui ſont les commencemens d'Aries, de Cancer, de Libra, & de Capricornus, ſont nommez poincts principaux ou cardinaux, à raiſon que les Aſtronomes s'en ſeruent plus ſouuent que d'aucun autre poinct du zodiaque, & auſſi que le Soleil paruenant à iceux, ſe font ordinairement les plus grandes & ſenſibles mutations de l'air ; comme le Printemps, l'Eſté, l'Automne, & l'Hyuer. Sur le Colure des ſolſtices ſe prennent & meſurent les declinaiſons du Soleil ; tellemẽt que l'arc d'iceluy Collure compris entre l'equateur, & l'vn ou l'autre deſdits poincts ſolſticiaux, eſt la meſure de la plus grande declinaiſon du Soleil ; laquelle declinaiſon eſt touſiours egale à l'arc dudit Collure, compris entre l'vn des poles du monde, & le prochain pole du zodiaque, qui ſelon la vulgaire opinion, eſt maintenant de 23 degrez 30 minutes ; mais

ſelon les obſeruations de Tycho Brahé, d'enuiron 23 degrez 31 minuttes & demy.

Or voilà quant aux grands cercles appliquez en la Sphere artificielle; voyons ce qui eſt des mineurs, & premierement des deux tropiques, ſçauoir du Cancre & du Capricorne, puis des deux cercles polaires, qui ſont nommez cercles Artique & Antartique.

Le tropique de CANCER ou d'Eſté, eſt vn petit parrallel & equidiſtant de l'equateur, lequel eſt deſcrit par le premier poinct du Cancre au mouuement du premier mobile; & eſt appellé ſolſtice ou tropique d'Eſté, d'autant que le Soleil eſtant paruenu à iceluy, (ce qui aduiẽt enuiron le vingt-deuxieſme Iuin) il nous fait l'Eſté, & ne peut plus approcher de noſtre Zenith: parquoy il commence lors à s'en eſloigner, retournant vers l'equateur, duquel ledit cercle du tropique de Cancer eſt diſtant par 23 degrez 30 minuttes.

Le tropique de CAPRICORNE, ou d'hyuer, eſt vn cercle mineur egal à celuy du tropique de Cancer, & qui eſt auſſi parallel à l'equateur, eſtant fait & deſcrit par le premier poinct du Capricorne au mouuemẽt du premier mobile: & eſt appellé ſolſtice ou tropique d'Hyuer, à cauſe que le Soleil eſtant venu iuſques-là, (ce qui aduient enuiron le vingt-deuxieſme Decembre) il nous fait l'Hyuer, & ne pouuant s'eſloigner dauantage de noſtre Zenith, il commence à ſe rapprocher d'iceluy: & eſt ledit cercle du tropique de Capricorne autant diſtant de l'equateur, que l'autre tropique, ſçauoir eſt de 23 deg. 30 minuttes, ſelon la vulgaire opinion.

Or ces deux cercles des tropiques enferment la voye du Soleil, eſtans comme les limites qui enuironnent au ciel vne plage ou region, dans laquelle le Soleil ſe meut perpetuellement ſans en ſortir. Ils monſtrent auſſi en l'Ecliptique les deux poincts eſquels aduiennent les ſolſtices, & auſquels le Soleil obtient la plus grande declinaiſon. Pareillement les ſuſdits tropiques monſtrent en la Sphere oblique, quand & combien le Soleil s'approche & reculle le plus qu'il peut de noſtre Zenith. Ils diſtinguent encore certaine plage qu'on appelle zone torride, de celles qu'on nomme zones temperées.

Le cercle ARTIQVE eſt vn petit cercle diſtant du pole Artique par l'eſpace de 23 degrez 30 minuttes; mais equidiſtant du

tropique de Cancer par 43 degrez, & de l'equateur par 66 degrez 30 minuttes. Ce cercle eſt faict par le pole du zodiaque, qui eſt proche du pole Artique par la reuolution du premier mobile; c'eſt pourquoy il eſt agpellé du nom dudit pole.

Quant au cercle ANTARTIQVE, c'eſt vn autre petit cercle egal au precedent, & fait à l'entour du pole Antartique par le pole du zodiaque prochain dudit pole Antartique au mouuement du premier mobile, tout ainſi & en telle diſtance que le precedent.

Il appert donc que ces deux cercles polaires monſtrent quelle eſt la diſtance des poles du zodiaque aux poles du monde; & diſtinguent les zones frigides des temperees: & pour l'intelligence d'icelles zones, eſt à notter que les quatre cercles mineurs ſuſdits diuiſent tout le ciel en cinq parties, que les anciens ont appellees zones, dont l'vne qui eſt compriſe & encloſe entre les deux tropiques fut nommée zone torride ou bruſlée; & les deux compriſes entre les meſmes tropiques, & les deux cercles polaires, furent appellées temperées, mais les deux autres qui ſont encloſes dans les deux ſuſdits cercles polaires ſont dittes zones frigides ou glacées.

Or voila ſommairement l'explication des dix cercles, dont la Sphere artificielle eſt ordinairement compoſée; mais les Aſtronomes en conſiderent encore pluſieurs autres au premier mobile, ſans la cognoiſſance deſquels on ne peut bien ſçauoir ny entendre la fabrique & compoſition, ne l'vſage de pluſieurs inſtrumens, & principalement de celuy nommé Aſtrolabe, duquel nous voulons icy enſeigner la pratique & vſage: c'eſt pourquoy nous mettrons encore icy la declaration deſdits cercles, delaiſſant toutesfois ceux nommez cercles de declinaiſon, & de latitude, deſquels nous auons ia parlé cy deſſus.

Diſons donc ALMVCANTARATHS ou cercles de hauteurs, ſont certains cercles mineurs parallels à l'horiſon, deſcrits par chaques poincts du ciel; l'office deſquels cercles eſt de monſtrer quelles eſtoilles ont vne meſme diſtance à l'horiſon, & quelles l'ont moindre ou plus grande: en l'hemiſphere ſuperieur ceſte diſtance eſt nommée hauteur du Soleil ou des eſtoilles au deſſus de l'horiſon: mais en l'hemiſphere inferieur, ceſte diſtance à l'horiſon eſt appellée depreſſion au deſſouz de l'horiſon: tellement que par le moyen de ces cercles, on dit vne eſtoille eſtre plus ou moins eſle-

uée au dessus de l'horison, ou deprimée au dessouz d'iceluy.

AZIMVTHS, ou cercles verticaux, sont certains grands cercles tirez par chaques poincts de l'horison, & par les poles d'iceluy, c'est à dire par le zenith & par le nadir; desquels celuy qui passe par l'intersection de l'horison & de l'equateur, est ordinairement appellé premier vertical, ou principal vertical: lequel cercle determine les poincts du vray Orient, & du vray Occident: tellement qu'iceluy & le Meridien, designent en l'horison les quatre principaux poincts du monde, c'est assauoir l'Orient, l'Occident, le Septentrion & le Midy, en diuisant tant l'horison que l'hemisphere en quatre parties egales.

Les Astronomes conçoiuent & imaginent estre descrits par chaques poincts du ciel certains cercles mineurs parrallels à l'equateur, l'office desquels est de monstrer quelles estoilles ou poincts du ciel ont vne mesme declinaison & distance à l'equateur, & quelles en sont plus proches ou plus esloignées. Item ils monstrent quelles estoilles se leuent & couchent en vn mesme poinct de l'horison, & aussi celles dont le poinct du leuer & coucher approche plus de Septentrion ou de Midy: car tous les astres ou poincts du ciel qui sont en vn mesme parallel de l'equateur, ont vne mesme declinaison, & se leuent & couchent à vn mesme poinct de l'horison; mais celuy qui est en vn moindre parallel, a plus grande declinaison que celuy qui est en vn plus grand; & le poinct du leuer ou coucher de celuy-là, est plus esloigné du vray Orient, ou du vray Occident, que le poinct du leuer ou coucher de cestuy-cy. Or du nombre de ces cercles parallels à l'equateur sont les cercles des tropiques, & aussi les polaires.

Les Astronomes conçoiuent encore estre descrits par chasques poincts du ciel, certains autres cercles parallels à l'Eclyptique, par le moyen desquels on distingue quelles estoilles ont vne mesme latitude, & quelles l'ont moindre ou plus grande: car les estoilles qui sont en vn mesme parallel de l'Eclyptique ont vne mesme latitude; mais celles qui sont en vn parallel plus proche de l'Eclyptique, ont moindre latitude que celles qui sont en vn plus esloigné.

Il y a encore certains cercles qu'on appelle ordinairement les parallels du Soleil; pour l'intelligence desquels, est à notter que pendant que le Soleil va par son propre mouuement d'vn tropique

à l'autre, il faict par le mouuement du premier mobile enuiron 182 tours & demy, qu'on appelle cercles parallels, à raiſon du peu de difference qu'ils ont à des cercles: car à cauſe que le Soleil ſe meut continuellement en ſon ciel, ces tours ne peuuent pas eſtre cercles parfaits, mais ſont comme lignes ſpirales: & les arcs d'iceux cercles faicts pendant que le Soleil eſt au deſſus de l'horiſon ſont appellez arcs diurnes, & ceux d'audeſſouz arcs nocturnes.

On conſidere auſſi les CERCLES HORAIRES, leſquels ſont diuers, à raiſon que toutes nations ne comptent leurs heures de meſme ſorte: car és lieux où les heures ſont priſes egales, & comptées depuis midy ou minuict, leſdits cercles horaires ſont douze grands cercles, leſquels paſſans par les poles du monde diuiſent l'equateur, & tous les cercles parallels d'iceluy, en vingt-quatre parties egales; l'vn deſquels cercles eſt le meſme Meridien duquel ſont commencées à compter les heures ſuſdites. Mais aux lieux eſquels on commence à compter les heures au leuer ou au coucher du Soleil, les cercles horaires ſont certains grands cercles qui touchent deux parallels de l'equateur, dont l'vn eſt le plus grand parallel de ceux qui apparoiſſent touſiours ſur l'horiſon; & l'autre le plus grād de ceux qui n'apparoiſſent iamais, & ce aux poincts eſquels iceux parallels ſont couppez par les precedans cercles horaires. Et quant aux cercles horaires des lieux auſquels on vſe des heures inegales, ce ſont deux grands cercles qui ne paſſent, ny par les poles du monde, ny ne touchent les ſuſdits patallels, mais diuiſent en 12 parties egales tous les arcs des parallels de l'equateur, tant les diurnes que les nocturnes.

Il y a finablement les cercles des maiſons celeſtes, qui ſont ſix grands cercles, leſquels paſſans par les interſections du Meridien auec l'horiſon, couppent l'equateur en 12 parties egales; quoy faiſant, ces ſix cercles entre leſquels ſont nombrez l'horiſon & le Meridien, diuiſent tout le ciel en 12 parties, que les iudiciaires appellent maiſons & domiciles celeſtes. Or voila ſuccinctement ce que i'ay eſtimé deuoir eſtre entendu de la Sphere du monde, auparauant que venir a l'vſage de l'Aſtrolabe, que nous expliquerons maintenant; & pour ce faire commencerons par la declaration des parties d'icelle.

DECLARATION DES PARTIES de l'Aſtrolabe.

L'ASTROLABE eſt vn inſtrument plat & rond, compoſé de pluſieurs lignes tant droictes que circulaires, vtile à diuerſes operations Aſtronomiques & Geometriques, appellé par aucuns Planiſphere, c'eſt à dire Sphere miſe & reduitte ſur vn plan par l'art de Geometrie & Perſpectiue. Quelqu'vns veulent qu'il deriue du mot grec ASTRON, dit en François aſtre, ou congregation d'eſtoilles; & de LABION, qui ſignifie anſe ou poignée, comme qui diroit l'anſe des aſtres: car cet inſtrument a vn anſe par laquelle on le ſuſpend pour obſeruer les mouuemens des aſtres.

Quant à l'inuention d'iceluy, les vns l'attribuent à Abraham; les autres diſent qu'il fut inuenté du temps de Salomon par vn nommé Lab, & que d'autant qu'Aſtor ou ASTRO, en langue Hebraique, eſt comme ſi on diſoit lignes en François: cet inſtrument eſt appellé Aſtrolabe, c'eſt à dire les lignes de Lab: Il y en a d'autres qui l'ont attribué à Ptolomée, & d'autres à Meſſahalach.

Or cet inſtrument eſt diuiſé en deux principales parties, deſquelles l'vne eſt ditte partie interieure & face de l'Aſtrolabe, en laquelle eſt vne cõcauité appellée mere: mais la partie poſterieure eſt nommée le dos de l'Aſtrolabe: & chacune d'icelles parties n'eſt touſjours ſemblable en tout Aſtrolabe, vne choſe eſtant quelquesfois aux vnes qui n'eſt pas aux autres; mais voicy ce qui ſe trouue en celuy que nous auons maintenant en main, & dont nous voulons deſcrire icy l'vſage.

Premierement au dos d'iceluy inſtrument ſont deux lignes diametrales s'entrecouppans à angles droicts au centre d'iceluy, en quatre parties egales ſeruans aux quatre parties du monde, Orient,

Occident, Septentrion, & Midy, lesquelles il conuient bien notter pour l'intelligence de la situation des parties du monde: la premiere vient de la partie seneſtre ou Orientale à la partie dextre ou Occidentale, & est nommée horiſon droict & vniuersel; la moictié qui est depuis le poinct d'Orient iusques au centre, est appellée la ligne Orientale, & l'autre moictié qui est depuis le centre iusques au poinct d'Occident, est ditte Occidentale. L'autre ligne diametrale qui descend de l'anneau, ou partie Meridionale en bas à la partie Septentrionale, est appellée la ligne du milieu du ciel, dont la moictié qui est depuis l'anse ou anneau iusques au centre, est ditte la ligne de Midy, & l'autre moictié depuis le centre iusques en bas, est nommée ligne de minuict.

Apres d'iceluy centre de l'Astrolabe sont descrites plusieurs peripheres de cercles, faisans diuers interuales ou espaces, au plus haut desquels interuales sont cõtenus certains nombres, qui commençans à l'horiſon vont touſiours en croiſſant de 5 en 5 iusques à la ligne du milieu du ciel où se trouue 90, qui sont pour les degrez de hauteur, soit du Soleil ou des estoilles au dessus de l'horiſon.

A l'interuale suiuant sont les degrez particulierement nottez d'vn à vn, qui referez aux nombres susdits, sont appellez degrez d'altitudes ou hauteurs: mais s'ils sont referez aux nombres descrits en l'espace & interuale suiuant, qui vont en augmentant de 5 en 5 iusques à 30, on les appelle degrez des signes du zodiaque, dont les noms, figures, & caracteres se voyent au quatrieſme interuale. Or ces trois dernieres espaces sont ordinairement priſes ensemble, & s'appellent le cercle des signes.

Apres & au dedans du susdit cercle des signes, il y a celuy des iours de l'an, qui est premieremẽt distingué d'vn à vn, & puis apres selon les douze mois qui y sont nottez, auec les nombres de leurs iours.

Il y a encore au dessus de la ligne horiſontale ſix peripheres dẽ cercles, faisans 5 interuales ou espaces, au premier desquels est le cycle Solaire, au 2e. les lettres Dominicales, au 3e. le nombre Dor, au 4e. l'Epacte, & au dernier le iour auquel la celebration de la feste de Paſques eſchet, és années posées au dessouz.

Et ſouz la ligne de l'horiſon sont descrits deux quarrez Geometriques, autrement nommés eſchelle altimettre, laquelle diui-

ſée en deux parties par la ligne de minuict, conſtitue leſdits deux quarrez Geometriques, leſquels ont chacun deux coſtez diuiſez en 12 parties egales, & derechef icelles 12 parties diuiſées en 60 moindres parties, dont nous parlerons plus amplement cy apres.

Et finablement ſur le centre de l'Aſtrolabe il y a vne regle appellée vulgairement Alidade ou Dioptre, vers les bouts de laquelle ſont eſleuées deux petites tablettes ou pinulles, perſées chacune de deux pertuits l'vn grand & l'autre petit, laquelle ſert pour prendre la hauteur du Soleil, des eſtoiles, & autres obſeruations.

Or voilà quant aux parties du dos de l'Aſtrolabe; voyons celles de l'autre partie appellée face, ou mere de l'Aſtrolabe.

Premierement donc, en icelle face eſt vn bord ou lymbe, diuiſé en 360 parties, auec nombres diſcernez par cercles; l'vn bas, qui contient les degrez de l'equinoctial, cottez par nombres croiſſans de 5 en 5 iuſques à 90, comme ceux du dos; & l'autre haut, qui contient le nombre des 24 heures du iour. Or ces 360 parties referées aux nombres de l'equateur ſont appellez degrez, deſquels chacun contient 60'. mais ſi on les refere aux nombres des heures, les 15 parties ou degrez font vne heure, & vn chacun degré 4 minuttes d'heure.

Dedans le limbe eſt la mere, laquelle contient en ſa concauité pluſieurs tables faictes & conſtruictes pour diuerſes regions & païs differens en latitudes & eſleuations polaires: car ſelon la diuerſité & variation des lieux & climats, ſont variés & diuerſifiés les iours & les nuicts, les aſcentions & deſcentions des ſignes & eſtoilles, & pluſieurs autres choſes, comme ſera monſtré cy apres.

Or ſur le centre de chacune d'icelles tables ſont deſcrits trois cercles, dont le plus petit, qui eſt le plus proche du centre, eſt le cercle du tropique de Cancer ou d'Eſté: le cercle moyen qui eſt au milieu eſt l'equinoctial; & le troiſieſme, qui eſt le plus grand, eſt le tropique de Capricorne ou d'Hyuer, au regard de nous qui habitons la partie Septentrionale du monde.

Il y a deux lignes droictes, leſquelles s'entrecouppent à angles droicts au centre de la mere, qui eſt le centre du monde, & ſont dittes icelles deux lignes les diamettres de l'inſtrument, deſquels le premier deſcend de la partie ſuperieure par le centre à la partie inferieure, & eſt appellée la ligne du milieu du ciel, ou de Midy. L'au-

tre diamettre qui couppe le premier susdit à angles droicts, est l'horison droict ou finiteur de ceux qui habitent souz l'equateur, tout ainsi que nous auons dit en l'autre face.

Apres ensuiuent plusieurs cercles Almucantaraths, lesquels sont descrits en l'hemisphere, ou partie superieure en tirant vers Midy, aucuns desquels sont entiers & parfaicts, & les autres imparfaicts: & le premier d'iceux est appellé horison oblique; & le centre du dernier desdits Almucãtaraths est le zenith de la region, où du lieu pour lequel la table a esté faicte: iceluy poinct est aussi appellé le pole de l'horison d'icelle region, ou lieu pour lequel ladite table est descripte: car entre iceux Almucantaraths, depuis l'horison iusques audit zenith, de toutes parts sont compris 90 degrez diuisez de 2 en 2: tellement qu'iceux Almucantaraths sont seulement descrits de deux en deux degrez: & sont icy faits lesdits Almucantaraths pour y appliquer le Soleil, ou les estoilles fixes, toutesfois & quantes que l'on prend leurs hauteurs sur l'horison, comme il sera monstré cy apres.

En apres viennent les Azimuths ou cercles verticaux, qui passent tous par le zenith, & sont descrits seulement de cinq en cinq degrez iusques à 90, chaque Almucantarath estant diuisé en quatre quarts de cercle, lesquels quartiers sont distinguez l'vn de l'autre par la ligne du milieu du ciel, & par le principal Azimuth, qui est, comme nous auons ia dit, celuy qui passe du vray Orient par nostre zenith au vray Occident. Ces cercles sont appellez par aucuns cercles de Rectitude, pource que par eux nous sçauons droictement & à la verité en quelle partie du monde chacune estoille se leue ou s'absconse, comme sera monstré cy apres.

Souz l'horison oblique en la partie inferieure, sont descrits 10 arcs, lesquels sortans du tropique de Cancer passent par l'equinoctial, & vont à l'autre tropicque. Or ces dix arcs, auec la ligne de minuict & l'horison, constituent & font les 12 heures inegales des anciens, autrement dittes heures des Planettes, chacune desquelles est marquee par son nombre; & celles qui sont à dextre, qui commencent en la partie d'Occident, seruent pour les heures auant midy; & celles qui sont à seneſtre, pour les heures d'apres midy. Et de nuict, celles qui sont à dextre seruent pour les heures auant minuict, & celles du costé seneſtre, pour les heures d'apres minuict,

Entre les ſuſdits arcs des heures inegales, il y a vne ligne nommée Crepuſculine, par le moyen de laquelle on trouue le poinct du iour, & le commencement de la nuict.

Dauantage ſont deſcrits quatre grands arcs, touchant de leurs extremitez le cercle du tropique de Capric. leſquels paſsẽt tous par le poinct ou s'entrecouppent le Meridien & l'horiſon oblique; leſquels cercles, auec ledit horiſon & ladite ligne du milieu du ciel, diuiſent l'equateur en 12 parties egales, qui nous repreſentent les 12 maiſons celeſtes, dont la premiere commence en la partie Orientale de l'horiſon oblique, & continuë iuſques à l'interuale de 30 degrez en l'equateur ou commence le deuxieſme, & ainſi des autres, ſelon l'ordre des ſignes; les ſix premieres deſquelles maiſons ou domiciles celeſtes ſont ſouz l'horiſon, & les ſix autres au deſſus en noſtre hemiſphere.

Reſte maintenant à parler de l'Araigne, appellée par aucuns Port'eſtoille, d'autant que ſur icelle ſont deſcrits les 12 ſignes du Zodiaque, & certain nombre d'eſtoilles fixes des plus claires & reluiſantes au 8e. ciel, auec la grandeur d'icelles, denottee par nombres.

Et finablement il y a vne regle nommée Index ou Oſtenſeur, qui tourne ſur le centre de l'inſtrument autour du limbe, pour monſtrer les heures & degrez de l'equateur & du zodiaque, le Leuant & Couchant du Soleil & des eſtoilles, comme il ſera monſtré cy apres.

Or voilà quant aux noms & parties de l'Aſtrolabe, voyons maintenant ce qui eſt de ſon vſage.

L'VSAGE ET PRATIQVE DE L'ASTROLABE.

PROPOSITION PREMIERE,

Pour trouuer en quel ſigne & degré eſt le Soleil à quelque iour propoſé ; & auſsi ſon degré oppoſite nommé Nadir.

POVRCE que la cognoiſſance du vray lieu du Soleil nous ouure & manifeſte pluſieurs vtilitez, qui au contraire nous ſont oſtez & cachez par l'ignorance d'iceluy, nous auons mis ceſte propoſition la premiere. Pour donc ſçauoir le lieu du ☉ au zodiaque à quelque iour propoſé, poſez l'Alidade du dos de l'Aſtrolabe ſur ledit iour propoſé, & où elle touchera au cercle des ſignes, là apparoiſtra le degré, & le ſigne auquel ſera le ☉ au Midy d'iceluy iour ; & le meſme degré du ſigne qui ſera à l'autre bout de l'Alidade ſera le Nadir du ☉.

Pour exemple, ie veux ſçauoir le lieu du ☉ au Zodiaque le vnzieſme iour de May de ceſte année 1610. Ie mets donc l'Alidade du dos de l'Aſtrolabe ſur ledit iour, & ie trouue ſur le cercle des ſignes enuiron 20 d. ♉ pour le lieu du ☉ à cedit iour vnzieſme May ; & l'autre bout de l'Alidade me mõſtre auſſi 20 d. ♒ pour le Nadir d'iceluy.

Or il eſt à notter qu'en l'année biſſextile, il faut compter vn degré plus qu'il ne ſera trouué au cercle des ſignes, depuis le 25e. Feurier. Et l'on ſçaura quand il eſt biſſexte en diuiſant les ans paſſez depuis 1600 par 4 : car s'il ne reſte rien, l'année eſt biſſextile ; mais s'il reſte 1, 2, ou 3, l'année eſt apres le biſſexte en tel nombre que denotte le reſte de la diuiſion.

Par la meſme maniere nous trouuerons le iour du mois le degré du ☉ eſtant cogneu : Car l'Alilade eſtant poſée ſur ledit degré du

Soleil, elle paſſera par le iour du mois reſpondant audit degré du Soleil.

Mais eſt à notter que le lieu du Soleil ne peut eſtre exactement trouué ainſi que deſſus, mais ſe doit obſeruer au ciel auec de fort grands inſtrumens exactement fabriquez, ou bien ſe trouuera dans des Ephemerides, ou autres tables calculées pour cet effect.

PROPOSITION II.

Pour ſçauoir le nombre d'or de chacune année propoſée.

IL faut premierement notter que le Cycle du nombre d'or où nous ſommes à preſent, commença l'année 1596, & finira en 1614: & partant en l'année 1615 commẽcera vn autre cycle. *Si* donc vous deſirez ſçauoir le nombre d'or de quelque année propoſée, ſi icelle eſt au deſſous de 1615, comptez ſur le premier nombre d'or qui eſt au cercle, deſcrit ſur le dos de l'Aſtrolabe de ladite annee 1596, & continués de nombre en nombre iuſques à l'année propoſée; & ou ladite année ſe terminera, ſera le nombre d'or d'icelle année. Comme pour ceſte année 1610, ie compte 96 ſur le premier nombre du cycle du nombre d'or, & continuant iuſques à ladite année 1610, icelle ſe termine ſur le nombre 15; & partant tel eſt le nombre d'or de ladite année. Mais ſi l'année propoſée ſurmonte 1614, il ſera plus bref de compter 1615 au premier nombre d'or.

Vous ſçaurez auſſi facilement ledit nombre d'or par le moyen des nombres, ſçauoir eſt adjouſtant 1 au nombre de l'année propoſée, & diuiſant ledit nombre par 19, & viendront au quotient le nombre des cycles du nombre d'or paſſez, mais reſtera le nombre d'or de l'année propoſée, ou bien s'il ne reſte rien, 19 ſeroit le nombre d'or. Ainſi pour trouuer le nombre d'or qui courra en l'année 1612; i'adiouſte 1, & font 1613, que ie diuiſe par 19, & viennent 84 au quotient pour le nombre des cycles paſſez, mais reſte encore 17 pour le nombre d'or de l'année 1612. Auſſi pour ſçauoir le nombre d'or qui courra en l'année 1633, i'adiouſte 1, & viennent 1634, que ie diuiſe par 19, & ne reſte rien: parquoy ie dis que 19 eſt le nombre d'or de ladite année 1633.

PROP. III.

Pour sçauoir l'Epacte de chacune année proposée.

VOVS trouuerez au cercle du nombre d'or, celuy de ladite année proposee par la proposition precedente, & au droict dudit nombre d'or, vous trouuerez au cercle des Epactes celle cherchée: comme pour ceste année 1610, i'ay trouué 15 pour nombre d'or, au droict desquels, aü cercle des Epactes, ie trouue 5 pour l'Epacte de ladite année.

Le mesme se fera aussi par le moyen des nombres, sçauoir est multipliant le nombre d'or par 11, & adioustant 20 au produit, & le tout estant diuisé par 30, le reste donnera l'Epacte cherchée; mais s'il ne restoit rien, 30 seroit l'Epacte. Ainsi pour trouuer l'Epacte courante en l'année 1612, ie trouue par la precedente proposition, que le nombre d'or d'icelle sera 17, que ie multiplie par 11, & viennent 187, à quoy i'adjouste 20, & font 207, que ie diuise par 30, & reste 27 pour l'Epacte de ladite année 1612.

PROP. IV.

Pour trouuer le iour de la nouuelle Lune.

IL faut adjouster l'Epacte au nombre du mois, à commencer à compter à Mars, si le mois auquel on desire sçauoir la nouuelle Lune est depuis Mars: car si c'estoit en Ianuier, il faudroit adjouster seulement 1 à l'Epacte, & en Feurier 2; & ce qui viendra de l'addition, le faut oster de 30, & le reste sera le nombre du iour auquel se fera la nouuelle Lune. Mais il est à notter qu'en l'année bissextile, on doit adjouster encores 1 au nombre de l'addition. Ou bien cherchez l'Epacte au dos de l'Astrolabe au mois proposé; & le iour que vous trouuerez vis à vis d'icelle Epacte, sera celuy de la nouuelle Lune.

Exemple, ie veux sçauoir à quel iour se fera la nouuelle Lune en ce mois d'Auril 1610. Pour deux mois i'adjouste 2 à 5, que i'ay trouué par la precedente proposition estre l'Epacte de ceste pre-

ſente année,& viennent 7,leſquels i'oſte de 30,& reſtent 23; & partant ie dis qu'à tel iour dudit mois d'Auril ſera la nouuelle Lune.

Mais il eſt à notter, que ſi le nombre de l'addition de l'Epacte, & du nombre du mois ſurpaſſoit 30, il faudroit reietter 30,puis oſter le reſte de 30,ſuiuant ce qui eſt dit cy deſſus: Comme pour exemple,ie veux ſçauoir à quel iour a eſté la conjonction du mois de Decembre dernier paſſé. Ie trouue donc par la precedente propoſition que l'Epacte eſtoit 24, auec leſquels i'adjouſte 10 pour dix mois,& ſont 34, dont ie reiette 30,& demeurent 4, que i'oſte derechef de 30, & reſtent 26 pour le iour de la nouuelle Lune dudict mois de Decembre. Eſt toutesfois à notter, que ceſte voye de trouuer les nouuelles Lunes par les Epactes n'eſt pas bien certaine, ains donne le plus ſouuent vn iour d'erreur plus ou moins.

Il eſt manifeſte que par les choſes cy deſſus dittes, il ſera aiſé de conclurre le quantieſme de la Lune ſera quelque iour propoſé, neantmoins nous en ferons encores la propoſition ſuiuante.

PROP. V.

Pour ſçauoir l'âge de la Lune à quelque iour proposé.

IL faut adjouſter à l'Epacte courante le nombre du mois, à compter ſeulement depuis Mars: car ſi c'eſtoit en Ianuier, il ne faudroit qu'adjouſter 1, & en Feurier 2: en apres à la ſomme de ceſte addition, ſoit encore adjouſté le nombre des iours du mois propoſé; & ce qui viendra n'eſtant plus de 30, ce ſera l'âge de la Lune; mais s'il eſt plus de 30,ſouſtrayez-en 30, & reſtera iceluy âge de la Lune cherché. Pour exemple, voulant ſçauoir le quantieſme nous aurons de la Lune au douzieſme de ce mois d'Auril; i'adjouſte l'Epacte 5 à 2 mois, & font 7,à quoy i'adjouſte encore le iour propoſé 12, & font 19 pour l'âge de la Lune audit douzieſme iour du preſent mois d'Auril. Mais pour trouuer ledit âge de la Lune au vingt-cinquieſme Iuin de ceſte année 1610; i'adjouſte l'Epacte 5 à 4 mois, & font 9, qui adjouſtez à ce iour propoſé 25, font 34, dont i'oſte 30, & reſtent 4 pour l'âge de la Lune audit iour propoſé.

PROP. VI.

Pour ſçauoir en quel ſigne eſt la Lune chacun iour.

IL faut ſçauoir premierement par la premiere propoſition le ſigne & degré du *S*oleil au iour propoſé, puis apres l'âge de la Lune par la precedente propoſition; & ſçachant l'âge de la Lune, il faut multiplier iceluy par 12 degrez, puis diuiſer le produit par 30, & viendront au quotient les ſignes paſſez depuis celuy auquel le *S*oleil ſera trouué; & adjouſtant auſſi les degrez reſtant de la diuiſion (s'il en reſte aucun) auec les degrez du Soleil, viendront à peu pres les degrez de la Lune.

Exemple.

Ie veux ſçauoir en quel ſigne la Lune eſt auiourd'huy ſeptieſme Auril 1610. Ie trouue donc par la premiere propoſition que le *S*oleil eſt au dixſeptieſme degré du ſigne d'Aries, & par la precedente, 14 iours pour l'âge de la Lune, par lequel ie multiplie 12 degrez, & viennent 168 degrez, leſquels ie diuiſe par 30, viennent au quotient 5 ſignes, & reſtent 18 degrez, leſquels 5 ſignes 18 degrez i'adjouſte auec les 17 degrez du *S*oleil, & ſont 6 ſignes 5 degrez; c'eſt pourquoy ie dis que la Lune eſt au ſixieſme ſigne, à compter depuis Aries, où le Soleil a eſté trouué, lequel ſixieſme ſigne eſt Libra. Que ſi ie multiplie derechef l'âge de la Lune par 12 minuttes, à cauſe que le moyen mouuement iournal d'icelle eſt enuiron 12 degrez 12 minuttes plus que celuy du *S*oleil, i'aurois le lieu de la Lune plus précis que deuant: Ie multiplie donc les 14 iours de l'âge de la Lune par les 12 minuttes du mouuement, & viennent 168 minuttes, leſquelles diuiſées par 60 minuttes, viennent 2 degrez 48 minuttes, que i'adjouſte auec les 5 degrez de Libra cy-deuant trouuez, & partant ſont 7 degrez 48 minut. ♎ pour le lieu de la Lune au Zodiaque audit iour propoſé.

```
 12
 14
 48
 12
168
```

```
 1
168 (5
 30
```

Or ledit lieu de la Lune ne ſe peut ſçauoir preciſément, ſinon par obſeruation Aſtronomique, ou bien par quelques Ephemerides, ou autres tables calculées pour cet effect.

PROP. VII.

Pour ſçauoir le Cycle Sollaire de quelque année proposée.

IL faut premierement notter que le Cycle Sollaire eſtoit à l'vnité l'année 1588, & y retournera l'année 1616: C'eſt pourquoy ſi vous deſirez ſçauoir le nombre du Cycle Sollaire de quelque année propoſée, ſi icelle eſt moindre que 1616, comptez ſur le premier nombre qui eſt au cercle deſcrit ſur le dos de l'Aſtrolabe, ladite année 1588, ou bien 1616, ſi ladite année eſt au deſſus; & continuez de nombre en nombre iuſques à l'année propoſée, & ou ladite année ſe terminera ſera le nombre du Cycle Sollaire d'icelle année. Comme pour ceſte année 1610, ie compte 88 ſur le premier nombre du cercle du cycle Sollaire; & continuant iuſques à ladite année 1610, icelle ſe termine ſur le nombre 23; & partant ie dis que 23 eſt le cycle Sollaire de ceſte année 1610.

La meſme choſe ſe fera auſſi par nombres, ſçauoir eſt adjouſtant 9 au nombre de l'année propoſée; puis diuiſant le produict par 28, & ce qui reſtera de la diuiſion ſera le cycle Sollaire demandé: que s'il ne reſtoit rien, 28 ſeroit le cycle Solaire. Ainſi voulant trouuer le cycle Solaire de l'année prochaine 1611, i'adjouſte 9, & font 1620, que ie diuiſe par 28, & reſtent 24 pour le cycle Solaire de ladite année 1611. Derechef voulant trouuer le cycle Solaire pour l'année 1615, i'adjouſte 9, & viennent 1624, qui diuiſez par 28, ne reſte rien; c'eſt pourquoy ie dis que 28 eſt le cycle Solaire qui courra en ladite année 1615.

Mais eſt icy à remarquer que le cycle Solaire, & les lettres Dominicales cottées ſur le dos de l'Aſtrolabe graué par P. Danfrie, ne ſont bien adaptées, & doiuent eſtre comme il enſuit ſelon le Calendrier Gregorien.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
G F E D C B A G F E D C B A G F

19 20 21 22 23 24 25 26 27 28

Cycle Solaire.	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13, 14,
Lettres	C.				E.				G.				B.
Dominicales.	B.	A.	G.	F.	D.	C.	B.	A.	F.	E.	D.	C.	A. G.
Cycle Solaire.	15,	16,	17,	18,	19,	20,	21,	22,	23,	24,	25,	26,	27, 28.
Lettres			D.				F.				A.		
Dominicales.	F.	E.	C.	B.	A.	G.	E.	D.	C.	B.	G.	F.	E. D.

PROP. VIII.

Pour sçauoir la lettre Dominicale de chacune année.

IL faut aller au cercle du cycle Solaire, & trouuer le nombre dudit cycle Solaire de l'année proposée, & au droict dudit nombre dudit cycle Solaire, au cercle des lettres Dominicales sera trouué celle de ladite année proposée; & s'il se trouue deux lettres ensemble, l'annee est bissextile; & la premiere desdites deux lettres seruira depuis le premier iour de lãuier, iusques au vingt-cinquiesme Feurier, & la seconde pour le reste de l'année.

Pour exemple: Ie veux sçauoir la lettre Dominicale de ceste année 1610. Ie trouue donc par la precedente proposition, que le cycle Solaire est 23; & vis à vis d'iceux, au cercle des lettres Dominicales, ie trouue la lettre C pour ceste année 1610. Derechef voulant sçauoir la lettre Dominicale qui aura cours en l'année 1612; ie trouue que le Cycle Solaire sera 25: & regardant vis à vis d'iceluy nombre au cycle Solaire, i'y voy deux lettres A & G: partant ie dis qu'en ladite année 1612, la lettre A aura cours iusques au 25 Feurier, & G tout le reste de l'année.

PROP. IX.

Pour sçauoir quel iour de la sepmaine sera quelque iour proposé.

VOVS trouuerez par la huictiesme proposition le cycle Solaire de l'année, puis vous trouuerez iceluy en la table suiuante, & vis à vis d'iceluy en la collomne du mois proposé, vous prendrez le nombre qui s'y trouuera, lequel vous soustrairez du iour propo-

Table pour trouuer quel iour de la ſepmaine ſera quelque iour propoſé.

cycle Soll.	Ia.	Feb.	Ma.	Au.	May.	I.	Iuil.	Ao.	Sep.	Oct.	Nou.	Dec.
1	3	7	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
2	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
3	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
4	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
5	5	2	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
6	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
7	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
8	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
9	7	4	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
10	5	2	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
11	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
12	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
13	2	6	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
14	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
15	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
16	5	2	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
17	4	1	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
18	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
19	1	5	5	2	7	4	2	6	3	1	5	3
20	7	4	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
21	6	3	2	6	4	1	6	3	7	5	2	7
22	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6
23	3	7	7	4	2	6	4	1	5	3	7	5
24	2	6	6	3	1	5	3	7	4	2	6	4
25	1	5	4	1	6	3	1	5	2	7	4	2
26	6	3	3	7	5	2	7	4	1	6	3	1
27	5	2	2	6	4		6	3	7	5	2	7
28	4	1	1	5	3	7	5	2	6	4	1	6

sé; puis diuiserez le reste par 7, & le reste de la diuision sera le nombre du iour de la sepmaine que sera ledit iour proposé, & s'il ne restoit rien, ledit iour proposé seroit le Dimanche.

Exemple: Voulant sçauoir quel iour de la sepmaine est le septiesme Auril de ceste année 1610; ie cherche 23, qui est le cycle Solaire de ceste dite année en la premiere colomne de la table suiuante, & vis à vis d'iceux en la colomne du mois d'Auril, ie trouue 4, que ie soustrais de 7, & restent 3, qui ne se peuuent diuiser par 7; & partant ie dis que le septiesme iour d'Auril est le troisiesme iour de la sepmaine, c'est assauoir Mercredy.

L'on sçaura aussi la mesme chose, retenant par cœur ces douze syllabes.

Adam degebat ergo ci foz adri foz.

La premiere lettre de chacune desquelles syllabes monstre la lettre par laquelle chacun mois commence: Comme ce mot *Adam*, qui est de deux syllabes, signifie que Ianuier se commence par A, Feurier par D, & ainsi des autres: & sçachant la premiere lettre de chacun mois, nous pourrons sçauoir facilement à quel iour il entre: car par la lettre Dominicale de l'année, on sçaura quel iour signifie chacune lettre; sçauoir est Lundy, Mardy, &c. Comme pour exemple, voulant sçauoir quel iour est le septiesme Auril de ceste année 1610. Ie trouue par la huictiesme proposition que la lettre Dominicale est C, mais par le vers cy dessus, la premiere lettre du mois d'Auril est G; & partant ledit mois commence vn Ieudy, duquel ie compte 7 iours, & escheent au Mercredy comme deuant.

PROP. X.

Pour sçauoir le quantiesme iour est Pasques.

AV dos de l'Astrolabe sont cottez les iours de la celebration de la feste de Pasques iusques en l'année 1630: mais ensuit la maniere par laquelle lesdits iours, & ceux des autres années sont trouuez.

Il faut premierement notter que la celebration de la Pasque est touſiours le Dimanche d'apres la pleine Lune du mois de Mars,

c'eſt à dire d'apres 14 iours, la nouuelle Lune commençant entre le 8e Mars incluſiuement, & le cinquieſme Auril: c'eſt pourquoy il faut trouuer, par la quatrieſme propoſition, la nouuelle Lune dudit mois de Mars, & l'ayant trouuee compter 14 iours d'icelle, & le Dimanche ſuiuant ſera le iour de Paſques: & s'il arriuoit que le quatorzieſme iour eſcheuſt au iour de Dimanche, la ſolemnité dudit iour de Paſques ne ſera que le Dimanche ſuiuant.

Exemple, ie veux ſçauoir à quel iour & mois eſcherra Paſques ceſte année 1610: Ie trouue donc premierement, par la quatrieſme propoſition, que la nouuelle Lune de Mars eſt le vingt-cinquieſme iour dudit mois; c'eſt pourquoy ie commence à compter à ce iour iuſques à quatorze, lequel quatorzieſme iour eſchet au ſeptieſme Auril, que ie trouue, par la precedente propoſition, eſtre le Mercredy; & partant le Dimanche ſuiuant, qui eſt le vnzieſme dudit mois d'Auril, ſera le iour de Paſques.

PROP. XI.

Pour ſçauoir les feſtes mobiles de chacune année.

POVR venir à ceſte propoſition, il faut notter que le Lundy des Rogations eſt le trente-ſeptieſme iour à compter du iour de Paſques; l'Aſcention quarante iours; la Pentecoſte le cinquantieſme; la Trinité, le cinquante ſeptieſme; la feſte Dieu, le ſoixante-vnieſme; & les Cendres, le quarante-ſeptieſme deuant Paſques: C'eſt pourquoy, pour ſçauoir leſdites feſtes mobiles de chacune année, il faut premierement ſçauoir, par la precedente propoſition, le iour de Paſques, puis commencer à compter dudit iour ſur le cercle des iours mis au dos de l'Aſtrolabe iuſques à 37, & ou ledit nombre de 37 finira ſera le Lundy des Rogations, & trois iours apres ſera l'Aſcention, & dix iours apres l'Aſcention, ſera la Penthecoſte, de laquelle comptant ſept iours apres, viendra le iour de la Trinité; & comptant derechef quatre iours apres ledit iour de la Trinité, viendra le iour de la feſte Dieu; mais comptant ſur ledit cercle des iours en retrogradant, à commencer au iour de Paſques iuſques à quarante-ſept iours, le iour ou finira ledit nombre de 47, ſera le iour des Cendres.

Exemple,

Exemple, ie veux ſçauoir les feſtes mobiles de ceſte année 1610. Ie trouue donc premierement, par la precedente propoſition, que la ſolẽnité de la feſte de Paſques eſchet au 11e. iour d'Auril: parquoy ie commence à compter au cercle des iours audit 11e. Auril iuſques à 37, & finiſt ledit nõbre 37 au 17e. iour de May: parquoy ledit iour ſera le Lundy des Rogations: puis ie compte trois iours apres; & partant l'Aſcenſion ſera le vingtieſme dudit mois: puis comptant encores 10 iours, i'ay le trentieſme d'iceluy mois le iour de la Penthecoſte; & comptant encores 7 iours, i'ay le ſixieſme iour de Iuin pour la Trinité; & d'iceluy ſixieſme iour, ie compte derechef quatre iours, & i'ay le dixieſme iour de Iuin pour la feſte Dieu: mais pour ſçauoir le iour des Cendres, ie commence à compter en retrogradant dudit vnzieſme Auril iuſques à 47, & finiſt ledit nombre 47 au 24e. Feurier, qui eſt ledit iour des Cendres: mais il faut notter qu'en l'année biſſextile, qu'il faut compter 29 iours à Feurier.

PROP. XII.

Pour ſçauoir la hauteur du Soleil, iceluy luiſant ſur l'horiſon.

IL faut pendre l'Aſtrolabe par ſon anſe, & tourner le bord d'iceluy Aſtrolabe droict au Soleil, & hauſſer & abbaiſſer l'alidade iuſques à ce que les rayons du Soleil paſſent par les pinulles, & alors ladite alidade monſtrera au cercle de l'altitude combien de degrez le Soleil eſt lors eſleué ſur l'horiſon.

Exemple, ie veux ſçauoir l'altitude du Soleil. Ie pend donc l'Aſtrolabe par ſon armille, & tournant le bord d'iceluy droict au Soleil, ie hauſſe & abbaiſſe l'alilade tant que le rayon du Soleil paſſe par les pertuis des deux pinulles: cela faict, ie compte les degrez depuis la ligne Orientale iuſques à l'alidade, & ie trouue 24 degrez au cercle des hauteurs; & partant telle eſt la hauteur du Soleil: & nous ſeruira ladite hauteur pour trouuer les heures, les latitudes, & pluſieurs autres obſeruations.

Or il eſt à notter qu'icelle hauteur eſt de deux ſortes, à ſçauoir matutine ou veſpertine, dont celle du matin ſe faict pendant que le Soleil monte d'Orient à Midy, & le demeurant du iour la veſpertine: C'eſt pourquoy, quand vous ſerez en doubte ſi la hauteur par

vous priſe eſt matutine ou veſpertine, quelque peu de temps apres vous prendrez derechef ladite hauteur, & ſi vous la trouuez plus grande que celle premierement priſe, icelle eſt matutine; mais ſi elle eſt moindre, elle eſt veſpertine.

PROP. XIII.

Pour prendre la hauteur de quelque eſtoile veuë la nuict.

IL faut pendre l'Aſtrolabe au deſſus de l'œil, & hauſſer ou baiſſer l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les trous des pinulles l'eſtoile dont vous deſirez ſçauoir la hauteur, & lors l'alidade vous monſtrera au cercle de hauteur le nombre des degrez de l'altitude cherchée: & ſi vous eſtes en doute ſi ladite hauteur eſt Orientale ou Occidentale, il faut l'obſeruer deux fois, ainſi qu'il a eſté dit du Soleil en la propoſition precedente; & en la meſme maniere ſe doit prendre la hauteur du Soleil, quand le temps eſt tellement obſcur & nebuleux, qu'on ne voit le Soleil qu'à peine au trauers des nuages.

Exemple, Ie veux ſçauoir l'altitude de l'eſtoile nommée le cœur du Lyon. Ie pend donc mon Aſtrolabe par ſon armille au deſſus de mon œil, & tourne le bord droict à l'eſtoile; puis ie hauſſe & baiſſe l'alidade iuſques à ce que ie voye par les trous des pinulles ladicte eſtoile cœur du Lyon; & la voyant, ie trouue que l'alilade touche au quarãtieſme degré du cercle de hauteur: & pour ſçauoir ſi icelle altitude eſt Orientale ou Occidentale, ie prend vn peu apres derechef ladite hauteur, & la trouue de 41 degrez: parquoy ie dis que ladite premiere hauteur eſt Orientale.

PROP. XIV.

Comment ſe met le degré du Soleil, ou de quelque eſtoile, ſur leurs hauteurs, entre les Almicantaraths.

POVR ce faire, vous prẽdrez le degré du Soleil, ou l'extremité de l'eſtoile de laquelle vous aurez pris la hauteur, & laquelle ſera à l'araigne du zodiaque, & mettrez ledit degré ou extremité

sur les Almicantaraths en semblable hauteur que vous les aurez trouué esleuez sur l'horison, commençant à compter en la partie Orientale de l'horison oblique, si c'est deuant midy, ou en l'Occidentale; si c'est apres, iusques à ce que vous ayez trouué l'Almicantarath respondant à vostre hauteur, & là vous arresterez vostre degré du Soleil, ou extremité de l'estoile.

Exemple: Le Soleil estant au vingt-deuxiesme degré de Taurus, & sa hauteur trouuée de 51 degré auant midy; ie compte icelle hauteur entre les Almicantaraths, commençant à la partie Orientale, pource qu'icelle hauteur estoit matutine, & là addresse ledit degré du Soleil: quoy faisant, il est mis & disposé en semblable hauteur qu'il a esté trouué au ciel. Ce qui sert pour trouuer les heures & autres practiques, ainsi qu'il sera monstré cy apres.

PROP. XV.

Comment s'obserue la hauteur Meridienne du Soleil, ou d'vne estoile.

LA hauteur Meridienne, tant du Soleil, que d'autres astres, est la plus grande de tout le iour, & se faict quand l'astre est souz le cercle Meridien, laquelle hauteur se peut pratiquer en trois manieres.

La premiere est particuliere, seruant seulement pour le lieu qui a l'esleuation du pole pour laquelle a esté composée la table de l'Astrolabe dont on se veut seruir, & se pratique en ceste maniere. Ayant pris le degré du Soleil, par la precedente proposition, mettez ledit degré sur la ligne de Midy en la face de l'Astrolabe, entre les Almicantaraths, descrits comme dit est, pour l'eleuation du lieu où vous voulez sçauoir ladite hauteur Meridienne, & le nombre des degrez qui seront depuis le premier Almicantarath iusques au degré du Soleil, sera l'altitude du Soleil d'iceluy iour à midy. Et ainsi pourrez vous faire d'vne estoile, pour trouuer la hauteur Meridienne d'icelle.

Exemple: Le dixhuictiesme May desirant sçauoir la hauteur du Soleil à midy à l'esleuation du pole de 49 degrez, qui est l'altitude de Paris; ie trouue, par la precedente proposition, le lieu du Soleil

au zodiaque, eſtre enuiron 27 degrez 15 minuttes ♉, que ie mets, par la precedente propoſition ſur la ligne de Midy, entre les Almicantaraths de la table deſcritte pour ladite eſleuation du pole de Paris; & ie trouue preſque 61 degrez, en comptant depuis l'horiſon oblique, ou premier Almicantarath, iuſques à la ligne de Midy, où i'ay poſé le lieu du Soleil: & partant la plus grande hauteur du Soleil audit iour dixhuictieſme May, eſt d'enuiron 61 degrez.

La ſeconde maniere: Il faut trouuer premierement la ligne Meridienne, & la deſcrire ſur vn plan bien vny, & parallel à l'horiſon: puis au milieu d'icelle ligne ficher vn ſtille ou eſguille à angles droicts: & quand vous verrez l'ombre d'iceluy ſtille eſtre droictement au long de ladite ligne Meridionale, prenez l'altitude du Soleil: car alors elle ſera la plus grande de ce iour là. Or comme ſe trouue la ligne Meridionale, il enſuit.

Faictes premierement ſur bois, ardoize, ou autre choſe bien vnie & equidiſtante de l'horiſon, vn cercle: puis au centre d'iceluy dreſſez perpendiculairement vn ſtille ou eſguille bien menuë, laquelle ſoit auſſi grande, ou peu moins, que le ſemidiametre du cercle: cela faict, prenez bien garde quelque temps deuãt midy, quand le bout de l'ombre dudit ſtille touchera iuſtement la periphere dudit cercle, & là ferez vne marque: puis apres midy faictes le ſemblable, lors que le bout de l'ombre ſortira dudit cercle; & couppant l'arc d'entre leſdits deux attouchemens en deux parties egales, & tirant vne ligne de ce lieu là par le centre du cercle, icelle couppera iceluy cercle en deux parties egales; & l'ombre du ſtille eſtant ſur icelle ligne, ſi vous prenez la hauteur du Soleil, comme dit eſt cy deſſus, vous aurez la hauteur Meridienne du Soleil à ce iour là.

Reſte la troiſieſme, qui eſt generale: prenez la hauteur du Soleil vn peu deuant midy, & ce par pluſieurs fois, iuſques à ce qu'elle deſcroiſſe, & la plus grande d'icelle ſera la hauteur Meridienne.

PROP. XVI.

Pour ſçauoir de iour, le Soleil eſtant veu, quelle heure il peut eſtre.

APRES auoir cogneu le degré du Soleil, par la precedente propoſition, & la hauteur d'iceluy, par la douzieſme ou trei-

zieſme propoſition, faut mettre, ſelon la quatorzieſme, ledit degré du Soleil en telle hauteur entre les Almicantaraths : puis en mettãt la regle ſur le degré du Soleil, icelle vous monſtrera au cercle des heures deſcrittes au lymbe de l'inſtrument, le nombre des heures qu'il ſera lors.

Pour exemple : voulant ſçauoir preſentement quelle heure il eſt, par la precedente propoſition, ie trouue le degré du Soleil eſtre enuiron vingt-trois degrez trente minut. Taurus : & par la douzieſme, la hauteur d'iceluy eſtre cinquante degrez ; & partant ie poſe les vingt-trois degrez & demy de Taurus à cinquante degrez entre les Almicantaraths de la partie Orientale, à cauſe que c'eſt le matin ; & ſur iceluy degré i'applique l'alidade, & icelle me monſtre au cercle des heures eſtre preſque dix heures.

PROP. XVII.

Pour ſçauoir de iour, le Soleil eſtant veu, les heures inegales.

HEVRES inegales, ou planetteres, eſt la douzieſme partie du iour artificiel, ou de la nuict ſemblablement, & ces heures là du iour commencent au Soleil leuant, mais celles de la nuict à Soleil couchant : & d'icelles heures vſoient les anciens, qui les appelloient encores heures des planettes, pource qu'ils les diuiſoient ou diſtinguoient ſelon la domination & gouuernement des planettes, par leſquels ils diſoient les choſes de ça bas eſtre regies & diſpoſées ; & nous les appellons inegales, d'autant que les iours artificiels ne ſont pas entr'eux egaux, ains ſont preſque touſiours inegaux entr'eux, & auec les nuicts : & partant il s'enſuit que les heures d'vn iour ne ſont pas egales aux heures d'vn autre iour, ny aux heures de la nuict ; mais pluſtoſt que les heures des plus grands iours ſont les plus grands, & celles des plus courts ſont les moindres. Et partant en aucun temps ſont plus grands qu'en autres : car l'heure determinée du plus grand iour, eſt plus grande que l'heure determinée du moindre : non pas qu'elle ſoit ditte inegale comparée aux autres heures du iour ; car elles ſont toutes egales, comme eſtant chacune la douzieſme partie du iour : mais elles ſont inegales en egard, & faiſant comparaiſon aux heures des autres iours. Ce

nonobſtant deux fois l'année, tant les heures egales que les inegales, ſont egales enſemble & pareilles, c'eſt aſſauoir quand le Soleil entre au commencement de Aries & Libra.

Quand donc vous voulez ſçauoir l'heure inegale du iour, ſçachez le lieu du Soleil au zodiaque, ſa hauteur ſur l'horiſon: & puis mettez ledit degré du Soleil à l'Almicantarath de ſadite hauteur, où bien à l'endroit de l'heure egale, & le nadir du Soleil vous monſtrera ſouz l'horiſon, entre les lignes des heures inegales, l'heure planettere du iour.

Exemple: Ayant trouué 22 degrez & demy du ſigne de Taurus, pour le lieu du Soleil, & 50 degrez pour ſa hauteur, ie veux ſçauoir quelle heure inegale il eſt. Mettant donc 22 degrez 30 minuttes ♉, ſur le cinquantieſme Almicantarath, l'Alidade me monſtre qu'il eſt preſque dix heures egales, mais le coſté oppoſite, c'eſt aſſauoir le 22 degré 30 min. ♏, me monſtre entre les arcs des heures inegales, qu'il eſt 4 heures, & enuiron 20 min.

PROP. XVIII.

Pour ſçauoir de nuict l'heure egale, par le moyen de quelque eſtoile deſcrite en l'araigne, & veuë au ciel.

TOVT ainſi que les heures egales ſont priſes de iour par l'altitude du Soleil, ſemblablement de nuict elles ſont priſes par l'altitude des eſtoiles fixes; & pour ce faire, prenez l'altitude de quelques-vnes deſdites eſtoiles contenuës en l'araigne de ladite table: puis mettez ladite altitude entre les Almicantararhs, c'eſt à ſçauoir en la partie Orientale, ſi l'eſtoille a eſté trouuée telle, ou Occidentale, ſi elle a eſté trouuée Occidentale: puis tournez l'araigne, en ſorte que la poincte de ladite eſtoile obſeruée ſoit preciſément deſſus l'Almicantarath de l'altitude; cela faict, mettez l'alidade ou index ſur le lieu du Soleil, & le bout d'iceluy index monſtrera ſur le limbe l'heure egale nocturne, laquelle ſera auant minuict, ſi le lieu du Soleil eſt deuant la ligne de minuict; mais apres minuict, ſi le lieu du Soleil paſſe la ligne de minuict.

Exemple: Suppoſé que le quatorzieſme Auril i'aye trouué de nuict l'eſtoile Spica ♍, eſleuée de 30 deg. en la partie d'Orient:

Ie mets donc l'extremité, ou la poincte d'icelle sur ladite hauteur, & apres ie pose l'index sur le degré du Soleil, qui est peu plus de 24 degrez ♈, & le bout dudit index me mõstre qu'il est enuiron 9 heures 40 minuttes du soir.

PROP. XIX.

Pour sçauoir de nuict l'heure inegale, par le moyen de quelque estoile.

CHERCHEZ, par la precedente proposition, l'heure egale: Car le bout de l'index, qui vous monstrera au limbe l'heure egale, monstrera aussi l'heure inegale entre les arcs desdites heures planetteres.

Exemple: Par la precedente proposition, ayant trouué l'estoile nommée l'Espy de la Vierge, esleuée 30 degrez sur l'horison en la partie d'Orient, & icelle estant mise entre les Almicantaraths, & l'index sur le lieu du Soleil, ie trouue au limbe 9 heures egales, & enuiron 40 minuttes; mais entre les arcs des heures planetteres, ie trouue enuiron 4 heures 20 minuttes.

Or il sera dit cy apres, comme on sçaura plus precisément que dessus l'heure inegale.

PROP. XX.

Pour scauoir l'heure que le Soleil se leue ou couche chacun iour.

METTEZ le degré du Soleil sur l'horison oblique de vostre table en la partie d'Orient, & mettant l'index sur ledit degré, le bout d'iceluy vous monstrera au limbe l'heure que le Soleil se leue en toutes regions de latitude semblable à vostre table, & transportant ledit index, auec ledit degré du Soleil, sur l'horison en la partie Occidentale, vous sera monstré pareillement à quelle heure se couchera le Soleil.

Exemple: Ie veux sçauoir l'heure du leuer & coucher du Soleil au vingt-cinquiesme May. Ie trouue donc le lieu du Soleil estre en-

uiron 4 degrez, lequel lieu du Soleil ie mets ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale: puis ie poſe ſur iceluy l'index, & ie trouue au limbe enuiron 4 heures vn quart pour le leuer du Soleil: & tranſportant ledit lieu du Soleil & index ſur ledit horiſon, en la partie Occidentale, ie trouue 7 heures 3 quarts pour le coucher du Soleil audit iour vingt cinquieſme May.

PROP. XXI.

Pour ſçauoir l'arc du Soleil tant diurne que nocturne, c'eſt à dire la quantité du iour artificiel, & de la nuict.

NOVS entendrons par la quantité du iour l'eſpace du temps qui eſt depuis le leuer du Soleil iuſques au coucher d'iceluy, lequel eſt meſuré en l'arc equinoctial montant ſur l'horiſon, auec la moictié du zodiaque, commençant au degré du Soleil, iuſques au nadir d'iceluy, ſelon l'ordre des ſignes: & pour ſçauoir icelle quantité, mettez le degré du Soleil ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale: puis l'index eſtant ſur iceluy, regardez quel degré il touche au limbe; puis tournez l'yraigne auec ledit index, iuſques à ce que le degré du Soleil ſoit ſur l'horiſon oblique en la partie Occidentale; & ce faict, comptez les degrez du limbe, depuis le poinct d'Orient iuſques à l'Occident, leſquels degrez ſeront l'arc iournal, & iceux eſtans ſouſtrais de 360, reſterõt les degrez de l'arc nocturne; leſquels degrez, tant de l'arc diurne que du nocturne, eſtans reduits en heures egales, vous donneront la quantité du iour artificiel, & de la nuict.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May deſirant ſçauoir l'arc diurne & nocturne. Ie poſe les trois degrez de Gemini, qui ſont les degrez du lieu du Soleil, ſur l'horiſon oblique en la partie d'Orient, & ſur iceux l'index; & iceluy touche au limbe le vingt-cinquieſme degré; puis tournant l'yraigne auec ledit index ſur ledit horiſon en la partie d'Occident, iceluy index vient toucher le vingt-cinquieſme degré d'audeſſous la ligne de l'horiſon; & partant ce ſont 230 degrez pour l'arc diurne, qui ſouſtrais de 360, reſtent 130 deg. pour l'arc nocturne: & iceux deux arcs reduits en temps, viennent quinze heures 20 minuttes pour la quantité du iour artificiel, & 8 heures

res 40 minuttes pour la quantité de la nuict.

Autrement.

Cherchez, par la precedente proposition, le temps depuis midy iusques au Soleil couchant, & l'ayant trouué, doublez le, & vous aurez la quantité du iour, lequel si vous soustrayez de 24 heures, restera la quantité de la nuict.

PROP. XXII.

Pour sçauoir l'arc de l'equateur qui monte sur l'horison durant vne heure inegale, tant de iour que de nuict.

LEs degrez de l'equinoctial qui montent en vne heure planetere, font l'arc ou la portion de l'heure inegale, lesquels degrez reduits en temps monstrent la quantité d'vne heure inegale: doncques si vous voulez sçauoir à quelque certain iour l'arc de l'equinoctial correspondant à l'heure inegale du iour; prenez, par la precedente proposition, l'arc diurne, & diuisez iceluy par 12, & au quotient vous aurez le nombre des degrez de l'heure inegale du iour, & s'il reste quelque chose, multipliez-le par 60, & diuisez le produit par 12, & vous aurez au quotient les minuttes des degrez de l'arc de l'heure inegale outre les degrez entiers. Donc ces degrez & minuttes estans trouuez par telle diuision, sont dits l'arc ou portion de l'equateur de l'heure inegale du iour, lequel arc si vous leuez de 30 degrez, il vous restera l'arc de l'heure temporelle de la nuict; lesquels arcs si vous reduisez en temps, vous aurez la quantité desdites heures inegales.

Exemple: Le vingt-quatriesme May, desirant sçauoir l'arc de l'equateur d'vne heure inegale de iour, & aussi de celle de la nuict; ie cherche, par la precedente proposition, l'arc diurne, & ie trouue iceluy estre 230 degrez, que ie diuise par 12, & viennent au quotient 19 degrez, & restent 2 degrez, lesquels ie multiplie par 60 minuttes, & viennent 120 min. qui diuisées par 12, viennent 10 minuttes, que i'adiouste aux degrez entiers: & partant i'ay pour l'arc de l'heure inegale de iour 19 degrez 10 minuttes, lequel arc ie soustrais de 30 degrez, & restēt 10 degrez 50 minuttes pour l'arc de l'heure inegale de nuict dudit iour vingt-quatriesme May: & iceux arcs reduits

en temps, ſont 1 heure 16 minuttes pour la quantité de l'arc de l'heure inegale de iour, & preſque 44 minuttes pour la quantité de l'heure inegale de nuict.

Autrement.

Pour auoir l'arc de l'heure inegale du iour, mettez le nadir du Soleil ſur la ligne de telle heure inegale que voudrez, & regardez ſur le limbe quel degré l'index monſtrera: puis mettez ledit nadir ſur la ligne enſuiuante d'entre les heures inegales; & poſez derechef l'index ſur ledit nadir, & comptez combien il y a de degrez du premier poinct iuſques audit index, & vous aurez l'arc de l'equinoctial d'vne heure inegale diurne, lequel arc ſouſtrayant de 30 degrez, vous aurez l'arc d'vne heure temporelle nocturne.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'arc de l'equinoctial d'vne heure inegale diurne du vingt-quatrieſme May, lequel iour donne pour le lieu du Soleil peu plus de 3 degrez Gemini, dont le nadir eſt 3 degrez ♑: mettant donc leſdits 3 degrez ♑ ſur la ligne de 6 heures inegales, l'index touche ſur le limbe le 90 degré; & puis apres ledit nadir du Soleil eſtant poſé ſur la ligne de 5 heures inegales, l'index touche au limbe peu moins de 71 degré: tellement qu'il y a entre leſdites deux lignes peu plus de 19 degrez, qui eſt l'arc d'vne heure inegale de iour ainſi que deuant; & viendra, faiſant comme deſſus, la quantité, tant de l'heure inegale du iour, que de la nuict; c'eſt à ſçauoir 1 heure 16 minuttes pour l'heure diurne, & preſque 44 minuttes pour l'heure nocturne.

PROP. XXIII.

Pour ſçauoir quel planette domine à chaſque heure du iour & de la nuict.

LES Anciens ont nommé les iours de la ſepmaine par le nom du planete qu'ils eſtimoient auoir domination à la premiere heure de chacun iour, laquelle heure commence à Soleil leuant: comme le iour du Samedy par le nom de ♄; le Dimanche du nom du ☀; la ſeconde ferie, du nom de la ☾, la tierce de ♂, la quarte de ♃, la quinte de ☿, la ſixieſme de ♀; & diuiſoient, comme il a eſté dit cy deuant, tant le iour que la nuict en 12 parties egales, leſquelles

ils appelloient les heures des planetes, desdiant chacune heure à vn desdits planetes, estimant qu'ils dominent l'vn apres l'autre selon leur ordre, chacun à son heure, lequel ordre ensuit, ♄, ♃, ♂ ☀, ♀, ☿, & la ☾.

Si donc quelqu'vn, suiuant ces resueries des anciens, veut sçauoir quel planete regne à quelque heure proposée: premierement il doit aduiser de quel planete est denommé le iour present: puis qu'il sçache par les choses deuant dittes l'heure inegale, & qu'il cherche au costé fenestre de la table qui ensuit le iour de la sepmaine proposé: mais l'heure inegale en la partie inferieure d'icelle table, c'est à sçauoir en la ligne des heures diurnes, si l'heure inegale est telle: mais en la ligne des heures nocturnes, si ladite heure est telle, & en l'angle commun au iour & heure, sera trouuée la figure & caractere du planete qui est dominateur & seigneur de l'heure proposée.

Exemple: Voulant sçauoir le Mercredy vingt-cinquiesme May, à 10 heures egales du matin, quelle planette domine lors: Ie cherche, par les choses cy-deuant dittes, l'heure inegale, que ie trouue estre la cinquiesme courante; c'est pourquoy i'entre en la table suiuante, & en l'angle commun au Mercredy, & à la cinquiesme heure du iour, ie trouue ♂: & partant ie dis qu'iceluy domine à ladite heure proposée. Mais si les 10 heures proposées estoient du soir, viendroient pour les heures inegales peu moins de 3 heures, lesquelles ont pour dominateur ☿.

Table du gouuernement des planettes à chasques heures inegales, tant diurnes que nocturnes.

Dimanche.	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂
Lundy.	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿
Mardy.	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃
Mercredy.	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀
Ieudy.	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄
Vendredy.	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀
Samedy.	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾	♄	♃	♂	☀	♀	☿	☾
Heures de la nuict.	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0	0	1	2
Heures du iour.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0	0

PROP. XXIIII.

Pour ſçauoir combien d'heures ſont paſſees depuis le leuer ou coucher du Soleil iuſques à l'heure proposée.

SCACHEZ, par la vingtieſme propoſition, l'heure du leuer & coucher du Soleil; & comptant les degrez depuis le leuer ou coucher iuſques à l'heure propoſée, vous ſçaurez par ce moyen combien d'heures ſont paſſées depuis ledit leuer ou coucher du Soleil, iuſques à voſtredite heure propoſée.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May à dix heures du matin, ſçauoir combien d'heures ſont paſſees depuis le leuer du Soleil. Ie trouue, par la vingtieſme propoſition, que le Soleil ſe leue ledit iour à enuiron 4 heures vn quart; & de ce lieu là du leuer du Soleil iuſques à 10 heures du matin, ie trouue enuiron 85 degrez, qui valent 5 heures 40 minuttes; & partant autant d'heures ſont paſſees depuis le leuer du Soleil iuſques à ladite heure propoſée.

Mais à 11 heures du ſoir, ſçauoir combien d'heures ſont paſſées depuis le coucher du Soleil. Ie trouue par ladite vingtieſme propoſition, que le Soleil ſe couche à 7 heures 45 minuttes: & de ce lieu là du coucher iuſques à 11 heures du ſoir, ie trouue enuiron 50 degrez, qui valent 3 heures 20 minuttes: & partant autant d'heures ſont paſſées depuis le coucher du Soleil, iuſques à ladite heure propoſée.

PROP. XXV.

Pour ſçauoir le commencement, la fin, & la durée du crepuſcule, tant du matin que du ſoir.

PAR le commencement du crepuſcule matutin, nous entẽdons l'aube du iour, qui eſt le premier moment que l'air commence à reſplandir & eſclairer pour l'aduenement des rays du Soleil en Orient, & par la fin dudit crepuſcule matutin, le Soleil leuant ſe doit entendre; & le temps qui eſt compris entre le commencement dudit crepuſcule & le Soleil leuant, eſt la durée dudit crepuſcule

matutin : Mais par le commencement du crepuſcule veſpertin, eſt entendu le Soleil couchant, & par la fin d'iceluy le commencement de la nuict obſcure ou iour failly ; & tout le temps d'entre le Soleil couchant & iour failly, eſt la durée dudit crepuſcule veſpertin.

Pour ce faire donc, mettez le degré du Soleil auec l'index ſur la ligne crepuſculine du coſté d'Orient, & ce faict, ledit index monſtrera au limbe le commencement du crepuſcule matutinal, & le Soleil leuant ſera la fin d'iceluy : mais ſi vous mettez ledit degré du Soleil ſur ladite crepuſculine du coſté d'Occident, & l'index par deſſus, vous ſera monſtré au limbe la fin du crepuſculine veſpertin, dont le commencement eſt le Soleil couchant.

Exemple : Pour ſçauoir au vingt-quatrieſme May le commencement du crepuſcule matutin, la fin & durée d'iceluy : ie mets le 3 degré Gemini, qui eſt le lieu du Soleil ſur la ligne crepuſculine du coſté d'Orient, & l'index eſtant poſé deſſus ledit degré, il me monſtre au limbe enuiron vne heure trois quarts pour le commencement dudit crepuſcule : & par la vingtieſme propoſition, i'ay trouué le Soleil leuant à 4 heures vn quart, qui eſt la fin d'iceluy crepuſcule : & partant ſe trouuent deux heures & demie pour la durée dudit crepuſcule ; & tranſportant ledit degré du Soleil du coſté d'Occident, ie trouue pour la fin du crepuſcule veſpertin 10 heures vn quart : & pour ce que par ladite vingtieſme propoſition le Soleil couchant a eſté trouué à 7 heures 3 quarts, qui eſt le commencement dudit crepuſcule, la durée d'iceluy crepuſcule veſpertin eſt pareillement 2 heures & demie.

Autrement.

Il y a pluſieurs Aſtrolabes auſquels la ligne creſpuculine n'eſt deſcripte, d'autant que ſans icelle on ne laiſſe de ſçauoir le crepuſcule, meſmes plus certainement qu'auec icelle, en la maniere ſuiuante.

Mettez le nadir du Soleil ſur le dixhuictieſme Almicantarath Occidental, & poſant l'index ſur le degré du Soleil, iceluy vous monſtrera au limbe le commencement du crepuſcule matutin ; & quant à la fin & durée, vous ferez comme en la precedente maniere. Mais tranſportant ledit nadir du Soleil au dixhuictieſme Almi-

cantarath Oriental,& l'index ſur le degré du Soleil, vous ſera monſtré au limbe la fin du crepuſcule veſpertin.

Exemple: Soit derechef propoſé à trouuer le crepuſcule, tant matutin que veſpertin, au vingt-quatrieſme May: Ie poſe le 3 degré de ♑, qui eſt le nadir du Soleil au dixhuictieſme Almicantarath Occidental,& poſé l'index ſur le 3 degré Gemini,& iceluy me monſtre au limbe vne heure trois quarts pour le commencement du crepuſcule matutin; mais poſant ledit nadir du Soleil au dixhuictieſme Almicantarath Oriental,& l'index au degré du Soleil, il me monſtre au limbe 10 heures vn quart pour la fin dudit crepuſcule veſpertin.

PROP. XXVI.

Pour ſçauoir le temps du leuer ou coucher des eſtoiles fixes.

PAR le leuer d'vne eſtoile nous entendons l'aſcention d'icelle ſur noſtre hemiſphere, laquelle luy aduient vne fois en 24 heures, ſoit de iour ou de nuict, mais ſon coucher eſt ſa deſcente ſouz noſtre hemiſphere. Il eſt auſſi à notter que ceux qui habitent les regions Septentrionales, ont aucunes eſtoiles qui iamais ne leur leuent ny couchent, mais les peuuent touſiours voir, s'ils n'en eſtoiēt empeſchez par la lumiere du Soleil, comme ſont toutes les eſtoiles de la petite Ourſe, & les principales de la grande Ourſe à ceux qui habitent au huictieſme climat, & ſemblablemēt celles du Dragon, & de Cephée, & de Caſſiopée, & à quelques-vns celles du ſigne, de Perſée, & du Chartier.

Quand donc vous voudrez ſçauoir le leuer ou coucher de quelques-vnes des eſtoiles qui ſe couchent & leuent, comme ſont celles du zodiaque, & pluſieurs autres poſées en l'yraigne, mettez la poincte d'icelle ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient: puis poſez l'index ſur le degré du Soleil, & iceluy index vous monſtrera au limbe le temps du leuer d'icelle eſtoile; mais ſi vous mettez ladite eſtoile du coſté d'Occident, l'index eſtant ſur le degré du Soleil, monſtrera le coucher d'icelle eſtoile.

Exemple: ie deſire ſçauoir le leuer de l'eſtoile nommée Oculus Tauri au vingt-quatrieſme May. Ie poſe donc la poincte d'icelle

eſtoile ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient: puis ie mets l'index ſur le troiſieſme degré Gemini, qui eſt le lieu du Soleil, & iceluy index me monſtre au limbe enuiron 4 heures 3 quarts du matin, pour le temps du leuer de ladite eſtoile.

PROP. XXVII.

Pour ſçauoir l'arc du iour & de la nuict des eſtoiles fixes, marquées ſur l'araigne de l'Aſtrolabe.

L'Arc diurne des eſtoiles eſt l'eſpace de temps durant lequel elles paſſent d'Orient par Midy en Occident, en quelque heure que ce ſoit, ou de iour ou de nuict, & l'arc nocturne eſt l'eſpace de temps qu'elles demeurent ſouz l'horiſon: & ſe meſurent leſdites eſpaces par les degrez de l'equateur deſcrit au bord de l'Aſtrolabe; & s'entend cecy des eſtoiles qui leuent & couchent.

Quand donc vous voudrez ſçauoir l'arc diurne & nocturne d'vne eſtoile, mettez la poincte d'icelle ſur l'horiſon du coſté d'Oriēt, & l'index paſſant par deſſus icelle, vous monſtrera au limbe l'arc ſeminocturne, & auſſi le ſemidiurne, c'eſt aſſauoir l'eſpace depuis le bout d'iceluy index iuſques à la ligne de Midy ſera le ſemidiurne, qui eſtant doublé donnera l'arc diurne, & l'eſpace dudit index à la ligne de minuict ſera l'arc ſeminocturne, lequel eſtant doublé ſera l'arc nocturne.

Exemple: Ie deſire ſçauoir l'arc diurne & nocturne de l'eſtoile nommée œil du Taureau: c'eſt pourquoy ie poſe icelle ſur l'horiſon du coſté d'Orient, & l'index eſtant poſé deſſus, touche le limbe ſur enuiron 4 heures 3 quarts, qui eſt l'arc ſeminocturne, lequel ie double, & viēt 9 heures & demie pour l'arc nocturne d'icelle eſtoile; & depuis leſdites 4 heures 3 quarts iuſques à la ligne Meridionale, ſont contenuës 7 heures vn quart, qui eſt l'arc ſemidiurne, lequel ie double, & viennent 14 heures & demie pour l'arc diurne de ladite eſtoile.

PROP. XXVIII.

Pour ſçauoir auec quel degré du zodiaque chaque eſtoile deſcrite en l'yraigne ſe leue ou couche, & paſſe par le Midy.

METTEZ la poincte de l'eſtoile ſur l'horiſon oblique en la partie Orientale, & le degré du zodiaque qui ſera trouué ſur iceluy horiſon, eſt le degré auec lequel ſe leue ladicte eſtoile: & pour ſçauoir auec quel degré elle ſe couche, il la faut tranſporter en la partie Occidentale: Mais pour auoir le degré auec lequel elle vient à midy, il la conuient poſer ſur la ligne de midy; & le degré qui tombera ſur ladite ligne, eſt celuy-là auec lequel elle paſſe au milieu du ciel.

Pour exemple: Deſirant ſçauoir auec quel degré du zodiaque l'œil du Taureau leue, couche & paſſe au milieu du ciel; ie mets la poincte d'icelle eſtoile ſur l'horiſon en la partie Orientale, & ie trouue qu'elle ſe leue preſque auec le vnzieſme degré Gemini; & l'ayant tranſportee en la partie Occidentale, ie trouue qu'elle ſe couche auec enuiron le vingt-neufieſme degré Taurus: puis tranſferant icelle ſur la ligne de Midy, ie trouue qu'elle paſſe par le milieu du ciel, auec le quarantieſme degré Gemini.

PROP. XXIX.

Pour ſçauoir le zenith Oriental ou Occidental du Soleil, ou des eſtoiles.

PAR le zenith nous entendons icy l'arc de l'horiſon, compris entre le vray Orient ou Occident, & le poinct auec lequel le Soleil ſe leue, ou vne des eſtoiles: & eſt iceluy appellé vulgairement, ſelon les Aſtronomes, amplitude Orientale ou Occidentale.

Quand vous voudrez donc ſçauoir le zenith du leuement, ou de l'abſconſement du Soleil, ou de quelque eſtoile fixe, mettez le degré du Soleil, ou la poincte de l'eſtoile, ſur l'horiſon Oriental, & les cercles verticaux vous demonſtreront le zenith du leuer du Soleil,

ou

ou de l'estoile, c'est à dire la distance du leuement du Soleil ou estoile iusques au commencement de Aries ou de Libra, lequel zenith sera appellé Meridional, s'il est trouué en la quarte Meridionale: mais Septentrional, s'il est trouué en la quarte Septentrionale, & sur semblable nombre de degrez des Azimuths ou cercles verticaux, sera le zenith du coucher du Soleil ou de l'estoile, & aussi denommé de sa quarte Septentrionale ou Meridionale.

Exemple: Desirant sçauoir de combien est le zenith ou amplitude Orientale du Soleil au vinquatriesme May. Ie mets le lieu du Soleil, c'est assauoir trois degrez Gemini, sur l'horison oblique, en la partie Orientale, & iceluy tombe enuiron sur 34 degrez. Car il approche pres du septiesme Azimuth, chacun desquels vaut 5 degrez, c'est pourquoy ie dis que l'amplitude Orientale du Soleil audit iour vingt-quatriesme May, est Septentrionale d'enuiron 34 degrez, & l'amplitude Occidentale pareillement Septentrionale de 34 degrez.

PROR. XXX.

Pour sçauoir le zenith de la hauteur du Soleil, ou des estoiles fixes, esleuées sur l'horison.

PAR le zenith de hauteur, nous entendons la distance du Soleil ou estoile esleuées sur l'horison, iusques au commencement de l'vne des quartes: & pour auoir iceluy zenith, prenez l'altitude du Soleil ou de l'estoile dont vous voulez sçauoir le zenith de hauteur: puis mettez le lieu du Soleil sur l'Almicantarath d'icelle altitude; & l'Azimuth sur lequel tombera le degré du Soleil monstrera le zenith demandé, qui sera Meridional Oriental, ou Meridional Occidental, ou Septentrional Oriental, ou Septentrional Occidental, selon la quarte où il tombera.

Exemple: Le vingt-quatriesme May desirant sçauoir le zenith de la hauteur du Soleil à 10 heures du matin: Ie prend la hauteur d'iceluy, que ie trouue estre d'enuiron 53 degrez: puis ie mets sur l'Almicantarath de telle hauteur le troisiesme degré Gemini, qui est le lieu du Soleil, & tombe iceluy sur le septiesme Azimuth de la quarte Meridionale Orientale, qui est 35 degrez de distance du vray

Oriẽt pour le zenith propoſé à trouuer, & ainſi faut faire des eſtoiles en prenant leurs hauteurs, & les diſpoſant comme le degré du Soleil: & partant prenant à 10 heures du ſoir dudit iour vingt-quatrieſme May la hauteur de Spica ♍, ie la trouue de 33 degrez Occidentale: mettant donc la poincte de ladite eſtoile ſur le trente-troiſieſme Almicantarath, elle tombe entre le quatorzieſme & le quinzieſme Azimuth: & partant ſon zenith eſt Meridional Occidental, diſtant du vray Occident d'enuiron 72 degrez & demy.

PROP. XXXI.

Pour ſçauoir les quatre parties du monde.

IL y a pluſieurs manieres pour obſeruer leſdites parties du monde, comme par le moyen d'vn quadran commun, ou bien par l'inuention de la ligne Meridienne deſcrite en la quinzieſme propoſition, ou bien par la maniere ſuiuante, qui appartient propremẽt à l'Aſtrolabe.

Prenez la hauteur du Soleil, puis mettez le lieu d'iceluy en telle hauteur entre les Almicantaraths, en conſiderant ſur quelle quarte il cherra entre les Azimuths, & en quelle diſtance du commencement des quartes, aſſauoir ſur le quantieſme deſdits Azimuths: puis couchez l'Aſtrolabe ſur la face, & mettez la regle en ſemblable quarte & hauteur qu'il a eſté trouué entre les Azimuths: puis tournez l'Aſtrolabe, en telle ſorte que l'ombre des deux pinulles de l'alidade tombe droictement ſur les deux coſtez d'icelle, c'eſt aſſauoir que l'ombre du coſté dextre de la pinulle ſoit ſur le coſté dextre de l'alidade, & l'ombre du coſté feneſtre tombe auſſi ſur le coſté feneſtre, ou en pareille diſtance; & lors vous aurez les quatre parties du monde par les 4 extremitez des deux lignes diametrales qui ſont au dos, aſſauoir Midy par la ligne tendant du centre vers l'anneau, & Septentrion à l'oppoſite, Orient à ſeneſtre, & Occident à dextre, pourueu que voſtre face, & l'armille de voſtre Aſtrolabe, ſoient tournez vers Midy.

Exemple: Le vingt-quatrieſme May deſirant ſçauoir les quatre parties du monde, ie prend la hauteur du Soleil, que ie trouue eſtre 53 degrez Orientale, laquelle altitude ie mets entre les Almicanta-

raths; & posant 3 degrez Gemini, qui est le lieu du Soleil sur ledit Almicantarath, il tombe au 35 degré des Azimuths en la quarte Orientale Meridionale: Ce faict, ie couche l'Astrolabe le dos en haut, en sorte qu'elle soit parallele à l'horison, & que la ligne tirant du centre à l'armille soit vers la partie Australe: puis ie dispose l'alidade en semblable quarte & degrez que i'ay trouué le Soleil entre les Azimuths, assauoir sur le 35 degré de la quarte Orientale Meridionale; puis ie tourne l'Astrolabe, iusques à ce que l'ombre des pinulles responde & soit equidistante aux lignes de l'alidade, & lors la ligne du centre tendant à l'armille, me monstre la partie Australe, & son oppositе la Septentrionale, & l'extremité de la ligne transuersale, qui est du costé seneſtre, le vray Orient, & l'autre extremité l'Occident.

PROP. XXXII.

Pour cognoistre de nuict au ciel les estoiles descrites en l'Astrolabe.

IL faut, par la vingt-sixiesme proposition, sçauoir l'heure du leuer de l'estoile que desirez cognoistre, & par la vingt-neufiesme proposition l'amplitude Orientale de ladite estoile: puis par la precedente disposez vostre Astrolabe selon les quatre parties du monde, & mettez l'alidade sur les degrez de l'amplitude Orientale, & en mesme quarte qu'auez trouué ladite estoile: & quand le temps du leuer de l'estoile sera prochain, regardez par les pinulles, & la premiere estoile que verrez par icelles, sera celle que vous desirez cognoistre, laquelle vous deuez remarquer par la figure des autres estoiles qui luy sont prochaines, ou autre signe, afin que vous la recognoissiez puis apres sans instrument. Vous pourrez semblablement auoir cognoissance de l'estoile par son coucher. Mais est à notter que cecy s'entend des estoiles qui leuent & couchent pendant que le Soleil est souz l'horison.

Exemple: Le vingt-cinquiesme May desirant auoir la cognoissance de l'estoile nommée Aquila. Ie regarde, par la vingt-sixiesme proposition, l'heure qu'elle se doit leuer, & en quelle partie du monde; & ie trouue qu'elle se doit leuer enuiron demy quart

d'heure auant 9 heures, & ſon amplitude Orientale eſtre enuiron 12 degrez en la quarte Septentrionale Orientale: puis ie me tranſporte ſur quelque lieu eſleué, où l'horiſon apparoiſſe librement, & là ie diſpoſe mon Aſtrolabe ſelon les quatre parties du monde, & mets l'alidade ſur 12 degrez de la quarte Septentrionale Orientale, & enuiron demy quart d'heure deuant 9 heures, ie regarde par les pinulles, & voy vne eſtoile ſe leuer ſur l'horiſon, que ie dis eſtre celle dont ie deſire auoir la cognoiſſance.

Autrement.

IL faut au ſoir, quand le Soleil eſt couché, mettre la regle ou index deſſus quelque heure du limbe: puis tourner le zodiaque iuſques à ce que le degré du Soleil vienne tomber audit index, & alors regardez en l'yraigne l'eſtoile que vous voulez cognoiſtre au ciel, & remarquez entre les Almicantaraths combien elle a de degrez de hauteur, & auſſi en quelle partie Orientale ou Occidentale: en apres mettez l'alidade ſur autãt de degrez comme l'eſtoile a eſté trouuée auoir d'altitude és Almicantaraths, & en la meſme partie: & à ladite heure, pendez voſtre Aſtrolabe par ſon anſe, & regardez au ciel de celle part que l'eſtoile a eſté trouuée, c'eſt aſſauoir vers Orient ou Occident, & la plus claire & apparente eſtoile que vous verrez par les pinulles ſera celle que vous deſirez cognoiſtre.

Exemple: Le vingt-cinquieſme May voulant cognoiſtre l'eſtoile nommée Spica Virginis: à dix heures du ſoir ie mets l'index, & le degré du Soleil (qui eſt enuiron 4 degrez Gemini) ſur ladite heure, & l'yraigne eſtant ainſi diſpoſée, ie trouue entre les Almicantaraths ladite eſtoile eſleuée de 33 degrez en la partie d'Occident: parquoy ie diſpoſe l'alidade en telle hauteur, & me tourne en la partie Occidentale, iuſques à ce que ie voy par les pinulles vne eſtoile bien claire & apparente, que ie dis eſtre ladite eſtoile Spica Virginis.

Outre plus, pourrez cognoiſtre facilement les eſtoiles qui ſont au zodiaque, ou celles qui n'ont pas grande latitude, en cognoiſſant à quelle nuict, & à quelle heure d'icelle, ladite eſtoile ſera pres de la Lune: ce que vous cognoiſtrez par les ephemerides ou autres tables, c'eſt aſſauoir quand la Lune viendra au ſigne & degré où

est ladite estoile que desirez cognoistre la nuict.

Exemple: Le vingt-deuxiesme May ie regarde és Ephemerides d'Orriganus, & ie trouue que la Lune paruiendra vn peu deuant minuict aupres de Spica ♍, qui est enuiron à 18 degrez Libra: & partant regardant la Lune à ladite heure, ie voy aupres d'elle vne belle estoile, que ie dis estre Spica Virginis.

PROP. XXXIII.

Pour trouuer par le moyen d'vne estoile cogneuë les autres descrites en l'Astrolabe.

PRENEZ l'altitude de l'estoile cognuë, & la poincte de ladite estoile soit mise entre les Almicantaraths à telle hauteur, soit en Orient ou Occident: puis regardez en l'yraigne à l'estoile qui vous est incogneuë au ciel, considerant combien elle est esleuée entre les Almicantaraths, & quelle partie du monde elle tient: & sur telle altitude mettez l'alidade, & vous tournant vers la partie du monde sur laquelle vous aurez trouué tomber l'estoile non cogneuë, la plus claire & apparente estoile que vous verrez par les pinulles, sera celle que vous desirez cognoistre.

Exemple: Voulant cognoistre l'estoile nommée Cor Leonis, ie prend la hauteur de Spica Virginis à moy desia cogneuë, laquelle ie trouue de 33 degrez vers Occident: puis ie dispose icelle en sa hauteur entre les Almicantaraths en la partie Occidentale; & considerant Cor ♌ en l'yraigne, ie la trouue en la mesme partie, ayant enuiron 28 degrez d'altitude: puis apres ie mets l'alidade sur 28 degrez d'altitude, & tenant l'Astrolabe, ie me tourne vers Occident, & regardant par les pinulles, i'apperçoy vne estoile bien claire & apparente, que ie dis estre ladite estoile Cor Leonis.

PROP. XXXIV.

Pour cognoistre pour quelle esleuation de pole chacune table de l'Astrolabe est descrite.

SI vous voulez sçauoir à quelle latitude ou esleuation de pole vne chacune table de l'Astrolabe est descrite, regardez en la

ligne de Midy combien d'Almicantaraths ſont depuis le cercle equinoctial iuſques au zenith, ou bien du centre de l'Aſtrolabe iuſques au premier Almicantarath, c'eſt à dire iuſques à l'horiſon vers Septentrion, & par le nombre deſdits Almicantaraths, vous ſçaurez facilement l'altitude du lieu pour lequel la table eſt deſcrite : Car le nombre des degrez d'iceux Almicantaraths vous monſtrera ladite latitude, laquelle eſt auſſi ordinairement cottée au deſſous de l'horiſon, c'eſt pourquoy nous n'en dirons autre choſe.

PROP. XXXV.

Pour ſçauoir à quelque iour que ce ſoit, de combien le Soleil eſt loin de noſtre zenith.

POVR ce faire ſont deux manieres dont l'vne eſt particuliere, & ſe refere ſeulement aux lieux pour leſquels on a tables en l'Aſtrolabe, & l'autre eſt vniuerſelle. Si donc vous voulez ſçauoir la diſtance du Soleil au zenith par la premiere maniere, mettez ſon degré ſur la ligne de Midy, à la table faicte pour voſtre eſleuation, & comptez entre les Almicantaraths, depuis voſtre zenith iuſques audit degré, & par ainſi vous aurez la diſtance cherchée.

Exemple : Deſirant ſçauoir la diſtance du Soleil au zenith de Paris au vingt-cinquieſme May : ie mets le lieu du Soleil (qui eſt enuiron 4 degrez Gemini) ſur la ligne de Midy, à la table faicte pour l'eſleuation de ladite ville : puis ie compte les Almicantaraths depuis ledit degré iuſques au zenith, & en trouue 14, qui ſont 28 degrez pour la diſtance du Soleil au zenith pour cedit iour.

Mais par la ſeconde maniere, qui eſt generale, elle ſe peut faire à Midy, ou autre heure du iour : Car en prenant la hauteur du Soleil, puis la ſouſtrayant de 90 degrez, reſtera la diſtance du Soleil à noſtre zenith.

Exemple : Le vingt-cinquieſme May eſtant à Paris, ie trouue la hauteur du Soleil à midy eſtre enuiron 62 degrez, que ie ſouſtrais de 90 degrez, & me demeure 28 degrez pour la diſtance du Soleil au zenith de Paris au midy dudit iour 25e. May. Ainſi pourrez-vous faire des eſtoiles fixes en prenant leurs hauteurs, & les ſouſtraire de 90 degrez.

PROP. XXXVI.

Pour sçauoir chacun iour la declinaison du Soleil, ou des estoiles fixes.

LA declinaison du Soleil ou d'vne estoile est la distance d'icelle estoile ou Soleil à l'equinoctial: & y en a de deux sortes, sçauoir Meridionale & Septentrionale. La declinaison Septentrionale est depuis l'equateur en tirant vers le pole Artique, qui fait le centre de l'Astrolabe. Mais la Meridionale est depuis l'equinoctial tirant vers le pole Antartique, ou vers le cercle de Capricornus en l'Astrolabe. Et d'autant que l'equinoctial couppe la ligne Eclyptique au commencement de Aries & de Libra, le Soleil estant en ces deux poincts n'a aucune declinaison, mais en toutes les autres parties du zodiaque il l'a plus grande ou plus petite, selon qu'il est plus ou moins distant d'iceux poincts de Aries & de Libra: & la plus grande declinaison du Soleil est au commencement de Cancer & de Capricornus, laquelle est de 23 degrez 30 minuttes, selon la plus commune opinion des Astronomes: & les deux degrez egalement distant de l'vn des deux solstices, c'est à dire du commencement de Cancer ou de Capricornus, ont egales declinaisons, ou Septentrionales, ou Meridionales, & les iours artificiels egaux, & les nuicts egales; & semblablement les ombres & les altitudes de midy, quand le Soleil est en iceux degrez.

Or pour la practique de ceste proposition, mettez le degré du Soleil ou la poincte de l'estoile sur la ligne de midy, & voyez par combien de degrez il est esleué sur l'horison entre les Almicantaraths, & gardez ce nombre à part. Apres mettez le premier degré de Aries ou de Libra sur la mesme ligne de midy, & voyez combien il est esleué sur l'horison entre les Almicantaraths, & gardez le nombre; puis ostez le moindre nombre du plus grand, & ce qui demeurera sera la declinaison de l'estoile ou du Soleil, laquelle sera Septentrionale, si l'altitude du Soleil ou de l'estoile est plus grande que l'altitude de Aries ou de Libra: mais elle sera Meridionale, si elle est moindre.

Exemple: Le vingt-cinquiesme May le Soleil estant au 4 degré

Gemini, ie deſire ſçauoir combien il decline de l'equateur. Ie mets donc ledit degré du Soleil ſur la ligne de midy, & trouue l'altitude d'iceluy entre les Almicantaraths de 62 degrez, que ie garde à part: puis ie mets auſſi le premier degré de Aries ſur ladite ligne de midy, & trouue pour l'altitude d'iceluy 41 degrez, que ie ſouſtrais de l'altitude du Soleil, & reſte 21 degrez pour la declinaiſon d'iceluy au midy dudit vingt-cinquieſme May; laquelle eſt Septentrionale, à cauſe que l'altitude du Soleil a eſté trouuée plus grande que celle de Aries.

Autrement.

Mettez le degré du Soleil ou la poincte de l'eſtoile ſur la ligne Meridionale, & voyez combien il y a d'Almicantaraths entre le cercle equinoctial & le degré du Soleil, ou poincte de l'eſtoile, & vous aurez la declinaiſon que vous cherchez, laquelle vous pourrez cognoiſtre ſi elle eſt Septentrionale ou Meridionale, ainſi qu'il a eſté dit cy deuant: & eſt à notter que à Paris l'altitude de Aries & de Libra eſt preſque touſiours à midy de 41 degrez; & partant il n'eſt beſoin de chercher à chaque fois icelle latitude.

Exemple: Ie deſire ſçauoir la declinaiſon de Cor ♌: ie mets donc la poincte de ladite eſtoile ſur la ligne Meridionale, & ie trouue qu'elle touche preſque le ſeptieſme Almicantarath depuis l'equateur; & partant ſa declinaiſon eſt peu moins de 14 degrez, & eſt Septentrionale.

Nottez que ſi on veut ſçauoir preciſément leſdites declinaiſons, il faut s'ayder de tables calculées pour cet effect.

PROP. XXXVII.

Pour ſçauoir la latitude de tous lieux où l'on ſe trouuera.

LA latitude d'vn lieu eſt la diſtance de l'equinoctial iuſques au zenith dudit lieu, qui ſe meſure aux degrez du cercle Meridional, & ſe trouue ladite latitude en diuerſes manieres, dont la plus facile eſt par la hauteur Meridienne du Soleil, quand il eſt au commencemẽt de Aries ou de Libra: car en ſouſtrayant icelle hauteur de

de 90, demeure la distance de nostre zenith à l'equinoctial, qui est la latitude du lieu où nous sommes.

Exemple: Estant à Paris le vingt-deuxiesme Mars, & le Soleil au commencement du premier degré de Aries; pour obseruer la hauteur du pole au dessus de l'horison d'icelle ville, ie prend la hauteur Meridienne du Soleil, que ie trouue estre d'enuiron 41 degrez, que ie soustrais de 90 degrez, & restent 49 degrez pour la latitude ou l'esleuation du pole par dessus l'horison en ladite ville de Paris: car ladite latitude & l'esleuation du pole par dessus l'horison sont tousiours egales entr'elles. Mais le Soleil estant aux autres signes, apres auoir pris la hauteur Meridienne d'iceluy, il faut sçauoir sa declinaison, & si elle est Septentrionale, la conuient soustraire de la hauteur du Soleil; mais si elle est Meridionale l'adjouster, & de ce viendra la hauteur de l'equateur, qui soustraicte de 90 degrez, restera l'altitude du lieu où nous faisons telles obseruations.

Exemple: Lan 1610, le vingt-cinquiesme May trouuant le Soleil au quatriesme degré Gemini, & desirant sçauoir la latitude ou l'esleuation du pole de Paris où ie suis, ie prend la hauteur Meridienne du Soleil, que ie trouue d'enuiron 62 degrez, & sa declinaison d'enuiron 21 degrez Septentrionale, laquelle declinaison ie soustrais de l'altitude Meridienne, & restent 41 degrez, qui ostez de 90 degrez, restent 49 degrez pour ladite latitude ou esleuation du pole de la ville de Paris.

PROP. XXXVIII.

Pour sçauoir l'ascention des signes en la Sphere droicte.

L'ASCENTION d'vn signe n'est autre chose que l'arc de l'equinoctial, qui monte sur l'horison auec le signe, lequel arc estant plus de 30 degrez le signe est dict monter droictement, mais estant moins de 30 degrez il monte obliquement, & sont 8 signes en la Sphere droicte, qui montent & descendent obliquement, sçauoir est ♈, ♍, ♎ & ♐, chacun desquels monte auec 27 degrez 54 minuttes, & ♉, ♌, ♏, & ♒, qui montent chacun auec 29 degrez 54 minuttes, & les 4 autres, sçauoir est ♊, ♋, ♓, & ♑, montent & descendent droictement, faisans chacun en leurdite ascention 32 de-

grez 12 minuttes de l'equateur. Dauantage eſt à notter que communément les aſcentions commẽcent au premier poinct de Aries, ſinon quand l'on veut trouuer l'aſcention particuliere de quelque ſigne, ou arc de l'eclyptique.

Quand donc vous voudrez ſçauoir l'aſcention de quelque ſigne ou degré d'iceluy, mettez la fin dudit ſigne ou degré ſur l'horiſon droict, & l'index eſtant poſé ſur le commencemẽt de Aries, monſtrera au limbe l'aſcention droicte requiſe, c'eſt aſſauoir comptant les degrez depuis l'horiſon droict iuſques audit index.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte du troiſieſme degré Gemini; ie poſe ledit degré ſur l'horiſon droict en Orient: puis ie mets l'index ſur le commencement de Aries, & iceluy touche au limbe preſque la fin du 61 degré; & partant telle eſt l'aſcention droicte dudit 3 degré Gemini.

Mais ſi l'on vouloit ſçauoir l'aſcention particuliere de quelque ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique, il faudroit ſeulement, ayant mis la fin dudit ſigne ou autre arc ſur l'horiſon droict, mettre l'index ſur le commencement, & il vous monſtrera au limbe le nombre des degrez de l'aſcention droicte particuliere audit ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte depuis le 3 degré Gemini, iuſques à la fin dudit ſigne; ie mets la fin d'iceluy ſigne ſur l'horiſon droict, & l'index ſur le troiſieſme degré dudit Gemini, & iceluy me monſtre au limbe 29 degrez & peu dauantage, pour l'aſcention droicte requiſe.

PROP. XXXIX.

Pour trouuer l'aſcention droicte des eſtoiles deſcrites en l'yraigne.

METTEZ la poincte de l'eſtoile ſur l'horiſon droict, & l'index eſtant mis au commencement de Aries, monſtrera au limbe l'aſcention de l'eſtoile propoſée.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'aſcention droicte de l'eſtoile Cor Leonis, ie mets la poincte d'icelle ſur l'horiſon droict du coſté d'Orient, & l'index ſur le commencement de Aries, & le bout d'iceluy

me monstre au limbe 147 degrez pour l'ascention droicte de ladite estoile. Or est à notter qu'en la Sphere droicte l'ascention & descention, soit des estoiles, des signes, ou autres arcs de l'ecliptique, sont pareilles & egales.

PROP. XL.

Pour sçauoir l'ascention des signes, ou autre arc de l'Eclyptique, en la Sphere oblique.

METTEZ le commencement de Aries sur l'horison oblique du costé d'Orient, & l'index dessus; en apres regardez quel degré le bout dudit index touchera au limbe; puis tournez l'yraigne, ledit index demeurant fixe sur ledit commencement de Aries, iusques à ce que la fin du signe ou autre arc de l'Eclyptique soit sur l'horison oblique, & les degrez du limbe compris depuis l'attouchement de l'index iusques au lieu de l'autre attouchement, seront l'ascention oblique requise à l'esleuation du pole pour laquelle la table aura esté faicte.

Exemple: Desirant sçauoir l'ascention oblique du dernier degré de Leo à l'esleuation de 49 degrez; ie mets le commencement de Aries sur l'horison oblique du costé d'Orient, & l'index dessus touche au limbe le premier degré; puis ie tourne l'yraigne, ledit index demeurant fixe, iusques à ce que la fin dudit Leo soit sur ledit horison oblique, & alors l'index touche au limbe le 41 degré: tellement que depuis le premier attouchement iusques au second, sont compris presque 139 degrez, qui est l'ascention oblique du 30 degré de Leo à l'esleuation de 49 degrez. Il faut notter qu'en la Sphere oblique six signes, sçauoir est depuis le commencement de Cancer iusques à la fin du Sagitarius, montent sur l'horison droictement, & descendent obliquement; mais les six autres, sçauoir est depuis le commencement de Capricornus iusques à la fin de Gemini, montent obliquement, & descendent droictement; desquelles montées droictes & obliques prouient la difference des iours & des nuicts: car lors que nous auons le Soleil au commencement de Cancer, ce qui aduient enuiron le vingt-deuxiesme Iuin, nous auõs le plus long iour de l'année, c'est assauoir de 16 heures à l'esleua-

tion polaire de 49 degrez, & la plus courte nuict de 8 heures; d'autant qu'alors les ſix ſignes de droicte aſcention ſe leuent de iour, & les ſix autres qui ſont de briefue & oblique aſcention, ſe leuent la nuict: mais quand le Soleil eſt au commencement de Capricornus, ce qui aduient enuiron le vingt-deuxieſme Decembre, nous auons le plus court iour: car alors les ſix ſignes de briefue & oblique aſcention ſe leuent de iour en 8 heures, & les ſix de longue & droicte aſcention ſe leuent la nuict en 16 heures: Mais quand nous auons les iours & les nuicts egaux; il ſe leue trois ſignes de droicte aſcention, & trois de oblique, comme en l'equinoxe du Printemps, qui aduient enuiron le vingt-vnieſme Mars, ♈ ♉ ♊ ſe leuent obliquement, & ♋ ♌ ♍ droictement. Mais en l'equinoxe de Automne, ♎ ♏ ♐ ſe leuent droictement, & ♑ ♒ ♓ obliquement. Et conuient auſſi notter que l'aſcẽtion particuliere d'vn ſigne en la Sphere oblique, eſt la deſcention du ſigne à luy oppoſite: tellement que ſi on veut ſçauoir la deſcention oblique de quelque ſigne, ou autre arc de l'Eclyptique, il faut trouuer l'aſcention du ſigne ou degré oppoſite. Mais voulant ſçauoir la deſcention commençant à Aries, faudra ſouſtraire de l'aſcention du poinct oppoſite 180 degrez, & reſtera la deſcention requiſe.

Exemple: Deſirant ſçauoir la deſcention oblique du dernier degré de Leo à l'eſleuation de 49 degrez. Ie cherche l'aſcention du dernier degré de Aquarius qui luy eſt oppoſite; & ie trouue pour icelle enuiron 346 degrez, dont ie ſouſtrais 180 degrez, & reſtent 166 degrez, & telle eſt la deſcention oblique du 30 degré de Leo.

PROP. XLI.

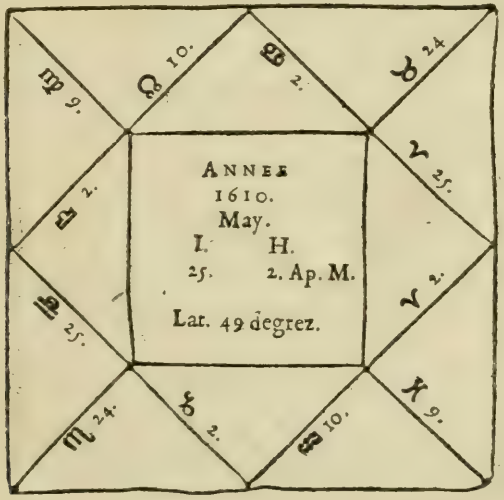
Pour dreſſer les 12 maiſons Celeſtes.

LEs Aſtrologues ont diuiſé le ciel en 12 parties, qu'on appelle communément les 12 maiſons du ciel, & ce par ſix cercles, comme il a eſté dit cy deuant, tant à la declaration des parties de cet inſtrument, que des cercles de la Sphere, dont les deux principaux ſont l'horiſon oblique & le Meridien, leſquels diſtinguent touſiours les quatre principales maiſons appellées Cardinales, qui s'appellent, ſçauoir eſt celle qui commence à l'Orient, aſcendant ou

horoscope, qui est la premiere maison; celle qui est à la ligne de minuict, le profond du ciel ou quatriesme maison; celle qui est à l'Occident, la septiesme; & celle qui est à la ligne de Midy le milieu du ciel; & les 8 autres maisons sont distinguées par 4 autres cercles ou portions de cercle, qui passent toutes par le poinct où s'entrecouppent les deux cercles precedens, comme il a esté dit cy deuant.

Pour donc trouuer les commencemens desdites 12 maisons à quelque heure proposée, cherchez premierement le lieu du Soleil: puis mettez iceluy auec l'index sur ladite heure proposée; ce faict le degré du signe qui tombe sur l'horison oblique du costé d'Orient, sera l'horoscope ou degré ascendant au temps & heure proposée, & le degré du zodiaque touchant l'arc de la seconde maison, est le commencement de ladite seconde maison; & semblablement se doiuent entendre tous les degrez touchant les autres arcs des autres maisons par ordre, lesquels vous escrirez en la figure celeste, comme se verra cy dessous.

Exemple: Voulant trouuer les commencemens des 12 maisons



celestes au vingt-cinquiesme May 1610, à 2 heures apres midy. Ie cherche premierement le lieu du Soleil au zodiaque audit iour, & trouue pour iceluy 4 degrez Gemini: puis ie mets ledit degré du Soleil auec l'index sur 2 heures d'apres midy: cela fait, ie trouue

que le deuxieſme degré ♎ tombe ſur l'horiſon oblique du coſté d'Orient; partant i'eſcris ledit ſigne ♎, & les 2 degrez ſur la ligne de la premiere maiſon de la figure cy deuant: puis ie regarde ſur l'arc de la deuxieſme maiſon, & ie trouue 25 degrez ♎, que i'eſcris auſſi en ceſtedite figure ſur la ligne de la ſeconde maiſon: puis ie regarde ſur l'arc de la troiſieſme maiſon, & ie trouue 24 degrez ♏, que i'eſcris ſemblablement ſur la ligne de la troiſiieſme maiſon, & regardant ſur les arcs de toutes les autres maiſons, ie trouue les commencemens d'icelles tels qu'il appert en la figure cy-deuant.

Or nous finirons icy ce traicté, delaiſſans beaucoup d'autres propoſitions, les iugeant inutiles & fallacieuſes par l'Aſtrolabe, comme meſme eſt la precedente, laquelle nous auons mis ſeulement pour dire quelque choſe des arcs des maiſons celeſtes deſcrites és tables dudit Aſtrolabe: Car pour eriger exactement leſdites 12 maiſons celeſtes, il faut s'ayder des Ephemerides, ou pluſtoſt des tables des directions de Iean de Mont-Royal, par le moyen deſquelles on ſçaura auſſi fort exactement la plus grand part de ce qui eſt traicté en ce liuret, comme nous le monſtrerons aux curieux de l'apprendre.

FIN.

L'VSAGE ET PRATIQVE DE L'ESCHELLE ALTIMETRE, OV QVARRE' GEOMETRIQVE, DESCRIT au dos de l'Astrolabe.

AYANT declaré au precedent traicté succinctement l'vsage & pratique de la partie de l'Astrolabe, qui appartient à la consideration du ciel, nous declarerons maintenant comment par le moyen de l'autre partie de l'Astrolabe, qui est appellée eſchelle Altimetre ou quarré Geometrique; nous prendrons les distances ou interuales des lieux, les hauteurs des tours, edifices, arbres & montagnes, & les profondeurs des puits, vallées & fossez.

Premierement est à notter que chasque costé d'iceluy quarré Geometrique est diuisé en 12 parties egales, & derechef chacune de ces parties là en cinq moindres parties: tellement qu'icelles 12 premieres parties en contiennent 60 moindres; desquels costez celuy qui est tousiours parallele à la terre s'appelle costé de l'vmbre droicte; & l'autre qui est perpendiculairement esleué sur iceluy, se nomme costé de l'vmbre verse. Et d'autant qu'en mesurant l'on est quelquesfois contrainct de faire deux stations, où il aduient qu'en l'vne l'alidade tombe sur l'vmbre droicte, & en l'autre sur l'vmbre verse; lesquelles vmbres pour plus facilement pratiquer, il est necessaire de reduire en vne seule, nous mettrons icy la maniere de ce faire.

Pour reduire les parties de l'vmbre droicte à celles de l'vmbre verse, diuisez 144, qui est le quarré de 12, par les parties touchées de l'vmbre droicte, & viendront au quotient les parties de l'vmbre verse; & semblablement pour reduire l'vmbre verse à la droicte, di-

uiſez 144 par les parties couppées de l'vmbre verſe, & viendront au quotient les parties de l'vmbre droicte. Comme pour exemple, ayant trouué en vne ſtation que l'alidade couppe 7 parties de l'vmbre droicte, & en l'autre 8 de la verſe, pour reduire icelles deux vmbres en vne; ie diuiſe 144 par 8, & viendront 18 de l'vmbre droicte, ou diuiſant 144 par les 7 de l'vmbre droicte, viendront 20 $\frac{4}{7}$ de l'vmbre verſe.

PROP. I.

Pour meſurer la diſtance d'entre vous & quelque ſigne poſé au plan de l'horiſon.

QVAND quelque longueur vous ſera propoſée à meſurer, erigez droictement ſur l'vne des extremitez d'icelle longueur quelque baſton, dont la grandeur vous ſoit cogneuë, & à iceluy pendez l'Aſtrolabe: puis poſez l'alidade en ſorte que vous puiſſiez voir par les pertuis des pinulles le ſigne propoſé; cela fait, nottez les parties couppées par l'alidade, & ſi icelles ſont de l'vmbre droicte, (ce qui aduient lors que la longueur propoſée à meſurer eſt moindre que la hauteur du baſton auquel vous aurez pendu l'Aſtrolabe, lequel baſton nous appellerons cy apres hauteur du meſureur au pied de l'Aſtrolabe) vous les mettrez au ſecond lieu de la regle de proportion qu'il conuiendra faire, le nombre des parties eſquelles le coſté du quarré eſt diuiſé, c'eſt aſſauoir 12 au premier lieu, & la hauteur du meſureur au troiſieſme; & ladite regle de proportion eſtant faicte, vous aurez au quatrieſme nombre proportionnel la longueur propoſée à meſurer en telles meſures que celles eſquelles la hauteur du meſureur ſera diuiſée.

Exemple.

Soit propoſée à meſurer la diſtance EF. Nous poſerons donc à l'extremité E où nous ſommes, la hauteur AE, que nous ſuppoſons eſtre de 4 pieds, & à iceluy nous pendrons l'Aſtrolabe: (en ceſte propoſition & autres ſuiuantes, nous-nous ſommes contenté de repreſenter pour la demonſtration ſeulement le quarré Geometrique,

trique notté par ABCD, dont A eſt le centre de l'Aſtrolabe) & ayant dirigé l'alidade droict au poinct E, & trouué qu'elle couppe en G 10 parties de l'vmble droicte, nous dirõs par regle de trois, ſi 12 donnent 10, qui ſont les parties couppées, que donneront 4, qui eſt la hauteur du meſureur; & viendront 3 pieds $\frac{1}{3}$ pour la longueur EF. Dont la demonſtratiõ eſt manifeſte: car le triangle ADG eſt equiangle au triangle AEF, veu que les angles D, E, ſont droicts, & AGD eſt egal à AFE par la 29. p. 1. Donc par la 4. p. 6. comme AD eſt à DG, ainſi AE eſt à EF.

Mais ſi les parties couppées par l'alidade eſtoient de l'vmbre verſe, (ce qui aduient lors que la longueur propoſée à meſurer eſt plus grande que la hauteur du meſureur) il faudroit mettre les parties couppées par l'alidade au premier lieu de la regle de trois, le nombre des parties du coſté du quarré au deuxieſme, & la hauteur du meſureur au troiſieſme; & la regle eſtant faicte, vous aurez la longueur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſée à meſurer la diſtance EH en la figure precedente; & ayant trouué que l'alidade dirigé au poinct H couppe en I 4 parties de l'vmbre verſe, nous dirons ſi 4 donnent 12, que dõneront 4 min. & viendrõt 12 pour la meſure de la diſtãce EH propoſée à meſurer. Car les triangles ABI, AEH, ſont equiangles, veu que les angles B, E, ſont droicts, & les alternes BAI, AHE egaux par la 29 p. 1. donc par la 4. p. 6. comme BI eſt à AB, ainſi AE eſt à EH.

Que s'il aduenoit que l'alidade paſſaſt entre les deux vmbres, ſçauoir eſt en C, la hauteur du meſureur AE ſeroit egale à la diſtance cherchée EK, veu que par la 4. p. 6. comme AD eſt à DC, qui luy eſt egal, ainſi AE eſt à EK.

Or ces diſtances, & toutes celles propoſées cy apres, nous ſeront cogneuës plus facilement, prenant ſeulement l'angle au moyen des degrez marquez au bord de l'Aſtrolabe; & nous aydant puis apres du compas de proportion, comme nous monſtrerons aux deſireux de ſçauoir l'vſage & pratique d'iceluy.

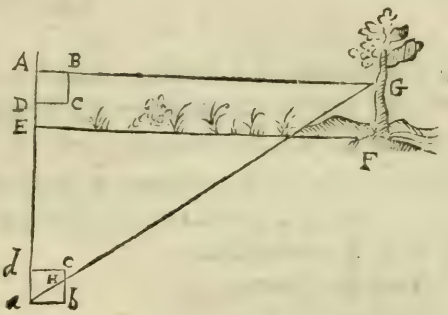
Que ſi les longueurs propoſées à meſurer eſtoient fort grandes, elles ne pourroient eſtre meſurées certainement par ceſte maniere cy-deſſus: c'eſt pourquoy nous mettrons encore deux autres manieres de proceder à la meſure d'icelles diſtances.

Si donc la longueur propoſée à meſurer eſtoit fort grande, & qu'il y euſt quelque choſe eſleuée perpendiculairement au bout d'icelle, & que vous puiſſiez faire deux ſtations à meſme plan, vous ferez en ceſte maniere: Poſez l'Aſtrolabe ſur ſon pied, ou hauteur du meſureur, en ſorte que ſon plan ſoit equidiſtant à la plaine: puis l'alidade eſtant poſée ſur l'vn des coſtez du quarré, tournez ladite Aſtrolabe iuſques à ce que vous voyez par les pertuis des pinulles quelque marque contenuë en la choſe eſleuee perpendiculairemẽt au bout de ladite longueur que voulez meſurer; cela faict, poſez directement quelque baſton où vous eſtes, & vous deſmarchez directement à coſté, ſi loing que vous le iugerez eſtre beſoin, meſurant la diſtance dont vous-vous eſloignez; & eſtant arreſté, poſez comme deuant l'Aſtrolabe, & l'alidade eſtant miſe ſur l'vn des coſtez du quarré, tournez ladite Aſtrolabe iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le baſton laiſſé au lieu de voſtre premiere ſtation: puis ladite Aſtrolabe demeurant fixe, tournez l'alidade iuſques à ce que vous puiſſiez voir par les pinulles la marque veuë à la premiere ſtation en la hauteur eſleuée perpendiculairement au bout de la longueur propoſée; & voyant icelle, nottez les parties couppees par l'adidade, leſquelles ſi ſont de l'vmbre verſe, vous mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté de l'eſchelle au deuxieſme. Mais ſi elles ſont de l'vmbre droicte, c'eſt à dire du coſté de l'eſchelle qui eſt parallele à la longueur propoſée, vous les mettrez au ſecond lieu, le coſté de l'eſchelle au premier, & la diſtance compriſe entre les deux ſtations touſiours au troiſieſme lieu, & viendra au quatrieſme nombre proportionnel la meſure de la diſtance propoſée.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la diſtance de E, où nous ſommes, iuſques à l'arbre F. Premierement donc, nous poſerons en E l'Aſtrolabe ſur ſon pied, en ſorte que le plan d'icelle ſoit equidiſtant de la

plaine: puis ayant posé l'alidade sur le costé du quarré AB, nous tournerons ladite Astrolabe, iusques à ce que nous voyons par les pinulles l'arbre F; ce faict, ayant dressé perpendiculairement vn baston, nous-nous desmarcherõs directement à costé par 15 fois la hauteur du mesureur, c'est à dire 60 pieds loing de la premiere station, & là nous poserons derechef l'Astrolabe sur son pied comme deuant, en sorte que l'alidade estant sur le costé *a d*, nous voyõs le baston laissé à la premiere station: puis l'Astrolabe demeurant fixe, nous tournerons l'alidade iusques à ce que nous voyons derechef l'arbre F; & supposant qu'elle couppe 4 parties de l'vmbre verse en H; Nous dirons, si 4 donnent 12, que donneront 60: & viendront au quatriesme nombre proportionnel 180 pieds pour la mesure de la distance EF: Dont la demonstration est manifeste, estans les deux triangles *a b* H, GA *a* equiangles, veu que les angles *b*, A sont droicts, & les alternes *b a* H, AG *a* egaux par la 29. p. 1. donc par la 4. p. 6. comme H *b* est à *b a*, ainsi *a* A est à AG, ou EF son egale.

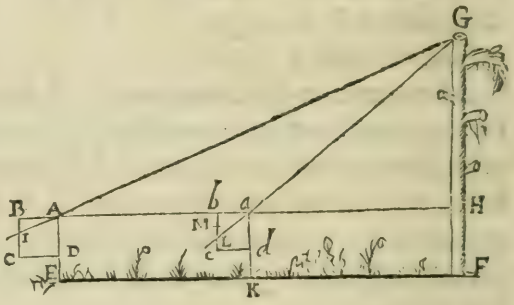


Que s'il aduenoit que le lieu fust si estroit & serré qu'on ne se puisse aisément desmarcher à costé pour auoir ladite longueur proposée à mesurer, ains seulement reculer ou auancer directement vous penderez l'Astrolabe à son pied, & hausserez l'alidade iusques, à ce que vous voyez par les pinulles le sommet de la hauteur esleuée à l'autre bout de ladite longueur; & ayant notté les parties couppées par l'alidade, vous-vous reculerez ou aduancerez directement à discretion: & ayant pendu l'Astrolabe à son pied, vous hausserez l'alidade iusques à ce que vous voyez derechef le sommet de ladite hauteur; & le voyant, vous notterez les parties couppees par ladite alidade; lesquelles parties si sont de mesme vmbre que celles de la premiere station, vous osterez le moindre nombre du plus grand & mettrez ce qui restera au premier lieu en la regle proportionnel-

le, la diſtance compriſe entre les deux ſtations au deuxieſme lieu, & le plus petit nombre des parties couppees au troiſieſme lieu, ſi vous vous eſtes reculez à la deuxieſme ſtation; mais le plus grand, ſi vous vous eſtes aduancez, & la regle eſtant faicte, vous aurez la meſure de la longueur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la diſtance EF, au bout de laquelle ſoit eſleué perpendiculairement la hauteur FG. Nous penderons premierement l'Aſtrolabe à ſon pied E A, & hauſſerons l'alidade iuſques à ce que nous voyons le ſommet G, & ſuppoſant que l'alidade couppe 4 parties de l'vmbre verſe, nous les retiendrons en memoire, & nous aduancerons directement en K, diſtant de E par 10 verges, c'eſt à dire par 25 fois la hauteur du meſureur, & là nous penderons derechef l'Aſtrolabe; & regardant le ſommet G, ſuppoſant que l'adidade couppe 8 parties de l'vmbre verſe en L, nous oſterons d'icelles les 4 parties de la premiere ſtation, & reſteront 4 parties: & partant nous dirons, ſi 4 donnent 10 verges, que donneront 8? & viendront 20 verges pour la quantité de la longueur EF propoſée à meſurer; ce que nous demonſtrerons en ceſte maniere. Soit oſté de *b*L, *b*M egale à BI, & veu que pour la ſimilitude des triangles ABI, AHG, par la 4. p. 6. comme AB eſt à BI, ainſi AH eſt à HG, le rectangle de AB, HG ſera egal au rectangle de BI, AH par la 16. p. 6. Pour la meſme raiſon, le rectangle de *a b*, HG, eſt egal au rectangle de *b*L, *a*H. Veu donc que le rectangle de AB, HG, eſt egal au rectangle de *a b*, HG, parce que les lignes AB, *a b* ſont egales, ſemblablement le rectangle de *b* L, *a* H ſera egal au rectangle de BI, AH, c'eſt à dire de *b*M, AH: & partant par la 16. p. 6.



comme *b*L ſera à *b*M, ainſi AH ſera à *a*H, & en permutant, comme la toute *b*L eſt à la toute AH, ainſi la retranchée *b*M eſt à la retranchee *a*H: donc par la 19.p.5. le reſidu ML ſera pareillement au reſidu A*a*, comme la toute *b*L à la toute AH, ou EF ſon egale.

Que ſi nous-nous eſtions reculez de K en E, nous dirions, ſi 4 donnent 10 verges, que donneront 4, moindre nombre des parties couppees; & viendroient 10 verges pour la longueur *a*H, ou KF ſon egale. Car veu qu'il a eſté demonſtré cy-deſſus, que comme *b*L à AH, ainſi *b*M à *a*H, & auſſi ML à A*a*; donc par la 11. p.5. comme ML eſt à A*a*, ainſi *b*M à *a*H, ou KF ſon egale.

Mais ſi és deux ſtations les parties couppées n'eſtoient d'vne meſme ombre, les y faudroit reduire ainſi qu'il a eſté dit, & ladite reduction eſtant faicte, faire comme deſſus.

PROP. II.

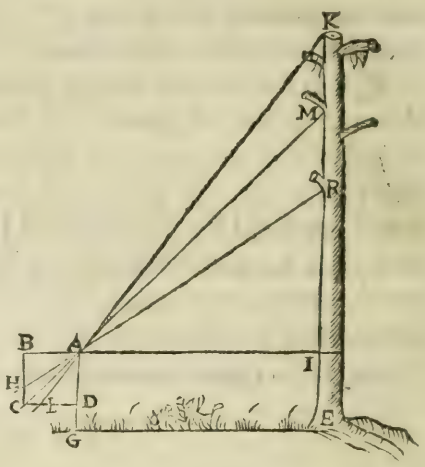
Pour meſurer les hauteurs eſleuées perpendiculairement ſur la plaine, & leſquelles ſont acceſsibles.

ESLOIGNEZ-vous vn peu ſelon la commodité du lieu où vous ſerez de la hauteur propoſée à meſurer, & ce en obſeruant de combien vous-vous eſloignerez; & ayant pendu l'Aſtrolabe à ſon pied, hauſſez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le ſommet de ladite hauteur, & alors regardez quelles ſeront les parties couppées par l'alidade; leſquelles ſi ſont de l'vmbre droicte, vous mettrez au premier lieu de la regle de proportion, le coſté du quarré au deuxieſme: mais ſi elles ſont de l'vmbre verſe, mettez le coſté de l'eſchelle au premier lieu, & leſdites parties couppees au deuxieſme, & la diſtance compriſe entre la hauteur & vous, touſiours au troiſieſme; & la regle eſtant faicte, adjouſtant au produit d'icelle la hauteur du meſureur, vous aurez la quantité de la hauteur propoſée à meſurer.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer la hauteur EF. Moy eſtant donc au pied d'icelle hauteur, ie m'eſloigne d'icelle iuſques en G, qui eſt diſtant

de E par 16 pieds, & là ie poſe l'Aſtrolabe pendu à ſon pied: puis ie hauſſe l'alidade iuſques à ce que ie voy par les pinulles le ſommet F, & alors l'alidade couppe en H 8 parties de l'vmbre verſe; & partant ie dis ſi 12 me donnent 8, que me donneront 16: & viennēt $10\frac{2}{3}$, auſquels i'adjouſte la hauteur du meſureur, & ſont 14 pieds 8 poulces pour la hauteur EF propoſee à meſurer. Dont la demonſtration eſt facile: car attendu la ſimilitude des triangles ABH, AIF; comme AB eſt à BH, ainſi AI eſt à IF.



Les deux autres operations nottées en la figure cy-deſſus ſont faciles, c'eſt pourquoy nous ne nous y arreſterons.

PROP. III.

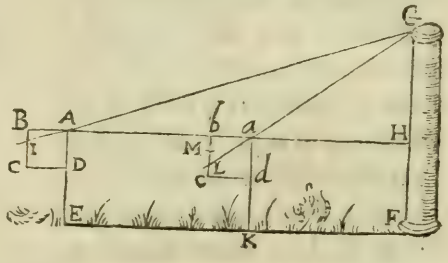
Pour meſurer les hauteurs eſleuées perpendiculairement ſur la plaine, & leſquelles ſont inacceſsibles.

SI vous voulez prendre la hauteur de quelque tour, muraille, ou autre edifice qu'on ne peut approcher aiſément; Soit, où pour crainte des ennemis, ou pour l'empeſchement de quelque riuiere ou foſſé; Premierement, vous penderez l'Aſtrolabe à ſon pied au lieu le plus commode que vous aduiſerez: puis vous diſpoſerez l'alidade en ſorte que vous voyez le ſommet de ladite hauteur à meſurer, & alors nottez les parties touchées par icelle; ce faict reculez-vous, ou aduancez directement en quelqu'autre lieu; & là pendez derechef l'Aſtrolabe à ſon pied, & regardez comme deuant le ſommet de ladite hauteur à meſurer, & nottez les parties couppées par l'alidade; leſquelles parties, tant de la premiere ſtation que de la ſeconde, eſtans de l'vmbre verſe, vous diuiſerez le coſté du quarré ſeparément par les parties couppées, & offerez le plus petit

quotient du plus grand, & diuiserez par le residu la distance d'entre les deux stations; & le quotient, la hauteur du mesureur y estant adjoustée, donnera la quantité de la hauteur proposée à mesurer.

Exemple.

Soit proposé à mesurer la hauteur FG, le pied de laquelle nous ne pouuõs approcher: Nous penderõs donc l'Astrolabe à son pied en E, & ayant hausté l'alidade iusques à ce que ie voye le sommet G, icelle couppe BI de 4 parties de l'vmbre verse, que ie retient en memoire: puis m'estant aduancé directement en K, distant de E par 10 verges, & là pendu l'Astrolabe à son pied; ie regarde derechef le sommet G par les pinulles de l'alidade; & le voyant, supposé que ladite alidade couppe *b*L de 8 parties de l'vmbre verse; Nous diuiserons 12 par 8 & par 4, & viendront $1\frac{1}{2}$ & 3, dont le moindre quotient estant osté du plus grand, restent $1\frac{1}{2}$, par lesquels ie diuise la distance d'entre les deux stations, sçauoir est 10 verges, & viennent $6\frac{2}{3}$ verges pour la hauteur HG, à laquelle i'adjouste la hauteur du mesureur, & sont 7 verges 8 poulces pour la hauteur FG proposée à mesurer. Ce qui se demonstre ainsi. Attendu la similitude des triangles ABI, AHG, comme BI est à AB, ainsi GH est à AH, par la 4. p. 6. c'est à dire qu'autant de fois que BI est en AB, autant de fois GH est en AH: par la mesme raison BL sera contenu autant de fois en *a b*, que GH en *a*H. Donc le nombre demonstrant combien de fois GH est en *a*H estant osté du nombre, monstrant combien de fois GH est contenu en AH, restera combien de fois GH sera contenu en A*a*: parquoy la quãtité de A*a* estant diuisée par ledit reste, viendra la quantité de GH.



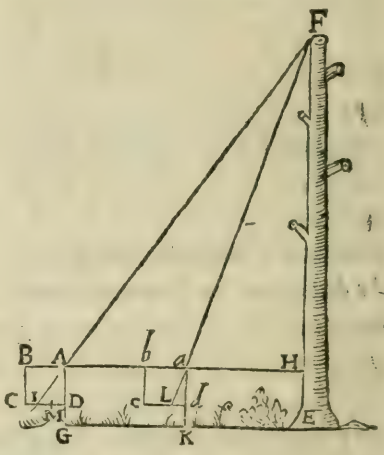
Mais si les parties couppees en l'vne & l'autre station sont de l'vmbre droicte, ostez le moindre nombre du plus grand, & mettez ce qui restera au premier lieu de la regle de proportion, la distance

compriſe entre les deux ſtations au deuxieſme, & le coſté du quarré au troiſieſme, & viendra (eſtant adjouſté au produit la hauteur du meſureur) la hauteur requiſe.

Exemple.

Soit la hauteur EF propoſee à meſurer, le pied de laquelle nous ne pouuons approcher.

Ayant faict comme en la precedente operation, & trouué que en la premiere ſtation G, l'alidade couppoit DI de 8 parties de l'vmbre droicte; & en la ſeconde K, diſtante de la premiere par 3 thoiſes, que l'alidade couppoit 8 parties de la meſme vmbre. Ie ſouſtrais 4 de 8, & reſtent 4, que ie poſe au premier lieu de la regle de trois, les 3 thoiſes d'entre les deux ſtations au deuxieſme lieu, & au troiſieſme 12, & viennent, la regle eſtant faicte, 9 thoiſes; auſquelles i'adjouſte la hauteur du meſureur, & ſont 9 thoiſes 4 pieds, pour la hauteur EF propoſée à meſurer.



Ce que nous demonſtrerons en ceſte maniere. D'autant que les triangles ADI, AHF, ſont ſemblables, comme DI eſt à AD, ainſi AH eſt à HF, par la 4. p. 6. & en permutant, comme DI eſt à AH, ainſi AD à HF. Et par la meſme raiſon, comme *d*L eſt à *a*H, ainſi *ad* eſt à HF. Veu donc que comme AD eſt à HF, ainſi *ad* eſt à HF, par la 7. p. 5. Il s'enſuit par la 11. p. 5. que comme la toute DI eſt à la toute AH, ainſi la retranchee *d*L ou DM ſon egale, eſt à la retranchee *a*H: donc par la 19. p. 5. le reſidu MI ſera au reſidu A*a*, comme la toute DI à la toute AH: mais il a eſté demonſtré que comme DI eſt à AH, ainſi AD à HF: parquoy comme MI eſt à A*a*, ainſi AD eſt à HF. Que s'il aduenoit que les parties couppées fuſſent de l'vmbre verſe en l'vne des ſtations, & de la droicte en l'autre, vous reduirez l'vne à l'autre, puis paracheuerez comme dit eſt cy-deſſus.

PROP.

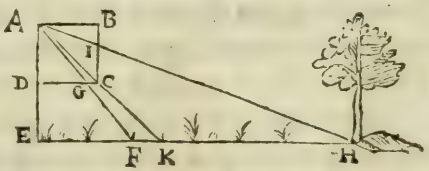
PROP. XLI.

Pour meſurer du ſommet d'vne tour, ou de quelque feneſtre d'icelle, la diſtance d'entre le pied de ladite tour, & quelque ſigne veu en l'horiſon.

SI vous ne ſçauez la hauteur de ladite tour, ou feneſtre d'icelle, vous apprendrez ladite hauteur: puis tenant l'Aſtrolabe vous regarderez par les pinulles de l'alidade le ſigne propoſé; & ſi les parties couppées par ladite alidade ſont de l'vmbre droicte, vous les mettrez au deuxieſme lieu de la regle de trois, le coſté du quarré au premier, & la hauteur de la tour au troiſieſme; & faiſant la regle, viendra la diſtance requiſe.

Exemple.

Soit propoſé à meſurer du ſommet A la diſtance EF. Ie prend donc l'Aſtrolabe, & regardant par les pinulles de l'alidade le ſigne F, ſuppoſé qu'elle couppe DG de 10 parties de l'vmbre droicte; nous dirons, ſi 12 donnent 10, que donneront 9 thoiſes, qui eſt la hauteur AE, & viennent $7\frac{1}{2}$ pour la diſtance EF.



Mais ſi les parties couppées par l'alidade ſont de l'vmbre verſe, vous les mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté du quarré au deuxieſme, & au troiſieſme la hauteur de ladite tour.

Que ſi l'alidade tombe entre les deux vmbres, la diſtance propoſée à meſurer ſera egale à la hauteur AE, le tout comme il a eſté demonſtré en la premiere propoſition.

PROP. V.

Pour meſurer du ſommet de quelque hauteur la diſtance d'entre deux ſignes veuz directement en vn plan.

PRENEZ par la precedente propoſition, la diſtance du pied de la hauteur à l'vne & à l'autre marque propoſée: puis ſouſtrayez la moindre diſtance de la plus grande, & reſtera celle compriſe entre leſdites deux marques.

Or attendu que l'operation de ceſte propoſition n'eſt autre que celle de la precedente propoſition, nous ne mettrons point d'exemple.

PROP. VI.

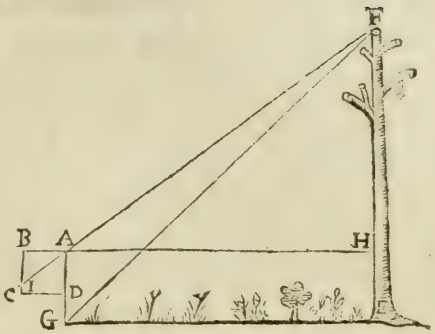
Pour meſurer la diſtance de l'œil, ou pied du meſureur, à quelque poinct marqué en quelque hauteur.

POVR donc meſurer la diſtance de voſtre œil à quelque marque veuë en vne hauteur; vous prendrez la meſure de la diſtance horiſontale de voſtre œil à ladite hauteur par la 1. p. & par la 2. p. la hauteur du poinct propoſé par deſſus ladite diſtance horiſontale de l'œil; ce faict quarrez icelle hauteur, & auſſi la diſtance de voſtre œil à icelle; & ayant adjouſté ces deux quarrez enſemble, du produit prenez-en la racine quarrée, laquelle ſera la diſtance de voſtre œil au poinct propoſé.

Exemple.

Soit propoſé à trouuer la diſtance de A, œil du meſureur, iuſques au poinct F, qui eſt le ſommet de la hauteur EF. Premierement donc, ſuppoſé que la diſtance horiſontale AH ſoit trouuée de 40 pieds, & la hauteur HF de 30 pieds; nous quarrerons 40 & 30, & ſeront 1600 & 900, qui adjouſtez enſemble font 2500, dont la racine quarrée eſt 50, & autant eſt la diſtance AF. Dont la demonſtration eſt manifeſte par la 47. p. 1.

Que ſi nous adjouſtons le quarré de AH, ou GE ſon egale, auec celuy de EF, qui eſt la hauteur HF, & celle du meſureur GA ; & du produit en tirons la racine quarree, nous aurons la diſtance du pied du meſureur G à ladite ſommité F, ſçauoir eſt GF.



PROP. VII.

Pour meſurer la hauteur d'vne tour ou autre edifice, ſcitué ſur vne montagne.

SI vous deſirez ſçauoir la hauteur d'vne feneſtre de quelque edifice à vne autre, ou bien la hauteur d'vne tour, ou autre edifice ſcitué ſur vne montagne. Vous apprendrez premierement par la 3. p. la hauteur de ladite montagne: puis par la 2. prop. la hauteur de la montagne & de la tour enſemble; & d'icelle hauteur ayant oſté la premiere, ſçauoir celle de la montagne ſeule, reſtera la hauteur de la tour ſeule.

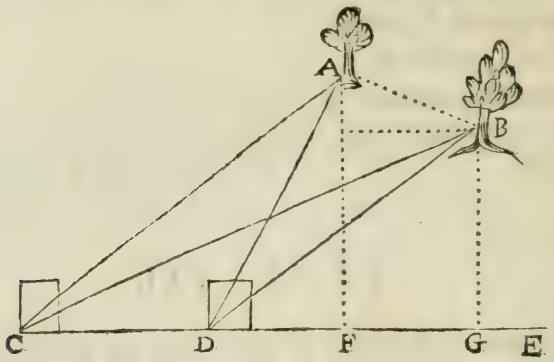
Or d'autant que cecy eſt facile, attendu qu'il ne ſe faict que les operations des deux & troiſieſmes propoſitions, nous ne mettrons point d'exemple.

PROP. VIII.

Pour meſurer l'aſcention d'entre deux ou pluſieurs lieux, ſcituez en la plaine horiſontale.

SOIT propoſé à meſurer la diſtance d'entre les deux arbres A & B. Soient choiſis deux lieux en ladite plaine, propres pour faire deux ſtations, comme C, D, diſtans l'vn de l'autre par 24 pieds: & par iceux, ſoit imaginé eſtre tirée vne ligne droicte C D E, ſur

laquelle tombe perpendiculairement de A & B les lignes AF & BG, qui ſeront comme hauteurs eſleuees ſur icelle ligne CE, leſquelles hauteurs ſoient trouuées comme il eſt dit en la troiſieſme



propoſition, diſpoſant l'inſtrument parallel à l'horiſon; & ſuppoſons que FA ſoit trouuée de 90 pieds, & BG de 80: mais ſoient auſſi trouuées les diſtances CF, CG, ſçauoir CF de $67\frac{1}{2}$, & CG de 120.

Maintenant ſoit oſté BG de FA, & reſteront 10, dont le quarré eſt 100: mais de CG ſoit oſté CF, & reſteront $52\frac{1}{2}$, dont le quarré ſera $\frac{21025}{4}$, auquel ſoit adjouſté le precedent quarré 100, & viendront $\frac{21425}{4}$, dont ſoit priſe la racine quarrée, laquelle ſera preſque $53\frac{21}{74}$: & autant ſera la diſtance de A iuſques à B, ainſi qu'il appert & eſt manifeſte par les choſes cy-deuant demonſtrées.

PROP. IX.

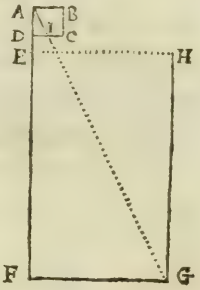
Pour meſurer les profondeurs.

D'AVTANT que les profondeurs ſont de deux ſortes, ſçauoir eſt deprimées perpendiculairement au deſſouz de l'horiſon, ou bien en pente comme ſont les valées, il faut proceder diuerſement à la meſure d'icelles.

Pour donc meſurer les profondeurs deprimées ſouz l'horiſon perpendiculairement, vous prendrez la largeur de ladite profon-

deur par la 1. propoſition : puis vous pendrez l'Aſtrolabe à ſon pied ſur le bord de ladite profondeur : puis baiſſerez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le poinct oppoſite du fond d'icelle profondeur ; & ſi les parties couppées ſont de l'vmbre droicte, vous les mettrez au premier lieu en la regle de trois, le coſté du quarré au deuxieſme : mais ſi leſdites parties couppees ſont de l'vmbre verſe, vous les mettrez au deuxieſme lieu, le coſté du quarré au premier, & au troiſieſme touſiours la largeur de ladite profondeur ; & la regle faicte, oſtez du produit la hauteur du meſureur, & reſtera la quantité de la profondeur propoſee.

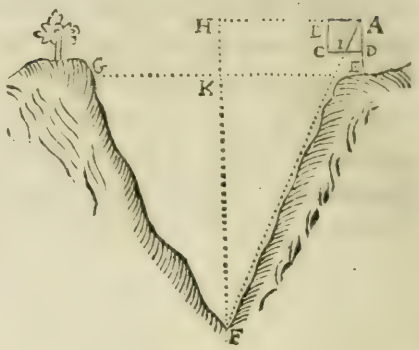
Exemple.



Soit propoſee à meſurer la profondeur EF, deprimee perpendiculairement ſouz l'horiſon. Ayant trouué pour la largeur de ladite profondeur 6 thoiſes, & que regardant le poinct G, l'alidade couppe 4 parties de l'vmbre droicte. Ie poſe 4 au premier lieu de la regle de trois, 12 au ſecond, & 6 thoiſes au troiſieſme ; & la regle faicte, viennent 18 thoiſes, dont i'oſte la hauteur du meſureur, & reſtent 17 thoiſes 2 pieds pour la profondeur EF. Dont la demonſtration eſt manifeſte.

Mais ſi ladicte profondeur propoſee eſt en pente, vous prendrez pareillement la largeur : puis ayant pendu l'Aſtrolabe à ſon pied ſur le bord de ladite profondeur, vous abbaiſſerez l'alidade iuſques à ce que vous voyez par les pinulles le milieu du fond d'icelle profondeur ; & ſi les parties couppees par l'alidade ſont de l'vmbre droicte, mettez-les au premier lieu de la regle de trois, le coſté du quarré au ſecond, & au troiſieſme la moictié de la largeur ; mais ſi leſdites parties couppees ſont de l'vmbre verſe, vous les mettrez au ſecond lieu, le coſté du quarré au premier, & au troiſieſme la moictié de la largeur, & la regle eſtant faicte, oſtez du produit la hauteur du meſureur, & reſtera la profondeur requiſe.

Exemple.



Soit propoſé à meſurer la profondeur de la valée EFG. Ayant trouué par la premiere propoſition, 8 verges pour la largeur de ladite valée, ſçauoir eſt la longueur EG, & trouué que regardant le fond F, l'alidade couppe DI de trois parties de l'vmbre droicte, que ie mets au premier lieu de la regle de trois, 12 au ſecond, & 4 qui eſt la moictié de la largeur au troiſieſme; & viennent 16 verges, dont ie ſouſtrais la hauteur du meſureur, & reſtent pour KF 15 verges & vne thoiſe. Dont la demonſtration eſt manifeſte, attendu la ſimilitude des triangles ADI, AHF.

Or nous mettrons icy fin à ce traicté, delaiſſant beaucoup d'autres belles & vtiles propoſitions; leſquelles ſe peuuent pratiquer, tant par le moyen dudit quarré Geometrique, que du cercle des degrez de hauteurs, ayant l'intelligence du compas de proportion, & leſquelles nous monſtrerons particulierement à ceux qui les deſireront ſçauoir.

F I N.

L'VSAGE
ET PRATIQVE
DES GLOBES

Par D. H. P. E. M.

A PARIS,

M. DC. XXI.

A MONSIEVR
MONSIEVR CLAPISSON,
CONSEILLER DV ROY EN LA PREVOSTE', VICOMTE', ET SIEGE Preſidial du Chaſtellet de Paris.

IL y a quelque temps qu'ayant deſcouuert que ce petit traicté de l'vſage des Globes, lequel i'ay conceu eſtant chez vous, vouloit prendre naiſſance à mon deſceu, ie couru au-deuant afin de l'en empeſcher, le iugeant indigne de la lumiere, au reſpect de pluſieurs autres traictez de meſme ſujet, & principalement de ceſtuy-là composé par Robert Huez, que i'ay cy-deuant traduict de Latin en noſtre langage François: mais voyant que pluſieurs en auoient deſia des exemplaires, & que mal-aiſement i'en pourrois empeſcher le cours; ie me ſuis reſolu de le laiſſer aller au iour. Et puis que c'eſt chez vous, MONSIEVR, *que ie fis le project & premier deſſein de ce tractié pour mon particulier ſeulement, qui puis apres a eſté reduit en ceſte forme pour auſſi ſeruir à d'autres; I'ay creu eſtre de mon deuoir le vous preſenter, à cela me conuiant encore pluſieurs obligations que ie vous ay, leſquelles ie ne puis payer qu'en papier, iuſques à ce que le tout-Puiſſant faſſe naiſtre quelque meilleure occaſion, en laquelle ie vous puiſſe monſtrer par effect que ie ſuis,*

MONSIEVR,

Voſtre tres-humble & affectionné Seruiteur,

D. HENRION.

LECONS SVR L'VSAGE DES GLOBES.

DE tous les inſtrumens Mathematiques, il n'y en a point de plus cogneuz que les Globes: Ils ont eſté fabriquez de forme ronde & Spherique, à la ſimilitude du ciel & de la terre, afin qu'en l'vn les aſtres & conſtellations Celeſtes puiſſent eſtre figurées & repreſentées ſelon leur proportion, grandeur & diſtance; & en l'autre, toute la terre auec la mer entremeſlée, & les diuerſes regions & contrées du monde. Et pour bien entendre ce qui eſt de leur vſage, il faut notter qu'en l'vn & l'autre d'iceux ſont marquez certains cercles de la Sphere, & autres choſes que nous declarerons ſuccintement, & puis apres nous viendrons à l'vſage de l'vn & l'autre Globe.

Premierement chaſque Globe a ſa baſe & ſouſtien, ſur quoy ſont dreſſées à plomb quatre colomnes ou petits pilliers d'egales hauteurs, ſur leſquels eſt poſé à niueau vn cicle annulaire parallel à ladite baſe, qu'on appelle horiſon; lequel eſt de telle largeur, que ſur la ſuperficie d'iceluy ſont ordinairement marquez les douze ſignes du zodiaque auec leurs degrez; comme auſſi le Calendrier Romain diſtingué ſelon l'ordinaire, c'eſt à dire és 12 mois & iours de l'an, auec les lettres feriales de chaſque ſepmaine: Sont auſſi marquez ſur ledit horiſon les trente-deux vents que les pilottes obſeruent auiourd'huy en leurs nauigations, & par leſquels ils ont de couſtume remarquer les endroicts, tant du ciel que des regions de la terre.

Apres faut conſiderer qu'à cet horiſon il y a deux fentes ou cranures directemẽt oppoſez, qui tiennent vn cercle d'airain à droicts angles, en ſorte qu'on le peut hauſſer & baiſſer à volonté, & ſelon qu'il en eſt de beſoin. Ce cercle, qu'on appelle Meridien, eſt diuiſé en quatre quarts, & chacun d'iceux en 90 degrez: tellement qu'il

y a en tout iceluy cercle 360 degrez, particulierement marquez & distinguez d'vn à vn.

Par deux poincts oppoſez de ce cercle Meridien paſſe vn fil de fer, qui trauerſe le Globe par le milieu, & ſur lequel ſe meut iceluy Globe: Il s'appelle axe ou eſſieu du monde; & les deux bouts d'iceluy axe en ſont les poles, dont l'vn eſt appellé le pole Artique, & l'autre le pole Antartique.

A l'vn ou l'autre bout de l'axe s'adjoinct vn petit cercle d'airain diuiſé en 24 parties egales, qui ſont pour monſtrer les 24 heures du iour, c'eſt pourquoy il eſt nommé cercle horaire: & ſur iceluy cercle eſt auſſi vn petit ſtile ou index, tellement diſpoſé à l'extremité de l'axe, qui paſſe par le centre dudit cercle horaire, que le Globe faiſant ſon tour, iceluy ſtile adhere touſiours à l'axe.

Or toutes ces choſes ſont hors de la ſuperficie du Globe, en laquelle ſont auſſi marquées pluſieurs autres choſes: car au milieu d'icelle ſuperficie eſt marqué l'equateur, egalemẽt diſtant des deux poles du monde. Il y a auſſi l'ecliptique qui entrecoupe obliquement ledit equateur aux premiers poincts de ♈ & de ♎, chacun d'iceux cercles eſtant diuiſé en 360 degrez.

De part & d'autre de l'equateur, & à 23 degrez & demy d'iceluy, ſont auſſi marquez les tropiques de Cancer & de Capricorne: comme encore les cercles Artiques & Antartiques, diſtans dudit equateur par 66 degrez & demy.

Or les quatre ſuſdits cercles mineurs diuiſent toute la ſuperficie en cinq parties, qu'on appelle communement zones, deſquelles celle compriſe & limitée par les deux tropiques, eſt vulgairemẽt nommée zone torride ou bruſlée, à raiſon que les anciens Geographes eſtimoient ceſte partie du Globe terreſtre inhabitable pour la trop grande & continuelle ardeur du Soleil: Mais celles compriſes & encloſes dedans les cercles polaires ſont appellées zones Frigides, à raiſon du grand froid qui y eſt continuellement, pour ne pouuoir receuoir les rayons du Soleil que fort obliquement. Et quant aux deux autres zones, dont l'vne eſt compriſe entre le tropique de Cancer, & le cercle Artique; & l'autre entre le tropique de Capricorne, & le cercle Antartique: elles ſont nommées zones temperées, à raiſon qu'elles ſont ſituées entre la torride & les frigides, & par conſequent participent à la chaleur de celle-là, & à la froidure de celles-cy.

Or voilà quant à ce qui concerne les choſes communes à l'vn & l'autre Globe: mais maintenant declarons ce qui eſt de particulier à chacun, & premierement au terreſtre.

Les choſes propres & particulierement marquées en la ſuperficie du Globe terreſtre.

LES Coſmographes ayant marqué ſur la ſuperficie de chaque Globe les choſes cy-deſſus ſpecifiées, ils marquent en l'vn les figures & images des aſteriſmes & conſtellations celeſtes; & en l'autre les principales parties du monde, tant terreſtre qu'aquatique; & d'icelles nous ferons icy vne ſuccinte & briefve declaration.

Eſt donc à remarquer que par la partie aquatique, les Geographes entendent la mer, les fleuues, les lacs, eſtangs, & autres choſes ſemblables; & par la terreſtre, tout ce qui manque & defaut à ceſte partie aquatique, pour la perfection & accompliſſement du Globe de la terre.

Il faut puis apres conſiderer la diſtinction & repartiment de toute la terre, laquelle eſt aſſez diuerſe: Car les plus anciens Geographes diuiſerent ſeulement la portion du monde qu'ils ſçauoiẽt eſtre habitable en deux principales parties, c'eſt aſſauoir Europe & Aſie: mais au temps de Ptolomée, icelle portion de la terre cogneuë fut diſtinguée en trois, adjouſtant aux deux precedentes parties celle ordinairement nommée Afrique, & quelquesfois Libye. Le contenu de toutes ces trois parties eſt ce qu'on appelle maintenant terre Ptolomaïque, & auſſi le vieil monde, à la difference du nouueau monde, qui depuis 100 ans a eſté deſcouuert, lequel on appelle encore Amerique, qui faict ſelon aucuns la quatrieſme partie du monde, à laquelle ils en adjouſtent vne cinquieſme, ſçauoir eſt la terre Auſtrale: tellemẽt que ſelon ceux-cy, tout le monde eſt diuiſé en cinq parties principales, & ſelon d'autres qui ſubdiuiſent l'Amerique en deux parts, il ſera diſtingué en ſix principales parties: mais Maginus diſtingue toute la face & ſuperficie du Globe terreſtre en ſept parties, tant cogneuës qu'incogneuës, les trois premieres deſquelles ſont Europe, Afrique, & Aſie: mais la quatrieſme eſt l'Amerique Septentrionale, nommée Mexique, la cinquieſme l'Amerique Auſtrale, ditte Peruanne, la ſixieſme eſt ce

qu'on appelle terre ou continent Auſtral, & la ſeptieſme eſt ceſte partie-là qui eſt enuiron le pole Boreal.

Quant à la mer, elle a auſſi eſté diſtinguée en deux principales parties, qu'on appelle Ocean & mer Mediterranée. L'Ocean eſt la grande mer, laquelle eſt ainſi nommée à raiſon de ſon ſubit & continuel mouuement, ou bien à cauſe qu'elle ceint & enuironne toute la terre; & trenchant pluſieurs coſtes de diuerſes regions & prouinces, par pluſieurs ſinueux & recourbez deſtours change de nom, prenant celuy des lieux qu'elle aborde & coſtoye: tellement qu'en vn lieu on l'appelle mer Septentrionale & glacée; en vn autre Ocean d'Eucaledonien, & Occidental: puis mer Germanique, Britanique & Françoiſe; comme auſſi mer Atlantique, d'Eſpagne, de Barbarie, & Libyenne: puis Ocean Ethiopique, mer Auſtrale, Indique & Arabique: Ailleurs on l'appelle Archipelague de ſainct Lazare, mer Orientale, Chinoiſe & Serique; puis apres mer Scitique, & Tartareſque: Tous leſquels noms & infinis autres, on attribuë à ladite mer Oceane, qui circuit & enuironne le vieil monde. Et quant au nouueau il y a peu de diuerſitez: car tout ce qui eſt de mer depuis l'equateur iuſques au pole Artique s'appelle mer del Nord, & tout ce qui eſt au delà dudit equateur, en tirant au pole Antartique, eſt nommé mer del Sud, ou mer pacifique.

Pour le regard de la mer Mediterranée, elle eſt ainſi nommée à raiſon qu'elle s'eſtend par le milieu de la terre d'Occident en Orient; & icelle, auſſi bien que l'Ocean, prend diuers noms ſelon la diuerſité des pays qu'elle voiſine & coſtoye: tellement qu'en des lieux elle eſt nommée mer Iberique, Balearique; en d'autres elle eſt ditte Gallique, & Liguſtique: ailleurs elle eſt appellée mer Tyrrheniene, Adriatique, de Candie, de Rhodes & de Cypre. Il y a encore la mer Egée, ou Archipelague; le Propontide, ou Heleſpont, qui eſt auſſi ditte Mar di Marmorà: il y a puis apres le Pont ou mer Euxine, qu'on appelle vulgairement Mar Majore: icelle eſt ſuiuie par le Palus Meotide, vulgairement appellé Mar delle Sabache: Il y a finalement la mer Caſpie, ou Hyrcanienne, qu'aucuns nomment auſſi mer de Sala, & autres de Bachu: icelle n'eſt pas viſiblement ioincte à autre mer; mais il eſt vray ſemblable qu'elle s'y ioinct par quelques conduits ſouſterrains, veu qu'eſtant aſſez petite, & grand nombre de fort groſſes riuieres s'y rendans de toutes parts, on

n'apperçoit point qu'elle croiſſe.

Et d'autant que la ſuperficie de l'vne & l'autre partie du monde n'eſt vnie, & ne s'entretient continuellement, ains que celle de la partie terreſtre eſt cauée & interrompuë en diuers endroits par pluſieurs contours de mer, tout ce qui eſt eſleué de terre au deſſus de l'eau, a eſté diſtingué par les Geographes en continent, Iſle, Peninſule, & Iſthme: voyant auſſi que la mer n'eſtoit d'egale eſtenduë par tout, ains fort grande & ſpacieuſe en vn lieu, & fort eſtroicte en d'autres; ils l'ont pareillement diſtinguée en vaſte, goulphe, & deſtroit: Toutes leſquelles choſes, tant terreſtre qu'aquatique, nous expliquerons icy, comme auſſi pluſieurs autres termes & vocables, dont on vſe ordinairement en la Geographie.

Continent, ou terre ferme, eſt vne grande eſpace de terre toute d'vn tenant ſans interruption de mer, comme ſont Europe, Aſie, Afrique, Mexique, Peruanne, & la terre Auſtrale.

Iſle, eſt vne petite ou mediocre partie de terre enuironnée d'eau de toutes parts, comme Angleterre, Irlande, Rhodes, Sicile, Corſe, Cypre, Crete, Taprobane, Iappon, Iaua, & pluſieurs autres.

Peninſule, ou preſque-Iſle, que les Grecs appellent Cherſonneſe, eſt vne petite ou moyenne eſpace & portion de terre enuironnée d'eau de toutes parts, excepté certain endroit faiſant vne poincte eſtroitte, par laquelle ceſte portion terreſtre eſt ioincte à la terre ferme: Il y en a de deux ſortes, les vnes eſtans dittes Peninſules propres, & les autres impropres. Les propres, ſont celles qui ſont ioinctes à la terre ferme par vne eſpace terreſtre, fort petit & eſtroit, comme ſont les cinq ſuiuantes. La premiere eſt ceſte Cherſonneſe là qui eſt en la mer Egée, & adherante à la terre de Thrace par le deſtroit de Galipoly nommé Heleſpont; en icelle Peninſule eſt la ville de Seſtos. La deuxieſme Peninſule eſt celle anciennement nommée Peloponneſe, & à preſent la Morée, laquelle eſt ſcituée en la mer Mediterranée; à l'entrée d'icelle eſt la ville de Corinthe. La troiſieſme eſt ditte Taurique Cherſonneſe, laquelle eſt au pont ou mer Euxine; en icelle eſt la ville de Capha, anciennement nommée Theodoſia. La quatrieſme Peninſule eſt nommée Cimbrique Cherſonneſe, laquelle eſt en la mer d'Allemagne, & faict partie du Royaume de Dannemarc; en icelle ſont les villes de Arhuſin & Alburg. Et la cinquiſme eſt ditte Aureau Cherſonneſe, laquelle

eſt en la mer Indique,& en icelle eſt la ville de Malacha.

Mais les Peninſules impropres ſont celles là auſquelles la mer delaiſſe vn trop grand & large eſpace, pour l'adjonction & entrée d'icelle à la terre ferme, comme ſont l'Eſpagne, l'Italie, la Natolie, le Iucatam, la Floride, Calliformie, & pluſieurs autres ſemblables parties que l'on pourroit mettre en ce rang.

Iſthme, eſt ceſte eſtroitte partie de terre compriſe entre deux mers, & par laquelle vne Peninſule eſt ioincte au Continent, comme l'Iſthme Corinthien, par lequel le Pelopõneſe eſt ioinct à la Grece: l'Ithme precop, par lequel on entre de la Crimée ou Tartarie precopenſes dans la Cherſonneſe Taurique, & ainſi des autres entrées aux Peninſules cy-deſſus remarquées.

Mais eſt à notter qu'il y a deux Iſthmes fort renommez, leſquels ne ſeruent point pour entrer d'vn Continent en vne Peninſule, ains en vn autre Continent: L'vn d'iceux Iſthme eſt l'Arabique, ou de Damiette, lequel eſt entre le fonds de la mer rouge, & la mer Mediterranée appellée en cet endroit mer d'Egypte: Par iceluy le Continent d'Afrique eſt ioinct à celuy d'Aſie, l'autre Iſthme eſt celuy de nombre de Dios, qui ioinct l'Amerique Mexicane à la Peruane.

Quelqu'vns veulent encore ranger au nombre des Iſthmes l'eſpace terreſtre, qui eſt entre la mer Pontique & la mer Caſpie, & l'appellent le grand Iſthme, à cauſe qu'il eſt plus grand & large qu'aucun autre.

Or voilà les 4 parties eſquelles nous auons dit eſtre diuiſé tout ce qui eſt eſleué de terre au deſſus de l'eau: mais à preſent voyons ce qui eſt de la diſtinction de la mer, & comme on peut auſſi remarquer en icelle quatre parties correſpondantes aux quatre de la terre cy-deſſus expliquées. Premierement donc, la mer vaſte & deſcouuerte eſt tout le lieu de l'Ocean, qui n'eſt par trop contrainct & ſerré entre deux terres, ains eſt eſtendu de toutes parts ſans aucun empeſchement: & comparant ceſte eſpace maritime aux autres parties de la mer, elle ſera à leur eſgard ce que la partie terreſtre que nous auons appellée Continent, eſt au regard des autres parties de la terre: tellement que ce grand Ocean ſera la partie de mer correſpondante au Continent de la terre.

Sinus, ou Golphe, eſt vne partie de mer laquelle entre dans la

terre, en meſme façon qu'vne Peninſule entre dedans la mer: tellement qu'icelle partie maritime eſt toute enuironnée de terre, excepté vne eſtroitte eſpace par laquelle on entre de la grand mer audit Sein, ou au contraire: ainſi ceſte partie de mer correſpond à la partie de terre appellée Peninſule: & tout ainſi qu'il y a des Peninſules propres & impropres, auſſi ſemblablement y a-il des Golphes propres, & des impropres. Entre les propres ſe conſiderent principalement le grand Sein Mediterranée, dans lequel il y en a pluſieurs autres; le Sinus Arabique, ou mer rouge, qui eſt auſſi appellé mer Erithrée, & mer Suph; le ſein Perſique, ou de Meſſendin, autrement nommé mer Elcatif; & le Sinus Baltic, ou Godan, dans lequel il y en a pluſieurs autres.

Mais entre les ſeins impropres (ainſi dits à cauſe que leur entrée dans la terre eſt par trop large) ſe remarquent principalement le ſinus Gangetique, autrement dit Golphe de Bengala: puis apres celuy dit Sinus Magnus, ou grand Sein; le Sinus Granduicus, ou mer blanche, le ſein de Mexique, le ſein Calliformien, autrement appellée mer Vermeille; & le Sinus de S. Laurens.

Deſtroit, eſt vn lieu en la mer qui eſt fort eſtroit, & comme preſſé par deux riuages ou bords de terre, qui cauſent que la mer n'a ſon cours en cet endroict ſi libre qu'ailleurs: ceſte partie de mer correſpond à celle de la terre nommée Iſthme. Or il y a de diuerſes ſortes de deſtroits: car les vns ſeruent d'entrées, & ſorties aux ſeins ou Golphes; comme le deſtroit de Gibraltar ou de Gades, par lequel on entre de la mer Oceane en la mer, ou ſein Mediterranée; le deſtroit de Babelmondel, par lequel on entre de la mer Auſtrale dedans le Sinus Arabique: le deſtroit d'Ormus ou de Batzore, par lequel on entre de la mer Arabique ou Indique dans le ſein Perſique; & le deſtroit de Dannemarc, par lequel on entre dans le ſinus Baltic. D'autres deſtroits ſeruent pour paſſer d'vne mer en l'autre, comme le deſtroit de Vveigats en la mer Petzore, autrement nommé deſtroit de Naſſau, qui eſt entre la Moſcouie & la nouuelle Zemle; le deſtroit de Danien, qui eſt entre la Mexique & la partie Septentrionale d'Aſie, nommée Scithie & Tartarie; le deſtroit de Dauis, qui eſt entre la nouuelle France & l'iſle de Groenlande; le deſtroit de Magellan, vers la partie Auſtrale de la Peruane. Il y a encore d'autres petits deſtroits qu'on appelle Boſphore, dont y en a

y en a deux fort renommez, l'vn qu'on appelle deſtroit de Conſtantinople, ou Boſphore Tracien, par lequel on entre du Propontide ou mer de Marmora dedans la mer Euxine; & l'autre eſt appellé Boſphore Cimerien, par lequel on entre de la mer Euxine dans le palus Meotide. Il y a auſſi le deſtroit de Gallipoli appellé Heleſpōt, & par les Turcs bras de S. Georges, par lequel on entre dans le Propontide, & puis le deſtroit de Patrice, par lequel on entre de la mer Ionique dans le golphe de Lepante.

Quant à la partie de mer correſpondante à la partie de terre appellé Iſle, il n'y a que la mer Caſpie, laquelle eſt rangée par aucuns auec les lacs, & par d'autres auec les ſeins.

Ces choſes eſtans ainſi expliquées, voyons maintenant en general ce qui eſt des ſept principales parties de la terre, & premierement,

De l'Europe.

Les Geographes ne ſont totalement d'accord des bornes de ceſte partie du monde: mais ſans nous arreſter aux diuerſes opinions, nous dirons que vers l'Orient, par où l'Europe eſt adjaçante à l'Aſie, il y a pour termes & limites la mer Egée, le Propontide, le Boſphore de Trace, le pont Euxin, le Boſphore Cimerien, & le Palus meotide: puis le fleuue Tanay, vulgairement appellé Don, & vne ligne droicte tirée des ſources & fontaines d'iceluy fleuue iuſques au havre S. Nicolas, qui eſt au ſein Granduic: du coſté de Midy elle eſt bornée par vne partie de la mer Mediterranée, & par le deſtroit de Gibraltar, qui la ſeparent d'Afrique; vers Occident elle eſt terminée par le grand Ocean, & vers le Septentrion il y a l'Ocean Hyperborée, & la mer glaciale.

Quant à la ſituation de l'Europe au reſpect du ciel, elle tombe entre les 36 & 63 degrez de latitude, outre laquelle latitude de 63 degrez, iceluy Ptolomée ne cognoiſſant aucune choſe il ne la eſtenduë plus loing. Mais comme dit quelqu'vn, pluſieurs terres ayans eſté deſcouuertes de noſtre temps vers le Septentrion, noſtre Europe en eſt accreuë iuſques à 72 degrez de latitude boreale: tellement que ſelon les plus modernes Geographes, les parties plus Meridionales du continent d'Europe ſont le mont Calpe au deſtroit de Gi-

braltar, & le cap Tenaria en la Morée, eſquels lieux le plus grand iour artificiel de l'année eſt d'enuiron 14 heures 20 minuttes: mais les bornes plus Septentrionales ſeront au 71 degré 30 minuttes, où eſt ſitué le dernier cap & promontoir de Scandie vers le Nord, à preſent nommé Vvardhuis, auquel lieu le plus long iour artificiel eſt d'enuiron 2 mois 22 iours & 7 heures: Mais ſelon les Meridiens, icelle Europe eſt ſituée entre les 2 & 73 degrez de longitude, à le prendre depuis le cap S. Vincent iuſques à la plus grande courbeure & ſinuoſité du fleuue Tanay; ou bien entre les 2 & 67 degrez de longitudes, qui voudra prendre ladite longueur depuis iceluy cap S. Vincent iuſques à l'emboucheure dudit fleuue, comme veulent aucuns: mais d'autres la poſent ſeulement entre ledit cap, & le dernier promontoir de la Morée dit Malea, quoy faiſant elle ne s'eſtendroit pas d'Occident en Orient par 49 degrez, ſelon les longitudes que Ptolomée attribuë auſdits lieux. Quoy que c'en ſoit, il demeure pour conſtant qu'elle eſt toute dans la zone temperée Septentrionale, excepté les parties plus boreales de Scandie, qui ſont dedans la zone Frigide: parquoy ces extremitez-là ſont fort froides, qui faict qu'elles ſont mal-aiſément cultiuées: mais au reſte depuis 60 degrez de latitude en tirant vers l'equateur, l'air y eſt bon & fort temperé, ce qui eſt cauſe que ſon terrouër eſt merueilleuſemẽt fertile & abondant en toutes ſortes de grains, fruicts, vins & arbres: tellement qu'on peut comparer l'Europe aux meilleures contrées du monde, ſoit qu'on conſidere la grande abondance des choſes delectables qu'elle produit, outre toutes celles neceſſaires à la vie de l'homme, ſoit qu'on regarde à la multitude de peuples, au nombre des belles villes, chaſteaux, bourgs & villages dont elle eſt remplie: comme auſſi à la ſubtilité d'eſprit, & dexterité de corps de ſes habitans.

Or s'il y a grande diuerſité entre les autheurs, touchant le ſit & poſition de l'Europe au regard du ciel, il n'y en a pas moins en la determination de la quantité de ſa longueur & largeur: car il y en a qui luy attribuent 3300 milliers Italiques en longueur: d'autres prenant icelle longueur depuis le deſtroit de Gibraltar iuſques au fleuue Tanay, luy donnent 750 lieuës d'Allemagne, ou 1500 de France: Il y a encores quelqu'vns qui prennent ladite longueur depuis Lisbone iuſques à Conſtantinople, & la poſent de 1200 lieuës

Françoiſes. Et quant à la largeur d'icelle, aucuns diſent qu'il n'y a guere d'endroit plus large de 450 lieuës Françoiſes, ſinon qu'on prenne ladite largeur d'Europe enuiron le milieu d'icelle, tirant de l'Italie en Dannemarch. Et quelques autres prenant ladite largeur depuis l'Iſle de Sicile iuſques au bout & extremité des regions Septenttionales, luy attribuent 1200 lieuës Françoiſes.

Les regions & parties principales de ce Continent d'Europe, ſont Eſpagne, France, Pays-bas, Allemagne, Italie, Hongrie, Tranſiluanie, Dalmatie, Grece, Pologne, Lituanie, Moſcouie, Roxolanie, Danie, Suede, & Noruegue: Ses Iſles en la mer Oceane ſont Angleterre, auec Eſcoſſe, Irlande, Iſlande, Friſlande, Hetlande, & Engrouelande, & pluſieurs autres adjaçantes à icelles: il y en a auſſi pluſieurs en la mer Mediterranée qui luy ſont attribuées, comme les Baleares Maiorque & Minorque, Corſe, Sardaigne, Sicile, Malte, Corcyre, Cephalene, Zacinthe, Crete, Metelin, Eubœe, Lesbe, & pluſieurs autres petites Iſles en la mer Egée: de chacune deſquelles regions, & Iſles cy-deſſus declaréés, on peut voir la deſcription dans Ptolomé, Ortelius, Mercator, & autres autheurs.

L'Europe eſt lauée & arrouſée d'infinis fleuues, dont les principaux ſont le Danube, le Rhein, la Garonne, la Seine, le Rhoſne, Loyre, Leſcault, le Tybre, le Po, Guadalqueuir, Ana, Ebro, Tanay, & Boriſthenes.

Il y a auſſi en Europe pluſieurs monts & montagnes, entre leſquelles ſont conſiderables les Alpes & Pyrenées, qui blanchiſſent de neges en tout temps & ſaiſons.

De l'Afrique.

Les bornes & limites de ceſte partie Afriquaine, ne ſont les meſmes en tous autheurs; mais il ſemble qu'on doiue ſuiure ceux qui veulent que du coſté d'Orient elle ſoit ſeparée de l'Aſie par la mer rouge, ou ſinus Arabique, & par l'Iſthme qui eſt entre iceluy ſinus & la mer d'Egypte: vers le Midy elle eſt terminée par la mer Ethiopique: du coſté d'Occident, par la mer Atlantique; & vers Septentrion, par la mer Mediterranée, & deſtroit de Gibraltar.

L'Afrique eſt couppée de l'equateur preſque par le milieu, & s'eſtend de part & d'autre d'iceluy iuſques enuiron 35 degrez de la-

titude: tellement qu'enuiron chaque extremité d'icelle region Afriquaine, le plus long iour artificiel ſera preſque de 14 heures 25 minuttes. Selon la longitude, Maginus veut qu'elle ſoit ſituée entre le Meridien tiré par 4 degrez, & celuy qui paſſe par 82 degrez de longitude: mais Mercator l'eſtend dauantage, car il la termine vers Occident au deuxieſme degré de longitude, & vers Orient à 85 degrez: quelques autres la reſſerrant par trop, la conſtituent entre les 10 & 80 degrez de longitude.

Il appert donc qu'Afrique occupe non ſeulemẽt toute la largeur de la Zone Torride, mais auſſi qu'elle anticipe enuiron 10 degrez & demy dans chacune des zones temperées: c'eſt pourquoy la plus part d'icelle region eſt grandemẽt vexëe & tourmentée par la chaleur du Soleil, qui rend ſon terroüer tellement ſec & aride en des contrées ſablonneuſes, qu'elles demeurent totalement deſertes, iuſques-là que les voyagers ſont quelquesfois contraincts de porter des viures quant & eux pour l'eſpace de ſept ou huict iournées de chemin, voire meſme de l'eau, tant le pays eſt deſert, ſec & aride.

Quant à la grandeur d'Afrique, on eſtime qu'elle excede le double d'Europe, iaçoit qu'à peine elle comprenne la moictié des habitans d'icelle. Selon la longitude d'Orient en Occident, l'Afrique eſt bien plus courte & eſtroitte en d'aucuns lieux que l'Europe; mais ſelon les latitudes, elle s'eſtend tellement vers Midy, que ſa largeur eſt enuiron double de celle de l'Europe: car à le prendre depuis l'extremité & poincte plus Auſtrale d'icelle, qui eſt le Cap de bonne eſperance, iuſques aux lieux les plus aduancez en la partie Septentrionale, on y compte 70 degrez, qui font 2100 lieuës Françoiſes, & le continent d'Europe n'en a pas 1100.

L'Afrique a eſté diuerſement diuiſée par les anciens: car les Romains diuiſerent ce qu'ils en cognoiſſoient en 6 prouinces, qui eſtoient la Proconſulaire en laquelle eſt Carthage, Numidie conſulaire, Bizachie, Tripolitaine conſulaire, Mauritanie Ceſariene, & Mauritanie Sitiphenſe: & Ptolomée a diuiſé ce qui eſtoit cogneu de ſon temps en 12 regions, qui ſont Mauritanie Tingitane, Mauritanie Ceſarienne, Numidie, Afrique propre, Cyrenaique, Marmarique, Libye propre, Egypte ſuperieure, Egypte inferieure, Libye interieure, Ethiopie ſouz l'Egypte, & l'Ethiopie interieure: mais à preſent on la diuiſe ordinairement en ſix principales parties, qu'on

appelle Barbarie, Numidie, Libye, le pays des Negres, Ethiopie, & Egypte; chacune deſquelles parties ſont ſubdiuiſées en pluſieurs Royaumes & Prouinces, ainſi que on peut voir dans Ortelius, Atlas, Magin, & autres Geographes qui ont faict la deſcription particuliere d'icelles.

Es enuirons d'Afrique ſont eſparſes pluſieurs Iſles, dont les principales ſont celles-cy; l'Iſle de Port-Sainct, Madere, les Canaries, & celles-là du Cap-verd, qui ſont toutes ſituées en l'Ocean Atlantique: mais il y a auſſi en l'Ocean Ethiopique l'Iſle du Prince, & celle de S. Thomas: puis au delà du Cap de bonne eſperance au ſinus Barbarique, ſont encore pluſieurs autres Iſles toutes deſertes & inhabitées, fors celle de ſainct Laurens, qu'on appelle Madagaſcar, & plus auant, vis à vis du Cap & Promontoire de Guardafu, que Ptolomée appelle Aromata, eſt encore ſituée l'Iſle Zocotara, autremẽt appellée Dioſcuriada.

Il y a auſſi pluſieurs fleuues & lacs, entre leſquels il y en a vn fort grand nommé Zaire vers Septentrion, & Zembre vers Midy: mais les principaux fleuues ſont le Nil, Niger, Senega, Hambra, Zaire, Cuama, & le fleuue du ſainct Eſprit, tous leſquels arrouſent merueilleuſement, & font fructifier les terres ſur leſquelles ils paſſent.

Il y a finalement en Afrique pluſieurs tres-hautes montagnes, la principale deſquelles eſt Atlas, lequel ſorty du milieu d'vne grande ſablõniere, eſleue ſi haut ſes affreux coſtaux, & teſtes entrecouppées, que les ſommets ne s'en peuuent apperceuoir: ceux du pays l'appellent colomne du ciel; il commence dés l'Ocean, où il donne nom à la mer Atlantique, d'où ſe coulant en maſſe, continué par diuers & recourbez deſtours, s'eſtend en fin vers l'Orient iuſques aux liſieres d'Egypte. La Sierra Leona eſt auſſi vn tres-haut mont, le coupeau duquel eſt touſiours caché par continuels nuages; & d'iceluy ſortent de ſi effroyables bruits & tempeſtes, qu'on les entend de bien auant en met, qui eſt l'occaſion pourquoy on a nommé ceſte montagne la Roche de Lyon. Il y a encore les monts de la Lune, que les anciens ont mis au deſſouz du Tropique de Capricorne, quoy que tres-hauts, ſont neantmoins habitez par certains peuples farouches; pres d'iceux monts ſe voyent des valons ſi profonds, qu'ils ſemblent aller iuſques au centre de la terre.

De l'Aſie.

L'Aſie eſt bornée vers Orient par l'Ocean Serique & Oriental, de la mer rouge & Indique vers Midy, & du coſté de Septentrion elle eſt bornée par la mer congelée ou hyperborée: mais vers Occident, elle a les termes & limites Orientales d'Afrique, & Europe; ſçauoir eſt le ſinus Arabique, l'Iſthme de Damiette, partie de la mer Mediterranée, la mer Egée, le pont Euxin, le palus Meotide, le fleuue Tanay, & la ligne droicte tirée de la ſource d'iceluy fleuue iuſques au havre S. Nicolas en la mer blanche.

Le continent d'Aſie s'eſtend preſque depuis l'equateur iuſques à 80 degrez de latitude boreale; d'où aduient vne grande diuerſité en la longueur des iours artificiels par tout ce continent: car ſa partie plus Auſtrale n'eſt fort loing de l'equateur, eſtant par l'extreme & derniere coſte du Royaume de Malaca, où le plus long iour artificiel de l'année eſt peu plus de 12 heures: mais enuiron le milieu d'iceluy continent Aſiatique, le plus grand iour artificiel eſt preſque de 15 heures; & en la partie la plus boreale d'iceluy, il y a en Eſté vne lumiere & iour continuel pendant plus de quatre mois. Mais ſelon la longitude, aucuns l'eſtendent depuis le Meridien tiré par le 52 deg. iuſques à celuy du 196: d'autres, entre leſquels eſt Mercator, font paſſer ſon Meridien plus Occidental par le 57 degré, & le plus Oriental par le 178.

Il appert donc que ceſte troiſieſme partie du vieil monde n'eſt moindre que les deux autres parties ioinctes enſemble, ſçauoir Europe & Afrique: que l'air y eſt fort doux, & bien temperé en des endroicts, mais tres-rude & rigoureux ailleurs; d'vn coſté pour l'exceſſiue & inſuportable froidure, & de l'autre pour la trop grande chaleur.

Les Monarchies des Perſes, Medes, Aſſiriens & Babiloniens, ont grandement illuſtré l'Aſie; & la ſaincte Eſcriture faict ſouuent mention d'icelle, veu que la plus grand part de ce qui eſt traicté au vieil & nouueau Teſtament eſt aduenu en Aſie: La bonté & fertilité de ſon terrouër ayde auſſi fort à ſa renommée: car outre infinies choſes delectables qu'elle produit pour les plaiſirs & delices de ſes habitans, il leur donne en abondance toutes celles neceſſaires pour la vie humaine: & de là ſe tranſportent aux pays eſtrangers

quantite d'odeurs, eſpiceries, meſtaux, perles, & pierres precieuſes: tellement que de ceſte contrée on nous apporte bauſme, canelle, poiure, encens, myrrhe, caſſe, reſine, muſc, bois de ſenteur, cinamome, cariophile, & perles Orientales.

Ptolomée a diuiſé l'Aſie en 47 regions & prouinces, appellées le Pont & Bithinie, qui eſt proprement ditte Aſie, la grande Phrigie, la Lycie, la Galatie, la Paphlagonie, la Pamphilie, la Capadoce, l'Armenie mineure, la Cilicie, la Sarmatie d'Aſie, la Colchide, l'Iberie, l'Albanie, l'Armenie maieure, l'Iſle de Cypre, la Syrie caue, la Phenice, la Paleſtine de Iudée, l'Arrabie pierreuſe, la Meſopotamie, l'Arabie deſerte, le pays de Babylone, l'Aſſyrie, la Suſyane, la Melade, Perſe, la Parthe, la Carmanie deſerte, l'autre Carmanie, l'Arabie heureuſe, l'Hyrcanie, la Margiane, la Bactiane, la Sogdiane, le pays des Sacques, la Scythie deçà le mont Imaus, la Scythie delà le mont Imaus, la Serique, Atia, Paropamiſus, la Drangiane, l'Arachoſie, la Gedroſie, l'Inde deçà le Gange, l'Inde delà le Gange, la region des Sines, & l'Iſle de la Taprobane, auec toutes les autres qui ſont és enuirons d'icelle.

Mais ceſte diſtinction Ptolomaique d'Aſie n'a eſté ſuiuie par les anciens ny modernes Geographes; les vns l'ayant diuiſée en 9 parties, les autres en 5, & quelqu'vns en 7; ceſte-cy ſemble eſtre la plus conuenable & commode, c'eſt pourquoy nous la ſuiurons.

La premiere partie d'Aſie ſera donc ce qui eſt contigu à l'Europe, & qui obeyt au grand Duc de Moſcouie, dont les bornes & limites ſont la mer glaciale, le fleuue Oby, le lac Kiraia, & la ligne tirée delà iuſques à la mer Caſpie, & l'Iſthme d'entre ceſte mer & le pont Euxin.

La ſeconde partie eſt ce qui obeyt au grand Cham Empereur des Tartares, dont les bornes vers le Midy ſont la mer Caſpie, le fleuue Iaxartes, & le mont Imaus; vers l'Orient, & le Septentrion, la mer Oceane; & à l'Occident, le Duché de Moſcouie.

La troiſieſme partie eſt ce que les Turcs occupent en icelle Aſie, ſçauoir eſt ce qui eſt ſitué entre le pont Euxin, la mer Egée & Mediterranée, Egypte, les ſinus Arabique, & Perſique, le fleuue Tigris, la mer Caſpie, & l'Iſthme qui eſt entre ceſte mer & le pont Euxin: ſont icy compris la Natolie, la Paleſtine, l'Iſle de Cypre, & pluſieurs autres regions.

La quatrieſme partie d'Aſie eſt ce que tient le Sophy Roy des Perſes, qui a vers l'Occident le Turc ; au Septentrion le Tartare ; au Midy la mer rouge, & à l'Orient le fleuue Indus.

La cinquieſme partie contient toutes les Indes Orientales, c'eſt à dire l'Indie tant deçà que delà le Gange, laquelle n'eſt commandée par vn ſeul comme les autres parties, ains ſont gouuernées par pluſieurs Roys.

La ſixieſme partie contient le grand Royaume de la Chine.

La ſeptieſme comprend toutes les Iſles eſparces çà & là en l'Ocean Indique & Oriental, entre leſquelles ſont principalement à conſiderer la Taprobane, Zeilam, Borneo, Celebes, la grande & petite Iaua, Gilolo, les Moluques, Ambon, Bandam, Tidor, les Philippines proprement dittes, Palohan, le Iappon, & Lequio.

Il y a de tres-grands fleuues en Aſie, dont les plus fameux & renommez ſont le Tigre, Euphrate, le Iourdain, Inde & Gange.

Il y a auſſi pluſieurs montagnes, la plus-part deſquelles viennent du mont Taurus, lequel ſortant des coſtes de la mer Orientale trauerſe toute l'Aſie, prenant diuers noms : car és Indes on l'appelle Imaus, & vn peu plus auant Emodus, puis Paropomiſus ; & de là en auant Circius, Chamdales, Pharphariades, Chroates, Oreges, Oroandes, Niphates, & finalement Taurus : toutesfois és lieux où il eſt le plus haut & eſleué, on l'appelle Caucaſſus ; & où il ſe fourche & eſtend en diuers endroicts, on le nomme Sparpedon, Coraceſius, & Cragus, puis eſt derechef nommé Taurus : & és endroicts où il s'ouure & eſlargit, comme voulant donner paſſage au monde, ces ouuertures ſont appellées pyles & portes, ſurnommées du lieu de l'ouuerture, comme les portes d'Armenie, de Caſpie, & de Cilicie, qui ſont les trois endroicts où ledit mont s'ouure & eſlargit.

De l'Amerique Mexicane.

L'AMERIQVE, laquelle s'eſtend du Midy au Septentrion en forme de deux grandes Peninſules, conioinctes par vn fort petit Iſthme, a eſté incogneuë à nos deuanciers iuſques à l'année 1492, qu'elle fut deſcouuerte par vn nommé Chriſtophle Colomb Geneuois, qui la nomma Indie Occidentale : mais apres ceſte premiere

miere deſcouuerte, Americ Veſpuce Florentin en accreuſt tellement la cognoiſſance, que toute ceſte contrée & nouueau monde, a eſté nommé de ſon nom; & puis apres ayant eſté diuiſé en deux parties, chacune d'icelles auroit eſté ſurnommée de la partie du monde vers laquelle elle s'eſtend le plus, de ſorte que la partie d'iceluy nouueau monde, qui tire de l'equateur vers Septentrion ou pole Artique, a eſté appellée Amerique Septentrionale; & celle qui s'eſtend vers Midy, Amerique Auſtrale: laquelle eſt encore nommée Peruane, à raiſon de la tres-riche region du Peru qui eſt en icelle; & ſemblablement l'Amerique Septentrionale s'appelle auſſi Mexicane, prenant ce nom de la plus noble & puiſſante cité d'icelle partie, qui eſt Mexico, autrement ditte Temiſtitan.

L'Amerique Mexicane a pour fins & limites vers Orient la mer Oceane, vulgairement appellée del Nord, où ſe voyent pluſieurs Iſles Septentrionales de l'Europe; à l'Occident, elle ſeſtend vers le Royaume de la Chine, l'Iſle Iappon, & les limites Orientales de la Tartarie, dont elle eſt ſeparée par le grand Ocean; au Midy elle eſt tellement preſſée par les mers del Zur & del Nord qu'il n'y reſte qu'vn petit Iſthme, par lequel elle eſt ioincte à la Peruane, auquel ſont Panama, & nombre de Dios; & vers Septentrion ces bornes ſont incertaines, la partie la plus boreale d'icelle Mexicane eſtant encore incogneuë; toutesfois les narrations de Martin Frohisber & Iean Dauis, ſemblent teſmoigner qu'elle ſoit terminée par la mer Glaciale.

Les plus expers Pilottes, rapportent que la partie Occidentale de ce continent Mexicain, eſt diſtant des frontieres de Tartarie ſeulement de 250 milles, mais qu'elle eſt eſloignée de l'Iſle du Iappon par 750 milles, & de la Chine par 1100, ſemblablement que la nauigation faicte en circuiſant toutes les parties cogneuës de ladite Mexicane eſt d'enuiron 16000. Quelqu'vns prennent ſa largeur depuis 8 degrez de latitude Boreale iuſques à 60 degrez, & d'autres l'eſtendent iuſques à 67 degrez, par delà laquelle latitude la terre eſt encore incogneuë: mais ſelon les longitudes, ladite Amerique Septentrionale s'eſtēd depuis enuiron 190 degrez iuſques à 348, & ce à l'endroit où elle s'eſlargit le plus, car delà en tirant vers l'equateur elle s'eſtreſſit continuellement. Ce continent Mexicain, qu'aucuns prennent pour Peninſule, comprend donc toute la largeur de

la Zone temperée Septentrionale, & en outre preſque vn quart de la Zone Torride. A l'extremité plus Auſtrale d'iceluy continent, le plus grand iour artificiel de l'année eſt d'enuiron 12 heures 28 minuttes: mais aux limites & frontieres de la terre cogneuë vers Septentrion, qui ſont enuiron ſouz le cercle Artique, le plus long iour artificiel eſt de 24 heures; & en la ville de Mexique, qui eſt la principale de toute ceſte region, le plus grand iour artificiel eſt preſque de 13 heures vn quart.

Ce continent Mexiquain eſt diuiſé en 10 principales regions & prouinces appellées Quiuira, nouuelle Eſpagne, Nicaragua, Iucatan, Floride, Apalchen, Norumbega, nouuelle France, terre du Laboureur, & Eſtotilant.

A l'Orient, & proche de la terre ferme du nouueau monde, c'eſt à ſçauoir en la mer del Nord, ſont pluſieurs Iſles, dont les principales ſont nommées Cuba, Eſpagnole, Iamaique, de ſainct Iean, & Marguerite, partie deſquelles ſont attribuées par aucuns au continent du Peru; mais d'autres les rangent toutes cinq auec le continent Mexiquain.

De l'Amerique Peruane.

L'AMERIQVE Peruane, ou continent Meridional du nouueau eſt preſque de forme Pyramidale, prenant la baſe vers le Nord, pres de l'Iſthme, par lequel iceluy continent eſt ioinct à l'Amerique Septentrionale, mais la poincte & ſommet au deſtroit de Magelan vers le Midy, & pole Antartique: car depuis l'eſtenduë de ſaincte Marthe iuſques au cap S. Auguſtin, iceluy continent ſe reſſerre & eſtreſſit peu à peu iuſques au deſtroit de Magelan, eſtant preſſé à l'Orient par la mer del Nord, & à l'Occident par la mer pacifique; & par ainſi ladite Amerique Meridionale eſt de toutes parts enuironnée de l'Ocean, excepté par l'Iſthme du nombre de Dios.

La largeur d'icelle Amerique Meridionale eſt compriſe entre ſaincte Marthe, qui eſt ſon dernier cap vers le Nord, ayant 12 degrez de latitude Septentrionale, & le deſtroit de Magelan, qui eſt à 52 degrez 30 minuttes de latitude Auſtrale; & par ainſi toute la largeur d'icelle Peruane, à la prendre ſelon ſa plus grande eſtenduë, eſt

de 64 degrez 30 minuttes. Et quant à ſa longueur, on luy donne ſeulement 53 degrez à la prendre ſelon le Meridien du cap de ſainct Auguſtin, qui eſt l'endroit où iceluy Continent s'eſtend le plus d'Orient en Occident: Neantmoins ledit cap ſainct Auguſtin eſt plus Oriental que le cap ſaincte Marie d'enuiron 67 degrez, car celuy-cy n'a qu'enuiron 282 degrez de longitude, & ceſtuy-là en a preſque 349. Pour le regard du tour & circuit d'iceluy Continent, les mariniers & pilottes luy attribuent ordinairemẽt 16000 milles: mais les Eſpagnols eſtiment que le circuit dudit Continent, depuis nombre de Dios par le deſtroit de Magelan iuſques à Panama, eſt de 4065 lieuës: Ils donnent auſſi 1000 lieuës à la largeur de ladite Amerique Peruane, & 1200 lieuës à ſa longueur. Quoy que c'en ſoit, il appert aſſez que ledit Continent occuppe plus des trois quarts de la largeur de la Zone Torride, & preſque encore 29 degrez de la zone temperée Meridionale: & puis auſſi que le plus grand iour artificiel de l'année és lieux plus Septẽtrionaux d'iceluy Continent, ſera d'enuiron 12 heures 42 minuttes, mais de 16 heures 36 minuttes és lieux plus Auſtraux: & finalement qu'eſtant midy és lieux les plus Orientaux, il ne ſera guere plus de ſept heures & demie és lieux les plus Occidentaux de ladite Amerique Meridionale: tellement que les habitans de ces lieux-là ayant le Soleil leuant, ceux des plus Occidentaux auront encore quatre heures & demie de nuict; & ceux-cy ayant le Soleil couchant, ceux-là auront deſia paſſé quatre heures & demie de nuict.

Or combien que l'Amerique Meridionale contienne grand nombre de tres-riches prouinces & regions, neantmoins on ne la diuiſe ordinairement qu'en 5 principales, qu'on appelle Caſtille d'or, Popaian, Peru, Chile, & le Braſil.

Il y a pluſieurs fleuues & riuieres en ceſte Amerique; mais ſur toutes il y en a deux tres-remarquables en la partie Orientale; l'vne deſquelles les Indiens appellent *Parauaguacu*, c'eſt à dire grande eau ou riuiere de mer, à cauſe qu'elle eſt fort large, ayant plus de 35 lieuës à ſon emboucheure, qui eſt en la mer Auſtrale à 33 degrez de latitude Auſtrale, & contient pluſieurs Iſles: On y trouue des pierres fines, force perles, & grande quantité d'argent; c'eſt pourquoy on l'appelle vulgairement *Rio de la plata*, c'eſt à dire riuiere d'argent:

l'autre eſt appeée riuiere de *Maragnon*, & par quelqu'vn fleuue des *Amazones*; en icelle il y a grand nombre d'Iſles fort peuplées, on y trouue de l'or, & de fort grandes eſmeraudes: on eſtime que ceſte riuiere eſt la plus grande, non ſeulement des Indes, mais auſſi de tout le monde: car elle faict par ſes tours & deſtours plus de 1500 lieuës, & a de trois à quatre lieuës en largeur, voire meſme quelqu'vns diſent qu'à ſon emboucheure, qui eſt en la mer del Nord à 3 degrez de latitude Auſtrale, elle a bien 70 lieuës, qui eſt cauſe qu'aucuns l'appellent mer douce.

Il y a auſſi en l'Amerique Meridionale pluſieurs hauts monts & montagnes, qui neantmoins ſemblent tous prouenir & prendre racine d'vne tres-grande qu'on appelle *la cordillere des Andes*, laquelle commençant au deſtroit de Magelan trauerſe toute ceſte Amerique, & s'en va rendre & finir entre Panama & nombre de Dios: tellement que ceſte montagne s'eſtend par plus de 2000 lieuës.

De la terre Auſtrale.

PAR la terre Auſtrale, on entend tout ce qu'il y a de terre ferme par delà l'Ocean Auſtral, & la mer pacifique, iuſques au pole Antartique: icelle terre Auſtrale contient deux parties principales, l'vne deſquelles eſt nommée Marc Pauline, & l'autre terre Magellanique, chacune retenant le nom de ſon premier deſcouureur.

Or il y a en iceluy Continent, ou terre Auſtrale, le Royaume de Pſitac; la prouince de Beac, qui eſt fort fertile en or; le Royaume de Lucach, celuy de Maletur, & pluſieurs autres regions qui nous ſont incogneuës.

Quelqu'vns veulent que la region ditte nouuelle Guinée ſoit iointe à ce Continent, ou terre ferme Auſtrale, mais elle eſt encore ſi peu cogneuë qu'on n'en peut rien dire de certain; toutesfois il y a plus d'apparence, & eſt plus vray ſemblable qu'elle en ſoit diſtincte & ſeparée. Or quoy que c'en ſoit, ceſte region eſt fort grande, mais iuſques à ce qu'elle ſoit plus cogneuë & frequentée, on ne peut certainement eſcrire aucune choſe des principales prouinces d'icelle, non plus que de celles qui ſont au Continent Auſtral, ny de pluſieurs Iſles adjaçantes à iceluy, comme la grande & petite *Iaua*, poſées vis à vis de la Chine au deſſouz du grand Archipela-

gue ſainct Lazare, *Creſſalina* en la mer Magellanique, dans le Golphe ſainct Sebaſtien; *di Calù*, & vn nombre preſque infiny d'autres petites Iſles qui ſont au petit Archipelague, en la mer pacifique.

Des terres Artiques.

LA ſeptieſme & derniere partie du monde eſt celle qui eſt enuiron le pole Artique, laquelle eſt la moindre de toutes, & preſque incogneuë: quelques autheurs parlant d'icelle, diſent ſeulement que ſouz iceluy pole il y a vne fort haute roche noire, ayant 33 lieuës de circuit, à l'entour de laquelle ſont quatre Iſles, entre leſquelles l'Ocean ſe iettant par dixneuf bouches & entrées fait quatre Euripes, par leſquels il eſt continuellemſtnt porté enuiron le Septentrion, auquel lieu il eſt abſorbé & englouty és entrailles de la terre. Celuy-là de ces Euripes, que l'Ocean Scytique faict à cinq bouches & entrées, & dit-on qu'il coule auec telle viſteſſe & rapidité qu'il ne gele iamais: mais celuy-là qui eſt vis à vis de l'Iſle de Groenlandie, & lequel entre par trois bouches, eſt touſiours gelé pendant trois mois de l'année: on luy donne 37 lieuës de largeur. Quelqu'vns rapportent que ces quatre Euripes ont leurs cours ſi roides & rapides, que les nauires y eſtans vne fois entrez, ne s'en peuuent retirer par la force d'aucuns vents; ioinct qu'il y a ſi peu de vẽts en ces quartiers là, qu'à peine les plus forts qui s'y faſſent pourroient-ils faire tourner la meule d'vn moulin à froment. Mais les Hollandois, qui ont deſcouuert & recogneu les lieux eſquels on dit que ſont ſituez ces Euripes n'en ont trouué aucun, combien qu'ils ayent eſte iuſques à 81 degrez de latitude boreale, qui eſt bien loin par delà les lieux où l'on les aſſigne.

Or voilà en general ce qui eſt des ſept principales parties du monde, leſquelles ſont ordinairement deſcriptes & repreſentées ſur la ſuperficie du Globe terreſtre. Mais auparauant de declarer ce qui eſt repreſenté & figuré ſur celle du celeſte, nous expliquerõs encore icy quelques termes dont vſent les Geographes en la diſtinction de toutes ces parties de la terre, eu eſgard à la diuerſe ſituation des habitans, aux vmbres, & à la grandeur des iours artificiels.

De la diuiſion de la terre par la diuerſe ſituation des habitans.

LEs anciens Geographes ayant eſgard aux diuerſes aſſiettes des parties de la terre, ſcituées ſouz vn meſme Meridien, ont comparé chaſque habitation d'icelles à trois autres, ayant entr'elles certaines habitudes & conuenances, ou quelques notables differences ; pour diſtinguer leſquelles habitations, ils nommerent leurs habitans Perioeciens, Antoeciens, & Antipodiens.

Les Perioeciens ſont ceux qui habitent ſouz vn meſme Meridien & meſme parallel, mais és poincts oppoſez d'icelny parallel: tellement que nos Perioeciens ſont autant eſloignez de l'equateur, & de meſme pole que nous ; & par conſequent ils ſont auſſi en la zone que nous habitons : Parquoy ils ont vne meſme temperature que la noſtre, meſme Hyuer & Eſté, meſme accroiſſement de iours & de nuicts, & en meſme temps : il y a toutesfois ceſte difference, que quand nous auons le milieu du iour, nos Perioeciens ont le milieu de la nuict, parce qu'ils ſont diſtans de nous par 180 degrez du parallel.

Les Antoeciens ſont ceux qui habitent ſouz vn meſme Meridien, & en parallels eſgaux : tellement que nos Antoeciens ſont autant eſloignez d'vn meſme poinct de l'equateur vers le pole Antartique, que nous vers l'Artique : Parquoy nous auons le midy & la minuict en meſme temps qu'eux, mais les ſaiſons de l'an ſont changées : car lors que nous auons les plus longs iours artificiels, ils ont les plus courts ; & quand nous auons l'Eſté, ils ont l'Hyuer ; ſinon ceux de la zone Torride, auſquels on attribue deux Hyuers, qui peuuent auoir enſemble l'Hyuer, non toutesfois eſgal, ne ſemblable en meſme temps,

Les Antipodiens, qu'on appelle auſſi Antichthoniens, ſont ceux qui habitant ſouz vn meſme Meridien, occupent les parties de la terre diametralement oppoſée : tellement que les pieds des vns ſont oppoſez à ceux des autres, c'eſt pourquoy ils ſont appellez contre-pieds. Nous auons toutes choſes contraires auec nos Antipodiens, ſçauoir eſt les iours, les nuicts, leurs commencemens & fins, comme auſſi les ſaiſons de l'année : car d'autant que nous ha-

bitons en l'hemiſphere ſuperieur, & nos Antipodiens en l'hemiſphere inferieur du meſme horiſon, quand le Soleil leur donne l'Eſté & les plus grands iours, il leur donne l'Hyuer & les plus grandes nuicts (excepté ſouz l'equateur où les iours & nuicts ſont touſjours egales) & lors que le Soleil ſe leue icy, il ſe couche là, & au contraire, tellement que pendant qu'il eſt iour aux vns, il eſt nuict aux autres.

De la diuiſion de la terre par les vmbres.

LES Geographes conſiderant les diuerſes vmbres que le Soleil faict en diuerſes parties de la terre, ont diſtingué leurs habitans en trois ſortes, nommans les vns Amphiſiciens, les autres Heteroſciens, & d'autres Periſciens.

Les Amphiſiciens ſont ceux qui demeurent dans la Zone Torride; & ſont ainſi nommez, à raiſon qu'ils ont les vmbres Meridiennes de deux coſtez: car quand le Soleil eſt plus Septentrional que leurs zeniths, leurs vmbres Meridiennes vont vers Midy; mais elles vont vers Septentrion, quand le Soleil eſt plus Meridional que leurs ſommets.

Les Heteroſciens ſont ceux qui habitent aux zones temperez; & ſont ainſi nommez, pour autant que leurs vmbres Meridiennes ſont touſiours iettées d'vn meſme coſté: Car d'autant que ceux qui habitẽt la Zone temperée Septentrionale, ont touſiours le Soleil plus Meridional que leurs zeniths, ils iettent touſiours leurs vmbres Meridiennes vers Septentrion: & par raiſon contraire, ceux qui habitent en la zone temperée Meridionale, enuoyent touſiours leurſdits vmbres vers Midy.

Les Periſciens ſont ceux qui demeurent aux Zones frigides; & s'appellent ainſi, pource que les corps eſleuez à plomb iettent leurs vmbres en rond: car d'autant qu'en ces quartiers-là le Soleil eſt vn iour, deux, trois, & dauantage ſans ſe coucher, il fait vn, deux, trois, & dauantage de tour ſur l'horiſon; & par conſequent les corps à l'entour deſquels il tourne ainſi, ietteront leurs vmbres tout à l'entour d'eux.

Des climats & parallels terreſtres.

LEs Geographes ayans eſgard à la diuerſe quantité des plus longs iours artificiels qui aduiennent en toute la terre, ont diuiſé toute la rondeur d'icelle de part & d'autre de l'equateur, iuſques aux poles, en certains eſpaces limitez par cercles parallels à iceluy equateur, leſquels eſpaces ils ont faict de deux ſortes, appellans les vns parallels terreſtres, & les autres climats: Ils appellent parallel certain eſpace de terre compris entre deux lieux, dont les plus grands iours artificiels de l'année ſont differends entr'eux d'vn quart d'heure: mais ils appellent climat vne eſpece de terre, auquel le plus grand iour artificiel qui aduienne à l'vne de ſes limites & extremitez, differe par vne demie heure du plus grand iour qui aduienne à l'autre extremité, tellement que chaque climat comprẽd deux parallels. Or tant les parallels que les climats ſont entre eux de largeur inegale: car d'autant que la Sphere ou Globe terreſtre eſt de plus grand circuit, & moins incliné vers le milieu & parties voiſines de l'equateur, qu'il n'eſt és parties loingtaines approchant des poles, ladite augmentation du plus grand iour artificiel par vn quart d'heure, ou demie heure, requiert & occupe d'autant plus grand eſpace que leſdits parallels & climats ſont proches de l'equateur, & d'autant moindres qu'ils approchent pres des poles: de ſorte que le premier climat, & auſſi le premier parallel, eſt plus large que le ſecond, celuy-cy plus grand que le troiſieſme, & le troiſieſme plus large que le quatrieſme, & ainſi conſecutiuement des autres.

Quant au nombre de ces parallels & climats, il y a eu grande diuerſité entre les Geographes, à cauſe que du commencement ils auoient ſeulement eſgard aux parties de la terre cogneues & commodément habitées; mais puis apres pluſieurs cõtrées incogneuës ayans eſté deſcouuertes de temps en temps, le nombre deſdits parallels & climats a auſſi eſté augmenté. Les plus anciens Geographes ayans donc eſgard aux parties de la terre lors cogneuës, nombroient ſeulement ſept climats; ceux qui vindrent puis apres en adiouſterent deux, à cauſe de quelques regions deſcouuertes depuis le temps des premiers: tellement que ſelon ceux-cy il y auoit dix-

huict

huict parallels, & ſelon ceux-là quatorze. Ptolomée au chap. 23. du premier liure de ſa Geographie, en compte vingt & vn depuis l'equateur iuſques à l'Iſle du Thyle, qui eſt à 63 degrez d'iceluy vers Septentrion: mais au 6. chap. du liure 2. de l'Almageſte, iceluy Ptolomée (ſi tant eſt que ce ſoit le meſme autheur que de la Geographie) en compte bien encore dauantage, mais d'vn ordre & diſpoſition fort differente à tous ceux-là. Laiſſant donc toutes ces diuerſitez, & ſans auoir eſgard aux parties de la terre cogneuës & habitées; diſons que ſuiuant la definition des parallels & climats cy-deſſus rapportez des anciens Geographes, il y a 48 parallels depuis l'equateur, où le iour artificiel eſt continuellement de 12 heures, iuſqu'à chacun des cercles polaires, où le plus grand iour artificiel eſt de 24 heures; & par conſequent, 48 climats d'vn d'iceux cercles à l'autre. Et quant à ce qui reſte du Globe terreſtre dedans leſdits cercles polaires, puis que la definition cy-deſſus n'y a plus lieu, l'augmentation & accroiſſement des iours artificiels ne ſe faiſant plus par quart d'heure ou demy heure, ains par iours, ſepmaines ou mois, il ſera libre de diuiſer chacune deſdites Zones frigides en tel nombre de climats qu'on voudra: Il ſemble toutesfois que la diuiſion qu'en a faicte Robert Huez ſoit aſſez bien diſpoſée, ayant attribué à chacune d'icelles Zones ſix climats, dont la difference du iour continuel ſans nuict eſt d'vn mois, ainſi qu'on peut voir en ſon traicté des Globes chap. 7.

Quant au commencement deſdits parallels & climats, il n'a eſté moins diuers que le nombre d'iceux: quelques Aſtronomes & Geographes les commençant à nombrer à l'equateur; & d'autres y commençans les parallels, ne commencent toutesfois les climats qu'à 12 degrez 45 minuttes loing d'iceluy equateur, afin de les faire accorder auec les ſept climats des anciens, qui les commençoient auſſi en cet endroict: mais i'eſtime qu'on doit delaiſſer l'ordre & commencement de ceux-cy, & ſuiure ceux-là qui commencent à compter leſdits parallels & climats à l'equateur. En quelques Globes leſdits climats ſont marquez au Meridien. Or voilà quant au Globe terreſtre, voyons maintenant le celeſte.

Les choſes propres & particulierement marquées en la ſuperficie du Globe celeſte.

NOVS auons ia dit qu'il y a deux ſortes d'eſtoiles luiſantes au ciel, les vnes eſtans errantes, & les autres fixes: Quant aux errantes, (qui ſont les ſept Planettes) elles ne peuuent pas eſtre marquées ſur le Globe; puis que à raiſon de leurs prompts mouuemens elles ſont tantoſt en vn endroit du ciel, & tantoſt en vn autre: mais bien les eſtoiles fixes, veu qu'elles ſont touſiours de meſme diſtance entr'elles, & ont leur mouuement ſi tardif qu'elles ne ſemblent changer de ſcituation. Et combien qu'icelles eſtoiles fixes ſoient innombrables, ſi eſt-ce toutesfois que Ptolomée, & pluſieurs autres Aſtronomes, en ayant remarqué iuſques au nombre de 1022, ils les diſtribuerent en 48 aſteriſmes, conſtellations ou images, auſquelles ils donnerent des noms ſelon que le ſit & ordre des eſtoiles contenuës en chacune deſdites conſtellations le pouuoit permettre: & puis ayant auſſi eſgard à la grandeur, ſplendeur, & clarté d'icelles eſtoiles, ils les diſtribuerent en ſix ordres, nommant les plus grandes & lumineuſes, eſtoiles de la premiere grandeur; celles vn peu moindres, eſtoiles de la ſeconde grandeur; celles d'apres, eſtoiles de la troiſieſme grandeur, &c: & par ainſi ils en remarquerent 15 de la premiere grandeur, 45 de la ſeconde, 208 de la tierce, 474 de la quatrieſme grandeur, 217 de la quinte, & 49 de la ſixieſme, auſquelles ils en adiouſterent encore 9, qu'ils appellent obſcures, & 5 nebuleuſes. Or toutes leſdites eſtoiles ſont deſpeinctes au Globe celeſte auec leurs images & grandeurs, chacune des 48 conſtellations eſtant ſituée & diſpoſée ſelon le lieu qu'elle obtient au ciel; & d'icelles, 12 ſont au zodiaque, & les autres dehors, dont 21 ſont en l'hemiſphere Septentrional, & 15 en l'Auſtral. Enſuiuent les noms deſdites conſtellations, auec le nombre des eſtoiles contenuës en chacune d'icelles; premierement des 12 ſignes du zodiaque.

1. Le Mouton a 13 eſtoiles en ſa figure, & 5 dehors.
2. Le Taureau a dans ſa figure 33 eſtoiles, & 11 dehors.
3. Les Gemeaux ont 18 eſtoiles dans leur figure, & 7 au dehors.
4. Le Cancre a 9 eſtoiles dedans ſa figure, & 4 dehors.
5. Le Lyon contient 27 eſtoiles dans ſa figure, & 8 dehors.

6. La Vierge a 26 eſtoiles dans ſa figure, & ſix dehors.
7. La balance a 8 eſtoiles en ſa figure, & 9 dehors.
8. Le Scorpion a 21 eſtoiles dans ſa figure, & trois dehors.
9. Le Sagitaire a 31 eſtoiles dans ſa figure.
10. Le Capricorne contient 28 eſtoiles.
11. Le Verſeur d'eau a dans ſa figure 42 eſtoiles.
12. Les poiſſons contiennent 34 eſtoiles, outre 4 informes.

Voilà donc les 12 ſignes du Zodiaque; mais enſuiuent les images de l'Hemiſphere Boreal.

1. La petite Ourſe a ſept eſtoiles en ſa figure, & vne au dehors.
2. La grande Ourſe, autrement le Chariot, a 27 eſtoiles dans ſa figure, & 8 dehors.
3. Le Dragon comprend par ſa figure 31 eſtoiles.
4. Cephée contient 11 eſtoiles, outre les deux qui ſont hors forme.
5. Bootés, autrement le Bouuier, a 22 eſtoiles dans ſa figure, & vne dehors.
6. La Couronne Boreale contient 8 eſtoiles.
7. Hercules a 28 eſtoiles, outre celle qui eſt au bout de ſon pied droict, laquelle il a commune auec Bootés, & encore vne hors forme, vers le bras droict.
8. Le Vaultour, ou la Lyre, ne contient que 8 eſtoiles.
9. Le Cygne, ou la Poulle, outre 2 eſtoiles qu'elle a hors forme, en a 17 en ſa figure.
10. Caſſiopée contient 13 eſtoiles.
11. Perſée a 26 eſtoiles dans ſa figure, & 3 hors d'icelle.
12. Le Chartier a 14 eſtoiles.
13. Le Serpentaire a 24 eſtoiles, outre 5 informes.
14. Son Serpent a 18 eſtoiles.
15. La Fleche ou Sagette a ſeulement 5 eſtoiles.
16. L'Aigle, ou Vaultour volant, contient 9 eſtoiles en ſa figure, & 6 hors d'icelle.
17. Le Dauphin a 10 eſtoiles.
18. Le Poulain mi-party a ſeulement 4 eſtoiles obſcures.
19. Pegaſe, ou Cheual aiſlé, a 20 eſtoiles.
20. Andromede a 23 eſtoiles.
21. Le triangle a ſeulement 4 eſtoiles.

Or voilà quant aux conſtellations de l'hemiſphere Septentrional, qui ſont hors du Zodiaque: & pour celles de l'hemiſphere Auſtral, leſquelles ſont pareillement hors du Zodiaque, les voicy cy-deſſouz.

1. La Baleine contient 22 eſtoiles.
2. Orion a 38 eſtoiles.
3. Le fleuue Eridan a 34 eſtoiles.
4. Le Lieure contient 12 eſtoiles.
5. Le grand Chien a 18 eſtoiles dans ſa figure, & 11 és enuirons d'icelle.
6. Procyon, ou la Canicule, a ſeulement 2 eſtoiles.
7. Le Nauire a 45 eſtoiles.
8. Le Hydre a 25 eſtoiles dans ſa figure, & 2 dehors.
9. La Taſſe, ou Cruche, a 7 eſtoiles.
10. Le Corbeau a pareillement 7 eſtoiles.
11. Le Centaure a 37 eſtoiles.
12. Le Loup a 19 eſtoiles.
13. L'Autel, ou l'Encenſoir, a 7 eſtoiles.
14. La Couronne Auſtrale contient 13 eſtoiles.
15. Le Poiſſon Auſtral a 18 eſtoiles dans ſa figure, & 6 hors d'icelle.

Or voilà ſommairement le nombre de toutes les conſtellations & images celeſtes peinctes au Globe, auec le nombre des eſtoiles attribuées à chacune d'icelles: parquoy il ne reſte plus qu'à remarquer qu'il y a auſſi ſur ledit Globe vne certaine plage & ceincture qu'on appelle la voye lactée, à raiſon que tel endroict du ciel paroiſt comme de couleur de laict: Venons maintenant à l'vſage deſdits Globes.

PROP. I.

Pour trouuer la longitude, & la latitude de quelconque lieu exprimé au Globe terreſtre.

POVR bien entendre ceſte propoſition, eſt à notter que les 360 degrez eſquels l'equateur terreſtre eſt diuiſé, s'appellent vulgairement degrez de longitude, le commencement deſquels ſe prend diuerſement par les Geographes: car les vns ſuiuant Ptolo-

mée le prennent au poinct & interſection de l'equateur & du Meridien, paſſant par les Iſles anciennement appellées Fortunées, & maintenant Canaries: D'autres le prennent à l'interſection dudit equateur & du Meridien, paſſant par le Cap verd, & d'autres le prennent ailleurs; mais entre les modernes Geographes, il y en a pluſieurs qui conſtituent le commencement deſdits degrez de longitude au Meridien, paſſant par vne Iſle des Acores nommées S. Michel; & de ce terme le prend Hondius en ſes Globes: & ſuiuant ce, on peut dire que la longitude de quelque ville, ou autre lieu exprimé au Globe terreſtre, eſt l'arc de l'equateur compris entre le Meridien de l'Iſle ſainct Michel, & celuy du lieu propoſé.

Quant à la latitude d'vn lieu, c'eſt la diſtance de l'equateur au zenith d'iceluy lieu; ou pluſtoſt c'eſt la diſtance du lieu meſme iuſques à l'equateur.

Or quand tu voudras cognoiſtre la longitude & la latitude de quelque lieu exprimé audit Globe; adjoinct le au Meridien, & l'interſection d'iceluy Meridien & de l'equateur monſtrera les degrez de ladite longitude: mais les degrez du Meridien compris entre ledit equateur & le lieu propoſé ſeront la latitude d'iceluy lieu, laquelle eſt touſiours egale à l'eſleuation du pole ſur l'horiſon.

Exemple: Voulant ſçauoir la longitude & la latitude de ceſte ville de Paris, que ie voy eſtre marquée en noſtre Globe: Ie tourne iceluy Globe, en ſorte que ladite ville de Paris ſoit ſouz le Meridien; & puis comptant les degrez de l'equateur couppez par iceluy Meridien, ie trouue enuiron 28 degrez & demy: mais comptant auſſi audit Meridien les degrez compris depuis l'equateur iuſques audit lieu, ie trouue preſque 49 degrez. Ie dis donc que la ville de Paris eſt enuiron à 28 degrez & demy de longitude, & preſque 49 de latitude.

Or en la meſme maniere, on pourra trouuer la difference longitudinale d'entre deux lieux exprimez audit Globe: car la difference de longitude n'eſt autre choſe que l'arc de l'equateur compris entre leurs Meridiens: par conſequent, on diroit aiſément l'heure qu'il ſera en l'vn deſdits lieux, celle de l'autre eſtant cogneuë, à cauſe que 15 degrez de difference longitudinale donnent vne heure de difference d'horologes, & vn degré quatre minuttes: tellement qu'eſtant deux heures apres Midy en vn lieu plus Occidental qu'vn

autre de 20 degrez; il ſera deſia trois heures vn tiers en ceſtuy-cy, qui aura eu Midy lors qu'en celuy-là on ne comptoit encore que dix heures deux tiers.

PROP. II.

Comme on peut meſurer la diſtance d'entre deux lieux exprimez au Globe terreſtre.

POVR ce faire, eſt à notter qu'eſtant deſcrit vn grand cercle par deux villes ou autres lieux marquez en la ſuperficie du Globe, l'arc d'iceluy cercle compris entre leſdits deux lieux eſt la meſure de la diſtance d'entre iceux, pource qu'iceluy arc eſt la plus courte ligne qui puiſſe eſtre menée en ladite ſuperficie d'vn lieu à l'autre: Parquoy chercher la diſtance d'entre deux lieux, n'eſt autre choſe que chercher combien de degrez & minuttes ledit arc contient; leſquels degrez & minuttes eſtans cogneuës, il faut conuertir en milles ou lieuës, donnant à chaque degré 60 milles d'Italie, ou 30 lieuës Françoiſes, ou 15 d'Allemagne.

Quand donc vous voudrez trouuer la diſtance d'vn lieu à vn autre, prenez ſur ledit Globe la diſtance & interuale d'entre iceux lieux auec vn compas: & puis portez ceſte diſtance ſur l'equateur, afin de voir combien elle contiendra de degrez; & le nombre d'iceux degrez eſtant multiplié par 60, ou par 30, ou par 15, ſera produit ladite diſtance cherchée en milles, ou en lieuës Françoiſes, ou d'Allemagne, ſelon le nombre par lequel vous aurez multiplié leſdits degrez.

Comme pour exemple: Voulant ſçauoir la diſtance d'entre Paris & Lyon: ie prend auec vn compas la diſtance de Paris à Lyon, & l'apporte ſur l'equateur, ou ie trouue qu'elle contient peu plus de 3 degrez: puis ie multiplie iceux 3 degrez par 30, & viennent 90. Parquoy ie dis que de Paris à Lyon, il y a en droict chemin enuiron 90 lieuës Françoiſes. Voulant auſſi ſçauoir la diſtance de Rome à Veniſe; ie prend auec vn compas ladite diſtance, & la porte ſur l'equateur, & ie trouue qu'elle contient enuiron 2 degrez & demy, que ie multiplie par 60, & viennent 150: parquoy ie dis que de Rome à Veniſe il y a enuiron 150 milles.

PROP. III.

Comme ſe doit aſſeoir le Globe ſelon les quatre parties du monde.

CECY ſe peut faire par pluſieurs manieres, mais la plus aiſée à pratiquer, eſt que par le moyen d'vne buſſole ou autrement, on marque au lieu où l'on voudra aſſeoir le Globe les quatre parties du monde: puis poſer ledit Globe ſur icelles, en ſorte que la partie de Midy reſponde à la meſme marquée, & ainſi des autres.

PROP. IV.

Pour trouuer le lieu du Soleil au Zodiaque à quelque iour proposé.

POVR ce faire, cherchez ledit iour propoſé ſur l'horiſon du Globe, & vis à vis d'iceluy vous trouuerez à peu pres le ſigne & degré où ſera le Soleil audit iour. Mais eſt à notter qu'en l'année biſſextile, depuis le vingt-cinquieſme Feurier, il faut compter vn degré dauantage que ce que l'on trouuera.

Pour exemple: Qu'il faille trouuer le lieu du Soleil au Zodiaque le huictieſme Mars 1612. Ie cherche ſur l'horiſon ledit iour huictieſme Mars; & le trouuant, ie voy vis à vis d'iceluy au cercle des ſignes, enuiron 16 degrez & demy du ſigne de Piſces pour le lieu du Soleil au huictieſme Mars ſi l'année propoſée n'eſtoit biſſextile. Ie compte donc vn degré dauantage, & ſont 17 degrez & demy pour ledit lieu du Soleil requis.

PROP. V.

Pour trouuer le iour du mois, le lieu du Soleil eſtant donné.

CECY eſt le contraire de la propoſition precedente; c'eſt pourquoy cherchez ſur l'horiſon le ſigne & degré du Soleil, & vis à vis d'iceluy degré vous trouuerez le quantieſme iour du

mois il ſera lors : obſeruant qu'en l'année biſſextile il faut compter vn iour dauantage depuis le vingt-cinquieſme Feurier.

PROP. VI.

Pour trouuer la declinaiſon du Soleil, ou de quelque eſtoile exprimée au Globe.

LA declinaiſon du Soleil, ou d'vne eſtoile, eſt la diſtance d'icelle à l'equateur: & pour ſçauoir icelle declinaiſon du Soleil à quelque iour propoſé, cherchez premierement le lieu d'iceluy au zodiaque: puis le poſez, ou bien l'eſtoile, au deſſouz du Meridien; & comptant à iceluy Meridien combien il y a de degrez depuis ledit lieu du Soleil, où eſtoile, iuſques à l'equateur, on ſçaura à peu pres la declinaiſon requiſe, laquelle ſera Meridionale ou Septentrionale, ſelon la partie vers laquelle on la trouuera.

Comme pour exemple: Voulant ſçauoir la declinaiſon du Soleil au huictieſme Mars 1612. Ie trouue premierement par la 4 propoſition, que le lieu du Soleil eſt enuiron 17. degrez & demy Piſces: puis ie poſe leſdits 17 degrez & demy Piſces ſouz le Meridien, & ie trouue qu'ils ſont eſloignez de l'equateur enuiron 5 degrez & vn quart tirant vers Midy; & partant ie dis que telle eſt à peu pres la declinaiſon du Soleil audit iour propoſé.

Mais deſirant ſçauoir la declinaiſon de l'eſtoile nommée Cor Leonis; ie poſe ladite eſtoile ſouz le Meridien, & trouue qu'elle decline de l'equateur vers Septentrion d'enuiron 13 degrez & trois quarts.

PROP. VII.

Pour trouuer la latitude du lieu où l'on eſt.

CESTE propoſition ſe peut faire par pluſieurs manieres, dont la plus aiſée eſt de prendre la hauteur Meridienne du Soleil auec vne Aſtrolabe, ou autre inſtrument à ce propre: puis appliquer le lieu d'iceluy en l'ecliptique ſouz le Meridien; & tenant ferme iceluy auec ledit Meridien, eſleuez le au deſſus de l'horiſon, iuſques

ques à ce qu'il ſoit autant deſſus ledit horiſon, comme la hauteur Meridienne du Soleil aura eſté trouuée, & lors l'eſleuation du pole deſſus l'horiſon, monſtrera la latitude de ce lieu-là: car l'eſleuation du pole, & ladite latitude ſont egales entr'elles.

Exemple: ayant trouué en quelque lieu de Frãce la hauteur Meridienne du Soleil de 37 degrez, lors que le vray lieu d'iceluy eſt 20 degrez Piſces; pour trouuer la latitude de ce lieu-là, ie mets les 20 degrez Piſces auec le Meridien, & les tenant enſemble, ie hauſſe iceluy Meridien iuſques à ce que leſdits 20 degrez Piſces, ainſi adioints au Meridien, ſoient à 37 degrez au deſſus de l'horiſon; & lors regardant le pole Artique, ie le trouue eſleué de 49 degrez par deſſus l'horiſon: parquoy ie dis qu'autant eſt la latitude du lieu où l'on a obſerué ladite hauteur Meridienne du Soleil.

Le meſme ſe fera prenant la hauteur Meridienne de quelque eſtoile exprimée au Globe, & operant auec icelle tout ainſi que deſſus.

PROP. VIII.

Pour trouuer la longitude, & la latitude de quelconque eſtoile marquée en la ſuperficie du Globe.

LA longitude d'vne eſtoile eſt l'arc de l'ecliptique compris entre deux grands cercles venans des poles du zodiaque, l'vn deſquels cercles paſſe par le commencement d'Aries, & l'autre par le centre de l'eſtoile: mais la latitude eſt la diſtance de l'eſtoile à l'ecliptique, nombrée en ce cercle-là qui paſſe par ſon centre; & eſt icelle latitude Meridionale ou Septentrionale, ſelon l'hemiſphere en laquelle ſera poſée l'eſtoile.

Quand donc vous voudrez ſçauoir les longitude & latitude de quelqu'vne deſdites eſtoiles deſcriptes au Globe: prenez la quarte de hauteur, & appliquez l'vn des bouts d'icelle au pole du zodiaque Boreal ou Auſtral, ſelon la ſituation de l'eſtoile: puis eſtendez ladite quarte de hauteur iuſques à l'ecliptique, en ſorte qu'elle paſſe par le centre de l'eſtoile, & le lieu de l'ecliptique ou atteindra & finira icelle quarte, monſtrera la longitude de l'eſtoile: mais l'arc ou portion de la quarte compriſe entre le centre de l'eſtoile & l'eclip-

tique, monſtrera la latitude d'icelle eſtoile, laquelle ſera ditte Septentrionale ſi c'eſt deuers le pole Artique; mais Meridionale, ſi c'eſt vers le pole Antartique.

Exemple: Voulant ſçauoir la longitude & la latitude de l'eſtoile nommée Cauda Leonis: Ie prends la quarte de hauteur, & poſe l'vne de ſes extremitez ſur le pole du zodiaque vers Septentrion; & eſtendant ladite quarte, paſſant par le centre de ladite eſtoile Cauda Leonis, elle ſe vient terminer à enuiron 16 deg. vn quart Virgo: & partant telle eſt la longitude de ladite eſtoile; & la portion d'icelle quarte compriſe entre le centre de ladite eſtoile & l'ecliptique, contient enuiron 12 degrez vn tiers: & partant ie dis que telle eſt la latitude d'icelle eſtoile, laquelle eſt Septentrionale, d'autant que ladite eſtoile s'eſt trouuée de ce coſté-là.

PROP. IX.

Pour trouuer l'aſcention & deſcention droicte & oblique du Soleil, ou d'vne eſtoile exprimée au Globe.

L'ASCENTION du Soleil ou d'vne eſtoile, eſt le degré de l'equateur qui ſe monſtre au bord de l'horiſon, quant & quant le Soleil ou eſtoile: mais la deſcention eſt le degré qui ſe cache ſouz l'horiſon quant & eux: L'vne & l'autre d'icelles ſont dittes droicte, & oblique; droicte quand elles ſont referées en la Sphere droicte; mais oblique, ſi elles ſont referées à l'horiſon oblique.

Quand donc vous voudrez ſçauoir l'aſcention droicte du Soleil, ou de quelque eſtoile deſcritte ſur le Globe, mettez le lieu du Soleil ou eſtoile ſouz le Meridien du Globe, & le degré de l'equateur qu'iceluy Meridien couppera, monſtrera l'aſcention & deſcention droicte: Car en la Sphere droicte, le meſme degré qui ſe leue auec le Soleil ou eſtoile, ſe couche auſſi, & medie le ciel auec eux.

Exemple: Le Soleil eſtant à 12 degrez du ſigne d'Aries, & deſirant ſçauoir ſon aſcention droicte; ie mets leſdits 12 degrez d'Aries ſouz le Meridien du Globe, & iceluy couppe le vnzieſme degré de l'equateur: & partant telle eſt l'aſcention droicte du Soleil requiſe. Mais deſirant ſçauoir auſſi l'aſcention droicte de l'eſtoile Cor Leonis, ie mets ladite eſtoile ſouz le Meridien, & iceluy couppe le

147. degré de l'equateur: c'eſt pourquoy ie dis que telle eſt l'aſcention droicte d'icelle eſtoile Cor Leonis.

Mais ſi vous voulez ſçauoir l'aſcention oblique, diſpoſez premierement le Globe ſelon l'eſleuation du pole du lieu: puis ioignez le lieu du Soleil ou l'eſtoile à l'horiſon en la part Orientale, & le degré qu'il couppera en l'equateur ſera le degré de l'aſcention oblique requiſe: Ou bien ſi vous mettez le lieu du Soleil ou l'eſtoile à l'horiſon en la partie Occidentale, le degré de l'equateur qui ſe couchera lors, vous monſtrera la deſcention demandée.

Exemple: Voulant ſçauoir l'aſcention & deſcention oblique de l'eſtoile Cor Leonis, le pole eſtant eſleué ſur l'horiſon de 49 degrez: Ie diſpoſe le Globe ſelon ceſte eſleuation; puis mettant ladite eſtoile à l'horiſon en la partie Orientale, iceluy me monſtre en l'equateur enuiron 130 degrez pour l'aſcention oblique d'icelle: mais ayant mis icelle eſtoile à l'horiſon de la part d'Occident, ie trouue pour la deſcention oblique enuiron 164 degrez.

Mais qui voudroit ſçauoir l'aſcention droicte ou oblique particuliere d'vn ſigne, ou autre arc de l'ecliptique, c'eſt à dire l'arc de l'equateur qui monte ſur l'horiſon, auec tout ledit ſigne ou autre arc de l'ecliptique: Il faudroit trouuer, comme dit eſt cy-deſſus, l'aſcention du commencement dudit ſigne ou autre arc, & auſſi celle de la fin; & ſouſtrayant celle du commencement de celle de la fin, reſtera l'aſcention demandée: mais faut notter que ſi la ſouſtraction ne ſe pouuoit faire, il faudroit emprunter 360 degrez.

Exemple: Deſirant ſçauoir à la latitude de 49 degrez l'aſcention oblique de l'arc de l'ecliptique compris entre le dixſeptieſme degré Piſces, & le treizieſme Aries: ie trouue premierement pour l'aſcention du dixſeptieſme de Piſces 354 degrez; & pour celle de 13 degrez Aries, ie trouue 6 degrez; pour donc ſouſtraire les 354 degrez des 6 degrez, i'emprunte 360 degrez, & ſont 366, deſquels i'oſte les 354, & reſtent 12 degrez pour l'aſcention oblique requiſe.

PROP. X.

Pour ſçauoir quelle heure il eſt ſoit de iour ou de nuict.

SI on deſire ſçauoir l'heure de iour, le Soleil luiſant ſur l'horiſon; ſoit pris la hauteur d'iceluy par le moyen de quelque in-

ſtrument à ce propre; & le Globe eſtant diſpoſé ſelon l'eſleuation du lieu où vous eſtes, mettez le lieu du Soleil à ce iour là ſouz le Meridien, & l'indice du cercle horaire ſur 12 heures: puis apres tournez le Globe vers Orient, ou vers Occident, ſelon qu'aura eſté trouuée la latitude du Soleil, & ce iuſques à ce que ledit lieu du Soleil ſoit autant eſleué ſur l'horiſon comme il a eſté trouué; & le Globe eſtant ainſi diſpoſé, l'indice des heures monſtrera l'heure requiſe. Mais faut icy notter que pour conſtituër le Globe en ſorte que le Soleil ou quelque eſtoile exprimée en iceluy ſoit eſleuée au deſſus de l'horiſon d'autant de degrez qu'on voudra; il faut prendre la quarte de hauteur, & la ioindre & attacher au milieu du Meridien, c'eſt à dire au zenith; puis remuër tant icelle quarte que le Globe, iuſques à ce que le lieu du Soleil, ou l'eſtoile propoſée, ſe trouue ſouz ladite quarte de hauteur, à meſme degré que la latitude trouuée, & alors le Globe ſera diſpoſé ainſi qu'eſtoit le ciel lors de l'obſeruation.

Or le Soleil eſtant à 12 degrez Aries, & trouué qu'il eſt eſleué au deſſus de l'horiſon 15 degrez en la partie Orientale, en vn lieu où l'eſleuation polaire eſt 49 degrez; on demande l'heure de ceſte obſeruation. Ie ioinct premierement les 12 degrez Aries auec le Meridien, & poſe l'index du cercle horaire ſur 12 heures: puis i'attache la quarte de hauteur au zenith, & tourne le Globe vers Orient, iuſques à ce que les 12 degrez Aries ſoient eſleuez ſur l'horiſon par 15 degrez; ce faict ie regarde au cercle horaire, & l'index me monſtre qu'il eſt enuiron 7 heures vn quart.

Mais pour les heures de la nuict, il faut prendre la hauteur de quelque eſtoile exprimée au Globe: puis ayant diſpoſé ledit Globe ſelon l'eſleuation polaire, & ioinct le lieu du Soleil au cercle Meridien, & l'index horaire ſur 12 heures; ſoit tourné le Globe vers Occident, iuſques à ce que l'eſtoile ſe trouue diſpoſée en telle hauteur ſur l'horiſon qu'elle a eſté trouuée, & lors l'index horaire monſtrera l'heure qu'il eſt.

Exemple: Le Soleil eſtant au douzieſme degré Aries, & deſirant la nuict ſçauoir quelle heure il eſt; ie prends la hauteur de Cor Leonis, qu'on preſuppoſe cognoiſtre & pouuoir eſtre veuë au ciel, laquelle ie trouue eſtre de 56 degrez: puis ayant diſpoſé le Globe à l'eſleuation de 49 degrez, ie ioinct les 12 degrez Aries au cer-

cle Meridien, & pose l'index horaire sur 12 heures: quoy faict, ie tourne le Globe vers Occident, iusques à ce que ladite estoile Cor Leonis soit à 56 degrez d'esleuation sur l'horison, & l'index horaire me monstre qu'il est enuiron 9 heures du soir.

PROP. XI.

Pour sçauoir l'heure du leuer & coucher du Soleil, ou de quelque estoile descritte au Globe.

SI vous voulez sçauoir l'heure du leuer du Soleil à quelque iour proposé, sçachez premierement le lieu d'iceluy: puis le Globe estant disposé selon l'esleuation du pole du lieu où vous estes; ioignez au cercle Meridien le degré du Soleil, & puis mettez l'index horaire sur 12 heures; quoy faict, tournez le Globe iusques à ce que ledit degré du Soleil soit à l'horison en la partie Orientale, & alors l'index horaire vous monstrera l'heure du leuer du Soleil au iour proposé; & si vous tournez le Globe iusques à ce que le lieu du Soleil soit en l'horison vers Occident, ledit index vous monstrera l'heure du coucher.

Exemple: Voulant sçauoir l'heure du leuer & coucher du Soleil au douziesme Mars de ceste année 1612 à l'esleuation polaire de 49 degrez. Ie dispose premierement le Globe selon ceste esleuation polaire: puis ie trouue que le lieu du Soleil au zodiaque à cedit iour est enuiron 22 degrez Pisces, que ie ioinct au cercle Meridien, & pose l'index sur 12 heures: puis tournant le Globe vers Orient, iusques à ce que ledit lieu du Soleil soit à l'horison, l'index horaire me monstre enuiron 6 heures vn quart pour le leuer du Soleil: mais transportant ledit lieu du Soleil à l'horison en la partie d'Occident, iceluy index me monstre enuiron 5 heures 3 quarts pour le coucher du Soleil audit iour proposé.

Mais voulant trouuer l'heure du leuer & coucher de l'estoile Cor Leonis à cedit iour douziesme Mars. Ie pose premierement le lieu du Soleil, c'est assauoir 22 deg. Pisces sous le Meridien, & l'index horaire sur 12 heures: puis ie tourne le Globe iusques à ce que le centre de ladite estoile Cor Leonis soit à l'horison vers Orient, & alors l'index me monstre peu plus de 3 heures apres midy pour le

leuer de ladite eſtoile; & tournant le Globe iuſques à ce que ledit centre de l'eſtoile ſoit à l'horiſon Occidental, alors l'index horaire me monſtre peu moins de 5 heures du matin pour le coucher de ladite eſtoile Cor Leonis audit iour propoſé, & à la latitude de 49 degrez.

PROP. XII.

Pour ſçauoir la longueur du iour & de la nuict.

LES Aſtronomes conſiderent deux ſortes de iours, les vns eſtans naturels, & les autres artificiels: Le iour naturel, eſt cet eſpace qui comprend le iour & la nuict enſemble, qui eſt de 24 heures; mais le iour artificiel eſt l'eſpace de temps pendant lequel le Soleil demeure au deſſus de l'horiſon; & pour ſçauoir la longueur d'iceluy, il faut trouuer, par la precedente propoſition, l'heure du coucher du Soleil au iour & lieu donné: puis doubler icelle heure, & ce double ſera la grandeur & quantité du iour artificiel, qui eſtāt ſouſtraitte de 24 heures, reſtera la quantité de la nuict.

Exemple: Deſirant ſçauoir la grandeur du iour artificiel le douzieſme Mars à la latitude de 49 degrez, ie trouue par la precedente, que le coucher du Soleil eſt à 5 heures trois quarts, que ie double, & viennent 11 heures & demie pour la longueur & quantité du iour propoſé à trouuer; & ſouſtrayant icelles 11 heures & demie de 24 heures, reſtent 12 heures & demie pour la longueur de la nuict.

Et en ceſte maniere on ſçaura la longueur du plus grand iour de l'année en quelque lieu propoſé, puis que iceluy nous aduient lors que le Soleil eſt au commencement du ſigne de Cancer: & par conſequent on ſçaura en quel climat ſera ledit lieu propoſé; car oſtant 12 heures de la longueur du plus grand iour, autant qu'il reſtera de demies heures ſera le nombre des climats ſelon les modernes Geographes. Ainſi deſirant ſçauoir en quel climat eſt la ville de Paris, ie cherche la longueur du plus grand iour d'Eſté, & trouue que c'eſt preſque 16 heures, dont ie ſouſtrais 12, & reſtent 4 heures, qui valent 8 demie heures, c'eſt pourquoy ie dis que Paris eſt au huictieſme climat.

PROP. XIII.

Pour ſçauoir l'arc diurne & nocturne de quelconque eſtoile deſcritte au Globe.

PAR l'arc diurne d'vne eſtoile nous entendons l'eſpace de temps durant lequel ladite eſtoile paſſe d'Orient par Midy en Occident ſoit de iour ou de nuict: & par l'arc nocturne, l'eſpace de temps durant lequel ladite eſtoile paſſe d'Occident par Midy en Orient, ſoit de iour ou de nuict; c'eſt à dire l'eſpace de temps que l'eſtoile demeure ſouz l'horiſon: tellement que cecy ne ſe peut entendre que des eſtoiles qui ſe leuent & couchent ſouz l'horiſon.

Quand donc vous voudrez ſçauoir l'arc diurne & nocturne d'vne eſtoile, le Globe eſtant diſpoſé ſelon l'eſleuation polaire, mettez le centre de l'eſtoile propoſée à l'horiſon en la partie Orientale: puis mettez l'index horaire ſur 12 heures; en apres tournez le Globe iuſques à ce qu'icelle eſtoile paruienne à l'horiſon Occidental; & alors regardant combien l'index horaire aura parcouru d'heures, on aura l'arc diurne de l'eſtoile, qui oſté de 24 heures, reſtera l'arc nocturne.

Exemple: Deſirant ſçauoir l'arc diurne & nocturne de l'eſtoile nommée Cor Leonis, ſelon la latitude de Paris: Ie diſpoſe le Globe à ceſte latitude; puis ie mets l'eſtoile à l'horiſon Oriental, & l'index horaire ſur 12 heures: quoy faict, ie tourne le Globe iuſques à ce que ladite eſtoile ſoit paruenuë à l'horiſon Occidental; & regardant à l'index horaire, ie trouue qu'il a parcouru enuiron 14 heures vn quart: & partant ie dis qu'autãt de temps ladite eſtoile demeure au deſſus de noſtre horiſon; & ſouſtrayant icelles 14 heures vn quart de 24 heures, reſtent 9 heures trois quarts pour l'arc nocturne d'icelle eſtoile Cor Leonis à la latitude de Paris, qui eſt preſque 49 degrez.

PROP. XIV.

Pour ſçauoir l'amplitude Orientale ou Occidentale du Soleil, ou des eſtoiles.

L'AMPLITVDE Orientale ou Occidentale du Soleil ou d'vne eſtoile eſt l'arc de l'horiſon compris entre le vray Orient ou Occident, & le poinct auquel ſe leue ou couche le Soleil, ou quelque eſtoile.

Si donc vous deſirez ſçauoir l'amplitude Orientale du Soleil, ou de quelque eſtoile deſcritte au Globe; diſpoſez premierement le Globe ſelon l'eſleuation polaire du lieu: puis mettez en l'horiſon Oriental le lieu du Soleil au iour propoſé, ou bien l'eſtoile, & vous verrez en l'horiſon combien il y aura de degrez iuſques au vray Orient, c'eſt à dire iuſques à l'Orient de l'equateur; & par ainſi vous aurez l'amplitude demandée, laquelle ſera ditte Meridionale ſi elle eſt trouuée entre le vray Orient & le Midy; mais Septentrionale, ſi elle eſt trouuée entre le vray Orient & le Septentrion. Mais ſi vous voulez ſçauoir l'amplitude Occidentale, elle eſt touſiours de meſme, & égale à l'Orientale; parquoy ſçachant l'Orientale, ou bien l'Occidentale, on ſçaura auſſi l'autre.

Exemple: Le Soleil eſtant à 12 degrez Aries, & voulant ſçauoir l'amplitude Orientale ou Occidentale d'iceluy à l'eſleuation polaire de 49 degrez. Ie diſpoſe premierement le Globe ſelon l'eſleuation de 49 degrez: puis ie mets les 12 degrez Aries à l'horiſon en la partie Orientale, & comptant les degrez dudit horiſon compris entre ledit lieu du Soleil & le vray Orient, ie trouue enuiron 8 degrez pour l'amplitude Orientale du Soleil, laquelle eſt Septentrionale, d'autant qu'elle tire d'Orient vers Septentrion. Et quant à l'amplitude Occidentale, elle eſt auſſi de 8 degrez Septentrionale. Mais deſirant ſçauoir l'amplitude Orientale de l'eſtoile nommée Spica Virginis, ie mets icelle eſtoile à l'horiſon en la partie Orientale, & trouue que ſon amplitude eſt Meridionale d'enuiron 14 degrez.

PROP.

PROP. XV.

Pour ſçauoir le commencement, la fin, & la durée du crepuſcule, tant du matin que du ſoir.

PAR le commencement du crepuſcule matutin eſt entendu l'aube du iour, c'eſt à dire le premier moment que l'air commence à reſplandir & eſclairer pour l'aduenement des rayons du Soleil en Orient, lors qu'il paruient enuiron à 18 degrez ſouz l'horiſon; & par la fin dudit Crepuſcule matutin ſe doit entendre le Soleil leuant; & le temps qui eſt compris entre l'aube du iour & le Soleil leuant eſt la durée dudit crepuſcule matutin : mais par le commencement du crepuſcule veſpertin eſt entendu le Soleil couchant, & par la fin d'iceluy le commencement de la nuict obſcure ou iour failly, qui eſt lors que le Soleil vient à baiſſer plus de 18 degrez ſouz l'horiſon en la partie Occidentale, & tout le temps d'entre le Soleil couchant & iour failly, eſt la durée d'iceluy crepuſcule veſpertin.

Quand donc vous voulez ſçauoir le commencement du crepuſcule matutin, & la fin du Veſpertin à quelque iour propoſé; ſçachez le lieu du Soleil au zodiaque à cedit iour, & ſon nadir : puis le Globe eſtant diſpoſé ſelon l'eſleuatiõ polaire du lieu, mettez ſouz le cercle Meridiẽ le degré du Soleil, & le ſtile horaire ſur 12 heures, puis tournez le Globe vers Orient, iuſques à ce que le degré du Nadir du Soleil ſoit eſleué par deſſus l'horiſon Occidental de 18 deg. alors l'index horaire monſtrera l'heure du commencement de l'aurore matutin, la fin duquel ſera le Soleil leuant : Mais tournant le Globe en ſorte que ledit Nadir du Soleil ſoit 18 degrez par deſſus l'horiſon Oriental, on aura la fin du crepuſcule veſpertin, dont le commencement ſera le Soleil couchant; & quant à la durée d'iceux, on la ſçaura facilement par la ſouſtraction du commencement de la fin.

Exemple: Deſirant ſçauoir au douzieſme Mars de ceſte année 1612 le commencement, la fin, & la durée du crepuſcule, tant matutin que veſpertin à l'eſleuation de 49 degrez: Ie trouue premierement que le lieu du Soleil eſt 22 degrez Piſces; & par conſequent

ſon Nadir 22 degrez Virgo: & ayant diſpoſé le Globe ſelon 49 degrez d'eſleuation polaire, ie mets 22 degrez Piſces ſouz le Meridien, & le ſtile horaire ſur 12 heures; puis ie tourne le Globe iuſques à ce que le 22 degré Virgo ſoit eſleué de 18 degrez par deſſus l'horiſon Occidental; & alors le ſtile horaire monſtre enuiron 4 heures & demie pour le commencement du crepuſcule matutin; & par la 11 propoſition, ie trouue que le Soleil ſe leue preſque à 6 heures vn quart, qui eſt la fin d'iceluy crepuſcule; & partant ſouſtrayant le commencement de la fin, reſte vne heure trois quarts pour la durée d'iceluy crepuſcule matutin: Et quant au veſpertin, tournant le Globe iuſques à ce que leſdits 22 degrez Virgo ſoient eſleuez ſur l'horiſon Oriental, alors l'index horaire monſtre enuiron 7 heures & demie pour la fin dudit crepuſcule veſpertin, dont le commencement eſt à 5 heures trois quarts, qui eſt l'heure du Soleil couchant; & partant ſa durée eſt vne heure trois quarts.

PROP. XVI.

Pour cognoiſtre au ciel quelqu'vne des eſtoiles contenuës en la ſuperficie du Globe.

IL faut notter que l'eſtoile qu'on deſire cognoiſtre au ciel doit eſtre de celles qui peuuent eſtre veuës la nuict: Pour donc ſçauoir quelle ſera ceſte eſtoile que vous verrez, il vous faut prendre la hauteur d'icelle par le moyen de quelque inſtrument à ce propice, & ce à quelque heure certaine & aſſeurée, retenant bien la partie du monde en laquelle ſera ladite eſtoile: puis vous ſçaurez le degré du Soleil au zodiaque à cedit iour, lequel vous mettrez au deſſouz du cercle Meridien, le Globe eſtant au prealable diſpoſé ſelon l'eſleuation polaire du lieu où vous eſtes; & l'index eſtant mis ſur 12 heures, vous tournerez le Globe iuſques à ce que l'index horaire ſoit ſur l'heure que vous aurez obſerué la hauteur de l'eſtoile; & le Globe eſtant ainſi diſpoſé, l'eſtoile que vous trouuerez en telle hauteur ſur l'horiſon, & partie du monde que celle par vous obſeruée, ſera celle-là dont vous deſirez auoir la cognoiſſance: & afin de la recognoiſtre puis apres au ciel, vous remarquerez quelles autres eſtoiles ſont proches d'icelle, & quelle figure elles font entr'elles.

Exemple: Le douzieſme Mars de ceſte année 1612 eſtant à Paris, & voyãt au ciel à 8 heures du ſoir vne belle groſſe eſtoile entre l'Orient & le Midy, ie deſire ſçauoir quelle elle eſt: C'eſt pourquoy ie prend ſa hauteur, que ie trouue eſtre d'enuiron 43 degrez: puis le Globe eſtant diſpoſé à l'eſleuation de Paris, & ayant mis le lieu du Soleil audit iour, c'eſt aſſauoir le 22 Piſces ſouz le Meridien, & le ſtile horaire ſur 12 heures, ie tourne le Globe iuſques à ce que ledit ſtile ſoit ſur 8 heures du ſoir; puis le Globe demeurant ainſi diſpoſé, ie regarde en la partie Orientale tirant vers Midy, quelle eſtoile ſera à 43 degrez d'altitude, & trouue que c'eſt Cor Leonis: & partant ie dis que l'eſtoile que i'ay veuë au ciel, & dont i'ay pris la hauteur, eſt icelle Cor Leonis.

PROP. XVII.

Pour cognoiſtre au ciel, par le moyen d'vne eſtoile ia cogneuë, les autres eſtoiles marquées en la ſuperficie du Globe.

IL faut que cecy ſe faſſe lors que l'eſtoile cogneuë eſt la nuict deſſus l'horiſon: Quand donc vous deſirez cognoiſtre au ciel quelque eſtoile marquée au Globe, laquelle peut eſtre veuë quant & quant celle que vous cognoiſſez deſia; prenez la hauteur d'icelle eſtoile cogneuë: puis ayant diſpoſé le Globe ſelon l'eſleuation polaire du lieu où vous eſtes, mettez le Globe en ſorte qu'iceluy ſoit conſtitué ſelon la diſpoſition du ciel; c'eſt à dire que l'eſtoile dont vous auez pris la hauteur, & qui vous eſt cogneuë, ſoit en telle partie du monde & hauteur que vous l'aurez trouuée; & le Globe demeurant ainſi, choiſiſſez en iceluy l'eſtoile que vous deſirez cognoiſtre au ciel, & ſur icelle appliquez la quarte de hauteur, afin de voir à quelle hauteur eſt icelle eſtoile, & regardez auſſi en quelle partie du monde elle eſt ſituée; & regardant en telle partie du ciel, obſeruez quelle eſtoile aura la meſme hauteur que celle obſeruée deſſus le Globe, & icelle ſera la meſme eſtoile qu'aurez veuë au Globe, & laquelle vous deſirez cognoiſtre au ciel; laquelle vous pourrez puis apres recognoiſtre, en remarquant quelle forme & figure font les autres eſtoiles qui ſont pres d'elle.

Exemple: Le douzieſme Mars 1612 eſtant à Paris, & voyant ſur le Globe vne eſtoile nommée Spica Virginis, & laquelle ie reco-

gnois pouuoir eſtre veuë le ſoir, comme auſſi Cor Leonis, que ie cognois deſia au ciel. La nuict eſtant venuë, ie prend la hauteur de Cor Leonis, que ie trouue eſtre de 54 degrez vers Orient; & diſpoſe le Globe, en ſorte qu'icelle eſtoile ſoit en telle hauteur ſur l'horiſon, c'eſt aſſauoir à 54 degrez, le pole eſtant au prealable eſleué de 49 degrez: puis ie mets la quarte de hauteur ſur ladite eſtoile Spica Virginis, & trouue qu'icelle eſt eſleuée ſur l'horiſon d'enuiron 16 degrez en tirant d'Orient vers Midy: regardant donc en telle partie du ciel auec vn inſtrument à ce propre, & l'alidade eſtant eſleuée de 16 degrez ſur l'horiſon, ie voy par les pinulles vne belle groſſe eſtoile, laquelle ie dis eſtre Spiça Virginis, & fais tout de meſme pour cognoiſtre les autres.

EXTRAICT DV PRIVILEGE DV ROY.

PAR grace & priuilege du Roy, Il eſt permis à D. HENRION, *Profeſſeur és Mathemat. de faire r'imprimer toutes ſes œuures, ſoit conioinctement ou ſeparément, & de nouueau vn liure intitulé,* Collection ou recueil de diuers traictez Mathematiques, *& ce iuſques au terme de dix ans, à compter du iour que chacun de ſeſdits liures ſera acheué d'imprimer en vertu des preſentes; pendant lequel temps, defences ſont faictes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes, de quelque eſtat, qualité, ou condition qu'ils ſoient, d'imprimer, alterer, ny extraire aucune choſe des œuures dudit* HENRION, *d'achepter, eſchanger, vendre ny diſtribuer aucuns de ſeſdits liures, ſinon de ceux qu'il aura faict imprimer, ſur peine de ſix milles liures d'amande, & confiſcation des exemplaires qui ſe trouueront d'autres impreſſions que de celles qu'aura faict faire ledit* HENRION. *Voire meſme ſi aucun Imprimeur ou Libraire eſt trouué ſaiſi d'aucun exemplaire, d'autre impreſſion que de celle dudit* HENRION, *ou faicte de ſon conſentement, ſera proceddé contre luy extraordinairement, & condamné en pareille amande que s'il l'auoit imprimé, ou faict imprimer. Voulant en outre ſa Majeſté, qu'en appoſant au commencement ou à la fin deſdits liures vn extraict des preſentes, elles ſoient tenuës pour bien notifiées & ſignifiées, nonobſtant quelconque lettre au contraire. Car tel eſt le plaiſir de ſa Majeſté. Donné à Paris, le vnzieſme iour de Mars, l'an de grace* 1621, *& de noſtre regne le vnzieſme.*

Par le Roy en ſon Conſeil,

RENOVARD.

#15,